

HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCLXVIII.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année,

Tirés des Registres de cette Académie.



À PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCLXX.



TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

ANATOMIE.

CHIMIE.

BOTANIQUE.

ALGÉBRE. 82

GÉOMÉTRIE. 83

ASTRONOMIE.

HYDRAULIQUE.

MÉCANIQUE. 126

TABLE
POUR LES MÉMOIRES.

FAUTES à corriger dans l'Hiſtoire de 1764.

Page 134, ligne 7, M. de la Caille avoit été juſqu'ici le ſeul, &c. *ajoutez* que M. du Séjour, dès 1756, avoit donné une méthode analytique pour trouver la route de l'ombre, dans un recueil de Mémoires, imprimé à Paris chez Deſaint.

FAUTES À CORRIGER

Dans l'Histoire de cette année 1768.

Pag. Lig.

33...14, après ces mots, cette partie du ciel étoit, *ajoutez* éclairée

36...22, après le mot semblable, *mettez un point-virgule, & l'ôtez à la ligne suivante, après le mot* Décembre

50...17, cn, *lisez* en

52... 3, n'est, *lisez* n'étoit

54...21, la le féul, *lisez* la fécule

59... 4, d'indissolubilité, *lisez* l'indissolubilité

Pag. Lig.

60...21, après le mot ordinaire, *mettez deux points, & les ôtez après* servit

62... 2, qu'on peut le lui, *lisez* qu'on peut lui

66... 4, déliquiescens, *lisez* déliquescens

111... 3, ♌, *lisez* ♂

113...26, celles, *lisez* celle

126...20, portes, jardins, *lisez* portes de jardins

137... 9, que rappeler, *lisez* qu'y rappeler

Dans les Mémoires.

Page 57, ligne 32, sur les ponts, *lisez* sous les ponts.
Page 128, ligne 16, résolu par une phase, *lisez* résolu pour une phase.
Page 167, ligne 12, $L = + 57037$, lisez $L = \div 57031$.
Page 200, ligne 27, $37^d\ 4'\ 19''$, *lisez* $37^d\ 4'\ 15''$.

Pag. Col. Lign.				*Lisez*			
309...1... 3		25	9. 54. 10 I.		25		9. 54. 10 I. *dout.*
311...1...21		7 Nov.	8. 10. 40 É. *dout.*		7	Nov.	8. 14. 0 É. *dout.*
315...1...13		19	10. 23. 40 É.		19		10. 23. 40 É. *dout.*
317...2...11	Thury..	26	16. 36. 21 I.	Thury..	25		16. 36. 21 I.
Ibid...2...18	Pékin..	30	15. 40. 15 É.	Pékin..	30		15. 40. 45 É.
322...2...10	Pékin..	11 Janv.	13. 52. 22 É.	Pékin..	11	Janv.	13. 51. 22 É.
323...2...14		22	10. 9. 38 É.	Paris....	22		10. 9. 38 É.
Ibid...2...29	Thury.	17 Oct.	6. 46. 49 É.	Thury..	17	Oct.	6. 46. 29 É.
325...2...10	Stock...	9	5. 57. 15 }	Stock...	9		5. 57. 15 I. }
Ibid...2...11		9	8. 11. 57 I. }		9		8. 11. 57 É. }
326...1...31	Stock...	28	4. 58. 8 É.	Stock...	28		4. 52. 8 É.
Ibid...2... 7	Pékin...	28	15. 2. 25 I.	Pékin...	28		15. 2. 35 I.
Ibid...2...33	Upsal...	1 Mars	6. 28. 25 I.	Upsal...	1	Mars	6. 28. 45 I.
327...2...18	Paris....	26	16. 25. 55 I.	Paris....	26		16. 26. 55 I.
329...1...19	Vienne.	13	12. 50. 1 É.	Vienne.	13	Août	12. 50. 1 É.
331...1... 2	Stock...	2 Sept.	9. 27. 4 É.	Stock...	2	Mai.	9. 27. 4 E.
Ibid...1... 3	Tirnaw	3	15. 47. 51 I.	Tirnaw	3	Sept.	15. 47. 51 I.

HISTOIRE



HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCLXVIII.


L'HISTOIRE de l'Académie n'est ordinairement que celle de ses travaux : Il est cependant des évènemens que l'intérêt même des Sciences, leur gloire & la propre reconnoissance de l'Académie, ne lui permettent pas de passer sous silence.

Ceux dont le récit va commencer l'Histoire de cette année, sont certainement de ce nombre. Dès le 14 Mai 1766, S. A. R. M.gr le Prince héréditaire de Brunswick avoit honoré l'Académie de sa présence : Il desira d'assister, pendant son séjour à Paris, à une de ses séances, & l'Académie n'a différé jusqu'ici d'en faire part au Public que pour joindre ce fait à deux autres qui ont eu l'année 1768 pour époque.

Le 1.er Juin 1768, l'Académie apprit par M. Baër, son

Correſpondant, que l'égliſe de Saint-Olof de Stockolm, dans laquelle le célèbre Deſcartes avoit été enterré, étant dans le cas d'être rebâtie, S. A. R. M.gr le Prince royal de Suède avoit ordonné qu'on conſtruiſît à ſes frais, dans la nouvelle égliſe, un monument magnifique au Philoſophe françois.

La générosité de ce Prince, & l'eſpèce d'hommage qu'il rendoit aux Sciences en la perſonne de celui qui le premier a enſeigné aux hommes la vraie manière de les cultiver, furent ſenties comme ils le devoient être par l'Académie, elle réſolut d'en témoigner ſa reconnoiſſance à S. A. R. Elle chargea ſon Secrétaire d'avoir l'honneur de lui écrire de ſa part, & il le fit en ces termes :

« MONSEIGNEUR,

» L'Académie royale des Sciences n'a pu apprendre, ſans être » pénétrée d'une juſte admiration, la réſolution qu'a priſe Votre » Alteſſe Royale de faire élever à ſes frais, dans la nouvelle égliſe » de Saint-Olof, un magnifique monument au célèbre Deſcartes, » qui y avoit été inhumé. Ce monument, Monſeigneur, que » Votre Alteſſe Royale conſacre à la gloire du Philoſophe françois » qui a le premier ouvert aux hommes la route qui conduit aux » Sciences & à la vérité, eſt une preuve ſans replique de ſon diſ- » cernement & de ſon amour pour elles. En honorant d'une façon » ſi éclatante le mérite, & le mérite même étranger, Votre Alteſſe » Royale s'acquiert un droit légitime ſur la reconnoiſſance & ſur » l'attachement de tous ceux qui cultiveront à jamais les Sciences » ou qui en connoîtront l'utilité. C'eſt à ce titre, Monſeigneur, » que l'Académie, plus ſenſible que qui que ce ſoit à la gloire du » nom François, s'empreſſe à rendre à Votre Alteſſe Royale ce » juſte hommage, expreſſion de ſes ſentimens, qu'elle me charge » de lui préſenter de ſa part ; elle admire un trait que la poſtérité » la plus reculée admirera, & qui couvrira Votre Alteſſe Royale » d'une gloire immortelle. Que n'ont point à eſpérer les Sciences » en Suède, où elles ſont déjà cultivées avec tant de ſuccès, de » la protection d'un Prince qui ſait ſi bien reconnoître le mérite

& témoigner avec autant de magnificence que Votre Alteſſe «
Royale, le cas qu'il en fait? Je ſuis avec un très-profond reſpect, «

MONSEIGNEUR, «

De Votre Alteſſe Royale, «

Le très-humble & très-obéiſſant «
ſerviteur, DE FOUCHY, «
Secrétaire perpétuel de l'Académie royale des Sciences.

A Paris, le 20 Juin 1768.

Le 3 Septembre ſuivant, l'Académie reçut la Lettre ſuivante du Prince Royal, en réponſe à celle qu'elle avoit eu l'honneur de lui écrire.

A Eckholmſund le 26 Juillet 1768.

« MESSIEURS,

L'approbation d'un Corps auſſi célèbre & auſſi utile au genre «
humain, que l'eſt votre Académie, n'a pu que me flatter infi- «
niment : L'action qui me l'a attirée eſt de celles qui honorent «
les Princes, je le ſais, Meſſieurs, & je vous avoue même qu'en «
m'y déterminant, j'ai été animé du deſir d'être compté au nombre «
de ceux qui en ont fait de pareilles, non cependant par aucun «
motif de vanité, je vous prie d'en être perſuadés; mais parce que «
je crois que le plus ſûr moyen de rendre les hommes meilleurs «
& plus heureux, eſt de les éclairer, & qu'ainſi le premier devoir «
des Princes eſt d'honorer les Lettres & ceux qui les cultivent: «
c'eſt par ces ſentimens que je me flatte de mériter toujours vos «
ſuffrages, & de vous convaincre de la ſincérité avec laquelle «
je ſuis, Meſſieurs, «

Votre très-affectionné, «
GUSTAVE. «

Le voyage que Sa Majeſté le Roi de Danemarck fit en France cette année, procura à l'Académie l'honneur de recevoir ce Monarque. Elle fut avertie que Sa Majeſté Danoiſe deſiroit aſſiſter à une de ſes Aſſemblées, & qu'elle avoit choiſi celle du

3 Décembre pour l'honorer de sa présence; mais que voulant aussi visiter l'Académie Françoise & celle des Belles-Lettres, ce Prince ne viendroit à l'Académie des Sciences qu'après la séance commencée; elle commença donc & se tint à l'ordinaire jusqu'au moment où l'on fut informé de l'arrivée du Roi de Danemarck: alors l'Académie en corps, les Officiers à la tête, alla le recevoir à la porte de la Chapelle par où il avoit passé en venant de l'Académie des Belles-Lettres, & le conduisit dans la Salle, où Sa Majesté prit place dans un fauteuil placé au milieu de la table des Honoraires. Tout le monde étant resté debout, il invita la Compagnie à s'asseoir: il avoit à sa droite M. le Comte de Saint-Florentin, Président; à sa gauche M. le Marquis de Courtanvaux, Vice-président; à la droite de M. de Saint-Florentin, M. du Hamel, Directeur; à la gauche de M. de Courtanvaux, M. d'Alembert, Sous-directeur; & ensuite, à droite & à gauche, M.rs les Honoraires & les autres Académiciens dans leurs places ordinaires. On avoit disposé dans le parquet, pour la suite de Sa Majesté Danoise, & autour de la Salle, des siéges & des banquettes pour les personnes que la curiosité y avoit attirées; & comme l'Académie regardoit cette journée comme un jour de fête pour elle, les Dames même y avoient été admises & remplissoient les tribunes.

Tout le monde étant en place, M. d'Alembert lut le Discours suivant adressé à l'assemblée:

« MESSIEURS,

» La Philosophie, toute portée qu'elle est à fuir l'éclat & l'appareil, » a cependant quelque droit à l'estime des hommes, puisqu'elle » travaille à les éclairer. Mais la simplicité qui fait son caractère, » ne lui permet pas de s'annoncer & de se faire valoir elle-même. » Peu imposante & peu active, elle a besoin, pour se produire avec » confiance, de protecteurs puissans & respectés. Il est réservé aux » Rois de rendre ce service à la Philosophie, ou plutôt aux » hommes. Contente des regards du Sage, la vérité aime à s'en- » sévelir avec lui dans la retraite; c'est aux Souverains, dont » l'opinion & l'exemple ont souvent plus de pouvoir que leur

volonté même, à tirer de cette retraite la vérité modeſte & «
timide, & à la placer près de ce Trône où tous les yeux ſont «
attachés. Il eſt vrai, Meſſieurs, que l'avantage de la raiſon eſt «
de ſe voir tôt ou tard écoutée & ſuivie; qu'elle exerce ſur les «
eſprits, ſans bruit & ſans effort, une autorité lente & ſecrette, «
& par-là même plus aſſurée; que le moment de ſon triomphe «
arrive enfin, quelqu'obſtacle qu'on y oppoſe: mais la gloire des «
Princes eſt de hâter ce moment; & le plus grand bonheur d'une «
Nation, eſt que ceux qui la gouvernent ſoient d'accord avec ceux «
qui l'inſtruiſent. «

Quelle douce ſatisfaction ne doit donc pas reſſentir une «
Compagnie de gens de Lettres, quand elle voit ceux que les «
Peuples ont pour maîtres & prennent pour modèles, s'inté- «
reſſer à ſes travaux, les encourager par leur eſtime, les animer par «
leurs regards? Nous avons joui plus d'une fois, Meſſieurs, «
de ce précieux avantage. Nous avons eu le bonheur de voir «
notre auguſte Monarque, à peine ſorti de l'enfance, honorer «
de ſa préſence nos Aſſemblées, entrer dans le détail de nos «
occupations, & nous annoncer par cet heureux préſage la pro- «
tection qu'il leur accorde. Nous avons vu le Souverain d'un «
vaſte Empire, né dans le ſein de la barbarie avec un génie «
créateur, venir chercher dans ce ſanctuaire des Sciences le flambeau «
qu'il devoit ſecouer ſur la tête de ſa Nation, engourdie ſous le «
double eſclavage de la ſuperſtition & du deſpotiſme. Qu'il eſt «
flatteur pour nous de joindre aujourd'hui à ces noms reſpectables «
celui d'un jeune Prince, qui après avoir montré à la Nation «
françoiſe les qualités aimables auxquelles elle met tant de prix, «
prouve qu'il ſait mettre lui-même un prix plus réel à la raiſon «
& aux lumières! Il donne cette leçon par ſon exemple, non- «
ſeulement à ceux qui placés comme lui de bonne heure ſur le «
trône, n'en connoîtroient pas auſſi-bien que lui les beſoins & les «
devoirs, mais à ceux même, qui placés moins haut, auroient le «
malheur de regarder l'ignorance & le mépris des talens comme «
l'apanage de la naiſſance & des dignités. Raſſaſié, & preſque «
fatigué de nos fêtes, il vient dans cet aſile de la Philoſophie ſe «
dérober pour quelques momens aux plaiſirs qui le pourſuivent; «
& les amuſemens dont on l'accable augmentent ſon empreſſement «

» à connoître cette partie de la Nation, que les Étrangers & leurs » Souverains semblent honorer particulièrement de leur estime. » Quoique déjà très-instruit, quoique jeune, & quoique Prince, » (que de titres pour la présomption!) il croit qu'il lui reste en- » core à apprendre, & qu'on ne peut être trop éclairé quand on » tient les rênes d'un grand Empire. Souverain d'un royaume où » les Sciences sont cultivées avec succès, il n'avoit pas besoin sans » doute de sortir de chez lui pour les trouver. Mais il sait que » la Nature, qui n'a pas réuni tous les talens dans un seul homme, » n'a pas non plus concentré toutes les lumières dans un seul » peuple; il voyage donc, pour ajouter de nouvelles richesses à » celles qu'il possède, & pour les rapporter & les répandre dans » les États qui lui sont soumis; persuadé que les Sciences sont une » espèce de commerce, où toutes les Nations éclairées doivent à la » fois donner & recevoir. Cette vérité, Messieurs, est trop » essentielle au progrès des Lettres pour être oubliée ou méconnue » de ceux qui les cultivent. La Nation françoise en particulier, » (nous osons attester ici les respectables Étrangers qui nous écoutent) » a toujours vivement senti les avantages de ce commerce mutuel. » Quoique sa Langue & ses Écrits soient répandus par toute » l'Europe, quoique les Lettres soient aujourd'hui le plus solide » fondement de sa gloire, elle n'en reconnoît pas moins tout ce » qu'elle a reçu des autres peuples; peut-être même la justice qu'elle » aime à leur rendre, est un des traits qui la caractérisent le plus; » au moins devroit-il la garantir du reproche de présomption qu'on » se plaît un peu trop à lui faire. L'Académie aime sur-tout à se » rappeler en ce moment, qu'elle a été redevable au Danemarck » de deux hommes, justement comptés au nombre de ses plus » illustres Membres, Roëmer, connu par l'importante découverte » de la vîtesse de la lumière, & Winslow, l'un des plus grands » Anatomistes de son temps. Il n'y a qu'un petit nombre d'années » que ce dernier étoit encore au milieu de nous: les Élèves qu'il a » formés y ont consacré son image*, & l'un des premiers objets » qui dans cette Salle s'offre aux regards du Souverain que nous

* Le buste de M. Winslow est dans la Salle d'assemblée de l'Académie, à laquelle il a été donné, de même que celui de M. de Reaumur, par M. Hérissant.

avons l'honneur d'y recevoir, eſt le buſte d'un Savant né dans « ſes États, & devenu notre Confrère. Nous ne parlons encore « que comme Académiciens & comme François, de notre recon- « noiſſance envers la nation Danoiſe. Cette reconnoiſſance ſeroit « bien plus étendue, ſi, comme citoyens de l'Europe littéraire, nous « voulions détailler les obligations que les Sciences ont depuis « long-temps à cette Nation éclairée. Un ſeul nom, mais un nom « immortel, nous diſpenſera d'en citer beaucoup d'autres, celui du « célèbre Tycho-Brahé, qu'à la vérité un malheureux ſcrupule « théologique écarta du vrai ſyſtème du monde, mais dont les « travaux pleins de génie & les obſervations précieuſes, ont ſervi « de baſe aux grandes découvertes qui ont mis ce ſyſtème hors « d'atteinte. Ce n'eſt pas ſeulement à l'Aſtronomie, à ce chef- « d'œuvre de la ſagacité humaine, que la nation Danoiſe a rendu « des ſervices éclatans. Pour nous borner au plus récent de tous, « les peuples qui prennent quelqu'intérêt au progrès des lumières, « pourroient-ils oublier ce qu'ils doivent aux Savans Danois, qui « viennent de parcourir les déſerts de l'Aſie & de l'Afrique, pour « augmenter par leurs recherches le dépôt des connoiſſances hu- « maines? Vous n'ignorez pas, Meſſieurs, & vous l'avez appris « avec douleur, que preſque tous ont péri dans ce voyage, victimes « reſpectables & infortunées de leur zèle. Un ſeul d'entr'eux ſemble « n'avoir échappé à la mort, que pour conſerver à leur patrie & à « la poſtérité les précieux fruits de leurs travaux. Puiſſent les Sciences « & les Lettres, pour leſquelles ils ſe ſont dévoués avec tant de « courage, rendre à leur mémoire le même honneur que Rome « & la Grèce rendoient autrefois aux généreux citoyens, qui « avoient perdu la vie dans les combats! Puiſſent toutes les Aca- « démies de l'Europe graver ſur leur tombe cette inſcription ſimple « & touchante, que le patriotiſme antique a conſacrée! *ILS SONT* « *MORTS POUR LA RÉPUBLIQUE!* * «

Ces bienfaits ſignalés d'une Nation envers les autres, ſont «

* Voici les noms de ces Savans : M. Van-Staven, Profeſſeur en Philo-ſophie; M. Forskal, Phyſicien; M. Cramer, Médecin; M. Neibuhr, Mathématicien : Les trois premiers ſont morts en Arabie avec M. Paurein-feind, Deſſinateur. M. Neibuhr ſeul eſt revenu en Europe.

» pour le Souverain qui la gouverne, un engagement de les perpétuer; & l'accueil dont ce Souverain honore aujourd'hui les Lettres, nous assure, Messieurs, qu'il remplira ce qu'elles attendent de lui. Ce jour sera à jamais célèbre dans les fastes de l'Académie, & nos Muses ne seront point ingrates. Pour exprimer leurs sentimens, elles n'auront point à s'avilir par une adulation indigne d'elles, & plus indigne encore d'un Monarque qui vient s'asseoir dans ce Temple de la vérité. Cette vérité qui préside ici & qui nous entend, désavoueroit un si méprisable hommage. L'éloge des bons Rois est dans le cœur du peuple; c'est-là que les gens de Lettres trouveront celui du Prince, qui acquiert de si justes droits à leur reconnoissance. Ils transmettront à la postérité les traits mémorables de bienfaisance, qui ont rendu les premières années de son règne si chères à l'humanité, & que la France * a déjà célébrées par la voix du plus illustre de ses Écrivains. Ils conserveront à l'Histoire l'exemple de sagesse & de courage tout à la fois que ce Prince a donné des premiers à l'Europe, en subissant, pour se conserver à ses Sujets, l'épreuve de l'inoculation, dont la destinée singulière est d'effrayer encore la multitude, lorsqu'elle n'effraye plus les Souverains. Puissent, Messieurs, vos justes hommages entretenir à jamais dans ce jeune Monarque l'amour de la véritable gloire, si nécessaire à ceux que leur élévation donne en spectacle à leur siècle, & qui ne pourroient mépriser son suffrage, sans mépriser les vertus dont ce suffrage est la récompense. »

La lecture de ce Discours étant finie, M. du Séjour lut un extrait de son Mémoire sur le passage de Vénus sur le Soleil, du 3 Juin 1769, qu'il avoit lû à l'Assemblée publique du 12 Novembre; ensuite M. l'Abbé Nollet lut un Mémoire contenant plusieurs expériences sur l'évaporation des liqueurs spiritueuses & sur leur pénétrabilité. Ces expériences furent faites par M. Brisson, en présence de Sa Majesté Danoise, qui parut prendre le plus grand intérêt à l'une & à l'autre lecture.

* On veut parler ici des secours donnés par Sa Majesté le Roi de Danemarck, à une famille malheureuse du Languedoc, & célébrés dans une pièce de M. de Voltaire qui commence ainsi : *Eh quoi, généreux Prince, &c.*

La

La ſéance, qui fut prolongée au-delà du terme ordinaire, étant finie, le roi de Danemarck demanda à voir le buſte de M. Winſlow, qui eſt dans la Salle, & qu'on lui montra. Il ſortit enſuite; & l'Académie en corps, les Officiers à la tête, le reconduiſit à ſon carroſſe.

La gloire des Sciences & celle d'un Prince cher à la France, ne nous permettent pas de paſſer ici ſous ſilence un fait dont le Diſcours de M. d'Alembert a été l'occaſion. Une copie de ce Diſcours étant tombée entre les mains de S. A. R. l'Infant Duc de Parme, ce Prince en fit une traduction qu'il envoya à M. d'Alembert, écrite toute entière de ſa main; & ce dernier lui en ayant témoigné ſa vive & reſpectueuſe reconnoiſſance, l'Infant lui fit l'honneur de répondre par une Lettre, auſſi de ſa main. La modeſtie de M. d'Alembert nous en a caché une partie; mais nous ne pouvons nous diſpenſer d'en citer quelques endroits, auſſi honorables pour les Sciences que pour le Prince, & pour ceux qui ont préſidé à ſon éducation. *

Les vérités exprimées dans votre Diſcours, dit-il à M. d'Alembert, *ſont des règles pour les Princes; je l'ai traduit, afin de les imprimer dans mon ame . . . . .Ce Diſcours m'a fait d'autant plus de plaiſir que j'y retrouve les ſentimens d'humanité qu'on m'a inſpirés dès l'enfance. Je ſens combien les lumières peuvent contribuer au bonheur des peuples en dirigeant la conduite du Prince. Je ſens auſſi que l'eſtime de ceux qui éclairent les Nations eſt capable d'adoucir toutes les peines du Gouvernement.* Que n'a-t-on point à eſpérer d'un Prince qui ſait ſi bien exprimer de pareils ſentimens !

* M. de Keralio, Gouverneur du Prince; M. l'Abbé de Condillac, Précepteur.



PHYSIQUE GÉNÉRALE.

SUR LE MOUVEMENT DU MERCURE DANS LES BAROMÈTRES.

V. les Mém. p. 247.

L'UTILITÉ du Baromètre est connue de tout le monde physicien, non-seulement il indique la pesanteur absolue de l'atmosphère & ses variations, mais il peut encore servir à mesurer l'élévation des montagnes & la profondeur des souterrains, & même à donner par des observations faites à des hauteurs très-différentes, la loi de la condensation de l'air; il sert d'ailleurs à vérifier le vide dans les expériences de la machine pneumatique; en un mot, il est employé à tant d'usages différens, qu'on peut le regarder comme un des instrumens les plus nécessaires aux Physiciens.

Mais plus les usages du Baromètre sont multipliés, plus il est essentiel qu'il soit exact; & il n'est que trop ordinaire d'en rencontrer qui ne le sont pas, défaut si dangereux, que dans ce dernier cas, au lieu de conduire à la vérité, il mène infailliblement à des erreurs d'autant plus grossières qu'il s'écarte plus de la perfection.

C'est dans la vue de remédier à un inconvénient si considérable, que M. le Cardinal de Luynes a entrepris le travail dont il a donné le résultat à l'Académie; & duquel nous allons essayer de rendre compte.

Les défauts d'un baromètre ne peuvent venir que du mercure qui le remplit, du tuyau qui le contient, ou enfin de la manière dont il a été chargé: ces trois objets ont été soigneusement discutés par Son Éminence, le mercure qu'il employoit avoit été revivifié du cinabre, & purgé par cette opération de toutes les matières étrangères qui auroient pu altérer son poids ou sa fluidité; & par conséquent on n'avoit rien à craindre de ce côté-là.

Les défauts qui peuvent naître du tuyau ſont plus nombreux, le verre dont il eſt compoſé ne doit avoir aucune fêlure, aucune ouverture qui puiſſe donner paſſage à l'air; & nous verrons bientôt que dans des tuyaux ſcrupuleuſement examinés, même avec une forte loupe, il s'en trouve d'imperceptibles qui altèrent ou même anéantiſſent à la longue tout l'effet du baromètre; il ne doit ſe trouver dans leur intérieur aucunes aſpérités qui puiſſent retenir ou gêner le mouvement du mercure: enfin on s'eſt aperçu que dans les tuyaux d'un très-petit diamètre, le mercure étoit comme gêné, & s'élevoit beaucoup moins que dans ceux d'un plus grand calibre.

M. le Cardinal de Luynes examina ſoigneuſement les différens tuyaux qu'il deſtinoit à ſes expériences, & il en choiſit d'abord cinq, dont les diamètres étoient depuis $\frac{2}{3}$ de ligne juſqu'à 13 lignes $\frac{1}{4}$; trois autres tubes de 2 lignes $\frac{1}{4}$ de diamètre, furent deſtinés à d'autres expériences, ils furent tous nettoyés & ſéchés avec ſoin.

Ces tubes une fois préparés, il ne s'agiſſoit plus que de les charger, & cette opération étoit la plus délicate de toutes; celui de $\frac{2}{3}$ de ligne & celui de 2 lignes $\frac{1}{3}$, furent chargés le mercure étant exceſſivement bouillant; il s'agiſſoit de charger de même celui de 13 lignes $\frac{1}{4}$ de diamètre, mais cette opération n'étoit pas ſans difficulté, comment oſer en effet expoſer un tuyau de cette groſſeur au feu néceſſaire pour faire bouillir le mercure? comment l'y ſoutenir chargé d'une ſi énorme colonne de vif-argent? comment enfin le ſoutenir pendant l'opération? Les précautions de M. le Cardinal de Luynes, & l'adreſſe du ſieur Cappy qui le ſeconda dans cette occaſion, firent diſparoître ces difficultés. Son Éminence fit conſtruire une eſpèce de fourneau, compoſé de deux cylindres de gros fil-de-fer, dans l'entre-deux deſquels on mettoit les charbons allumés, tandis que le tube qu'on ſoutenoit debout au milieu du vide du cylindre intérieur recevoit l'action du feu qu'on pouvoit gouverner à volonté: le tuyau étoit ſoutenu par un couſſinet qu'on tenoit à la main pour empêcher que le poids du mercure n'en fît partir le fond ou n'y occaſionnât des fêlures; enfin on ne faiſoit bouillir le mercure

que par parties, & ſucceſſivement juſqu'à ce que le tube fût entièrement rempli, alors on le ferma à l'aide d'une virole de buis qu'on y avoit maſtiquée, & il fut ſoigneuſement gardé en cet état juſqu'à ce que la monture fût prête.

Des quatre autres tuyaux, le premier qui avoit $\frac{2}{3}$ de ligne, fut chargé le mercure exceſſivement bouillant, de même que le ſecond qui avoit 2 lignes $\frac{1}{3}$; le troiſième, de 2 lignes $\frac{1}{2}$ de diamètre, fut chargé à froid avec un entonnoir à longue queue, très-déliée, qui portoit le mercure preſque juſqu'au fond du tuyau; & enfin le quatrième, fut chargé avec du mercure très-chaud, mais ſans le faire bouillir.

Les précautions les plus grandes ont été priſes pour renverſer les tuyaux, & les plonger dans la boîte qui devoit ſervir de récipient au mercure, ſans y laiſſer rentrer aucune portion d'air; ces boîtes étoient formées de bois dur & creuſées en plein bois; Son Éminence ayant trouvé que ces ſortes de boîtes étoient plus commodes & auſſi ſûres que celles qu'on pourroit leur ſubſtituer.

La colonne de mercure qui répond à la peſanteur de l'atmoſphère, doit être meſurée depuis la ſurface du mercure dans le récipient, juſqu'à celle du haut de la colonne dans le tuyau; or il eſt certain que lorſque cette colonne augmente, il entre du mercure de la boîte dans le tuyau, & que par conſéquent ſa ſurface baiſſe; d'où il ſuit que pour avoir la hauteur abſolue de la colonne, il faut ajouter à l'élévation du mercure dans le tuyau l'abaiſſement de celui de la boîte: tant que le diamètre du tuyau eſt très-petit par rapport à celui de la boîte, cet abaiſſement eſt inſenſible, mais quand le tuyau eſt gros, l'abaiſſement dans la boîte n'eſt pas à négliger; & pour s'en aſſurer M. le Cardinal de Luynes fit percer le couvercle, de manière qu'une petite tige de fil-de-laiton, portée ſur un liége qui flotoit ſur le mercure, pût paſſer par cette ouverture; d'où il réſultoit que les variations de hauteur de la baſe ſe trouvoient exactement marquées par l'index attaché à cette tige, ſur une diviſion fixée au couvercle de la boîte; & ce fut dans cet état que ce baromètre & les quatre autres dont nous venons de parler furent mis en expérience.

En même temps que M. le Cardinal de Luynes avoit préparé les cinq tubes dont nous venons de parler, il en avoit encore préparé un autre d'une façon différente, celui-ci avoit été nettoyé à l'esprit-de-vin; son diamètre étoit de 2 lignes $\frac{1}{2}$, & il fut chargé à froid avec l'entonnoir à longue queue. Son Éminence fut extrêmement surprise en voyant que le mercure ne s'y soutenoit qu'à 26 pouces 7 $\frac{1}{2}$ lignes, ce même tube ayant été déchargé & rechargé, le mercure très-bouillant; la colonne de mercure s'y trouva à la même hauteur que dans un des baromètres précédens qui avoit même calibre, & qui avoit aussi été chargé avec le mercure très-bouillant; il restoit à savoir si le peu de hauteur de la colonne dans la première expérience, venoit de la manière de charger le baromètre, ou de ce que le tuyau avoit été lavé intérieurement d'esprit-de-vin, & nous verrons bientôt les raisons que Son Éminence avoit de le soupçonner; en effet, un tuyau ayant été chargé à froid sans entonnoir, & en prenant toutes les précautions possibles, le mercure s'y soutint à la même hauteur que dans un tuyau presque de même diamètre, chargé de mercure très-bouillant; le même tuyau ayant été ensuite déchargé, fut lavé avec de l'esprit-de-vin, & desséché avec un linge blanc & bien sec, & ayant été rechargé avec le même mercure & le plus grand soin, le vif-argent ne s'y soutint qu'à un pouce plus bas que dans le baromètre de comparaison.

La raison qui avoit porté M. le Cardinal de Luynes à soupçonner que l'esprit-de-vin nuisoit à la hauteur du mercure dans les baromètres, étoit que la même chose lui étoit arrivée plusieurs années auparavant avec deux tubes absolument pareils qui ne différoient que parce que l'un des deux avoit été lavé avec de l'esprit-de-vin; & que dans ce dernier le mercure étoit toujours demeuré un pouce plus bas que dans l'autre, malgré toutes les précautions qu'on prit pour les sécher exactement.

Des observations de M. le Cardinal de Luynes, consignées pour la plus grande partie dans des Tables jointes à ce Mémoire; il résulte que les baromètres chargés le mercure étant excessivement bouillant, sont ceux où il reste le moins d'air; que leurs marches sont les plus régulières, lors même que le tuyau n'a qu'un diamètre

de $\frac{2}{3}$ de ligne ou au-deſſous; que les baromètres chargés à froid avec l'entonnoir à longue queue, ſe tiennent beaucoup plus bas que ceux qui ont été chargés le mercure bouillant; que ceux qui ont été chargés ſans entonnoir, & avec précaution, même avec du mercure froid, ſe maintiennent preſqu'à la même hauteur que ceux qui l'ont été avec du mercure bouillant : mais que ceux dont les tubes ont été lavés avec de l'eſprit-de-vin, ſont de tous ceux où le mercure ſe tient le plus bas, à moins qu'on ne les charge avec du mercure bouillant exceſſivement, auquel cas ils ſe tiennent auſſi haut que les autres; que dans les tubes d'un très-grand diamètre, le mercure ſe tient plus haut de quelques lignes que dans les baromètres ordinaires; que de toutes les méthodes uſitées pour charger les baromètres, la plus mauvaiſe eſt de les charger avec l'entonnoir à longue queue; & qu'enfin ſi on n'apporte pas le plus grand ſoin à cette opération, on court riſque de tomber dans d'énormes erreurs; les expériences faiſant voir qu'on pourroit croire la colonne d'air beaucoup plus courte & moins peſante qu'elle ne l'eſt réellement: M. le Cardinal de Luynes termine ce Mémoire par deux réflexions.

La première eſt ſur la lumière phoſphorique du baromètre, on regarde communément cette lumière comme une preuve aſſurée que le haut du baromètre eſt abſolument purgé d'air: cependant une obſervation qu'il a faite il y a environ vingt ans, eſt une preuve ſans replique que cette règle eſt ſujette à reſtriction; il avoit chargé un baromètre, en faiſant chauffer le mercure, partie par partie, & l'opération étant finie, le baromètre au moindre balancement donna une lumière très-vive; mais il y avoit au haut du tube une fêlure imperceptible, par laquelle l'air y rentroit peu à peu, & il ne fut pas plutôt mis en expérience que le mercure commença à baiſſer. Son Éminence ſuivit la diminution de la colonne juſqu'à ce qu'elle n'eût plus que 4 pouces de haut, & pendant tout ce temps il ne ceſſa de donner de la lumière; il eſt vrai que cette lumière qui d'abord étoit très-vive, & paroiſſoit aux premiers balancemens avoir toujours diminué de vivacité, & ne paroiſſoit plus qu'après un grand nombre de balancemens; d'où il réſulte, qu'à la vérité, quand un baromètre donne une lumière

très-vive aux moindres balancemens, on peut conclure qu'il est bien purgé d'air; mais que si cette lumière est foible, pâle & qu'il faille un grand nombre de balancemens pour l'exciter, ce n'est pas une marque du vide parfait dans le tube, puisqu'elle peut subsister en cet état avec une quantité d'air suffisante pour réduire la colonne à 4 pouces de hauteur.

L'autre remarque est sur les précautions qu'on doit prendre quand on charge un baromètre avec du mercure excessivement bouillant, sur-tout si le tuyau est d'un très-grand diamètre; on doit éviter de faire cette opération dans un lieu trop petit & trop clos, elle doit être faite à l'air si on veut éviter l'altération que pourroit causer à la santé le mercure réduit en vapeur qui s'élève : on doit de même prendre garde de laisser dans cet endroit aucune dorure ni rien de métallique, excepté le fer, & de n'avoir sur soi ni galon ni bijou d'or ou d'argent, cette vapeur s'y attacheroit infalliblement, & gâteroit sans retour tout ce qui ne pourroit pas soutenir l'action du feu nécessaire pour la faire partir. On doit encore conduire l'opération avec toute la prudence & toute la patience possibles, pour éviter de faire casser les tubes & de perdre une quantité considérable de mercure : on ne sauroit trop avertir ceux qui font des expériences de Physique, des inconvéniens auxquels ils pourroient être exposés, il en restera encore assez qui n'auront pas été prévus.

SUR UN MOYEN DE REMÉDIER AUX INCONVÉNIENS DES DÉBÂCLES.

ON ne connoît que trop à Paris le danger que les glaces & sur-tout les débâcles, font essuyer aux bateaux qui sont dans ses ports, & les pertes fréquentes qu'elles occasionnent; cette année a été une des plus fertiles en accidens de toute espèce, & le nombre de malheurs que la débâcle a causés, a engagé M. de Parcieux à chercher les moyens de prévenir à l'avenir de pareils accidens.

V. les Mém. p. 54.

Le premier pas à faire, quand on veut tenter de remédier à un mal, eſt d'en connoître les circonſtances & les cauſes; c'eſt auſſi par-là que M. de Parcieux a commencé.

Il arrive bien rarement, ou même il n'arrive preſque jamais que la rivière de Seine & celle de Marne débâclent en même temps, & c'eſt un grand bonheur qu'elles ne partent que l'une après l'autre. Le canal même de la Seine ne ſe fermeroit jamais ſi les glaçons ne trouvoient aux piles des ponts des obſtacles qui les arrêtent; mais s'il ſe trouve, comme il ne manque pas d'arriver, des glaçons diſpoſés à s'arranger en ceintre, il ſe forme une arcade couchée qui s'appuye ſur les piles de part & d'autre, & qui retient les glaçons au-deſſus; auſſi voit-on que dès que cela eſt arrivé, toute la partie qui eſt au-deſſous ou, comme diſent les gens de rivière, à l'aval de l'endroit où l'embarras s'eſt formé, demeure vide de glaçons.

Une ſeconde cauſe du dégât que font les glaces dans les débâcles, eſt l'impoſſibilité de pouvoir mettre en ſûreté les bateaux le long des bords de la rivière, & de caſſer les glaces qui s'y forment dès que la rivière commence à charier; car alors on ne peut plus aller ſur ſa ſurface ſans s'expoſer au plus grand danger.

Une troiſième cauſe eſt ce que les gens de rivière nomment *rencharge*, c'eſt-à-dire l'amas des glaçons qui deſcendent d'en haut, & qui, arrêtés par ceux qui barrent les ponts, s'amoncèlent les uns ſur les autres, & forment une maſſe dont les efforts animés par le courant, deviennent redoutables; ce qui n'arriveroit certainement pas ſi le milieu du lit de la rivière & les arches des ponts reſtoient libres.

Voici comment M. de Parcieux remédie à ces inconvéniens.

Puiſque lorſque la rivière eſt priſe, & les glaçons arrêtés à un certain endroit, toute la partie du courant qui eſt au-deſſous demeure libre, il eſt clair que ſi on pouvoit par quelque moyen faire prendre la rivière au-deſſus de Paris, tout ſon canal dans la ville n'auroit d'autres glaçons que ceux qui pourroient ſe former vers ſes bords, & qu'on ſeroit toujours le maître de caſſer journellement, de même que de ranger les bateaux à l'abri du courant des glaces quand la débâcle arriveroit, & qu'il eſt,

comme

comme nous venons de le dire, impossible de faire dès que la rivière commence à charier.

Le moyen qu'emploie M. de Parcieux, pour produire cet effet, est extrêmement simple. Nous venons de dire que la Seine & la Marne ne faisoient jamais leur débâcle ensemble; cette circonstance a déterminé M. de Parcieux à ne barrer que le canal de la Seine un peu avant sa jonction avec la Marne: la largeur de son lit est en cet endroit d'environ soixante-dix ou quatre-vingts toises; il y établit deux palées de pieux pareilles aux piles d'un pont de bois, qui partagent en trois la largeur du lit; & à ces pieux il amarre des chaînes de madriers flottans, attachés ensemble par les bouts avec des crochets & des anneaux de fer.

Il est évident que ces palées ne gêneront pas la navigation, parce qu'elles laissent entr'elles un intervalle suffisant, & qu'elles seront assez élevées hors de l'eau pour être aperçues. Mais lorsque la rivière sera prête à charier, ce qu'on connoîtra aisément par le thermomètre, les chaînes de madriers flottans qu'on mettra alors, retiendront le bousin ou glace spongieuse qui se forme la première, & ensuite les autres glaçons, qui se prendront infailliblement, & dès que la rivière sera entièrement prise, on en détachera les madriers pour les serrer.

Les glaces étant ainsi arrêtées, le canal de la rivière demeurera absolument libre jusqu'au dessous de Paris, on pourra ranger à l'aise les bateaux & casser la glace des bords; & lorsque la débâcle viendra, les glaçons ne trouvant aucune résistance couleront librement, & il ne s'y fera jamais de rencharge ni d'accumulation de glace, ce qui diminuera infiniment le danger des débâcles & les dommages qu'elles peuvent causer.

Mais pour mettre absolument les bateaux & les marchandises hors d'atteinte, M. de Parcieux propose d'établir dans Paris même une *Gare*, à très-bon marché; il prend pour cela le petit bras de la rivière, depuis la pointe du terrein* jusqu'à sa réunion avec le grand bras au-dessous du Pont-neuf, cet espace un peu approfondi & fermé par en haut d'une estacade de charpente

* Ce qu'on nomme *terrein*, est le jardin du Chapitre de N. D. situé à la pointe orientale de l'île du Palais.

ſuffiſante pour arrêter les glaces, deviendroit une retraite aſſurée pour les bateaux, qu'on y feroit entrer d'autant plus aiſément que la rivière priſe plus haut laiſſeroit toute liberté de les y conduire pendant la gelée, ſans craindre les glaçons.

On pourroit peut-être craindre que la dépenſe néceſſaire à ces établiſſemens ne fût capable d'empêcher de les entreprendre; mais le zèle de M. de Parcieux a prévenu cette objection, & il s'eſt aſſuré par un cacul exact & éclairé, & par les avis des gens de l'Art, que la dépenſe étoit modique relativement à cet objet & à l'immenſe utilité qui en réſulteroit. Ce Mémoire ſera le dernier effet du zèle patriotique de M. de Parcieux, la mort qui nous l'a enlevé cette année, a fait perdre avec lui une grande quantité d'idées heureuſes & utiles que lui fourniſſoient ſon ſavoir & ſon cœur vraiment citoyen.

SUR LA
CIRCULATION DE L'AIR DANS LES MINES.

V. les Mém. p. 218.

ON ne connoît que trop le danger que le défaut de la circulation de l'air dans les Mines, fait courir à ceux qui ſont employés à leur exploitation; il les expoſe non-ſeulement à être étouffés faute de pouvoir y reſpirer, ou du moins à y ſouffrir beaucoup de ce chef, mais encore à y être empoiſonnés par les exhalaiſons malfaiſantes qui s'y amaſſent, & même à y périr par des vapeurs inflammables qui s'allument au feu des lampes qui les éclairent, & qui tuent infailliblement tous ceux qui n'ont pas le temps ou la préſence d'eſprit de ſe coucher à plate-terre. Les exemples de ces accidens ſont malheureuſement trop fréquens, pour qu'on puiſſe les révoquer en doute.

La circulation de l'air dans les mines, eſt le moyen le plus aſſuré de faire diſparoître tous ces inconvéniens, & travailler à la procurer eſt rendre un des plus grands ſervices qu'on puiſſe rendre à l'humanité, & ſur-tout à ceux que leur état attache aux travaux des mines.

C'eſt à fournir les moyens de procurer cette circulation ſi

néceſſaire que ſont deſtinés les Mémoires de M. Jars, dont nous avons à rendre compte. Une obſervation qu'il fit dans les mines de Cheſſy, lui donna lieu de démêler le principe ſur lequel eſt fondée toute la théorie: ces mines ſont percées dans la pente d'une colline ſous laquelle les galeries s'enfoncent preſque horizontalement, & d'eſpace en eſpace on y a percé, autant qu'on a pu, des puits de reſpiration qui pénètrent dans les galeries, & dont l'orifice eſt placé plus ou moins haut ſur les collines. Il s'aperçut que le courant d'air qui s'établiſſoit en été dans les galeries, avoit une direction abſolument oppoſée à celle du courant qui avoit lieu en hiver; c'en fut aſſez pour l'engager à rechercher la cauſe de ce ſingulier phénomène, & voici la raiſon très-plauſible qu'il en donne.

Lorſqu'une galerie eſt, comme celles de Cheſſy, percée par un puits de reſpiration, il y a, tant à l'embouchure de la galerie qu'à celle du puits, une colonne d'air qui s'étend juſqu'au ſommet de l'atmoſphère. La colonne qui appuie ſur l'orifice de la galerie eſt compoſée toute entière de l'air extérieur & a la même température que lui; celle qui appuie ſur l'orifice du puits eſt à l'extérieur compoſée du même air, mais depuis l'orifice du puits juſqu'à la galerie, l'air de la colonne eſt à la température des caves. Les deux colonnes ſont donc néceſſairement inégales en poids, quoiqu'égales en longueur; en hiver, l'atmoſphère étant plus froide, & par conſéquent plus peſante que l'air de l'intérieur de la mine, la colonne du puits, compoſée en partie de ce dernier, eſt plus légère que celle qui ſe préſente à l'embouchure de la mine: celle-ci chaſſe donc l'air de la galerie, & le fait ſortir par le puits. En été, au contraire, l'air extérieur étant plus léger & plus chaud que celui de la mine, la colonne du puits, compoſée en partie de ce dernier, devient la plus peſante, & l'air ſortira par l'ouverture de la galerie.

De cette obſervation & de la théorie à laquelle elle ſert de baſe, il réſulte que lorſque l'air extérieur ſera à la même température que celui de la mine, les deux colonnes étant alors de même poids, il ne s'établira dans la galerie aucun courant, & c'eſt effectivement ce qui arrive dans ces mines & dans beaucoup d'autres ſemblablement ſituées, dans leſquelles on eſt obligé de ſuſpendre

les travaux à la pouſſe & à la chute des feuilles, c'eſt-à-dire, pour parler le langage de la bonne Phyſique, dans les temps où l'air extérieur eſt à la même température que celui des mines.

Le même inconvénient ſe trouvera encore dans les mines dont les galeries ſont horizontales, & placées ſous une plaine qui l'eſt auſſi; inutilement tentera-t-on d'y donner de l'air en perçant un grand nombre de puits, l'égalité de toutes les colonnes d'air qui pénétreroient par-là dans la mine, les mettroit en équilibre, & il ne s'y établiroit aucun courant.

On peut cependant rappeler ces eſpèces de mines à l'état de celles qui ſont percées dans les collines, l'art aidé du principe de M. Jars, peut donner ce qu'avoit refuſé la Nature; il ne s'agit pour cela que d'établir une inégalité de poids dans les colonnes qui inſiſtent ſur deux puits, pour qu'il s'établiſſe un courant d'air dans la galerie qui joint ces deux puits; & voici les moyens qu'emploie M. Jars pour l'obtenir.

Si la galerie eſt percée dans la pente d'une montagne, tant qu'elle n'ira pas plus loin que l'endroit où l'on peut percer un puits, il ſera aiſé d'y avoir une circulation d'air; mais ſi on veut pouſſer la galerie plus loin, la circulation ceſſera dans la partie qui eſt au-delà du puits; & voici comment M. Jars parvient à l'y établir; il forme un plancher à quelque diſtance du ſol de la galerie; ce plancher, très-utile d'ailleurs pour le roulage des brouettes & le paſſage des eaux, forme un canal qui ſe prolonge juſqu'au fond de la mine; on intercepte par une porte la communication de la partie antérieure de la galerie avec le puits de reſpiration, d'où il ſuit que l'air entrant par l'embouchure de la galerie eſt porté par le canal juſqu'au fond de la mine, & n'ayant plus alors de communication avec la galerie, à cauſe de la porte, il eſt obligé de repaſſer par le puits; il ſe trouvera donc alors deux colonnes inégales en peſanteur, & le courant d'air s'établira.

Il s'établiroit de même au fond d'un puits creuſé au bout de la galerie en y conduiſant, au moyen d'un tuyau, l'air qui paſſe ſous le plancher dont nous avons parlé, & qui entre par l'ouverture de la galerie.

Nous avons ſuppoſé dans tout ce que nous venons de dire, que l'orifice de la galerie fût dans une colline, & plus bas que l'orifice des puits de reſpiration; mais ſi la galerie étoit percée horizontalement ſous une plaine à peu près de niveau, tous les puits ſeroient également profonds, & toutes les colonnes d'air en équilibre, & par conſéquent il n'y auroit aucune circulation.

Pour rompre cet équilibre, M. Jars a imaginé d'élever ſur l'orifice d'un des puits, une tour ou cheminée, qui prolongeât la longueur du puits, & dont la maçonnerie fût aſſez épaiſſe pour conſerver à l'air qu'il contient, la même température qu'à celui du puits; il eſt clair que par ce moyen l'équilibre entre les colonnes ſera rompu, & le courant d'air s'établira dans la galerie.

Toute cette circulation d'air aura donc lieu dans les galeries, d'un ſens pendant l'hiver, & d'un ſens oppoſé pendant l'été; mais dans le printemps & dans l'automne, où l'air extérieur & celui de la mine ont la même température, il n'y auroit aucun courant d'air, & il faudroit abandonner les ouvrages: voici de quelle manière M. Jars remédie à cet inconvénient.

Il établit près de l'entrée de la mine ou de l'embouchure d'un des puits, un fourneau dont la cheminée eſt fort élevée; le feu y eſt allumé ſur un grillage qui eſt à quelques pieds de terre, & dans cet eſpace qui renferme le cendrier, on pratique dans le mur du fourneau une ouverture pour recevoir l'embouchure d'un tuyau de fer qui deſcend dans la mine & ſe prolonge avec des tuyaux de bois juſqu'à ſon extrémité; il arrive de-là que le fourneau, dont la porte doit toujours être exactement fermée, excepté dans les momens où l'on attiſe le feu, tire & pompe avec violence l'air du fond de la mine, & que celui-ci eſt à chaque inſtant remplacé par celui qui entre par l'embouchure de la mine ou du puits. Par cet ingénieux moyen, que M. Jars a emprunté de Lehmann, & qui ſe trouve décrit encore en pluſieurs autres ouvrages, on peut établir au fond des mines les plus profondes un courant d'air très-rapide, capable non-ſeulement de fournir à la libre reſpiration des ouvriers, mais encore d'entraîner à meſure qu'elles ſe forment, les vapeurs pernicieuſes & meurtrières qui ne ſe produiſent que trop ſouvent au fond des mines.

Ces vapeurs ne ſont rien moins que des illuſions, l'Académie en a parlé en 1763 [a], à l'occaſion de celles qui infeſtoient alors les mines de charbon de Briançon, qui convainquirent déſagréablement les incrédules de leur réalité, & M. Jars a employé ſon ſecond Mémoire [b] à rapporter les accidens de cette eſpèce qu'il avoit obſervés dans ſes voyages; nous ne répèterons point ici ce que ces obſervations ont de commun avec celles de Briançon. Nous dirons ſeulement que dans le nombre des ouvriers tués par les vapeurs inflammables, lorſqu'elles s'allument, il s'en trouve qui portent des marques plus ou moins grandes de brûlure, & d'autres qui n'ont aucune bleſſure extérieure, & ces derniers ſont, à ce qu'on prétend, étouffés par le retour & la condenſation de l'air, que la vapeur avoit dilaté prodigieuſement en s'allumant.

Ces derniers conſervent long temps leur chaleur & leur ſoupleſſe, ils ne ſont communément roides qu'au bout de deux ou trois jours; M. Jars penſe avec beaucoup de vraiſemblance que ces malheureux ne meurent que long-temps après la ſuffocation, & que des ſecours prudemment adminiſtrés pourroient les rappeler à la vie. Toujours l'humanité exige-t-elle de tenter ces ſecours; que d'hommes de toutes les Nations devroient la vie à la réflexion du Phyſicien françois & à ſon amour pour l'humanité, ſi ce moyen réuſſiſſoit!

On ne doit pas regarder ces vapeurs inflammables comme des cas rares; des tuyaux de reſpiration établis dans les mines de Workington & de Whithe-haven en Angleterre, en tirent une ſi grande quantité qu'on avoit propoſé d'en diſtribuer les écoulemens dans toutes les rues de la dernière de ces villes, pour les éclairer, projet peut-être peu raiſonnable, mais qui prouve bien l'immenſe quantité de cette matière contenue dans les mines.

Il ſe trouve auſſi dans quelques autres mines des vapeurs non inflammables, mais du genre de celles qui ôtent à l'air ſon élaſticité & le rendent non reſpirable; celles-ci ne ſont pas moins funeſtes aux ouvriers que les autres, & ne manquent pas de les ſuffoquer.

Heureuſement la circulation de l'air dans les mines emporte également les unes & les autres, & on ſera toujours maître de

[a] *Voy. Hiſt.* p. 229.

[b] *V. les Mém.* p. 229.

ſe la procurer en ſuivant les principes de M. Jars; on ne doit pas même redouter la dépenſe du feu néceſſaire en quelques cas pour l'établir: il n'y a point de mine métallique qui n'ait beſoin de fourneaux pour ſon exploitation, & on peut profiter de ce feu pour opérer la circulation d'air dans la mine, il n'en coûtera qu'un peu d'attention dans la conſtruction du fourneau qui y ſera deſtiné, & les mines de charbon en offrent aſſez de celui qui ne ſeroit pas propre à être vendu, pour ſubvenir abondamment à l'entretien de ce feu. Il ne dépendra donc déſormais que des Directeurs des mines de procurer à leurs ouvriers la ſûreté & la ſalubrité dans leurs travaux; les principes de M. Jars, que nous venons d'établir, leur en donneront toujours la facilité.

SUR LES

DIFFÉRENTES MANIÈRES D'ESSAYER LES LIQUEURS SPIRITUEUSES.

IL eſt une infinité de circonſtances dans leſquelles on eſt obligé de décider du degré de force des Liqueurs ſpiritueuſes, ſoit pour l'intérêt du Commerce, ſoit pour régler avec juſtice la perception des droits du Roi. V. les Mém. p. 435.

L'importance de ces objets a engagé M. de Montigny à en faire le ſujet de ſes recherches: nous allons eſſayer de donner une idée des principes ſur leſquels il ſe fonde, & des conſéquences qu'il en a ſu tirer.

Toute liqueur ſpiritueuſe eſt un compoſé d'eſprit ardent & de flegme, & elle eſt d'autant plus forte qu'elle contient plus du premier & moins du ſecond.

Décider donc de la force, par exemple, d'une eau-de-vie propoſée, eſt déterminer combien elle contient d'eſprit-de-vin; le prix de l'eau-de-vie & le droit qu'elle doit payer, ne peuvent porter que ſur cette partie, & non ſur le flegme ou l'eau qui l'accompagne & qui n'a par lui-même aucune valeur.

On a tâché d'y parvenir de pluſieurs manières, & toutes ſont plus ou moins imparfaites: Quelques Marchands emploient à cet

effet un petit vaiſſeau de verre où ils mettent un peu d'eau-de-vie, qu'ils font mouſſer en la ſecouant; le plus ou le moins de cette écume leur fait juger de la force plus ou moins grande de l'eau-de-vie. On voit aſſez combien cette épreuve eſt vague; mais ce n'eſt pas tout, rien n'eſt plus aiſé que de la rendre infidèle en mêlant dans l'eau-de-vie quelque matière mucilagineuſe.

D'autres emploient une méthode différente; on ſait que l'huile d'olives ſe ſoutient à la ſurface de l'eau, & va à fond dans l'eſprit-de-vin; il doit donc arriver, & il arrive en effet, qu'une goutte d'huile jetée ſur de l'eau-de-vie y deſcend d'autant plus promptement qu'elle eſt plus forte, & c'eſt par la rapidité de cette deſcente qu'ils jugent du degré de force de celle qu'ils eſſayent; mais il eſt aiſé de voir combien cette épreuve, quoique meilleure que la précédente, laiſſe encore d'incertitude ſur le degré de force des liqueurs ſpiritueuſes.

La diſtillation & la combuſtion ſeroient des moyens certains de déterminer la quantité d'eſprit ardent qui eſt contenu dans une liqueur propoſée; mais il ne faut que la plus petite réflexion pour voir que les précautions, la dépenſe & le temps qu'ils exigent ne permettent de les employer ni dans les Bureaux des fermes du Roi ni dans le Commerce.

Les aréomètres ou pèſe-liqueurs ſemblent offrir une reſſource plus aſſurée. Ces inſtrumens ſont, comme on ſait, des eſpèces de phioles chargées au fond d'un peu de mercure, & qui s'enfoncent plus ou moins dans les liqueurs, ſuivant que celles-ci ont une peſanteur ſpécifique plus ou moins grande: or il eſt certain que plus une eau-de-vie eſt forte, c'eſt-à-dire plus elle contient d'eſprit-de-vin, plus elle eſt légère; & qu'au contraire, plus elle eſt foible, c'eſt-à-dire, plus elle contient d'eau, plus ſous un même volume elle eſt peſante: les pèſe-liqueurs peuvent donc faire juger du plus ou moins de gravité ſpécifique d'une eau-de-vie propoſée, & par conſéquent de ſon plus ou moins de force.

C'eſt auſſi à ce moyen qu'ont eu recours ceux qui ont voulu apporter quelque préciſion dans l'examen du degré de force des liqueurs ſpiritueuſes, & il faut avouer qu'il n'y en a pas de plus prompt ni de meilleur.

Mais

Mais quelque légitime que ſoit la préférence qu'on accorde aux aréomètres, ſont-ils exempts de défauts, & peut-on décider ſûrement par leur moyen, non-ſeulement ſi une eau-de-vie eſt plus forte qu'une autre, mais à quel degré elle eſt plus forte? c'étoit ce qu'il falloit examiner.

La conſtruction de cet inſtrument a conſidérablement varié entre les mains des Phyſiciens, ils y ont employé diverſes matières, ils lui ont donné différentes formes, & ont introduit des différences juſque dans la manière de s'en ſervir. Les uns ont placé une diviſion ſur le long col de cet inſtrument, & ont jugé de la peſanteur ſpécifique de la liqueur par le plus grand ou le moindre enfoncement de l'aréomètre qui y étoit plongé; d'autres ont jugé de cette peſanteur par la quantité plus ou moins grande de poids connus qu'il falloit ajouter à l'aréomètre pour le faire toujours enfoncer à une même hauteur. M. de Montigny rapporte en détail toutes ces tentatives, & les noms des Phyſiciens qui les ont faites; & il examine en même temps ce qu'elles peuvent avoir d'utile ou de défectueux.

Tous ces aréomètres conviennent entr'eux en ce que leurs diviſions ſont égales, & il ſemble au premier coup d'œil, que ces diviſions doivent très-bien repréſenter les degrés de force ou la quantité d'eſprit ardent que contient la liqueur. Rien ne ſeroit cependant moins exact, & nous allons bientôt voir combien ce procédé s'écarteroit de la vérité.

Les expériences que fit M. de Reaumur, lorſqu'il conſtruiſit ſes thermomètres, lui offrirent un phénomène juſqu'alors inconnu; il s'aperçut que l'eau & l'eſprit inflammable ſe pénétroient mutuellement, que l'eau diſſolvoit en quelque ſorte l'eſprit-de-vin, de manière que ſi on les mêle en parties égales, le volume qui en réſultera ne ſera pas double de celui que chaque liqueur occupoit ſéparément. Si cette imbibition d'une liqueur dans l'autre étoit toujours proportionnelle à la quantité d'eſprit contenu dans la liqueur, l'exactitude du rapport ne ſeroit point altérée, & il pourroit être ſûrement marqué par les diviſions égales de l'aréomètre; mais la diminution de la liqueur ne ſuit pas cette loi, & elle varie ſelon la proportion dans laquelle elles ſont mêlées, il a donc

fallu que M. de Montigny ſubſtituât des diviſions inégales aux diviſions égales des aréomètres ordinaires, & voici comment il s'y eſt pris pour les obtenir.

Il a commencé par s'aſſurer du rapport exact de l'eſprit-de-vin le mieux déflegmé avec l'eau diſtillée, en peſant dans la même bouteille environ deux pintes de chacune de ces deux liqueurs; & ſa vue, dans cette opération, a été de ſe procurer par la ſuite le moyen de reconnoître ſi l'eſprit-de-vin qu'il voudroit employer, ſeroit, s'il m'eſt permis de m'exprimer ainſi, au même titre que celui qu'il employoit.

Avec ces deux liqueurs ainſi connues, il a fait neuf différens mélanges, l'un d'une partie d'eau & de huit parties d'eſprit-de-vin; le ſecond de deux parties d'eau & de ſept parties d'eſprit-de-vin, & ainſi de ſuite juſqu'à la neuvième, qui avoit une ſeule partie d'eſprit-de-vin contre huit parties d'eau.

Ces mélanges faits avec l'attention de ne mêler les liqueurs que peu à peu, pour éviter la chaleur & l'évaporation de l'eſprit-de-vin, qu'une fermentation trop forte n'auroit pas manqué de produire, furent mis à repoſer pendant vingt-quatre heures.

M. de Montigny s'étoit pourvu d'aréomètres de verre, car il les préfère à ceux de métal, qui pourroient ſe laiſſer entamer par les liqueurs qu'on eſſaie. Il avoit encore fait préparer un vaiſſeau cylindrique d'étain, capable de contenir la liqueur & l'aréomètre qu'on y plongeoit: ce vaiſſeau avoit à ſon bord une petite baguette d'étain ſoudée, deſtinée à recevoir un parallélépipède d'ivoire, qui s'y place comme un cierge ſur ſon chandelier & à le maintenir verticalement; ce même parallélépipède d'ivoire étoit encore garni d'un curſeur qui l'embraſſoit, & qui portoit une dent horizontale, aſſez longue pour traverſer le vaiſſeau par ſon centre.

Tout étant ainſi préparé, on mit dans le vaſe de la liqueur la plus foible, juſqu'à ce que le haut de la tige de l'aréomètre concourut avec le curſeur placé au plus haut du parallélépipède, & on marqua un trait ſur ce dernier. On prit enſuite la liqueur immédiatement plus forte, c'eſt-à-dire celle qui contenoit deux parties d'eſprit-de-vin; on la ſubſtitua dans le vaſe à la première,

obſervant que ſa ſurface fut à même hauteur, on baiſſa le curſeur juſqu'à ce qu'il répondit au haut de la tige de l'aréomètre, qui s'enfonçoit certainement davantage qu'il n'avoit fait dans la première expérience, & on traça de même un trait à cette hauteur ſur le parallélépipède d'ivoire: en répétant cette opération avec les neuf liqueurs compoſées, on eut neuf diviſions qui répondoient aux neuf degrés de force des liqueurs ſpiritueuſes, & qui comprenoient & au-delà toutes les différences poſſibles entre les eaux-de-vie.

Ces diviſions ſont inégales, mais M. de Montigny n'a trouvé aucun inconvénient ſenſible à rendre égales les diviſions intermédiaires; l'erreur qui peut en naître, eſt un infiniment petit pour le Commerce.

On aura donc ſur la règle d'ivoire une échelle qui répondra exactement aux quantités d'eſprit ardent qui ſont contenues dans chaque eau-de-vie, & on ſera toujours à portée d'en arbitrer le prix & d'en fixer le droit avec équité.

Il reſtoit cependant encore à parer à un inconvénient; les liqueurs & ſur-tout les liqueurs ſpiritueuſes, ſe raréfient par le chaud, & ſe condenſent par le froid, il en réſulte néceſſairement une variation dans leur peſanteur ſpécifique, & l'aréomètre indiqueroit mal leur degré de force, ſi on ne faiſoit l'épreuve en un lieu ſoigneuſement entretenu à la même température à laquelle a été faite la graduation de l'inſtrument.

Il ſeroit, abſolument parlant, poſſible de s'aſſujettir à cette condition; mais elle ſeroit incommode, & M. de Montigny a trouvé le moyen de s'y ſouſtraire.

La règle ou parallélépipède d'ivoire qui porte les diviſions a quatre faces; il trace ſur chacune de ces faces une diviſion, en ſe procurant dans le lieu où il opère, une température différente de 5 degrés en 5 degrés du thermomètre, à commencer par la température qui eſt 5 degrés au-deſſous du terme de la congélation. Au moyen de deux parallélépipèdes on a huit échelles qui répondront à toutes les températures de ce climat, depuis 5 degrés au-deſſous de la glace juſqu'à 30 au-deſſus: ces deux règles & un petit thermomètre, mettront l'Eſſayeur en état d'opérer avec

exactitude, en choisissant l'échelle qui conviendra à la température marquée par le thermomètre.

Les échelles dont nous venons de parler, ne sont faites que de 5 en 5 degrés du thermomètre, & il y a des températures intermédiaires; mais M. de Montigny s'est assuré que cette différence pouvoit être négligée, sans aucune erreur sensible.

Au moyen de la construction proposée par M. de Montigny, on aura des aréomètres qui pourront donner toujours le degré de force des différentes liqueurs spiritueuses; la construction de ces instrumens sera facile & peu dispendieuse, leur usage sera aisé & donnera toujours le moyen de déterminer avec équité la valeur de ces liqueurs & les droits auxquels elles doivent être assujetties, sur-tout si on relâche ce droit, comme le propose M. de Montigny, d'une partie qui peut aller à $\frac{1}{90}$; mais si cependant il arrivoit à ce sujet quelque différend, M. de Montigny propose un moyen de faire facilement, en justice, cette appréciation d'une manière encore plus précise.

Ce moyen n'exige d'autre instrument qu'une petite balance, aux deux extrémités du fléau de laquelle sont suspendus deux cylindres de cuivre parfaitement équilibrés; en plongeant un de ces corps dans l'eau-de-vie contestée, & l'autre dans une liqueur composée d'eau & d'esprit-de-vin, qu'on rendra plus ou moins forte, au moyen de doses connues de l'un ou de l'autre, jusqu'à ce que les deux poids se retrouvent en équilibre, on aura le degré précis de force de la liqueur contestée: cette opération ne peut jamais être sujette à aucun inconvénient, & se peut pratiquer par-tout avec la plus grande facilité. Les aréomètres proposés par M. de Montigny, résolvent donc absolument le problème qu'il s'étoit proposé, & leur usage peut en même temps éclairer le Commerçant, en le mettant à portée de se garantir des infidélités auxquelles il pourroit être exposé, porter une exacte justice dans la perception des droits, qui n'a été jusqu'ici que trop arbitraire, & ôter enfin tout prétexte à la fraude & aux abus en cette partie.

SUR LA FORCE DES BOIS.

ON se plaint depuis long-temps que la qualité des bois de charpente n'est plus la même qu'elle étoit au commencement de ce siècle. Les Ingénieurs remarquent que des écluses qui duroient autrefois quarante & cinquante ans, n'en durent aujourd'hui que dix ou douze. Les Architectes se trouvent très-souvent dans le cas de changer au bout de peu de temps les poutres qu'ils emploient dans les bâtimens, quelqu'attention qu'ils aient apportée à les bien choisir, & enfin les Vaisseaux qui avoient encore leurs membres sains au bout de quarante ans, ne peuvent durer aujourd'hui plus de dix ou douze sans les avoir absolument détruits. V. les Mém. p. 534.

Un phénomène si intéressant méritoit bien qu'on essayât d'en assigner la cause, & M. du Hamel en a fait l'objet de ses recherches; mais pour ne pas s'exposer à travailler en vain, il a voulu avant tout s'assurer de la force des bois, & voici les résultats qu'il a tirés des expériences faites à Brest par ordre de M.rs de Roquefeuille & Marchais, sous les yeux de M.rs les Ingénieurs, pour fixer avec connoissance de cause les dimensions des poutres qu'on devoit employer à un bâtiment considérable qu'on y construisoit.

On disposa, pour cet effet, deux chevalets placés à 23 pieds l'un de l'autre, sur lesquels on fit porter successivement trois poutres un peu plus longues que cet intervalle, & on les chargea de plusieurs poids, jusqu'à ce qu'elles rompissent sous la charge.

La première avoit 10 pouces de largeur sur 9 d'épaisseur; on la chargea d'un canon de 36, pesant 7591 livres; elle plia un peu sous ce poids, & la charge ayant été augmentée jusqu'à 8901 livres, elle rompit vers son milieu; on reconnut après sa rupture qu'elle avoit quelques défauts.

Une seconde de 11 pouces $\frac{1}{2}$ d'épaisseur, sur 10 pouces de largeur, fut chargée d'un semblable canon, qui la fit un peu plier; on suspendit un second canon à 8 pieds de l'extrémité,

elle arqua davantage; elle rompit ſous un troiſième canon, placé de l'autre côté; elle étoit alors chargée de 22760 livres, placées à trois points différens de ſa longueur: cette poutre étoit très-ſaine & de droit-fil.

La troiſième étoit, comme la ſeconde, très-ſaine & de droit-fil; elle avoit 1 pied de large ſur 13 pouces d'épaiſſeur; un canon de 36 livres, ſuſpendu à ſon milieu, l'a fait arquer ſeulement d'un pouce; deux autres canons ayant été ſuſpendus à 3 pieds de chaque côté du milieu, l'arc a été juſqu'à 4 pouces: on voulut alors la charger de deux autres canons, placés à 6 pieds de diſtance de ſon milieu, elle éclata ſi-tôt qu'elle ſentit le poids du premier, & rompit dès qu'elle le porta en entier: elle étoit alors chargée de 26606 livres.

Il réſulte de ces trois expériences, que la force des bois n'eſt pas aujourd'hui telle qu'elle a été obſervée autrefois par M. Parent & par les Phyſiciens qui firent alors les mêmes expériences; qu'on ſe tromperoit beaucoup ſi on vouloit l'évaluer ſur le pied de leurs réſultats; & qu'il faut partir, dans l'architecture & la conſtruction, du degré de force qu'ils ont aujourd'hui.

Mais qui peut avoir cauſé cette eſpèce de dépériſſement dans les bois? Pluſieurs Phyſiciens en ont cru trouver la cauſe dans les gelées de 1709. M. du Hamel ne diſconvient pas que cette cauſe n'ait pu contribuer au mal dont on ſe plaint. Les fortes gelées ſont capables, dans quelques circonſtances, de faire fendre les arbres, & d'altérer beaucoup les couches ligneuſes, d'où réſultent des vices dans l'intérieur des arbres, qui les rendent plus ſujets à la pourriture, altèrent leur qualité, & les rendent moins capables d'une forte réſiſtance.

Malgré toutes ces raiſons, M. du Hamel eſt bien éloigné de regarder cette cauſe comme la ſeule, & il penſe qu'il y en a d'autres qui influent plus généralement ſur la force & la durée des bois.

On abat, depuis long-temps, les bois ſans les replanter, & la plupart de nos futaies ſont ſur de vieilles ſouches: les arbres qui les compoſent ne ſont donc produits que par des racines uſées & par un terrein déjà épuiſé; doit-on être étonné que ces bois

ne ſoient pas de bonne qualité? Nous dirons la même choſe des baliveaux, qui ne ſervent qu'à gâter les taillis, ſans jamais produire de la futaie. On ne peut donc trouver d'arbres ſains que ceux que le haſard a fait épargner dans les liſières ou les haies, ou dans quelques cantons de réſerve. Nous ſommes d'ailleurs forcés d'employer les bois que nos aïeux avoient rebutés, parce qu'ils étoient venus dans les terreins marécageux, & qui, outre ce défaut, ont encore celui d'être preſque toujours ſur le retour. Enfin on en va chercher que les endroits inacceſſibles où ils ſont crûs, avoient défendus juſqu'ici, & que leur grand âge a rendus gras & tendres, & incapables de ſervir à d'autres uſages qu'à boiſer l'intérieur des maiſons.

Telles ſont les raiſons très-vraiſemblables que M. du Hamel apporte de la diminution de la force des bois. En connoiſſant les cauſes de ce mal, on voit aiſément qu'on ne peut l'épargner à ceux qui nous ſuccéderont, qu'en prenant avec ſoin toutes les précautions dont l'omiſſion en a été la cauſe, & qu'on fera toujours ſagement, lorſqu'on voudra employer des bois à quelque uſage, d'examiner avec ſoin quel degré de force & de réſiſtance on doit s'en promettre.

OBSERVATIONS DE PHYSIQUE GÉNÉRALE.

I.

L'Académie a rendu compte au Public en 1762 *, de l'accident arrivé à Straſbourg par la meule d'un Coutelier, qui ſauta en éclats, & elle donna en même temps ſes réflexions ſur la cauſe de cette rupture, & ſur la manière d'y remédier ou plutôt de la prévenir. Voici un ſecond exemple de cet accident, arrivé le 3 Juin de cette année, à Ivry près Paris. Un Émouleur forain ayant été appelé dans une maiſon bourgeoiſe, établit ſes machines dans la cour de cette maiſon, & ſe mit à travailler en préſence d'une jeune perſonne qui s'amuſoit à le regarder, & qui pour ſe garantir du ſoleil, qui étoit très-vif, tenoit ſur ſa tête

* V. Hiſt. 1762, p. 37.

un parasol un peu incliné. Après avoir repassé deux ou trois pièces, la meule sauta en éclats avec un bruit semblable à un fort coup de mousquet; un des ces éclats, pesant à peu près trois livres, passa par-dessus un bâtiment d'environ quarante pieds de hauteur, & alla tomber à dix-huit toises au-delà, dans un jardin, où il éclata, en tombant, une branche de tilleul; un autre, presque du même poids, glissa sur le parasol de la spectatrice, qui en fut heureusement quitte pour la peur; beaucoup d'autres éclats plus petits, se dispersèrent aux environs, & une partie de la meule, absolument en poudre, se trouva sur le pavé, sans que cette explosion ait causé aucun malheur. Ce fait qui a été communiqué à l'Académie par M. d'Alembert, ne fait que confirmer celui dont elle a parlé en 1762, les réflexions qu'elle avoit faites sur la cause de cet accident, & la nécessité des moyens qu'elle avoit donnés pour le prévenir.

I I.

M. Morand fils avoit plusieurs fois remarqué, en passant dans le chemin qui est pratiqué dans la montagne de Saint-Germain-en-Laye, que dans la coupe des terres, il paroissoit dans quelques parties du milieu de la montagne des veines de terre remarquables par leur couleur noire assez foncée dans quelques endroits; il s'imagina bien que cette même couche de terre régnoit dans plus d'un endroit de la montagne, il la retrouva effectivement dans un ravin profond qui sert de route aux gens de pied pour abréger leur chemin, & il en ramassa des masses considérables qu'il soumit à l'examen. Cette terre est noirâtre & glaiseuse: elle contient dans des loges caverneuses des portions absolument noires, semées de molécules végétales, très-ressemblantes à du menu charbon.

Ce bizarre mélange piqua la curiosité de M. Morand, & il s'étudia à en chercher la cause; il soupçonna que ces parties charbonneuses étoient de la tourbe, dont la couche s'étoit formée primitivement au haut de la montagne, & ensuite transportée par les pluies qui l'avoient entraînée dans le vallon pêle-mêle avec des terres argileuses; il étoit aisé de s'en assurer, il ne falloit qu'en mettre au feu quelques morceaux, & l'évènement fut tel qu'il

qu'il l'avoit prévu : la partie ſemblable au charbon brûla & donna l'odeur caractériſtique de la tourbe, tandis que le reſte ſe durcit au feu comme une véritable argile; & quelques morceaux de cette matière charbonneuſe, expoſés au feu d'une lampe animée par un chalumeau, y brûlèrent comme de la tourbe, donnèrent la même odeur, & laiſſèrent après la combuſtion une cendre abſolument la même que celle de la tourbe. Il y a donc eu de cette matière dans la montagne de Saint-Germain, & peut-être s'en trouveroit-il encore.

III.

Le 6 Décembre de cette année, M. le chevalier Turgot étant à Lanteuil en baſſe Normandie, y obſerva une très-belle Aurore boréale; elle avoit pour baſe une vapeur ſemblable à un brouillard épais, à travers lequel il voyoit cependant les étoiles de la ſeconde grandeur, tout le reſte de cette partie du ciel étoit d'une lumière rougeâtre, qui alloit en dégradant de lumière, à peu près comme il l'auroit été par la réverbération d'un grand incendie. Sur les ſix heures du ſoir, la lumière devint très-brillante depuis l'oueſt-nord-oueſt, juſqu'à l'eſt-nord-eſt; à onze heures & demie, il ſe forma au nuage noir des eſpèces de fenêtres ou de créneaux très-lumineux, & il en partit des rayons lumineux qui s'élevoient en ondulant juſque par-delà la grande Ourſe; il y avoit auſſi des rayons obſcurs, de la même couleur que le nuage d'où ils s'élevoient : à minuit le nuage s'éclaira tout d'un coup & le phénomène demeura tranquille, pluſieurs des rayons lumineux ſe ſéparoient de leur baſe, & demeuroient comme ſuſpendus en forme de flammes légères, la vapeur qui ſervoit de baſe, paroiſſoit avoir un mouvement ſenſible de l'oueſt à l'eſt. M. le Chevalier Turgot s'en aſſura en la comparant à des clochers qu'il voyoit à l'horizon. Il eſt aiſé de reconnoître à cette deſcription les mêmes phénomènes que M. de Mairan avoit obſervés en 1726.

IV.

Feu M. de Reaumur avoit étonné tout le monde Phyſicien par la ſurprenante reproduction des Polypes & de quelques autres animaux. Voici encore un fait de même eſpèce, & peut-être

plus ſingulier, dont M. de la Condamine a fait part à l'Académie. M. Spallanzani, s'étant aviſé de couper les cornes, & même la tête, à quelques limaçons, s'aperçut avec étonnement que quelques-uns de ces animaux qu'il croyoit morts, ne l'étoient point, & qu'au bout d'un temps aſſez long, il leur étoit revenu aux uns de nouvelles cornes, & aux autres une tête entière.

Ce fait excita la curioſité de pluſieurs Académiciens, & coûta la tête à un grand nombre de limaçons. Pluſieurs moururent réellement de l'opération, mais d'autres plus heureux en échappèrent. Voici ce que nous avons pu recueillir des obſervations qui ont été faites par M.rs le Chevalier Turgot, Lavoiſier, Tenon, Hériſſant, & de quelques autres qui ont été communiquées à l'Académie.

A quelques-uns on a coupé la tête en entier : il faut être adroit pour cette opération; car ſi elle n'eſt faite en un inſtant & avec un inſtrument bien tranchant, l'animal ſe retire ſi promptement qu'on n'en coupe qu'une partie; d'autres ont eu la tête fendue en long, & on en a emporté une moitié; d'autres enfin en ont été quittes pour leurs cornes qu'on leur a coupées ou arrachées : ces derniers ne paroiſſent pas fort incommodés de ce retranchement; ceux mêmes, auxquels on a fendu la tête longitudinalement, n'en ont pas paru ſouffrir beaucoup, il s'eſt formé une peau nouvelle, très-aiſée à diſtinguer de l'ancienne, qui eſt bien plus foncée en couleur, la nouvelle n'acquiert, qu'après l'entière reproduction de la partie, l'air chagriné que paroît avoir la peau du limaçon; les limaçons, à qui la tête a été abſolument coupée, ſe retirent dans leurs coquilles, & y reſtent plus ou moins long-temps renfermés, c'eſt-à-dire, trente ou quarante jours. Il eſt inutile d'ajouter que c'eſt ſans manger, & que leur corps ſouffre une diminution conſidérable par ce long jeûne, où l'animal ne vit que de ce qu'il avoit pris avant l'amputation; il eſt ſeulement étonnant que la digeſtion ait pu s'en faire, elle ſe fait cependant, puiſqu'ils rendent leurs excrémens pendant un ou deux jours.

Au bout du terme, qui eſt au moins d'un mois, on voit ſe former, au milieu de la partie coupée, une eſpèce de protu-

berance qui croît peu à peu, & devient enfin une nouvelle tête garnie d'une bouche & de dents. M. Hérissant a démontré que ces dents étoient une nouvelle production, ayant fait voir la tête coupée d'un limaçon qu'il avoit conservée dans l'esprit-de-vin, & à laquelle tenoient les dents, quoique la nouvelle tête de l'animal en fût pourvue.

Les cornes ne reparoissent aux nouvelles têtes qu'après qu'elles sont absolument formées, elles n'observent aucune règle dans leur reproduction, celles mêmes qui ont été coupées ou arrachées, n'observent pas plus de régularité. Elles sont en général d'abord d'une couleur plus claire que le reste de la tête, & il se forme au bout ce point noir qu'on croit être l'œil de l'animal. Telles sont les observations singulières qu'a offertes l'amputation de la tête des limaçons: c'est un nouveau miracle d'Histoire naturelle, & une ample matière offerte aux recherches des Physiciens.

V.

Nous avons déja parlé ci-dessus * des effets du froid de l'hiver de 1767 à 1768 à Paris; il n'a pas été moindre dans les autres Provinces du Royaume. A Courseulles-sur-mer, le thermomètre descendit le 5 Janvier à 11 degrés ½ au-dessous de la glace; la neige n'y fondit pas, même au soleil. A l'endroit de la haute mer il s'étoit formé un amas d'écume glacée semblable à de la neige, mais plus solide, qui avoit plus de vingt-cinq pieds de base, & qui étoit de quatre pieds de haut & de dix dans certains endroits; & depuis cet amas jusqu'à la basse mer, ce n'étoit qu'une glace dans laquelle se trouvoient enchâssées les petites barques des pêcheurs, & plus de quatre cents milliers d'huîtres dans la seule paroisse de Courseulles : ce détail est tiré d'une lettre de M. l'abbé Marest, Prieur de Courseulles à M. le Chevalier Turgot. A l'autre extrémité du Royaume, à Aix en Provence, le froid n'etoit pas moins excessif; il y fut plus rude qu'en 1740, & à ce qu'on croit égal à celui qu'on y avoit éprouvé en 1709. Dès le 2 Janvier, le vent s'étoit tourné au nord, & avoit amené une grande quantité de nuages très-noirs : le baromètre baissa tout-à-coup à 27 pouces 2 lignes, & on ressentit une légère secousse de tremblement de terre au

* *V. ci-dessus page 16.*

village de Rognac, ſitué près de l'étang de Beyre. L'Académie a tiré cette relation d'une lettre écrite d'Aix à M. Fougeroux qui l'a communiquée à l'Académie.

Tandis que le froid ſe faiſoit ſi bien ſentir en France, il n'épargnoit pas plus l'Amérique. Don Antonio de Ulloa, Gouverneur de la Louiſiane & Correſpondant de l'Académie, lui a mandé que le 18 Janvier, le thermomètre de M. de Reaumur étoit deſcendu à 7 $\frac{1}{2}$ degrés au-deſſous de la congélation; mais le 20 au matin il étoit remonté à 8 $\frac{1}{2}$ degrés au-deſſus, & le 21 au ſoir à 9 $\frac{1}{2}$ degrés.

Voilà un froid aſſez vif pour la Louiſiane, mais il n'a pas beaucoup duré; la plus grande chaleur qu'y ait obſervée Don Antonio, n'a fait monter le thermomètre qu'à $33^d \frac{1}{4}$, chaleur peu ſupérieure à celles que nous éprouvons en France. Les deux extrêmes de la température des deux climats ſont aſſez voiſins; mais la marche du chaud & du froid dans l'intervalle entre ces deux termes, peut être, & eſt vraiſemblablement aſſez différente : ce climat paroît ſeulement en général un peu plus chaud que le nôtre.

VI.

M. Hughens avoit autrefois obſervé des balancemens ſenſibles dans la hauteur du mercure du Baromètre. M. Fourcroy de Ramecourt, Ingénieur en chef à Calais & Correſpondant de l'Académie, lui a fait part d'une obſervation ſemblable la nuit du 21 au 22 Décembre; tous les baromètres de Calais deſcendirent d'environ 14 lignes, & le 22, à cinq heures du ſoir, il étoit à 26 pouces 9 lignes, une ligne $\frac{1}{2}$ plus bas que M. Fourcroy ne l'avoit vu depuis cinq ans. Il faiſoit mauvais temps, le vent étoit au ſud-oueſt & ſud-ſud-oueſt, & il y avoit de temps en temps des coups de vents accompagnés de pluie & de grêle : à neuf heures du ſoir, M. Fourcroy, regardant ſon baromètre avec une loupe, aperçut un balancement dans la ſurface du mercure qui tantôt s'élevoit en bouton, & tantôt ſe creuſoit en entonnoir, & en moins de deux minutes de temps il remonta de 26 pouces 0 lignes à 26 pouces 2 lignes; un demi-quart d'heure après, étant à 8 ou 9 pieds de diſtance de ſon

baromètre, il le vit descendre sensiblement : alors il prit le parti de placer son baromètre près de son fauteuil & à portée de ses yeux avec une lumière & une montre à côté, & il l'observa constamment pendant la plus grande partie de la nuit, & lui vit faire plusieurs balancemens d'environ deux lignes dans de très-courts espaces de temps, en sorte que son mouvement étoit extrêmement sensible à la vue simple. Le lendemain on vit pendant toute la soirée beaucoup d'éclairs, mais sans entendre le tonnerre. Les marées même parurent dérangées; celle du 22 monta beaucoup plus haut qu'à l'ordinaire, & anticipa de 15 à 20 minutes l'heure à laquelle elle devoit arriver. Une lettre de M. Boucher, Médecin à Lille & Correspondant de l'Académie, lui a appris que le Baromètre avoit aussi eu dans cette ville des abaissemens extraordinaires.

VII.

M. Gautier, Médecin du Roi à Gray en Franche-comté, a mandé à M. Macquer, que pendant l'été de 1768, il y avoit eu aux environs de cette ville un orage terrible accompagné d'une grêle affreuse pour sa quantité & sa grosseur ; l'orage étant passé, on trouva dans les endroits creux plusieurs amas de grêle, entre lesquels on aperçut une masse de glace de plusieurs pieds de long, très-large & de plusieurs pouces d'épaisseur : on crut d'abord qu'elle étoit tombée de la nuée sous cette forme, mais il est évident que ce sentiment n'est point soutenable, puisque, si elle s'étoit formée dans la nuée, sa chute l'auroit brisée en éclats; il est plus probable que cette table de glace s'étoit formée de la réunion de plusieurs grêlons unis par l'eau de la pluie que la fraîcheur des grêlons avoit elle-même glacée. On a déjà quelques exemples de ces concrétions de glace, & si on doit quelquefois admettre le merveilleux, ce n'est au moins que lorsque le physique est absolument à bout.

NOUS renvoyons entièrement aux Mémoires :

Les observations Botanico-météorologiques, faites à Denainvilliers près Pithiviers, en 1767, par M. du Hamel. V. les Mém. page 471.

CETTE année parut un Ouvrage de M. Guettard, intitulé : *Mémoires sur différentes parties des Sciences & des Arts, Tome premier.*

Ces Mémoires sont au nombre de neuf, & la plupart avoient été destinés à entrer dans les Volumes de l'Académie. L'abondance des matières n'ayant pas permis de les y admettre, M. Guettard prit le parti de les faire imprimer à part.

Tous ceux qui s'appliquent à l'Histoire naturelle, savent qu'on trouve fréquemment dans la terre des os de différens animaux, soit terrestres, soit marins : ces os se nomment pour cette raison *fossiles;* ils sont l'objet du premier & du troisième Mémoires.

Les coquilles & les autres débris d'animaux marins, enfouis souvent à un assez grand degré de profondeur, quelquefois même dans l'intérieur des pierres, n'ont pu y être apportés que par la mer, & sont des témoins irréprochables qu'elle a couvert la plus grande partie de notre globe ; mais les amas d'os fossiles d'animaux terrestres ne paroissent pas avoir la même origine, & M. Guettard pense que ceux qu'on trouve en France, tiennent à des usages que la religion consacroit chez les Gaulois.

Le second Mémoire a pour objet une plante nommée *Tirsa*, que M. Guettard range dans la famille des Chiens-dents ; il la regarde comme aussi propre à former des prairies artificielles que le *Ray-grass* ou *Fromental* dont les Anglois font un si grand usage. Les Cosaques l'emploient à la nourriture de leurs chevaux, & ces animaux paroissent extrêmement avides de sa graine. On sait combien les prairies artificielles deviennent nécessaires à mesure qu'on défriche les terreins vagues qui servoient de pâtures : introduire donc une plante propre à cet usage dans un pays où elle n'est pas cultivée, est rendre un service essentiel à l'humanité.

On connoît déjà dans l'Histoire Naturelle plusieurs exemples d'êtres, qu'il est très-difficile d'assigner au règne végétal ou au règne animal, desquels ils sont comme les nuances. De ce nombre sont les polypes d'eau douce, dont la singulière histoire étonna, il y a quelques années, tous les Physiciens :

on ne connoiſſoit point de polypes terreſtres. Un heureux haſard offrit à M. Guettard une eſpèce de corps très- ſemblable au polype d'eau douce, ayant comme lui des filets qu'il étend, & qu'il ſemble retirer à volonté, de même que ſon corps qu'il réduit ſous la forme d'une boule; ce corps végétal ou animal, mais que M. Guettard penſe être de ce dernier règne, s'attache aux racines de l'eſpargoutte, & eſt d'une extrême petiteſſe; on ne le trouve pas toujours aux racines de cette plante. M. Guettard, lorſqu'il le rencontra, n'étoit pas muni d'inſtrumens aſſez forts pour bien diſcerner un ſi petit corps, & n'a pu s'aſſurer par conſéquent bien préciſément des propriétés de ce ſingulier être; mais il a cru le devoir décrire tel qu'il l'a vu pour mettre les Naturaliſtes à portée de le voir & de l'obſerver : c'eſt l'objet de ſon quatrième Mémoire.

La Porcelaine, autrefois extrêmement rare en Europe, eſt devenue depuis l'objet d'un commerce aſſez conſidérable pour qu'on ait tenté de l'enlever à la Chine. Il s'eſt élevé en Europe, & ſur-tout en France, pluſieurs manufactures de Porcelaines, entre leſquelles il y en a dont les ouvrages ſont infiniment ſupérieurs à ceux de la Chine & du Japon par la beauté des couleurs & la correction des deſſins dont elles ſont ornées; mais elles ne les égalent pas pour la ſolidité de la matière dont elles ſont compoſées. Toutes, ſi on en excepte celle de Saxe, ſe fondent à un feu violent, tandis que celle de Chine y réſiſte avec la plus grande opiniâtreté : cette propriété tenant vraiſemblablement à la nature des matières qu'on emploie, il falloit avoir en nature des échantillons de celles qu'on emploie à la Chine pour reconnoître ſi le royaume en fournit de pareilles: c'étoit effectivement la route qu'avoit tenue M. de Reaumur, mais il avoit été trompé par les échantillons qui lui avoient été envoyés, qui étoient en trop petite quantité, & avoient déjà ſubi quelques préparations, & il n'avoit pu en déterminer la véritable nature. Des échantillons en plus grande quantité, & tels qu'on les avoit tirés de la terre, que les ſoins de feu M. le Duc d'Orléans procurèrent à M. Guettard, le mirent à portée de faire une comparaiſon plus exacte, & de reconnoître

que la France possédoit en cette partie des matériaux au moins aussi bons que ceux de la Chine, & qu'il ne tenoit qu'à nous de les mettre en œuvre. Ils furent en effet employés avec succès dans le laboratoire du Prince, & réussirent de manière à ne laisser aucun doute sur cette matière. L'histoire de cette découverte, un extrait du travail de feu M. de Montamis sur la peinture en émail, l'examen des matières & de leur nature, & la manière de les préparer, font le sujet du cinquième Mémoire. M. Guettard y ajoute aussi les contradictions qu'il a eues à soutenir sur la propriété de cette découverte qui lui a été contestée, & les preuves qui concourent à la lui assurer; mais cette partie polémique doit être lûe en entier dans l'ouvrage même de l'Auteur, & nous lui ferions tort de la présenter en abrégé.

Dans le sixième Mémoire est décrit le travail que M. Guettard a fait pour découvrir les matières qu'on peut substituer aux chiffons de linge pour la fabrique du Papier, travail d'autant plus intéressant, que la consommation du papier, qui augmente journellement, peut donner lieu de craindre que cette matière première, déjà devenue rare, ne manque enfin absolument.

Le septième Mémoire a pour objet les expériences faites par les ordres de feu M. le Duc d'Orléans dans son laboratoire de Sainte-Geneviève, & au four à porcelaines de Bagnolet, sur plusieurs sortes de sables, de glaises & de pierres : ces différentes substances furent exposées à différens degrés de feu. On examina soigneusement les différentes matières métalliques qu'elles contenoient, les changemens que l'application de différens feux y produisoit, & le résultat de ces expériences fut consigné dans des tables qui offrent au premier coup d'œil une comparaison facile & exacte de ces matières avant & après les différentes opérations qu'on leur a fait subir. Il faudroit ignorer absolument la Physique, & le rapport qu'elle a aux Arts les plus utiles, pour ne pas sentir le mérite d'un pareil ouvrage.

Le huitième Mémoire contient tout le détail des observations météorologiques que M. Guettard a faites pendant son voyage en Pologne. Nous ne pouvons qu'indiquer cet article, qui ne peut être abrégé en aucune manière.

Le

Le neuvième & dernier Mémoire contient des obſervations ſur la Minéralogie d'Italie : ces obſervations ne ſont pas de M. Guettard; leur utilité, & l'amitié qu'il avoit pour ceux qui les ont faites, leur ont donné place dans ce Volume; mal-heureuſement une partie conſidérable du manuſcrit de M. d'Aubreuil, qui avoit fait ce voyage, eſt devenue la proie des Algériens : plus malheureuſement encore l'Auteur a-t-il été emporté par la mort à la fleur de ſon âge. Ce jeune obſervateur avoit parcouru, en Phyſicien intelligent, toute l'Italie, & n'avoit rien négligé de tout ce que cette belle contrée de l'Europe offre à chaque pas d'intéreſſant pour l'Hiſtoire Naturelle & celle de l'Antiquité; mais il faut lire ce qui nous en reſte dans l'extrait qu'en a donné M. Guettard : l'abréger plus qu'il ne l'eſt, ſeroit lui ôter une partie de ce qui lui eſt néceſſaire.

Ces neuf Mémoires ſont précédés par pluſieurs Obſervations détachées & très-intéreſſantes ſur le briſement des rayons de lumière à l'approche des corps ſolides, ſur la formation des nuées ſur les hautes montagnes, ſur le tonnerre, ſur l'odeur des cadavres dans les égliſes, par quelques Obſervations de Botanique, & enfin par quelques autres de Chimie & d'Anatomie. Ce premier Volume contient des faits & des recherches aſſez intéreſſantes pour faire deſirer que M. Guettard ſe hâte de publier le ſecond.



ANATOMIE.

SUR LE MÉCANISME DE LA RUMINATION ET SUR LE TEMPÉRAMENT DES BÊTES À LAINE.

V. les Mém. page 389.

CEUX qui ſont même médiocrement inſtruits de l'économie animale, ſavent que dans le nombre des quadrupèdes frugivores, c'eſt-à-dire, qui ſe nourriſſent d'herbes ou de grains, il en eſt pluſieurs eſpèces qui ont la ſingulière propriété de manger deux fois le même aliment, c'eſt-à-dire, qu'après avoir, comme les autres animaux, avalé leur aliment, ils le font revenir par la gorge dans leur bouche, le mâchent de nouveau, & l'avalent enſuite ſans retour, c'eſt ce qu'on nomme *Rumination*, & les animaux qui ont cette propriété, ſe nomment *Animaux ruminans*. Ces animaux ont pluſieurs eſtomacs, & on a même cru qu'ils en avoient quatre. Nous verrons bientôt ſi cette aſſertion eſt juſte; mais, quoique la connoiſſance de la rumination ſoit de toute ancienneté, le mécaniſme, par lequel elle s'opère, n'en étoit pas mieux connu. M. Daubenton a tâché de le développer d'abord par curioſité, & enſuite par l'influence que cette ſingulière opération lui a paru devoir avoir ſur le tempérament de l'animal.

Les herbes coupées par l'animal, lorſqu'il pâture, ſont portées par la première déglutition dans le premier eſtomac qu'on nomme *la panſe*, & où elles reſtent comme en dépôt ſans avoir preſque ſubi aucune altération.

Cet eſtomac eſt accompagné de trois autres, & ils ſont ſitués de manière que l'œſophage communique aux trois premiers preſque par le même orifice.

Le second estomac, qu'on appelle le *bonnet*, communique immédiatement à la panse, & cette communication est contiguë à celle de l'œsophage.

Lorsque l'animal veut ruminer, la panse, alors pleine d'herbes, se contracte, une partie de cette herbe remonte par l'action des muscles de l'œsophage, dans la bouche, pour y être remâchée, mais elle passe auparavant par le bonnet; & après cette seconde mastication elle est avalée de nouveau & portée, non dans la panse ni dans le bonnet, mais dans le troisième estomac qu'on nomme *feuillet*, d'où elle passe dans la *caillette*, qui est le quatrième, & de-là dans l'intestin.

Il se présente ici deux questions, pourquoi l'herbe contenue dans la panse, passe-t-elle dans le bonnet lorsque ce viscère se contracte, & n'enfile-t-elle pas immédiatement la route de l'œsophage? & pourquoi lors de la seconde déglutition, passe-t-elle immédiatement dans le feuillet sans entrer dans la panse ni dans le bonnet?

Un muscle placé à l'extrémité de l'œsophage, à l'endroit où il s'insère dans la panse, est l'organe qui opère toutes ces différentes fonctions; il peut, comme les muscles de la bouche, se contracter par un coin ou par l'autre: dans le temps où la panse se contracte, il se ferme par le coin qui répond à l'œsophage, & le passage du bonnet étant libre, l'herbe y entre, s'y imbibe de la sérosité contenue dans l'épaisseur du bonnet, qui l'exprime en se contractant, & alors l'œsophage s'ouvre du côté du bonnet, & la pelote d'herbe imbibée remonte dans la bouche.

Dans la seconde déglutition, au contraire, le muscle ferme absolument l'entrée de la panse & ne laisse libre que le passage dans le feuillet.

Mais pourquoi ce passage de l'herbe dans le bonnet, & quel en peut être l'usage? la seule inspection des matières contenues dans la panse & dans le feuillet, le démontre; l'herbe dans la panse est en nature & presque sèche; dans le feuillet elle est en bouillie très-liquide, elle ne peut avoir pris cette humidité que dans son passage par le bonnet, la texture de ce viscère même, fait voir qu'il est très-propre à contenir de la sérosité & à la rendre par la compression; & si on veut admettre ici l'analogie,

cet effet n'eſt pas équivoque dans le chameau, où une partie ſemblable contient juſqu'à quatre pintes d'eau, au moyen de laquelle cet animal peut être pluſieurs jours ſans boire: le bonnet du mouton rend de même en le comprimant, une ſéroſité abondante qu'il repompe lorſqu'il ſe rétablit en le lâchant.

Il eſt donc évident que ce ſingulier organe eſt une eſpèce d'éponge animale qui s'imbibe de la ſéroſité du ſang de l'animal & de l'eau qu'il boit.

Il réſulte de-là que cet organe doit d'autant plus pomper de la ſéroſité du ſang, que l'animal y introduira moins d'eau par la voie de la boiſſon, & que par conſéquent il n'eſt pas indifférent de bien règler le temps & la quantité d'eau qu'on leur laiſſe prendre; ſi la boiſſon eſt trop abondante, le bonnet ne tirera pas toute la ſéroſité qu'il doit tirer du ſang, & cette ſéroſité ſuperflue cauſera des maladies dangereuſes à l'animal. M. Daubenton a vu des moutons dans ce cas être remplis d'hydatides ou veſſies pleines d'eau qui gênoient tous les viſcères; ſi au contraire, on ne les fait pas aſſez boire, le bonnet deſsèchera abſolument le ſang, & l'animal ſe deſsèchera: la même choſe arrivera ſi l'animal eſſuie aſſez de chaleur pour ſuer, cette évacuation retirera une partie de la ſéroſité qui auroit été néceſſaire pour la digeſtion, & toute l'économie animale ſera troublée.

Cette dernière réflexion a fait voir à M. Daubenton combien la pratique uſitée en ce pays, de tenir les moutons dans des étables étoit pernicieuſe; ces animaux ſont aſſez bien vêtus pour ne pas craindre le froid, ils ne redoutent que le chaud; la chaleur artificielle qu'on leur procure ne fait que leur cauſer des maladies & détériorer leur laine. Au nord & au ſud de la France, on les tient tout l'hiver ſans abri, & M. Daubenton lui-même a eſſayé de les tenir à l'air tout l'hiver avec le plus grand ſuccès: mais cette matière eſt aſſez importante pour être traitée à part & dans un plus grand détail, & M. Daubenton la réſerve pour un autre Mémoire. Celui-ci aura toujours donné un des principes ſur leſquels eſt fondée cette méthode.

SUR LES

MOYENS DE RÉTABLIR LA DÉGLUTITION

Dans un cas où la cauſe qui l'arrête n'eſt marquée par aucun ſigne.

RIEN n'eſt plus ordinaire que de voir la déglutition interceptée par une eſquinancie, une inflammation, une tumeur ſurvenue à la gorge ; dans tous ces cas la cauſe en eſt aiſée à reconnoître, & ces maladies ſont connues de tous les Médecins. Mais il eſt un autre cas où la déglutition eſt interceptée ſans qu'il paroiſſe aucun ſigne qui puiſſe en indiquer la cauſe ni le traitement. Ce cas s'eſt préſenté quatre fois à M. Ferrein, & il a cru devoir communiquer à l'Académie ſes obſervations à ce ſujet pour prévenir le danger auquel les malades ſeroient infailliblement expoſés faute de ſavoir le moyen de les guérir.

Les quatre ſujets, ſur leſquels M. Ferrein a obſervé ce phénomène, étoient deux filles d'environ vingt à vingt-cinq ans, & deux femmes, jouiſſant les unes & les autres d'une bonne ſanté.

Tout d'un coup elles s'aperçurent qu'il leur étoit impoſſible d'avaler la moindre parcelle d'alimens ſolides ou liquides, ſans éprouver d'ailleurs aucun mal ni aucun ſymptôme dans le goſier ni dans aucune autre partie du corps, ſi ce n'eſt qu'une d'entre elles reſſentit quelques maux de cœur avant cet accident, & ſans qu'il ait été ſuivi d'aucun autre, excepté à une dont nous allons parler.

A celle-ci il prit le troiſième jour de ſon accident, un accès convulſif avec une forte agitation des bras & des jambes & perte de connoiſſance pendant un demi-quart d'heure ; après quoi elle reprit connoiſſance & ſa gaieté naturelle, mais ſans pouvoir parler pendant les deux premières minutes : ces accès la reprirent pendant environ huit jours, mais la foibleſſe, ſuite néceſſaire du défaut de nourriture, devint menaçante malgré les lavemens nourriſſans qu'on lui donnoit. M. Ferrein ayant appris

qu'elle avoit mangé excessivement de sucreries la veille de son accident, crut que les humeurs contenues dans l'estomac pouvoient exciter le spasme du pharynx & les convulsions de tout le corps, & il chercha à la faire vomir; comme l'émétique ne pouvoit passer à cause de l'embarras de la gorge, il eut recours à la fumée de tabac, qui effectivement la fit vomir: la facilité d'avaler revint aussi-tôt; des cordiaux, des purgatifs doux & un régime approprié achevèrent l'entière guérison.

Les trois autres personnes n'ayant pas eu des symptômes si fâcheux, furent traitées un peu plus doucement; des lavemens chargés de deux grains d'extrait d'opium, firent cesser le spasme, la faculté d'avaler revint, & les purgatifs doux, sagement administrés, eurent l'honneur de la cure. Cette observation a paru d'autant plus importante, que cette espèce de maladie étoit peu connue, & qu'elle n'étoit point une suite de vapeurs: aucune des quatre personnes, que nous venons de citer, n'y ayant été sujette ni devant ni après son accident.

Voici encore un fait à peu près de même nature, tiré d'une lettre de M. Montet, de la Société Royale des Sciences de Montpellier, & dont la guérison a été opérée par un autre remède; mais fondé sur le même principe. La femme d'un Médecin de Montpellier, vive & d'un tempérament actif, fut attaquée d'un mal de gorge accompagné d'une fièvre assez forte; ne pouvant consulter son mari qui étoit alors absent, elle prit d'elle-même l'émétique qui la purgea beaucoup, sans diminuer la fièvre, & lui donna une difficulté d'avaler très-considérable. Les saignées faites au retour de son mari, firent tomber la fièvre, mais le mal de gorge subsista, de même que la difficulté d'avaler; les sangsues, les vésicatoires, l'introduction même d'une sonde de plomb, ne purent débarrasser l'œsophage, & la malade couroit risque de périr d'inanition, lorsque son mari imagina de lui proposer d'essayer de la glace pilée; les premiers glaçons furent sans effet; mais après plusieurs tentatives la malade sentit qu'il étoit passé une goutte d'eau: ce succès l'encouragea à continuer, & elle avala une certaine quantité d'eau qui passoit goutte à goutte; le bouillon ne pouvoit cependant pas encore passer, & on

ne parvint à en introduire qu'en le faiſant précéder de quelques glaçons : on varia l'uſage du remède, & on ſoutint pendant pluſieurs jours la malade avec des eaux glacées qu'on rendoit nourriſſantes. La ſonde de plomb, les rafraîchiſſans & quelques autres remèdes prudemment adminiſtrés, achevèrent la cure que la glace avoit ſi heureuſement commencée.

Tous ces faits préſentés ſous un point de vue général, ſemblent indiquer que ce mal a pour cauſe un ſpaſme cauſé par des liqueurs viſqueuſes & irritantes ; que la glace n'avoit agi qu'en obligeant les glandes à ſe contracter & en diminuant la diſpoſition inflammatoire, & qu'en général les calmans ſont dans ce cas les remèdes les plus efficaces qu'on puiſſe adminiſtrer. Le dernier fait donne encore une leçon plus importante, il enſeigne aux Médecins à ſavoir oſer prudemment, & à franchir les règles ordinaires, lorſqu'elles ſe trouvent inſuffiſantes.

OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

LES dents des Animaux ont ordinairement leur accroiſſement & leurs limites marquées par la Nature, elles paſſent cependant quelquefois ces limites dans l'homme même & dans quelques animaux : M. Fougeroux, parlant ſur ce ſujet, rapporta que M. de Juſſieu avoit eu chez lui un de ces animaux du genre des lapins & qu'on nomme vulgairement *cochons d'Inde* ; il s'aperçut que les dents inciſives de cet animal s'alongeoient prodigieuſement & à tel point qu'il falloit les lui caſſer & les lui limer de temps en temps pour qu'il pût prendre ſa nourriture, ſans quoi il étoit obligé de jeter en l'air les herbes dont il ſe nourriſſoit, & de les retenir adroitement pour les faire entrer dans ſa gueule ſans les couper comme à l'ordinaire avec ſes dents inciſives ; M. Fougeroux ajouta qu'il avoit obſervé le même accroiſſement de dents ſur pluſieurs lapins, & fit voir quelques-unes des têtes de ces animaux : M. le Duc de Chaulnes & M. Morand, qui avoient obſervé la même choſe, firent voir

de pareilles têtes; il résulte de toutes ces observations que le genre du lapin est plus sujet qu'on ne pense, à cet alongement de dents qui doit faire périr beaucoup de ces animaux par la difficulté de se nourrir qu'il leur cause; ce même phénomène s'observe quelquefois dans l'homme, mais l'Art fait dans notre espèce venir au secours de la Nature, & on se débarrasse de ces dents, soit en les arrachant, soit en les limant pour les empêcher de défigurer ou d'incommoder ceux qui les portent, ce qui rend cet inconvénient très-rare parmi les hommes.

II.

M. Tenon a fait voir à l'Académie, une vessie humaine, divisée intérieurement comme en deux parties, par une cloison percée dans son milieu; elle lui avoit été envoyée par M. Durand, habile Chirurgien à Chartres : les exemples des doubles vessies ne sont pas rares, l'examen de cette dernière fait avec exactitude, a fait voir qu'elle n'étoit double qu'en apparence, & que ce n'étoit qu'une seule vessie, dont la tunique membraneuse s'étoit échappée en partie par les mailles du réseau charnu qui enveloppe ce viscère; ce qui pourroit faire croire que les autres vessies qu'on a cru doubles, ne devoient cette apparence qu'à la même cause. Le malade qui a fourni le sujet de cette Observation étoit mort âgé de soixante-quinze ans, des suites d'une rétention d'urine, s'étant toujours bien porté jusqu'à environ un an avant sa mort; il commença alors à ressentir quelques difficultés d'uriner, qui s'augmentèrent de plus en plus, jusqu'au point que la rétention fut complète trois mois avant sa mort, sans cependant qu'il ressentît aucune douleur, même en comprimant la région du pubis; il fut sondé & on lui tira deux pintes d'urine, mesure de Paris. Un plus grand nombre de faits de cette nature, décideroit peut-être si l'indolence de la vessie, malgré l'extrême dilatation, ne seroit pas un pronostic assuré d'une hernie de cette espèce, ce qu'il y a de certain, c'est que lorsqu'elle existe, plus elle est considérable, moins l'urine agit sur le vaisseau pour le dilater, parce qu'elle étend plus aisément les parois membraneuses de la hernie, où elle trouve moins de résistance.

III.

M. du Peyron de Cheyssiole, Docteur en Médecine & M. Bonhoure, Chirurgien, ont fait part à l'Académie, de l'Observation suivante; dans la paroisse d'Ailly, élection de Mauriac, dans la haute Auvergne, il y a une Paysanne née le 19 Août 1676, & par conséquent âgée de plus de quatre-vingt-onze ans, qui est assujettie à cet âge aux évacuations ordinaires à son sexe; elle est de taille médiocre, bien proportionnée & conserve encore des restes d'une physionomie agréable; elle a été mariée à dix-sept ans & a eu douze enfans qu'elle a tous allaités, elle n'a jamais eu d'autre maladie que ses couches; cet état de santé peut être également attribué à sa bonne constitution & à la frugalité de sa vie, ne s'étant jamais nourrie que de laitage, de fromage, de légumes, & quelquefois d'un peu de viande de cochon, le tout accompagné de pain bis de seigle & de gâteaux de sarrasin; elle a toujours vaqué aux travaux de son état, sans cesser d'observer les jeûnes ordonnés par l'Eglise; ses organes ne paroissent pas affoiblis; elle lit, coud & travaille à d'autres ouvrages sans lunettes, & à un peu de dureté près dans l'ouie, elle jouit encore de tous ses sens, de sa mémoire & de son jugement, en un mot on peut la mettre dans ce petit nombre de personnes heureusement privilégiées de la Nature, auxquelles il a été accordé de jouir paisiblement de leur être pendant tout le cours de la plus longue carrière. Cet avantage peut bien compenser la privation des biens & des dignités qui sûrement l'auroient accourcie & en auroient altéré la jouissance.

IV.

Tous ceux qui sont un peu au fait de la chasse, savent qu'on regarde comme certain que les lapins & les lièvres se donnent mutuellement l'exclusion, en sorte qu'on ne voit aucun lièvre dans les garennes où les lapins sont établis; & qu'au contraire les cantons où il y a beaucoup de lièvres, sont dépeuplés de lapins: il faut cependant que cette antipathie générale entre les deux espèces, ait ses exceptions; M. Fougeroux a fait voir à l'Académie, la peau d'un animal tué dans une garenne, & qui a paru

tenir visiblement des deux espèces. L'amour qui fait rapprocher le sceptre & la houlette, auroit-il donc aussi le pouvoir de réunir les espèces antipathiques !

V.

Un des amis de M. Tillet lui a mandé qu'une jument qui étoit pleine, avoit mis bas un poulain & un mulet. Ce fait est une preuve démonstrative de la possibilité de la superfétation, puisqu'il a fallu ici le concours de deux mâles de différente espèce; mais elle n'est pas la seule, & l'Académie a déjà publié dans son histoire de 1753 [a] une observation absolument semblable.

[a] Voy. Hist. année 1753, page 131.

VI.

L'Académie a rendu compte en 1766 [b] d'un fait qui prouve combien il est dangereux de surmener le gros bétail. En voici un autre qui fait voir que la grosse volaille que l'on mène à pied, court le même risque. M. du Hamel a rapporté que des Marchands ayant amené à Pithiviers & aux environs, une grande quantité d'oies qu'ils avoient pressées pour arriver à un certain jour où ils croyoient en avoir un meilleur débit, presque tous ces animaux étoient morts sans qu'on en pût donner d'autre cause que l'excès de fatigue qu'on leur avoit fait éprouver.

[b] Hist. 1766, pages 54 & 55.

VII.

M. Bordenave, Chirurgien de Paris, & bien connu de l'Académie par plusieurs bons ouvrages qu'il lui a communiqués, lui a fait part de l'observation suivante. Un homme âgé d'environ cinquante ans étoit sujet depuis long-temps à éprouver une difficulté considérable de respirer, à une espèce d'anxiété & à des suffocations, & son pouls étoit en général assez foible; après sa mort, on trouva le ventre très-enflé & une infiltration considérable dans les cuisses & dans les jambes : l'ouverture du ventre y fit voir un épanchement peu considérable, & beaucoup de désordre dans les viscères qui y sont contenus ; la difficulté de respirer & la lenteur du pouls faisoient soupçonner qu'il y en avoit aussi dans la poitrine, & on l'ouvrit; le poumon droit étoit adhérent à la plèvre dans une grande partie de son étendue, & il y avoit un épanchement de ce côté, & un plus grand

dans l'autre capacité de la poitrine; le péricarde parut épaissi, & en voulant l'ouvrir, on s'aperçut qu'en quelques endroits il résistoit à l'instrument tranchant, ce qui étoit causé par une concrétion osseuse qui s'étendoit sur la surface extérieure des ventricules, & sur-tout sur celle du ventricule antérieur; le péricarde très-adhérent se confondoit en ces endroits avec la substance du cœur sans pouvoir l'en séparer : la macération ayant permis de séparer la substance charnue, on trouva une concrétion osseuse, inégalement épaisse, transparente en quelques endroits, large de plus de deux pouces, & commune aux deux ventricules du cœur & à sa cloison sans aucune interruption; elle couvroit presqu'entièrement le ventricule droit jusqu'à sa pointe, continuoit en remontant dans la cloison, & de-là s'étendoit sur le ventricule cule gauche pour aller rejoindre la partie propre au ventricule droit.

Cette observation engagea M. Bordenave à rechercher les exemples de faits pareils, & voici le résultat de ses recherches: on trouve souvent dans la substance du cœur, & même dans ses ventricules, des concrétions pierreuses, même assez considérables, qui sûrement sont capables de gêner ses fonctions.

On observe assez fréquemment dans les vieillards, que les troncs des grosses artères sont cartilagineux, même osseux, & très-rétrécis, mais on observe bien plus rarement des ossifications dans les oreillettes & dans la substance du cœur; on en trouve cependant des exemples, & M. Bordenave en cite quelques-uns; le premier est tiré de l'Histoire même de l'Académie *: dans le cadavre d'un Jésuite mort à l'âge de soixante-douze ans, on trouva dans l'épaisseur des parois du cœur, un os plat, long de 4 pouces & demi, large de plus d'un pouce, qui embrassoit, pour ainsi dire, les deux ventricules & auquel les fibres charnues étoient très-adhérentes.

* *Voy. Hist. année 1726, page 24.*

Dans un autre sujet on trouva une ossification plus considérable; la surface externe des oreillettes étoit légèrement & inégalement ossifiée, les valvules sémi-lunaires étoient en partie cartilagineuses & en partie osseuses; le cœur étoit presque environné d'une lame d'os qui commençoit à sa base & finissoit antérieurement au tiers

de sa surface, mais s'étendoit postérieurement jusqu'à sa pointe; cette lame avoit en quelques endroits jusqu'à un pouce d'épaisseur & environ une ligne dans son plus mince, cet os n'est pas continu, mais interrompu en divers endroits par des portions cartilagineuses ou membraneuses, & dans tous ces endroits le péricarde y étoit adhérent.

La Gazette de France du 1.er Février 1768, offre encore un exemple pareil en la personne d'un Médecin de Morlaix qui mourut subitement; on annonça alors qu'on lui avoit trouvé le cœur ossifié, mais la vérité étoit qu'il ne contenoit que beaucoup de points isolés d'ossification.

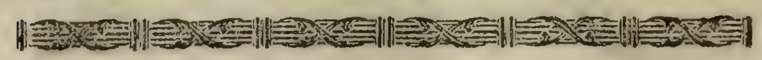
Il résulte de tous ces faits que la formation des concrétions pierreuses dans le cœur n'est pas rare, que l'ossification des grosses artères près du cœur, même des valvules & des ventricules, au moins l'induration cartilagineuse de ces mêmes valvules sont assez ordinaires dans les vieillards, mais que l'ossification de la propre substance du cœur se rencontre très-rarement.

Comment est-il possible que dans ce dernier cas les fonctions du cœur puissent subsister, même imparfaitement, comme nous venons de voir qu'elles l'avoient fait dans les circonstances que nous avons rapportées, & que M. Bordenave a appuyées de quelques autres faits analogues, quoique moins graves? il en attribue la cause au mouvement alternatif du cœur & des oreillettes, il doit en résulter que si les oreillettes ou le cœur conservent leur mouvement, la partie qui en sera privée en tout ou en partie, agira encore par son ressort, excité par le mouvement de l'autre qui y chassera le sang, & il s'établira une circulation pénible, à la vérité, mais qui suffira pour conserver la vie au malade: aussi voyons-nous que tous ceux qui ont fait le sujet de ces Observations, éprouvoient des accidens plus ou moins graves, & ils en en auroient peut-être subi de plus fâcheux, sans l'espèce d'insensibilité de cet organe; car, pour le dire en passant, la sensibilité du cœur physique est aussi petite que celle du cœur moral est grande.

Mais que dire lorsque la plus grande partie du cœur se trouve détruite, que sa base, ses oreillettes & un des ventricules n'existent

plus, qu'il n'y a plus de cloiſon ni de valvules; cependant la perſonne qui a été le ſujet de l'Obſervation dont nous parlons, & qui a été publiée en 1728 par M. Soumain, Chirurgien de Paris, vivoit, quoiqu'avec un grand nombre d'accidens, & la circulation ne ſe pouvoit faire que par le moyen du péricarde, lui-même conſidérablement altéré. Il eſt très-difficile de comprendre comment la circulation pouvoit s'opérer avec des organes ſi altérés; ſeroit-elle dûe en ce cas à la ſeule action des artères? ce qu'on peut plus ſûrement en conclure, c'eſt que toutes les reſſources de la Nature ne nous ſont pas encore connues.





CHIMIE.

SUR UN NOUVEAU MOYEN
De teindre la SOIE *en un rouge vif & en plusieurs autres belles Couleurs.*

V. les Mém. page 82.

PEU de personnes ignorent que la Cochenille est la matière colorante qu'on emploie à la teinture de l'écarlate & des autres nuances de beau rouge de bon teint, mais peu savent comment on parvient à en tirer la plupart de ces couleurs, & il ne sera peut-être pas hors de propos de donner ici une légère idée des procédés qu'on emploie pour les obtenir : elle facilitera l'intelligence de ce que nous avons à dire sur cette matière.

La cochenille est la dépouille, ou le débris d'une gale-insecte qui croît sur la plante nommée *Opuntia*, & elle nous est apportée d'Amérique.

La couleur que donne naturellement la cochenille, traitée comme les autres matières qui servent à la teinture, n'est nullement l'écarlate; elle ne donne qu'une couleur d'amaranthe, plus ou moins foncée. Un Hollandois nommé *Drebel* fut le premier qui en tira une couleur plus éclatante; il imagina d'employer dans la teinture de cochenille de la dissolution d'étain par l'eau régale, & son attente ne fut point trompée. La le séul colorante, atténuée par l'acide & mêlée avec la terre de l'alun qu'on sait être très-blanche, lui donna une couleur brillante qu'on nomme *écarlate d'Hollande*, & qui a pris ensuite le nom *d'écarlate des Gobelins*, depuis que par les soins du grand Colbert on fut parvenu à faire, dans cette Manufacture Royale, des teintures d'écarlate supérieures à toutes celles de Hollande. Il est inutile d'ajouter ici que le même procédé donne presque toutes les nuances de rouge, jusqu'au simple couleur de rose, en variant seulement les doses.

Ce qu'il y a de ſingulier, c'eſt que ces teintures ſi belles & ſi ſolides n'ont lieu que ſur la laine ou ſur d'autres matières animales : le même bain qui donne à une pièce de drap la plus belle couleur d'écarlate, ne fait que ſalir le coton & le fil de lin ou de chanvre qu'on y plonge, & ne donne à la ſoie qu'une vilaine couleur de lie de vin ou de pelure d'oignon, qui n'a pas même aſſez de ſolidité pour réſiſter à un ſimple lavage dans l'eau.

Un phénomène de cette eſpèce déconcerte un Artiſte, & anime un Phyſicien. M. Macquer a voulu voir d'où venoit cette différence, & voici la route qu'il a ſuivie.

On ſait que les toiles de coton, auxquelles on fait prendre le rouge de garence qu'on nomme *rouge d'Andrinople*, doivent être préparées avec des matières animales : cette opération fit penſer à M. Macquer que les différentes ſubſtances étoient d'autant plus diſpoſées à prendre le rouge de cochenille, qu'elles ſe rapprochoient plus du caractère des matières animales, & que la ſoie en étant plus éloignée que la laine, il falloit s'en rapprocher par les préparations qu'on lui donneroit.

Quelque juſte que ſemblât ce raiſonnement, il ne mena cependant pas M. Macquer au but qu'il s'étoit propoſé ; il eut beau imprégner la ſoie de différens ſucs animaux, & la traiter avec des ſavons compoſés de différentes graiſſes animales, il ne put jamais obtenir que les vilaines couleurs dont nous avons parlé, quoiqu'il eût varié, en une infinité de manières, les doſes de la diſſolution d'étain, & qu'il lui eût même ſubſtitué celles de tous les autres métaux & demi-métaux blancs.

Il étoit donc bien certain que la réuſſite de l'opération dépendoit de quelqu'autre circonſtance, & M. Macquer réſolut d'examiner & de ſuivre de point en point tout ce qui ſe paſſoit dans l'opération par laquelle on teint la laine en écarlate.

Pour y parvenir, il verſa quelques gouttes de diſſolution d'étain dans de l'eau diſtillée ; la liqueur devint laiteuſe, & il ſe précipita un ſédiment très-blanc qui n'étoit que la terre de l'étain que l'acide affoibli par l'eau avoit abandonnée.

En verſant de la même diſſolution dans de la décoction de cochenille bien filtrée, il obtint auſſi un précipité, mais celui-ci

n'étoit pas blanc; il étoit au contraire d'un rouge écarlate très-éclatant, & en ajoutant à diverſes repriſes de la diſſolution d'étain, il parvint à enlever à l'eau toute ſa couleur, & à la faire paſſer au précipité : la liqueur ayant été agitée pour y remêler le précipité, teignit la laine en écarlate, mais la ſoie ne s'y teignit pas mieux qu'à l'ordinaire.

Ces expériences apprirent à M. Macquer que la chaux d'étain ſe ſaiſiſſoit avidement de la fécule colorante de la cochenille, & qu'elle formoit comme une laque écarlate capable de s'appliquer ſur la laine, & d'y adhérer; mais que la ſoie, le coton & le fil ne recevoient point les molécules de cette laque, & par conſéquent la teinture.

Il n'étoit donc plus queſtion que d'eſſayer de faire adhérer la laque écarlate à la ſoie; les réflexions de M. Macquer ſur les expériences précédentes, lui firent ſoupçonner que ce défaut d'adhérence pouvoit venir de ce que les molécules de la terre de l'étain, ſe trouvoient trop groſſies par l'addition de la fécule colorante, pour pouvoir entrer dans les pores de la ſoie; que peut-être ces mêmes molécules, encore diſſoutes, y pourroient être reçues, & qu'alors la fécule colorante qui s'y joindroit, donneroit la teinture à la ſoie.

Il étoit aiſé de s'en éclaircir; pour cela M. Macquer affoiblit de la diſſolution d'étain par l'eau régale avec de l'eau, tellement cependant que l'étain ne s'en précipita point, & il y trempa de la ſoie: elle en fut pénétrée en un inſtant, l'ayant enſuite exprimée & lavée dans l'eau pour en détacher tout ce qui n'y étoit pas adhérent, il la plongea dans un bain de cochenille avivée avec un ſeizième de ſon poids de crême de tartre; l'attente de M. Macquer ne fut point trompée & la ſoie en ſortit teinte d'un rouge plein & vif qui réſiſta à toutes les épreuves & les débouillis qu'on emploie à éprouver l'écarlate ſur la laine.

On voit facilement que les molécules d'étain qui, dans l'opération ordinaire, deviennent par la précipitation & par leur jonction aux particules de cochenille trop groſſes pour ſe cantonner dans les pores de la ſoie, s'y cantonnent dans l'état de diſſolution, & y retiennent les parties colorantes avec leſquelles elles ont une très-grande aptitude à ſe joindre.

La

La couleur que prend la ſoie dans cette teinture eſt belle & ſolide, mais elle n'eſt pas le véritable ponceau; cet inconvénient au reſte, lui eſt commun avec la teinture de *carthamus* ou ſafran bâtard, qu'on emploie à le produire, & on peut y ramener la teinture de cochenille comme on y ramène cette dernière, en donnant d'abord à la ſoie une première teinture de jaune éclatant comme celui du raucourt, & la paſſant enſuite à la cochenille.

M. Macquer ne diſſimule point que cette teinture ſera chère parce qu'elle exige beaucoup de cochenille, mais elle ſera ſolide, & les ponceaux ordinaires qui ne le ſont pas, ſont au moins du même prix, par la main-d'œuvre & la valeur des drogues qu'on y emploie.

D'ailleurs, ſi la ſoie exige pour être teinte en ponceau, une plus grande quantité de cochenille que la laine, elle eſt auſſi teinte juſque dans ſon intérieur, & de plus ſon poids eſt augmenté d'un quart, & quoique la quantité d'étoffe qu'elle produit ne ſoit pas augmentée de même, les étoffes en ſont plus pleines & plus fournies, & par conſéquent d'un bien meilleur débit.

Non-ſeulement la diſſolution d'étain par l'eau régale peut ſervir à faire prendre à la ſoie le ponceau de cochenille, mais elle peut auſſi être avantageuſement ſubſtituée à l'alun dans bien des cas, & ſingulièrement pour les rouges & les couleurs qui tirent ſur le rouge; elle procure même en ce cas un autre avantage, qui eſt d'aſſurer ſur la ſoie les teintures de bois d'Inde & de Breſil, qui ne donnent avec la ſoie alunée à l'ordinaire, que des couleurs fauſſes; appliquées ſur la ſoie imprégnée de diſſolution d'étain, elles donnent des nuances beaucoup plus belles & qui réſiſtent à l'épreuve du vinaigre, comme le cramoiſi & le ponceau fin.

La découverte de M. Macquer, procure donc à l'art de la Teinture un accroiſſement conſidérable, uniquement dû à ſes recherches. Les Arts gagneront toujours à être éclairés des lumières de la Phyſique.

SUR LA DISSOLUTION DU CAOUTCHOUC OU RÉSINE ÉLASTIQUE DE CAYENNE.

V. les Mém. page 209.

NOUS avons rendu compte en 1751 [a], d'une résine singulière, formée du suc laiteux d'un certain arbre de l'Amérique: cette résine est élastique & ne se laisse dissoudre ni par l'eau ni par l'esprit de vin. Nous avons ajouté, d'après M. de la Condamine, ce qu'il avoit appris de la manière de la travailler, & les usages quelquefois singuliers, auxquels elle étoit employée par les naturels du pays.

La propriété qu'a cette résine de ne se dissoudre ni dans l'eau, ni dans l'esprit de vin, piqua la curiosité des Chimistes. M. Fresneau avoit bien mandé que l'huile de noix dissolvoit le caoutchouc à l'aide d'une longue digestion; mais elle faisoit plus, elle le détruisoit, & il ne pouvoit plus reprendre ni sa solidité, ni son ressort.

En 1763 [b], M.rs Hérissant & Macquer firent part à l'Académie des recherches qu'ils avoient faites sur ce sujet sans s'être rien communiqué l'un à l'autre; il en résultoit que le *Caoutchouc* coupé en morceaux & mis dans l'huile de corne de cerf, connue sous le nom d'*huile de Dippel*, ou dans l'huile de térébenthine bien rectifiée sur la chaux, ou exposé seulement à la vapeur de ces huiles, ou enfin mis dans l'éther, s'y amollit au point de se laisser pétrir, & peut en cet état être employé à plusieurs ouvrages, & qu'en l'exposant à une forte fumée de suie ou de foin, il reprend toute sa dureté & toute son élasticité.

Toutes ces opérations, comme on voit, n'avoient abouti qu'à ramollir le caoutchouc & non à le dissoudre, de manière qu'on le pût employer comme dans son premier état, & qu'il pût reprendre ensuite sa fermeté & son élasticité.

C'est à la solution de cette espèce de problème que M. Macquer a cru devoir consacrer quelques-unes de ses recherches, & nous allons exposer les tentatives qu'il a faites pour y réussir, & comment il y est enfin parvenu.

[a] Voy. Hist. 1751, p. 17.

[b] Voy. Hist. 1763, p. 49.

L'état d'émulſion ou de lait végétal dans lequel eſt le caoutchouc, lorſqu'il ſort de l'arbre, indique qu'il eſt compoſé d'un mélange d'huile & de quelque matière aqueuſe. Le défaut d'odeur aromatique, le peu de volatilité & d'indiſſolubilité abſolue dans l'eſprit-de-vin, font voir que l'huile qui entre dans la compoſition de cette réſine, n'eſt pas une huile eſſentielle, mais une huile graſſe.

Il réſultoit de-là que lorſque la réſine de Cayenne paſſe de ſon état d'émulſion à celui de corps ſolide, c'eſt vraiſemblablement par l'évaporation de ſa partie aqueuſe, d'où il ſuit encore que les diſſolvans huileux doivent la laiſſer molle & ſans reſſort, n'attaquant que la partie huileuſe, peu déſicative par elle-même & très-propre à retenir les huiles étrangères auxquelles elle s'unit.

Quelque peu d'eſpérance que ces réflexions donnaſſent à M. Macquer de réſoudre le problème par des diſſolvans huileux, il voulut les employer pour n'avoir rien à ſe reprocher; il eſſaya donc l'huile de lin, l'eſſence de térébenthine & pluſieurs autres, mais il n'obtint par ce moyen que des ſubſtances viſqueuſes, incapables de deſſéchement & ſans aucune élaſticité.

L'huile eſſentielle de térébenthine rectifiée ſur la chaux, fut employée avec plus de ſuccès, & comme cette dernière eſt diſſoluble dans l'eſprit-de-vin, M. Macquer voulut l'enlever au caoutchouc qu'elle avoit diſſout par la digeſtion & même par l'ébullition dans ce dernier; mais il n'y eut qu'une partie de l'huile qui ſe joignit à l'eſprit-de-vin, le reſte demeura obſtinément attaché à la réſine, & l'empêcha de reprendre ſa première conſiſtance.

La diſſolution faite dans l'huile de lin cuite avec la litharge s'eſt lentement & imparfaitement deſſéchée, mais après ce deſſéchement la réſine n'avoit plus ni liaiſon ni élaſticité. M. Macquer ſavoit bien que l'eau ni l'eſprit-de-vin ne diſſolvoient le caoutchouc, mais il ſavoit auſſi que dans le digeſteur de Papin, l'eau aidée de la chaleur pouvoit amollir les os les plus durs : il mit donc du caoutchouc d'abord avec de l'eau & enſuite avec l'eſprit-de-vin dans cette machine; mais loin de s'y diſſoudre, il en eſt ſorti plus dur & plus racorni.

Cette réſine expoſée à ſec à un degré de chaleur incapable de

s'allumer, a été assez facilement fondue, mais alors elle se trouvoit dans le même état que celle qui avoit été dissoute par les huiles, c'est-à-dire, visqueuse & sans élasticité.

Comme le caoutchouc dans son premier état est, comme nous l'avons dit, une espèce de lait végétal, M. Macquer crut devoir tenter si des substances laiteuses, qu'on tire de plusieurs plantes, ne pouvoient pas opérer cette dissolution; il en essaya de plusieurs sortes, & sur-tout le lait de figuier que M. Bertin lui fournit en assez grande quantité : ce Ministre s'intéressoit au succès de l'opération, mais de quelque manière que M. Macquer ait pu s'y prendre & varier ses procédés, il n'a pu rien obtenir par cette voie.

Le caoutchouc une fois desséché n'est donc plus susceptible d'être dissout par aucun des dissolvans dont nous venons de parler; il n'en restoit plus qu'un à essayer : nous avons dit en 1763, que cette matière ne pouvoit être attaquée que par des dissolvans très-volatils, & que même en ce cas ce n'étoit que la partie la plus volatile qui agissoit sur elle. On ne connoît point de substance plus volatile que l'éther; M. Macquer jugea donc le devoir employer pour dissoudre le caoutchouc, mais il n'auroit encore eu aucun succès, s'il n'eût employé que de l'éther ordinaire pour obtenir celui dont il se servit : il avoit distillé à une chaleur très-douce huit ou dix livres de bon éther, & n'avoit pris que les deux premières livres qui passèrent dans cette rectification.

Le caoutchouc coupé par morceaux, & mis dans un matras bien bouché, avec une assez grande quantité de cet éther pour qu'il en soit plus que couvert, s'y dissout parfaitement sans autre chaleur que celle de l'air; la dissolution est claire & prend une couleur ambrée : elle conserve l'odeur d'éther, mais mêlée avec une odeur désagréable, propre à la résine élastique, & elle est un peu moins fluide que l'éther pur.

Cette dissolution ne détruit aucunes des propriétés de la résine; si on la verse ou qu'on l'étende sur un corps solide, elle y forme en un instant un enduit de résine aussi élastique qu'elle l'étoit avant que d'être dissoute; si on la verse dans l'eau, elle ne s'y mêle point, & ne lui donne aucune apparence laiteuse, mais il

ſe forme à la ſurface une membrane ſolide & fort élaſtique, qu'on peut étendre très-conſidérablement ſans qu'elle ſe déchire, & qui reprend ſes premières dimenſions dès qu'on ceſſe de la tirer.

Les Indiens qui veulent faire avec le caoutchouc des bouteilles, des gobelets & d'autres uſtenſiles à leur uſage, forment d'abord des moules de terre graſſe, & les enduiſent de pluſieurs couches de caoutchouc en lait qu'ils font durcir à la fumée, obſervant de ne pas mettre une nouvelle couche que la précédente ne ſoit bien ſèche; & quand il y en a une quantité ſuffiſante, ils retirent la terre avec un outil: on peut faire la même choſe avec la réſine diſſoute dans l'éther, mais les moules de terre ne pourroient ſervir pour des ouvrages d'un beaucoup moindre volume, tels que des tuyaux gros comme une plume ou même plus petits; M. Macquer a ſubſtitué dans ce cas aux moules de terre des moules de cire qu'il enduiſoit avec un pinceau de diſſolution de caoutchouc, & en plongeant enſuite ces pièces dans l'eau bouillante, la cire fondoit & s'élevoit à la ſurface de l'eau, & il reſtoit un tuyau flexible & élaſtique droit ou courbe ſelon qu'on avoit formé le moule. Il faudra ſeulement faire cette opération avec adreſſe & promptitude, la réſine diſſoute dans l'éther ſe ſéchant ſi promptement qu'il eſt difficile de l'étendre uniformément ſans cette précaution.

SUR LA COMBINAISON DE L'ACIDE CONCRET DU TARTRE AVEC L'ANTIMOINE.

DANS le nombre des ſubſtances minérales que les Chimiſtes ont ſoumiſes à leurs recherches, il y en a peu qui aient offert autant de phénomènes intéreſſans à la curioſité phyſique, & autant de puiſſans remèdes à la Médecine que l'Antimoine. V. les Mém. page 520.

Ce minéral eſt, comme on ſait, composé d'une partie demi-métallique qu'on nomme ſon *régule*, uni à une quantité aſſez conſidérable de ſoufre minéral.

Lorſqu'on a dépouillé l'antimoine du ſoufre minéral qui y

étoit joint, il lui reste encore une quantité considérable de phlogistique jointe à sa partie métallique, qu'on peut le lui enlever par la calcination, & selon que cette calcination a été plus ou moins forte, l'antimoine prend les différentes formes de foie d'antimoine, de verre d'antimoine & de chaux.

Ces préparations sont toutes plus ou moins émétiques, & c'est ordinairement le verre d'antimoine qu'on emploie dans la composition du tartre stibié, connu plus ordinairement dans la Médecine, sous le nom d'*émétique.*

Cette espèce de sel neutre métallique se fait en unissant l'acide tartareux au verre d'antimoine ou à quelqu'une des préparations dont nous venons de parler où ce minéral est plus ou moins dépouillé de son phlogistique.

Quoique l'acide tartareux attaque l'antimoine dans cet état, il paroît ne l'attaquer que foiblement; les expériences de M. Geoffroy, desquelles l'Académie a rendu compte en 1734*, démontrent que le tartre stibié le plus actif, & qu'il ne seroit pas même prudent d'employer dans l'usage ordinaire, contient à peine le quart de son poids de ce minéral: la difficulté de fondre l'émétique dans l'eau, à moins qu'elle ne soit très-chaude, indique d'ailleurs que le tartre n'est rendu que peu soluble par son union avec l'antimoine; enfin l'extrême facilité avec laquelle l'émétique peut être décomposé par les alkalis fixes, est une preuve certaine du peu d'adhérence que l'acide du tartre contracte avec la base métallique.

* *Voy. Hist. 1734, p. 52.*

De ce que nous venons d'exposer, il semble résulter qu'on essaieroit vainement d'obtenir un tartre stibié plus soluble, en neutralisant le tartre comme l'avoit proposé feu M. Lémery, & que la quantité d'antimoine que le tartre pouvoit dissoudre, étoit invariablement fixée par les expériences de M. Geoffroy.

On se tromperoit cependant en admettant ces conséquences dans toute leur généralité & sans modification, & M. de Lassone va faire voir dans son Mémoire, 1.° qu'en disposant plus favorablement l'acide tartareux & l'antimoine, cet acide en peut dissoudre une bien plus grande quantité que ne l'a fixée M. Geoffroy; 2.° que l'antimoine est une des substances qui peuvent rendre le

tartre le plus ſoluble; 3.° qu'on peut unir tellement à l'acide du tartre la baſe métallique de l'antimoine, qu'elle n'en puiſſe être ſéparée par l'alkali le plus capable d'opérer cette déſunion; 4.° qu'en joignant à l'acide tartareux une baſe alkaline, on produit un ſel neutre végétal qui attaque très bien l'antimoine, & le diſſout mieux que cet acide ſeul ne pourroit faire, & qu'on forme par ce moyen un ſel métallique très-ſoluble & qui a des propriétés fort intéreſſantes; 5.° enfin que les nouveaux ſels antimoniaux qui réſultent des opérations de M. de Laſſone, ſont la plupart formés par les mêmes agens que ceux qu'on emploie ordinairement, & qu'ils n'en diffèrent que parce que ces agens ſont mieux appropriés. Eſſayons de le ſuivre dans ſes recherches.

On ſait en général que le foie d'antimoine, le ſafran des métaux & le verre d'antimoine ſont plus ou moins diſſolubles par l'acide tartareux, ſuivant que la terre de l'antimoine y eſt plus ou moins dépouillée de ſon phlogiſtique, mais que le diaphorétique minéral où elle en eſt plus dépouillée que dans aucune autre préparation, ſemble faire une exception à cette règle; aucun Chimiſte n'ayant fait mention ni de ſa diſſolution par l'acide tartareux, ni du ſel qui en réſulte, ſi on en excepte une ſeule obſervation conſignée dans le Journal de Médecine de Novembre 1760, où cette opération eſt énoncée d'une manière vague, & où l'Auteur ſemble même s'être mépris, en prenant pour un ſel antimonial un peu de crême de tartre ſurabondante & légèrement altérée. Voyons préſentement, d'après les opérations de M. de Laſſone, quelle action l'acide tartareux peut avoir ſur le foie d'antimoine, ſur la chaux de ce minéral, imparfaitement déphlogiſtiquée, parce qu'on n'avoit employé à cette opération que le double de ſon poids de nitre, & enfin ſur le diaphorétique minéral. Les autres préparations antimoniales viendront enſuite.

Le foie, la chaux d'antimoine & le diaphorétique minéral ont été, ſans aucune lotion préalable, jointes ſéparément à l'acide concret du tartre, dans la proportion d'une partie d'acide contre deux d'antimoine, le tout combiné par l'ébullition. L'évaporation de ces liqueurs a donné tous les ſels capables de criſtalliſer, & en continuant la concentration, elles ſe ſont réduites en gelées très-viſqueuſes

ou en gommes ſalines très-difficiles à ſécher & très-avides de l'humidité de l'air, d'une ſaveur ſade & déſagréable, & dont la couleur eſt d'autant plus foncée que l'antimoine a été plus déphlogiſtiqué. Il eſt à remarquer que les ſels gommeux tirés du foie & de la chaux d'antimoine, ſont de moitié plus abondans que celui qu'a fourni le diaphorétique minéral; ce qui vient de ce que l'acide tartareux trouve à ſe combiner avec la terre antimoniale, lorſqu'elle eſt plus ouverte & plus déphlogiſtiquée, & à former par conſéquent avec elle des ſels neutres & criſtalliſables. Mais quelle peut être la cauſe de la viſcoſité du ſel que donne le reſte de la liqueur lorſqu'on l'évapore preſque juſqu'à ſiccité?

La terre antimoniale ſeule, unie avec la baſe du tartre, n'eſt pas capable de produire cette eſpèce de viſcoſité; il n'en réſulte qu'un ſel métallique terreux qui criſtalliſe & n'eſt pas extrêmement ſoluble.

Il ſembleroit qu'on en devroit plutôt chercher la cauſe dans le ſel alkali que contiennent le foie & la chaux d'antimoine; on ſe tromperoit cependant ſi on lui attribuoit cet effet : car le diaphorétique minéral parfaitement édulcoré & dépouillé de tous ſes ſels par de fréquentes lotions d'eau bouillante, traité avec l'acide tartareux, n'a point donné de criſtaux, mais a formé une maſſe très-viſqueuſe, ſemblable à la gomme arabique tranſparente & inſipide comme elle; il étoit reſté ſur le filtre ſix gros de terre antimoniale qui, traités de la même façon avec l'acide du tartre, ne donnèrent que très-peu de ſel gommeux, mêlé avec beaucoup de criſtaux d'un ſel ſemblable au tartre ſtibié. Cette expérience fait voir que ces ſix gros de terre antimoniale étoient dépouillés par les opérations précédentes d'une terre alkaline qui s'unit intimement à la terre antimoniale, lorſque la déflagration détruit le nitre, & que par conſéquent elle étoit privée de l'intermède qui ſervoit à former le ſel gommeux : veut-on en être encore plus ſûr, l'expérience ſuivante en fournira une preuve? Si l'on projette, peu à peu dans un creuſet embraſé cette chaux antimoniale incapable de produire le ſel gommeux, même du diaphorétique minéral & du nitre joint à la crême de tartre & à la poudre de charbon, il réſultera de cette opération une chaux antimoniale qui ſe

ſe ſera rechargée de ſels alkaliſés que les lotions pourront emporter, mais à laquelle elles laiſſeront néanmoins cet intermède qui lui donne la propriété de former le ſel gommeux; & ſi au contraire on mêle ſimplement avec l'acide tartareux les fleurs argentées de régule d'antimoine qui, comme on ſait, ſont de toutes les préparations de ce minéral celle qui contient le moins de matière étrangère, & dans laquelle la terre réguline eſt la plus diviſée, on n'obtiendra pas de ſel gommeux, mais un ſel criſtalliſé & abſolument ſemblable au tartre ſtibié ordinaire; ce ſel offre encore une ſingularité remarquable : ſi on le met ſur des charbons ardens, il ſe bourſouffle comme le borax, & il ſe revivifie des grains de régule; nouveau moyen d'obtenir la revivification des fleurs régulines qu'on peut joindre à celui que M. Rouhault, Chimiſte françois, avoit fourni il y a quelques années pour cette opération regardée juſqu'alors comme impoſſible.

Ces fleurs régulines peuvent être cependant traitées de manière qu'elles deviennent parfaitement diſſolubles par l'acide tartareux, & forment avec lui un ſel très-gommeux; il ne s'agit que de les projeter dans un creuſet avec du ſel de ſoude, il s'en forme alors une eſpèce d'émail jaune, à la ſurface duquel paroît une couche verte, ce qui joint à un léger goût d'airain que l'émétique laiſſe dans la bouche, pourroit faire ſoupçonner un principe cuivreux dans l'antimoine: cet émail ſe diſſout très-bien par l'acide du tartre, & forme le ſel gommeux dont nous venons de parler.

La terre antimoniale n'eſt pas la ſeule qui, combinée avec l'acide tartareux, donne des ſels gommeux pareils à ceux dont nous venons de parler; celle de l'alun, & le borax en nature unis au même acide, donnent des ſels gommeux tous ſemblables à ceux qu'il forme avec la terre antimoniale, & toujours par l'intermède de la même terre alkaline, ce qui eſt ſi vrai que lorſque la terre de l'alun en eſt bien dépouillée, elle ne donne plus de ſel gommeux.

Le ſel gommeux antimonial a cependant deux propriétés que n'ont pas les autres; il n'a preſqu'aucune ſaveur, & ſi on verſe ſur ſa ſolution quelque portion de celle d'alkali fixe, la liqueur reſte claire, & ce n'eſt qu'après environ vingt-quatre heures qu'il s'y fait une précipitation incomplète.

On doit encore obſerver que quelques-uns des ſels gommeux antimoniaux préparés avec la ſubſtance réguline chargée de tout le ſel alkali produit par la déflagration du nitre avec l'antimoine, ſont déliquieſcens, c'eſt-à-dire qu'ils attirent l'humidité de l'air, tandis que le diaphorétique minéral, parfaitement dépouillé par les lotions de cet alkali, donne un ſel ſec & qui ne s'humecte point à l'air: il eſt donc plus que vraiſemblable que la terre alkaline s'uniſſant à la terre antimoniale avec laquelle elle paroît avoir une très-grande affinité, laiſſe l'alkali preſque découvert & en état d'attirer l'humidité de l'air dont ce ſel eſt, comme on ſait, fort avide, & d'en humecter toute la maſſe à laquelle il eſt uni.

On peut cependant, avec le concours des acides minéraux, diſpoſer l'antimoine à ſe combiner abondamment avec l'acide tartareux, ſans former de ſel gommeux.

Si, par exemple, on fait diſſoudre le régule dans l'eau régale & qu'on verſe dans cette diſſolution le *deliquium* du tartre, il ſe précipite une poudre extrêmement fine, qui ſe combine très-bien avec l'acide tartareux & forme avec cet acide un ſel neutre criſtalliſable; ce ſel eſt une eſpèce de diaphorétique minéral ſoluble, ou ſi l'on veut le bézoard minéral réduit en ſel.

Si on mêle de même le *deliquium* de l'alkali du tartre avec celui de l'antimoine, il ſe précipite une poudre d'algaroth différente de celle qui ſe précipite en affoibliſſant le *deliquium* de beurre d'antimoine avec l'eau diſtillée; celle-ci ne peut être attaquée par l'acide tartareux, & celle qui eſt précipitée par l'alkali du tartre, s'y unit avec la plus grande facilité & forme avec lui un tartre ſtibié très-énergique & d'un degré d'éméticité conſtant & invariable.

Juſqu'ici M. de Laſſone n'a opéré que ſur l'antimoine pour faciliter ſa diſſolution par l'acide tartareux; dans ce qui ſuit, il prépare également l'un & l'autre pour faire diſſoudre à cet acide une bien plus grande quantité de verre d'antimoine que celle qu'il en diſſout ordinairement.

En mêlant une partie de ſel ſédatif avec deux parties de crème de tartre, il en réſulte un tartre ſoluble qui conſerve

toute ſon acidité, ſi même elle n'eſt augmentée par ce mélange.

Cet acide ainſi préparé, mêlé dans la proportion de trois parties contre une de verre d'antimoine, & ſoumiſe à l'ébullition, diſſout preſqu'entièrement ce verre, & il réſulte de leur union un ſel gommeux, qui doucement deſſéché, ſe réduit en une poudre d'un blanc jaunâtre qui forme un émétique très-ſoluble & bien plus énergique que le tartre ſtibié ordinaire : le ſel ſédatif agiroit-il ici en joignant l'acide qu'on lui ſoupçonne à celui du tartre, ou ſeulement en augmentant la ſolubilité de ce dernier?

Ce même acide combiné, qui agit avec tant d'avantage ſur le verre d'antimoine, n'attaque pas les autres préparations de ce minéral beaucoup plus vivement que l'acide tartareux ſeul. Cependant quelques-uns des ſels gommeux, réſultans de cet acide préparé, ont des propriétés un peu différentes de celles dont jouiſſent les mêmes ſels préparés avec l'acide tartareux ſeul.

Celui, par exemple, qui eſt fait avec le ſafran des métaux, eſt très-ſoluble, & doit probablement avoir une action plus douce que les autres tartres ſtibiés. Il paroît auſſi par ſa couleur jaune, que le principe ſulfureux y eſt plus développé, ce qui lui doit donner vraiſemblablement quelques propriétés eſſentielles dont les autres ſont privés.

On obtient du même ſafran des métaux, en appropriant l'antimoine par le borax, un autre ſel gommeux moitié plus chargé qu'à l'ordinaire de la ſubſtance réguline, & qui ſe rapproche du kermès minéral.

Pour y parvenir, on met parties égales de borax calciné & de ſafran des métaux dans un creuſet qu'on pouſſe à grand feu, il en réſulte un émail couleur de foie peſant cinq gros : cet émail pulvériſé & jeté dans l'eau avec une once de crême de tartre auſſi pulvériſée, la liqueur a pris une belle couleur de kermès minéral, & eſt devenue après la filtration d'un jaune foncé, il eſt reſté ſur le filtre deux gros de réſidu de couleur de kermès minéral, & l'évaporation a donné un ſel gommeux de couleur rougeâtre : une once de l'acide du tartre a donc diſſous

dans cette opération deux gros de la ſubſtance du ſafran des métaux.

Une choſe digne de remarque, eſt que l'acide tartareux qui, rendu ſoluble par le ſel ſédatif, a tant d'action ſur le verre d'antimoine, n'en a preſqu'aucune ſur l'antimoine crud; mais que, ſi au lieu du ſel ſédatif, on emploie le borax entier à le rendre ſoluble, il attaque alors ſenſiblement l'antimoine crud, & forme avec lui un ſel gommeux, tranſparent & ambré, qui contient la neuvième partie de ſon poids d'antimoine; l'alkali du borax entre vraiſemblablement dans cet effet pour quelque choſe, mais il n'agit certainement pas ſeul dans cette occaſion: car cet alkali ou tout autre, combinés ſeuls avec l'acide tartareux, ne le rendent nullement propre à attaquer l'antimoine; le ſel végétal même & le ſel de ſeignette où le tartre eſt rendu ſoluble par les alkalis, n'ont aucune action ſur ce minéral ni ſur la plupart de ſes préparations: le verre d'antimoine & le diaphorétique minéral plus dépouillés de phlogiſtique que les autres, ſont les ſeuls qu'ils paroiſſent entamer.

Nous terminerons cet article par quelques réflexions de M. de Laſſone ſur l'uſage des ſels dont nous venons de parler; leur extrême ſolubilité & leur état gommeux les mettent certainement dans la claſſe des médicamens les plus pénétrans, & les rendent plus propres qu'aucuns autres à s'inſinuer dans les voies de la circulation.

Les fleurs régulines, le bézoard minéral & le diaphorétique minéral, regardés comme inſolubles dans l'eſtomac, & employés, pour ainſi dire, empyriquement dans la pratique, ſe retrouvent ici transformés en ſels gommeux & ſolubles: que n'eſt-on pas en droit d'attendre de ce nouvel état qui doit les rendre infiniment plus puiſſans & plus propres aux uſages auxquels on les deſtine?

Le ſel gommeux formé par la diſſolution d'un diaphorétique minéral, imparfaitement privé de ſon phlogiſtique, devient un purgatif très-doux, & peut être mis au rang des remèdes commodes & utiles.

Enfin dans le nombre de ces ſels antimoniaux, purgatifs;

émétiques, ou diaphorétiques dont la force & l'action sont si différentes, il s'en trouve qui paroissent devoir avoir des vertus particulières, & réunir tous les avantages qu'on peut desirer pour ces sortes de médicamens; mais, selon la sage remarque de M. de Lassone, c'est à l'expérience & aux observations, seuls guides sûrs de la bonne pratique, qu'il appartient de prononcer sur cet article.

SUR UNE SOURCE MINÉRALE TROUVÉE À VAUGIRARD.

LES Eaux Minérales sont des remèdes préparés par la Nature; & peuvent être utilement employées dans un très-grand nombre d'occasions; mais pour en tirer toute l'utilité dont elles sont susceptibles, & pour savoir à quels malades elles sont propres, il est absolument nécessaire de connoître les minéraux qu'elles contiennent, & dans quelle proportion ils y sont mêlés. L'Académie s'est trouvée cette année dans le cas de faire un examen de cette nature.

Un Particulier, propriétaire d'une maison à Vaugirard, située dans le bas de ce village, découvrit dans le jardin de sa maison, une espèce de source dont l'eau parut produire des effets purgatifs à quelques personnes qui en burent, & il se proposa de la faire examiner.

Elle le fut en effet, d'abord par M. Rouëlle, ensuite par M.rs Hérissant & Darcet, Commissaires nommés par la Faculté de Médecine, & enfin par M. Morand, Médecin.

Ces trois examens étoient d'autant plus suffisans pour constater la nature de cette eau, que les résultats se rapportoient très-bien entr'eux; mais le propriétaire, ne voulant rien avoir à se reprocher, crut devoir consulter l'Académie, & M.rs Macquer, Morand Médecin, & Cadet, furent chargés de cet examen. Nous allons essayer d'en donner le résultat.

La source minérale est située dans un jardin placé au plus bas

de Vaugirard vers la plaine de Grenelle; elle ſe trouve au fond d'une eſpèce de puits non revêtu, d'environ 18 pieds de profondeur; le thermomètre étoit alors à l'air libre à 23 degrés au-deſſus de zéro; plongé dans l'eau du puits, il deſcendit juſqu'à 10 ou 11 degrés, température ordinaire des caves & des puits. Le ſouterrain n'avoit aucune odeur extraordinaire, & on ne remarqua dans l'eau aucun mouvement inteſtin.

Cette eau puiſée à la ſource, & miſe dans des bouteilles, a paru un peu trouble & blanchâtre; au bout de vingt-quatre heures de repos, elle a paru moins trouble, mais elle n'étoit pas parfaitement claire: la filtration par le papier gris ne lui a pas même ôté ſon œil louche, mais elle a achevé de s'éclaircir d'elle-même par le repos.

L'eau de Vaugirard a une ſaveur douceâtre & fade comme l'ont toutes les eaux qui ne tiennent que très-peu de ſubſtances ſalines, & l'eau du puits d'une maiſon ſiſe à Paris près la croix du Trahoir, & qui a ſervi de point de comparaiſon dans cette recherche, a paru avoir la même ſaveur.

La peſanteur ſpécifique de l'eau propoſée, comparée à celle d'autres eaux connues, devoit être conſtatée; elle l'a été de deux manières: premièrement, en empliſſant ſucceſſivement une même bouteille d'eau diſtillée & d'eau de Vaugirard, & la peſant à chaque fois: ſecondement, en employant deux excellens aréomètres qui ont été plongés dans l'eau de Vaugirard & dans pluſieurs autres eaux connues de rivière, de fontaine & de certains puits de Paris. Cet examen a fait reconnoître que l'eau de Vaugirard étoit plus peſante que l'eau d'aucune rivière, qu'elle l'étoit moins que celle de certains puits de Paris, mais plus que celle de quelques autres.

Pour connoître les différentes ſubſtances que cette eau tenoit en diſſolution, M.rs les Commiſſaires ont employé l'évaporation; mais en opérant en même temps & de la même manière ſur quantités égales d'eau de Vaugirard & de celle du puits ſitué près la croix du Trahoir, dont nous avons parlé.

Quatorze bouteilles d'eau de Vaugirard, & pareille quantité de celle du puits en queſtion, ont été évaporées lentement &

ſans bouillir dans une baſſine d'argent, juſqu'à ce qu'elles aient été réduites l'une & l'autre à une livre ; ces eaux ainſi concentrées ont toutes deux pris une ſaveur âcre, ſalée & fort amère, & une couleur jaunâtre très-ſenſible : il s'étoit criſtalliſé pendant l'évaporation ſur l'une & ſur l'autre une aſſez grande quantité d'un ſel feuilleté & griſâtre qui fut reconnu pour ſéléniteux, & qui lavé & deſſéché peſoit trois gros.

L'évaporation ayant alors été continuée dans des capſules de verre, lorſque la quantité de chacune de ces eaux a été réduite à 4 onces, la couleur eſt devenue beaucoup plus foncée & la ſaveur beaucoup plus âcre, effet naturel de la concentration, & on n'a obſervé dans tout le cours de cette opération aucune différence entre l'eau de Vaugirard & celle du puits de comparaiſon ; il s'eſt pendant ce temps formé encore ſur l'une & ſur l'autre des pellicules en grande partie ſéléniteuſes, qui ont été ſoigneuſement enlevées ; enfin l'évaporation ayant été continuée juſqu'au bout, les réſidus fortement deſſéchés, ſe ſont trouvés jaunâtres, âcres, amers & déliqueſcens ; celui de Vaugirard peſoit 2 gros & 12 grains, & fuſoit avec vivacité ſur les charbons ardens ; celui de l'eau du puits de comparaiſon peſoit 2 gros 48 grains, & fuſoit moins vivement ſur les charbons que le réſidu de l'eau de Vaugirard.

Il réſultoit de ce que nous venons de dire, que les eaux de Vaugirard & celles du puits de comparaiſon étoient réellement chargées d'une quantité conſidérable de ſélénite, & que de plus elles contenoient une quantité ſenſible de ſels nitreux, & il ne reſtoit plus pour achever cet examen qu'à connoître la nature de ces ſels.

Pour y parvenir, les deux réſidus ont été diſſous à froid, chacun dans une once & demie d'eau diſtillée ; ces ſolutions étoient troubles & jaunâtres, ce qui indiquoit qu'elles étoient chargées de matières non diſſoutes qui en accéléroient la tranſparence.

Le filtre a enlevé ces matières qui ſe ſont trouvées peſer dans chacun des réſidus, environ 34 grains, & ces matières étoient griſes.

Les liqueurs clarifiées par la filtration ont été évaporées ; il a

commencé à se former pendant l'évaporation des cristaux confus; alors on a mis les liqueurs refroidir pour obtenir des cristallisations plus régulières, & en effet on a aperçu dans la liqueur de l'eau de Vaugirard des aiguilles de nitre assez fortes, très-bien formées, & qui ont fusé avec force sur les charbons; mais outre ces aiguilles, il y avoit encore un amas de cristaux plus confus, dans lequel on distinguoit des cristaux cubiques de sel marin, & qui ne laissoit pas de fuser sur les charbons. M.rs les Commissaires ont jugé que sur 24 grains que pesoient ces sels, il pouvoit y avoir environ 16 grains de nitre & 8 grains de sel commun.

L'évaporation de la dissolution du résidu de l'eau du puits de comparaison, a donné une masse saline très-confuse dans laquelle on n'a pu distinguer aucunes aiguilles de nitre, mais une bonne quantité de sel commun; ce sel mis sur les charbons ardens n'a fusé que très-foiblement: la totalité des sels contenus dans ce résidu pesoit 30 grains, sur lesquels il y avoit environ 23 à 24 grains de sel marin & 6 à 7 grains de nitre.

Il résulte de ces expériences, que l'une & l'autre de ces eaux contient une petite quantité de nitre & de sel marin parfaits; mais que l'eau de Vaugirard contient plus de nitre que de sel, au lieu que l'eau du puits donne plus de sel que de nitre.

Les liqueurs évaporées ne donnoient plus de cristaux, mais leur âcreté & leur amertume ne laissoient aucun lieu de douter qu'elles ne continssent encore du nitre & du sel marin, c'est-à-dire, les acides de ces deux sels unis à une base terreuse; pour s'en assurer, on ajouta à chacune une suffisante quantité d'alkali du tartre, qui ayant avec ces acides plus d'affinité que la terre, devoit la leur faire abandonner & la précipiter; ce fut effectivement ce qui arriva: il se précipita de la liqueur de l'eau de Vaugirard environ 36 grains d'une magnésie ou terre très-blanche, & la liqueur donna en l'évaporant des cristaux de nitre & de sel fébrifuge de Silvius; on sait que ce dernier est composé de l'acide marin joint à l'alkali du tartre, & ces sels pesoient un gros composé d'environ 54 grains de nitre & de 18 grains de sel de Silvius.

L'eau

L'eau mère, qui reſtoit de l'évaporation de celle du puits de Paris, a donné les mêmes produits, mais ſeulement en quantités un peu différentes, il s'en eſt précipité 24 grains de magnéſie & il s'eſt formé un gros de criſtaux compoſé de 48 grains de ſel de Silvius ſur 24 grains de nitre.

L'eau de Vaugirard & celle du puits de comparaiſon, contiennent donc l'une & l'autre du nitre & du ſel marin, partie à baſe alkaline & partie à baſe terreuſe; avec cette différence qu'il y a plus de nitre, à proportion, dans l'eau de Vaugirard & plus de ſel marin dans celle du puits de comparaiſon.

Il ne reſtoit plus à examiner que la matière ſéléniteuſe qui avoit été ſéparée de ces eaux; l'eau de Vaugirard en avoit fourni 3 gros, ſans compter les 34 grains qui étoient reſtés ſur le filtre: on a verſé ſur cette ſélénite une bonne quantité de vinaigre diſtillé, il s'eſt fait une effervelcence conſidérable, laquelle étant ceſſée, on a lavé & ſéché la ſélénite, qui s'eſt trouvée réduite à 3 gros 24 grains, mais elle avoit alors perdu ſa couleur griſe & étoit devenue d'un beau blanc; les mêmes effets ont eu lieu à l'égard de la ſélénite tirée de l'eau du puits de Paris; enfin le vinaigre qui avoit ſervi à ces opérations ayant été évaporé, a donné un dépôt terreux, à peu près égal dans l'une & dans l'autre.

On peut conclure de ces dernières expériences, qu'outre la ſélénite, le nitre & le ſel commun, tant à baſe d'alkali fixe qu'à baſe de terre calcaire, qui ſe trouvent, tant dans l'eau de Vaugirard que dans celle du puits de comparaiſon, elles contiennent une petite portion de terre calcaire libre, qui s'en ſépare par l'évaporation & s'attache à leur ſélénite.

Non-ſeulement on peut connoître la nature des ſubſtances contenues dans une eau propoſée, par les opérations que nous venons de décrire, mais on peut encore les découvrir par le changement qu'elles font à certaines matières qu'on y mêle, & ce moyen n'a pas été négligé.

L'eau de Vaugirard ni celle du puits n'ont point d'abord verdi le ſirop de violettes, mais au bout d'une demi-heure ce mélange a pris une couleur ſenſiblement verte, & le papier bleu rougi par quelques gouttes de vinaigre étendues dans un verre

d'eau, a repris sa couleur en le trempant dans l'eau de Vaugirard, même filtrée, ce qui est dû à la terre calcaire libre qu'on y a remarquée.

La teinture de tournesol n'a subi aucune altération, cette couleur qui se change aisément par l'action d'un acide foible, ne se verdissant pas de même par l'action d'un alkali qui n'est pas fort; l'esprit-de-vin mêlé à cette eau en assez grande quantité, en a précipité une matière blanche qui n'étoit que de la sélénite crisstallisée confusément, ce qui arrive dès qu'on le mêle avec des eaux séléniteuses.

L'alkali du tartre & l'alkali volatil du sel ammoniac, ont précipité de ces eaux une terre calcaire ou une espèce de magnésie, provenant de la décomposition de la sélénite & des sels nitreux & marin à base terreuse qui y sont contenus.

La dissolution d'argent par l'esprit de nitre, a occasionné un dépôt blanc & abondant, composé de vitriol lunaire produit par l'acide vitriolique de la sélénite uni avec une portion d'argent, & de lune cornée formée de l'acide marin & du même métal; la noix de gale n'a fait prendre à l'eau aucune teinte, preuve évidente qu'elle ne contient point de fer.

Toutes les expériences que nous venons de rapporter, & qui s'accordent parfaitement avec les analyses précédemment faites, prouvent inconteſtablement que l'eau de Vaugirard contient par pinte environ 53 grains de substances salines, dont plus de la moitié est de la sélénite; que le reste est partie nitre à base calcaire, partie sel marin aussi à base calcaire, partie enfin vrai nitre & vrai sel marin en très-petite quantité, & enfin une quantité encore plus petite de terre calcaire libre, soit qu'elle l'ait été naturellement, soit que les évaporations l'aient rendue telle; les mêmes substances se retrouvent aussi dans les eaux du puits de Paris qui ont servi de pièce de comparaison.

Si l'on veut comparer ces produits à ceux que donne l'eau qui a servi à lessiver des plâtras salpétrés ou les terres devenues nitreuses, on sera frappé de la ressemblance, & on verra clairement la raison pour laquelle ces eaux en sont imprégnées : le terrein de Paris abonde en salpêtre, qui y est fourni par les caves,

les fosses d'aisance & les écuries qui y sont de tous côtés; il n'est pas moins rempli de sel marin qu'y introduisent toutes les lavures de vaisselles: il n'est donc pas étonnant que les eaux qui passent à travers des terres chargées de ces sels, en emportent une partie, & les eaux de Vaugirard doivent être dans le même cas, par la quantité de maisons bâties en plâtre qui composent ce village où il y a un grand nombre d'habitans.

Quant aux usages médicinaux de ces eaux, il est bien difficile de les assigner; quoique les sels dont nous avons parlé soient en très-petite quantité dans ces eaux, cependant comme ils sont actifs, ils peuvent produire quelqu'effet, soit comme purgatifs, soit comme apéritifs: c'est à la prudence des Médecins à placer ces eaux à propos, & à en bien déterminer les effets; mais nous ne pouvons nous dispenser d'ajouter qu'on peut aisément y suppléer ou par celle de la plupart des puits de Paris, ou par une légère lessive de plâtras. C'est à l'expérience à nous instruire sur les effets qu'on doit attendre de cette nouvelle ressource de la Nature.



BOTANIQUE.

OBSERVATIONS BOTANIQUES.

I.

LA Rhubarbe, ce purgatif ſi uſité parmi nous, eſt une marchandiſe étrangère, & la plus grande partie de celle qu'on emploie, nous eſt apportée de la Chine. Un de Meſſieurs les Botaniſtes d'Édimbourg a mandé à M. du Hamel qu'ils étoient enfin parvenus à élever le *Rheum Palmatum* ou vraie Rhubarbe; il y a tout lieu d'eſpérer que cette plante ſe pourra naturaliſer en Europe, & que nous ne ſerons plus dans la néceſſité de la tirer de l'autre extrémité de notre globe.

I I.

M. Tillet a fait voir un épi de ſeigle rameux où duquel il en ſortoit un autre plus petit; il a auſſi montré deux ſiliques de haricots portées toutes deux par le même pédicule.

CETTE année parut un Ouvrage de M. du Hamel, intitulé: *Traité des Arbres fruitiers, contenant leur figure, leur deſcription, leur culture, &c.* Cet ouvrage intéreſſant pour tout le monde, & ſur-tout pour ceux qui s'occupent du jardinage, avoit été commencé, il y a près de trente ans, par M. du Hamel; mais il avoit preſque renoncé à le faire paroître à cauſe de la dépenſe des planches, M. le Berryais, amateur zélé, l'y a déterminé par ſes exhortations & par les ſoins qu'il s'eſt donné pour l'Édition de cet ouvrage.

Non-ſeulement l'ouvrage de M. du Hamel intéreſſe les amateurs du jardinage, mais encore ceux qui cultivent les arbres dans la vue de tirer du profit de leurs fruits: ceux même qui n'ont point de jardin, peuvent être bien aiſes de connoître les

fruits qu'on eſt à portée d'avoir dans les differentes ſaiſons. C'eſt à diſcuter cet objet qu'eſt deſtiné le premier Chapitre.

Les arbres fruitiers s'élèvent ordinairement en pépinières, ils y ſont plantés fort près les uns des autres, c'eſt-là qu'ils reçoivent leur première culture & leur premier accroiſſement; ils ſe multiplient ou par les ſemences ou par les drageons qui repouſſent du pied, ou enfin par les boutures qui ne ſont que des branches qu'on coupe & qu'on fiche en terre où elles reprennent racine: mais ce dernier moyen de multiplication n'eſt pas commun à toutes les eſpèces d'arbres, & n'eſt au contraire praticable que ſur un petit nombre. De quelque façon qu'on s'y prenne, il faut choiſir une terre convenable & la préparer de manière que les jeunes plants s'y plaiſent; de plus, ſi on en excepte la bouture, toutes les autres façons de multiplier les arbres ne donnent que des ſauvageons qu'il faut, pour ainſi dire, civiliſer par l'opération de la greffe : cette opération exige de la part du Cultivateur des ſoins & de l'attention pour choiſir des ſujets & des greffes qui ſoient analogues, pour bien ſaiſir le temps de l'opération, & pour la faire avec ſûreté. Aucun de ces différens objets n'eſt négligé dans le premier Chapitre de M. du Hamel; tous y ſont diſcutés ſéparément & avec toute l'attention qu'ils méritent.

On n'élève pas les arbres en pépinière dans la vue de les y laiſſer; ils doivent en être tirés pour les planter aux endroits auxquels ils ſont deſtinés: c'eſt cette plantation qui fait l'objet du ſecond Chapitre; il y a un très-grand nombre d'obſervations à faire pour aſſurer le ſuccès de cette plantation; on doit avoir égard à l'âge & à la groſſeur du plant ſuivant les différentes eſpèces des arbres & ſelon l'uſage auquel on les deſtine.

La terre, dans laquelle on deſire faire les plants, doit être ſoigneuſement préparée ſuivant la nature des arbres qu'on veut lui confier, & ſuivant auſſi la qualité & la poſition du ſol. L'intervalle qui doit être entre les arbres, n'eſt pas non plus toujours le même; il varie par une infinité de circonſtances auxquelles on doit avoir égard. La ſaiſon dans laquelle on doit lever les arbres, la manière de les tranſplanter, ont encore leurs variétés, & on doit ſoigneuſement les obſerver, ſi on veut aſſurer la réuſſite de ſes

plants; quelques arbres enfin ſe ſement & s'élèvent dans la place où ils doivent reſter, & cette méthode peut avoir des avantages dans quelques circonſtances. On voit par tout ce que nous venons de dire, combien il eſt néceſſaire de faire un bon choix dans toutes ces variétés, & le ſecond Chapitre de M. du Hamel eſt uniquement deſtiné à en fournir les moyens.

Les arbres plantés dans les jardins, y peuvent être placés de deux manières, ou en plein vent, c'eſt-à-dire iſolés & formant une tête, ou en eſpalier, c'eſt-à-dire étalés contre un mur ou un treillage, & formant une eſpèce d'éventail; on conçoit aiſément que ces derniers ne recoivent pas également l'air & le ſoleil de tous côtés, & qu'il eſt abſolument néceſſaire de bien choiſir l'expoſition convenable à chaque eſpèce d'arbres, & de bien diſpoſer les treillages qui doivent maintenir leurs branches dans cet état; d'autres arbres ſont encore traités d'une autre manière, ils ſont bas de tige, & forment une tête creuſe en dedans & ſemblable à une coupe; on les nomme *buiſſons*, ce ſont à proprement parler des pleins vents à baſſe tige. Le Chapitre troiſième eſt employé à bien expliquer toutes ces différences & les attentions qu'elles exigent du cultivateur.

Un des principaux ſoins du propriétaire des arbres de jardin, eſt qu'ils ſoient taillés dans la ſaiſon convenable, & de la manière qui eſt propre à leur poſition & à leur eſpèce, c'eſt-à-dire, qu'on leur retranche le bois ſuperflu qui les rendroit difformes ou leur feroit porter du fruit moins beau ou en moindre quantité : cette opération n'a preſqu'aucune difficulté pour les arbres en plein vent, ce n'eſt en grande partie qu'un élagage. Mais celle des arbres en eſpalier eſt différente, ceux-ci qu'on éloigne davantage du plan de la Nature ont beſoin de plus d'art pour être retenus dans l'état forcé où on les a mis; le ſyſtème de la taille doit même varier ſuivant qu'ils ſont jeunes ou déjà formés : en un mot cette opération eſt peut-être une des plus ſavantes de tout le jardinage, & M. du Hamel ne néglige rien pour en bien établir les principes tant pour les arbres en eſpalier que pour ceux en buiſſon.

Non-ſeulement la taille eſt néceſſaire aux arbres qu'on veut entretenir en eſpalier, mais leurs branches doivent être étalées

& attachées aux murs ou aux treillages pour leur faire prendre le pli qu'on veut leur donner : on les y maintient avec des liens d'osier ou de jonc ; observant de rompre les pousses superflues, survenues depuis la taille, ce qu'on appelle *ébourgeonner.* Cette opération se nomme *palisser,* & elle fait le dernier article du quatrième Chapitre.

Les arbres ne sont pas plus exempts de maladies & d'accidens que les animaux ; il faut donc savoir y remédier dans l'occasion : ces maladies sont souvent occasionnées par les insectes qui les endommagent, & il faut rechercher les moyens de détruire ces ennemis destructeurs, & de remédier aux maux qu'ils ont causés & à ceux qui peuvent survenir naturellement. C'est à donner les principes de cette espèce de médecine végétale qu'est destiné le cinquième Chapitre de l'ouvrage de M. du Hamel.

Le but qu'on se propose en plantant des arbres fruitiers, est de se procurer de bons fruits ; mais pour les avoir meilleurs, il y a des précautions à prendre ; ils doivent rester à l'ombre des feuilles jusqu'à un certain temps, après lequel on doit les découvrir & les exposer au soleil : on doit les cueillir dans le temps convenable, & les placer dans des fruiteries propres à les conserver, & sur-tout à les mettre à l'abri de la gelée & de l'humidité. Toutes les précautions nécessaires pour réussir dans ces importantes opérations sont exactement détaillées dans le sixième Chapitre.

Jusqu'ici nous n'avons parlé que de la culture des arbres en général ; le reste de l'ouvrage de M. du Hamel a un autre objet. Dès qu'on se propose une plantation d'arbres fruitiers, on a en vue que les fruits qu'on espère en tirer, soient de la meilleure espèce, & qu'ils se succèdent les uns aux autres, de manière qu'on n'en manque jamais. Une longue suite d'observations & de réflexions a appris à M. du Hamel à faire un choix des différentes espèces d'arbres qui peuvent répondre à ces vues, & il en donne la description, celles de leurs fleurs, de leurs fruits, & les particularités qui regardent la culture de chaque espèce.

Les Amandiers sont les premiers dont il parle ; il en décrit l'arbre en général, & passe ensuite à la description des neuf

meilleures eſpèces de cet arbre; car il ne perd point de vue que ſon but eſt de peupler les jardins d'arbres utiles, & non de ceux qui ne ſerviroient qu'à la ſeule curioſité. Les Abricotiers viennent enſuite, & M. du Hamel donne la deſcription de dix des eſpèces de cet arbre. Après avoir dit un mot de l'Épine-vinette, dont le fruit s'emploie en confitures, il paſſe tout de ſuite aux Ceriſiers, ſous laquelle dénomination ſont compris non-ſeulement ceux qui portent les ceriſes proprement dites, mais encore les meriſes, les guignes, les bigarreaux & les différentes eſpèces ou variétés de cette famille, au nombre de trente-un. Les Coignaſſiers ſuivent les Ceriſiers au nombre de trois eſpèces, viennent enſuite les Figuiers : & quoiqu'il y ait un très-grand nombre d'eſpèces de ce fruit, M. du Hamel n'en décrit que trois qu'il regarde comme les plus propres à être cultivés dans notre climat. Les Fraiſiers ne ſont pas un arbre, mais leur fruit fait dans ſon temps l'agrément de nos deſſerts, & M. du Hamel a donné place dans cet ouvrage à dix-ſept eſpèces différentes de fraiſiers. Les Groſeilliers ſuivent immédiatement les fraiſiers, & il décrit huit eſpèces de cet arbre, tant de groſeilliers à grappe que de groſeilliers épineux.

Les Pommiers ſont en bien plus grand nombre, & quoique M. du Hamel ait omis à deſſein les pommiers à cidre dont le fruit n'eſt pas bon à manger, il décrit cependant trente-neuf eſpèces de pommes.

Après les Pommiers viennent les Néfliers, la famille de ces arbres eſt très-nombreuſe, mais M. du Hamel n'en décrit que trois eſpèces; les autres ne fourniſſant pas de fruits propres pour les tables, il s'eſt contenté de les indiquer. Il ne parle de même que du ſeul Mûrier rouge, le mûrier blanc, malgré l'utilité de ſes feuilles pour les vers à ſoie, n'entrant pas dans le nombre des arbres que M. du Hamel s'eſt propoſé de décrire. C'eſt par cet article que finit le premier Volume.

Le ſecond commence par les Pêchers; le nombre des eſpèces & des variétés de cet arbre eſt immenſe; mais M. du Hamel n'en décrit que quarante-trois eſpèces qui ſont les meilleures, les plus connues, & qui ſe trouvent dans preſque toutes les pépinières bien aſſorties : la culture de cet arbre exige des attentions

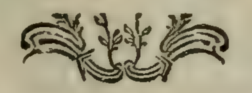
plus

plus ſuivies & plus particulières que celle d'aucun autre, & il n'a pas oublié de les détailler avec ſoin. Les Pruniers ſuivent immédiatement les pêchers, mais, quoiqu'il y en ait un très-grand nombre, M. du Hamel n'a choiſi que huit des meilleures eſpèces pour leur donner place dans cet ouvrage.

La famille des Poiriers eſt la plus nombreuſe de toutes, & celle qui mérite le plus d'attention, parce que ces fruits ſe ſuccèdent les uns aux autres pendant preſque toute l'année: malgré le retranchement que M. du Hamel a fait de toutes les eſpèces qui ſervent à faire du cidre, & de celles qui ne fourniſſent que des fruits peu agréables, il en décrit cependant cent dix-neuf eſpèces.

Le Framboiſier n'eſt pas, à proprement parler, un arbre; c'eſt une eſpèce de ronce, mais il eſt dans le même cas que le fraiſier, ſon fruit ſe ſert ſur nos tables; auſſi M. du Hamel n'a-t-il pas négligé d'en parler.

Le dernier article de l'ouvrage de M. du Hamel eſt la Vigne; en retranchant toutes les eſpèces qui ne produiſent que du raiſin propre à faire du vin, il décrit quatorze eſpèces différentes de raiſin de treille & propre à ſervir ſur les tables. Cet ouvrage eſt orné de plus de deux cents planches deſſinées & gravées dans la plus grande perfection. L'édition ne le cède point aux planches du côté de l'exactitude, ni du côté de la netteté de l'impreſſion: en un mot on peut regarder cet ouvrage comme un des plus beaux qui ait paru en ce genre, & comme un guide aſſuré pour tous ceux qui voudront former des potagers ou des vergers, & en tirer le plus d'agrément & le plus d'utilité qu'on puiſſe attendre des plantations de cette eſpèce. Ils profiteront des recherches & de la longue expérience qui ont mis M. du Hamel en état de conſacrer, pour ainſi dire, ce monument à l'utilité publique.



ALGEBRE.

V. les Mém. p. 207. NOUS renvoyons entièrement aux Mémoires : L'Écrit de M. du Séjour, ſur le Cas irréductible.

CETTE année M. le Marquis de Condorcet préſenta à l'Académie un ouvrage intitulé : *Eſſai d'Analyſe.*

Nous ne dirons ici que très-peu de choſe de cet ouvrage ; il eſt preſqu'entièrement compoſé de pluſieurs autres du même Auteur, deſquels nous avons rendu compte dans leur temps. Le premier eſt le Traité du Calcul intégral publié en 1765 [a], avec une méthode d'approximation par les ſuites infinies, & des Éclairciſſemens ſur cette même matière ; & le ſecond contient la ſolution du problème des trois corps, publié en 1767 [b] ; les principes établis dans cet ouvrage, ſont rappelés dans celui-ci, & appliqués à la recherche de différens points du ſyſtème du Monde, ſous la forme d'une lettre à M. d'Alembert.

[a] Voy. Hiſt. 1765, p. 54.

[b] Voy. Hiſt. 1767, p. 93.

Les obſervations ſont les véritables principes ſur leſquels la Phyſique puiſſe établir des ſyſtèmes ; mais on ne peut eſpérer qu'elles donnent tous les points de la route des Planètes, il faut que les hypothèſes ſuppléent à ce défaut, & qu'en s'accordant avec les points obſervés, elles donnent ceux qu'on n'a pu obtenir par cette voie.

Plus le calcul fondé ſur la théorie, ſera exact, plus les déterminations ſeront préciſes ; mais cette préciſion eſt extrêmement difficile dans de certains cas, & ce n'eſt qu'en maniant le calcul avec la plus grande adreſſe qu'on y peut parvenir.

C'eſt à cet uſage que M. le Marquis de Condorcet emploie les principes qu'il a poſés dans les ouvrages dont nous avons parlé, & qu'il applique dans celui-ci à la ſolution des principaux problèmes qui concernent le ſyſtème du Monde dans l'hypothèſe de la gravitation Newtonienne, & c'eſt pour parvenir à des ſolutions plus exactes & plus élégantes de ces problèmes, qu'il

examine ſcrupuleuſement les principes ſur leſquels eſt fondée l'analyſe qu'il emploie, & la manière d'en conduire le calcul. On ne peut, en liſant cet ouvrage, s'empêcher d'être étonné de la fineſſe avec laquelle il eſt manié, & de la préciſion dans les réſultats qui en eſt le fruit.

GÉOMÉTRIE.

NOUS renvoyons entièrement aux Mémoires :

L'addition au Mémoire imprimé en 1734, ſur les Courbes tautochrones : Par M. Fontaine. V. les Mém. page 460.

CETTE année parurent les quatrième & cinquième Volumes des Opuſcules mathématiques de M. d'Alembert.

Lorſque nous rendimes compte en 1764 [a] du troiſième Volume de cet ouvrage, qui avoit uniquement pour objet les Lunettes achromatiques, nous annonçames que l'étendue de cette matière n'avoit pas permis à M. d'Alembert d'y joindre pluſieurs autres Mémoires qu'il y avoit deſtinés, dont nous fimes alors l'énumération, & que l'Auteur deſtinoit aux Volumes ſuivans : ceux-ci ſont, comme on voit, l'accompliſſement de cette promeſſe de M. d'Alembert. Le quatrième eſt compoſé de neuf Mémoires dont nous allons eſſayer de donner une idée.

Dans le ſecond Mémoire du premier Volume de ſes Opuſcules [b], il avoit donné les formules, deſquelles on peut déduire le mouvement d'un corps qui tourne autour d'un axe fixe ou variable, avec une vîteſſe quelconque variable ou uniforme, animé ou non par des forces accélératrices quelconques. Dans le premier Mémoire de celui-ci, l'uſage de ces formules eſt beaucoup plus détaillé ; il en déduit la poſition de ces axes d'une manière très-facile, & le tout eſt accompagné de pluſieurs remarques abſolument neuves ſur les axes de Rotation : ce travail eſt entièrement fondé ſur la théorie de la Rotation dont il avoit le

[a] Voy. Hiſt. 1764, p. 92.

[b] Voy. Hiſt. 1761, p. 88.

premier donné les principes dans ſon ouvrage ſur la préceſſion des Équinoxes *.

* Voy. Hiſt. année 1750, page 134.

Le ſecond Mémoire de ce Volume, met encore à un autre uſage les formules données par M. d'Alembert dans le premier Tome de ſes Opuſcules; il y fait voir comment on peut, par le moyen de ces formules, déterminer les loix générales de la Rotation d'un corps animé par des forces quelconques; il en déduit les loix que ces forces doivent obſerver, & la figure qu'il doit avoir pour que les équations qui déterminent ſon mouvement, ſoient intégrables: il recherche ſur-tout, avec un très-grand ſoin, quel doit être le mouvement d'un corps qui n'éprouve aucune force accélératrice qui puiſſe en faire varier la Rotation, & donne une ſolution très-ſimple de ce cas.

Le troiſième Mémoire eſt compoſé de pluſieurs extraits de lettres ſur différens ſujets; on y trouve quelques paradoxes géométriques aſſez ſinguliers, des doutes ſur la démonſtration de l'impoſſibilité de la Quadrature indéfinie du cercle, donnée par M. Newton; de nouvelles réflexions ſur la théorie des probabilités, tendantes à confirmer celles que M. d'Alembert avoit publiées dans le dixième Mémoire du ſecond Tome de ſes Opuſcules & dans d'autres ouvrages : il paroît en réſulter qu'il eſt échappé à M. Bernoulli quelques contradictions dans les calculs que ce grand Géomètre a donnés ſur cette matière.

Le quatrième Mémoire n'eſt qu'un ſupplément au troiſième Volume des Opuſcules de M. d'Alembert, qui avoit pour objet la théorie des Lunettes achromatiques, & aux Mémoires qu'il avoit donnés en 1764 & en 1765 ſur cette matière; mais comme nous avons alors établi les principes ſur leſquels ces recherches ſont fondées, nous nous diſpenſerons d'en parler ici.

Dans le cinquième Mémoire, M. d'Alembert donne de nouvelles réflexions ſur la théorie des cordes vibrantes; il avoit autrefois donné la ſolution de ce problème, mais de grands Géomètres l'ayant crue ſuſceptible d'extenſion, & d'autres au contraire croyant qu'elle doit être reſtreinte, il emploie ce Mémoire à faire voir que cette théorie s'étend à tous les cas qu'il a énoncés, & n'eſt applicable à aucun autre.

Le Calcul intégral fait la matière du sixième Mémoire, M. d'Alembert y expose des vues & des recherches importantes sur cet objet intéressant; il donne, par exemple, la manière de trouver l'intégrale de certaines fonctions par les conditions données de leurs différentielles, celle de trouver, dans les cas où cela est possible, le facteur qui multiplie une équation différentielle pour la rendre intégrable, & la démonstration qu'il existe un tel facteur; il contient encore la généralisation de plusieurs problèmes résolus par M. Euler dans les Mémoires de l'Académie de Pétersbourg, la réduction de quelques différentielles aux arcs de sections coniques, & enfin l'intégration de quelques équations différentielles du second ordre & des ordres supérieurs.

Le septième Mémoire roule encore sur les probabilités, & M. d'Alembert y donne de nouvelles réflexions très-intéressantes, occasionnées par les lettres qu'il a reçues sur cet objet de plusieurs savans Mathématiciens: ce Mémoire est terminé par un nouvel examen des calculs de M. Bernoulli sur l'Inoculation, dans lequel se trouvent plusieurs recherches analytiques dignes d'attention.

Le huitième comprend différens objets; les principaux sont une démonstration analytique du principe de la force d'inertie, & un examen de la méthode employée par quelques Astronomes pour déterminer la hauteur méridienne & l'instant des Solstices.

Dans le neuvième & dernier Mémoire de ce Volume, M. d'Alembert donne ses réflexions sur le problème des trois corps, & en particulier sur la théorie de la Lune qui en est une application, & sur les degrés de perfections qui manquent à cette théorie, il y indique ce qui reste à faire pour la perfectionner, & les méprises où sont tombés quelques Géomètres qui ont tenté la solution de ce problème: mais tous ces objets ne sont, pour ainsi dire, qu'effleurés dans ce Mémoire, M. d'Alembert s'étant réservé à les traiter plus au long dans le cinquième Volume de ses Opuscules, qui a paru cette même année, peu de mois après le quatrième.

Ce cinquième Volume est en général consacré à la recherche de deux principaux objets; le premier est la théorie de l'équilibre & du mouvement des fluides, & le second, celle du mouvement

des Corps céleſtes dans le ſyſtème de la gravitation; mais ces objets principaux n'y occupent pas tellement M. d'Alembert qu'il ne ſe ſoit permis d'y en joindre quelques autres dont nous aurons également lieu de parler.

La première partie qui concerne l'équilibre & le mouvement des fluides, contient cinq Mémoires, auxquels M. d'Alembert en a joint deux autres relatifs à des objets différens.

Dans le premier Mémoire, il s'attache à confirmer par de nouvelles preuves ce qu'il avoit avancé ailleurs, qu'il n'eſt pas toujours vrai que dans un fluide hétérogène & en équilibre, les couches de denſité différente doivent ſe mettre de niveau, & il fait voir, d'après une obſervation de M. de la Grange, les reſtrictions qu'on doit mettre à cette propoſition trop générale; il y montre encore que la loi de l'équilibre des fluides regardée juſqu'ici comme générale, ne l'eſt nullement, & qu'elle doit être modifiée: enfin il termine ce Mémoire par de nouvelles recherches ſur la figure de la Terre, deſquelles il réſulte qu'un fluide homogène ne peut être en équilibre, s'il n'eſt de figure ſphérique ou elliptique.

L'objet du ſecond Mémoire eſt auſſi de confirmer par de nouvelles preuves ce que M. d'Alembert avoit avancé dans le quatrième Mémoire du premier volume de ſes Opuſcules, ſur l'impoſſibilité de réduire dans un très-grand nombre de cas les loix du mouvement des fluides au calcul, & de donner des méthodes pour déterminer les cas où ce mouvement peut être calculé analytiquement, & des éclairciſſemens utiles ſur les équations fondamentales de l'hydrodynamique, qu'il avoit précédemment données.

D'apres les principes poſés dans les deux Mémoires précédens, M. d'Alembert examine dans le troiſième les loix du mouvement des fluides dans les tuyaux, & donne le dénouement de quelques paradoxes qui avoient embarraſſé juſqu'ici les Géomètres; il fait voir que des ſuppoſitions qu'on croiroit pouvoir ſe permettre pour déterminer le mouvement dont il s'agit, écarteroient de l'exactitude qu'on ſe propoſe; il détermine les cas où le fluide ſe diviſe en coulant, & finit par des recherches

analytiques ſur la figure de la veine que le fluide forme en ſortant du tuyau.

Toutes les recherches, dont nous venons de parler, n'ont pour but que d'obtenir des équations qui donnent la ſolution des problèmes qu'on ſe propoſe d'y réſoudre. Le quatrième Mémoire eſt entièrement deſtiné à examiner ces équations, à chercher les cas où elles peuvent avoir lieu, & à les faire quadrer, lorſqu'il eſt poſſible, avec celle qui exprime la figure du vaſe qui contient la liqueur.

Dans le cinquième Mémoire, M. d'Alembert traite de pluſieurs objets différens ; le premier eſt un ſingulier paradoxe, duquel il réſulte qu'une certaine figure étant ſuppoſée à un ſolide, il ſembleroit ne devoir éprouver aucune réſiſtance de la part d'un fluide où il ſeroit mû, même en faiſant les ſuppoſitions les plus légitimes & les moins précaires ſur la façon d'agir du fluide. M. d'Alembert laiſſe ce paradoxe à examiner aux Géomètres, il paſſe dans un autre article à l'inſuffiſance des équations analytiques pour déterminer la vîteſſe du ſon; il donne enſuite quelques remarques ſur le ſolide de la moindre réſiſtance, puis il recherche la poſition la plus avantageuſe qu'on puiſſe donner aux ailes des moulins à vent, & finit par quelques remarques ſur la réfraction des corps ſolides.

Les ſixième & ſeptième Mémoires n'ont plus aucun rapport à la théorie des fluides, ils contiennent des remarques ſur les ſuites divergentes ou convergentes, ſur l'expreſſion de certaines quantités imaginaires, & ſur les racines des équations du troiſième degré dans le cas irréductible, ſur la loi de la compreſſion des reſſorts, ſur les ſinus, ſur les tables de mortalité, & enfin ſur quelques différentielles qui ſe peuvent réduire à des arcs de ſections coniques.

La ſeconde partie de ce Volume a, comme nous l'avons dit, pour objet principal, le mouvement des corps céleſtes dans le ſyſtème de la gravitation univerſelle. Six des Mémoires qui la compoſent, y ſont employés, & les deux autres ſeulement traitent de différens objets étrangers à ce premier, ſi cependant des connoiſſances mathématiques peuvent être abſolument étrangères à d'autres connoiſſances du même genre.

Dans le premier Mémoire, M. d'Alembert développe une obſervation importante, indiquée dans le troiſième Volume des Mémoires de l'Académie de Turin, ſur l'intégration des équations différentielles du problème de la préceſſion des équinoxes, & ſur les attentions néceſſaires pour en obtenir une ſolution exacte. Quelques Mathématiciens avoient donné une explication ſpécieuſe de la diminution annuelle de l'obliquité de l'écliptique, M. d'Alembert en fait voir le peu de ſolidité; il fait voir enſuite comment, au moyen d'une ou de deux forces initiales imprimées à la Terre, on peut rendre raiſon de tous les mouvemens dont ſon axe & ſa maſſe ſont ſuſceptibles; enfin il découvre la ſource des mépriſes où ſont tombés quelques célèbres Géomètres, dans les ſolutions qu'ils ont données du problème de la préceſſion des équinoxes.

Les quatre Mémoires ſuivans, contiennent des réflexions importantes ſur le problème des trois corps, & ſur ſon application aux phénomènes céleſtes.

Le ſecond contient la détermination de la forme la plus ſimple qu'on puiſſe donner à l'équation de l'orbite lunaire, & la manière la plus commode & la plus facile de l'intégrer, & M. d'Alembert relève à cette occaſion une mépriſe dans laquelle étoit tombé feu M. Clairaut dans ſa théorie de la Lune, en ne faiſant pas aſſez d'attention à la double courbure de l'orbite de cette Planète, ce qui auroit pu le jeter dans de grandes erreurs ſi cette mépriſe n'avoit été à peu près compenſée par une autre en ſens contraire.

Dans le troiſième Mémoire, M. d'Alembert revient plus particulièrement à l'intégration de l'orbite lunaire & aux difficultés que préſente le problème des trois corps, il y donne la meilleure manière de faire cette intégration, & fait voir les imperfections qui ſe trouvent dans les méthodes qu'on avoit données juſqu'ici pour y parvenir, & ſur-tout la difficulté que renferme la détermination du mouvement de l'apogée de la Lune.

Le quatrième eſt conſacré à l'examen de pluſieurs points importans de la théorie de la Lune, le premier eſt celui de pluſieurs difficultés qui ſe rencontrent dans la recherche de certaines équations de cette planète: M. d'Alembert y indique le moyen de

de perfectionner par deux ou trois corrections légères, mais essentielles, les excellentes Tables publiées par M. Mayer, il fait voir enfin comment & dans quels cas la gravitation peut produire une altération apparente dans le mouvement moyen des Planètes.

Le cinquième contient la recherche de la légère résistance qu'éprouvent les Planètes, tant principales que secondaires, dans le fluide qu'elles traversent; une formule très-simple & plus exacte que celles qu'on connoissoit, sert à comparer la résistance des Comètes à celle des Planètes; M. d'Alembert fait ensuite voir comment on peut expliquer par la résistance de l'éther, l'équation séculaire du mouvement moyen de la Lune, & il fait voir en même temps que cette même résistance ne peut en aucune manière altérer le mouvement des nœuds, ni l'inclinaison de l'orbite de cette Planète.

Le sixième Mémoire contient des Recherches sur plusieurs sujets d'Astronomie-physique; M. d'Alembert y traite du mouvement des apsides, en supposant que la force centrale ne soit pas exactement en raison inverse du carré des distances; il donne les moyens de trouver ce mouvement dans cette hypothèse, & fait voir à cette occasion combien les méthodes d'approximation qu'on emploie à résoudre ces sortes de questions, sont encore imparfaites; il détermine ensuite quel doit être le mouvement des nœuds d'un Satellite, en supposant que son orbite fasse un angle considérable avec le plan de celle de la Planète principale, & finit ce Mémoire par la recherche des perturbations que les Comètes peuvent éprouver de la part des Planètes.

Les deux Mémoires qui achèvent ce volume, n'ont plus rien de commun avec l'Astronomie-physique, & M. d'Alembert s'y occupe d'autres objets.

Le septième a pour objet les loix de la Réfraction dans l'hypothèse Newtonienne, & il y fait voir, sur-tout dans le rapport des sinus, plusieurs paradoxes singuliers qui résultent de cette hypothèse.

Le huitième & dernier Mémoire, contient des Recherches sur la manière de trouver certaines fonctions par les conditions

données, ſur la réfraction & ſur la route de la lumière dans l'œil; ſur le mouvement d'un corps peſant qui pirouette ſur un plan horizontal, une addition aux recherches ſur le mouvement des reſſorts, données dans la première partie de ce Volume, quelques remarques ſur le Calcul intégral, d'autres ſur les calculs relatifs à l'Inoculation, d'autres encore ſur la manière d'exprimer certaines fonctions, & enfin des recherches ſur un problème analytique & ſur la libration de la Lune.

Telles ſont les matières qui ont formé l'objet des quatrième & cinquième Volumes dont nous venons de rendre compte, mais il s'en faut bien que la matière ſoit épuiſée; M. d'Alembert indique encore pluſieurs autres objets importans ſur leſquels il ſe propoſe de travailler, & il exhorte tous les Géomètres à tourner leurs vues vers les objets mêmes qu'il a traités, & de ne rien épargner pour en obtenir des ſolutions abſolument exactes. Cet ouvrage a paru digne de la réputation de ſon Auteur, d'aller à la ſuite de ceux qui l'ont précédé & d'être auſſi favorablement reçu du Public qu'ils l'ont été.





ASTRONOMIE.

SUR LES *ÉLÉMENS DE LA LIBRATION DES NŒUDS, Et de la Variation de l'orbite du ſecond Satellite de Jupiter.*

NOUS avons rendu compte en 1765 * du commencement du travail de M. Maraldi ſur cette matière; mais il n'étoit alors entré dans aucun détail. Deux circonſtances l'en avoient empêché: l'une que l'Académie avoit propoſé pour ſujet du Prix de 1766, de déterminer quelles devoient être les inégalités des ſatellites dans le ſyſtème de la gravitation univerſelle; l'autre, que M. Bailly qui travailloit ſur la même matière, devoit publier ſon ouvrage au commencement de 1766. Le peu de temps qui reſtoit à M. Maraldi pour donner le réſultat du dépouillement qu'il avoit fait d'un très-grand nombre d'obſervations, ne lui permit que d'annoncer ſon travail, & de faire voir qu'il lui avoit donné la libration des nœuds du ſecond ſatellite, à peu près la plus grande & la plus petite inclinaiſon de ſon orbite, & enfin la période de ces variations, qui eſt de trente ans.

V. les Mém. page 298.

* Voy. Hiſt. 1765, p. 85.

Depuis 1765 juſqu'à préſent, M. Maraldi n'a pas perdu cet objet de vue, & il a mis la dernière main à ſon travail qu'il donne ici dans toute ſon étendue, avec toutes les obſervations ſur leſquelles il eſt fondé.

Ces obſervations ſont au nombre de plus de mille, & M. Maraldi en a par-tout comparé les réſultats aux Tables de M. Bailly, calculées d'après la théorie Newtonienne.

Tous ceux qui ſont même médiocrement au fait du calcul des Éclipſes de Lune, ſavent que la demi-durée d'une éclipſe dépend de la latitude de la Lune, au temps de la conjonction, qu'elle eſt la plus grande poſſible ſi la Lune eſt alors dans ſes

nœuds, puiſqu'elle parcourt le diamètre entier de l'ombre, & la plus petite poſſible au contraire, ſi la Lune eſt dans les limites des termes écliptiques, puiſqu'elle parcourt la plus petite corde de l'ombre qu'elle puiſſe parcourir.

C'eſt donc par la meſure exacte des demi-durées des éclipſes qu'on peut juger de l'angle de l'orbite d'un ſatellite avec celle de ſa planète principale, de ſes latitudes dans les différens points de ſon orbite, & enfin de la poſition de ſes nœuds. C'eſt pour cela que M. Maraldi n'a rien négligé pour s'aſſurer exactement de cet élément.

Une des grandes difficultés de cette recherche eſt qu'il eſt aſſez rare qu'on puiſſe obſerver dans la même éclipſe du ſecond ſatellite ſon entrée dans l'ombre & ſa ſortie; l'une de ces deux phaſes eſt preſque toujours cachée derrière Jupiter, ou ſi voiſine de ſon diſque, qu'elle devient très-équivoque; on ne l'obtient ordinairement que par la comparaiſon des éclipſes précédentes & ſuivantes, ce qui, comme on voit, ſuppoſe qu'on connoiſſe exactement le mouvement du ſatellite dans cet intervalle. Malgré cet inconvénient, M. Maraldi ayant réduit toutes les obſervations, en a tiré les élémens du mouvement & des éclipſes du ſecond ſatellite avec tant de préciſion que ſur cent vingt-ſept éclipſes il ne s'en trouve que quatorze, dont le calcul tiré des Tables de M. Maraldi, s'écarte de l'obſervation de plus d'une minute, & que ce calcul comparé à la théorie de M. Bailly, s'eſt trouvé preſque entièrement d'accord avec elle.

On juge bien que dans le choix des obſervations que M. Maraldi a comparées, il a fallu apporter des précautions pour en tirer tout le parti poſſible; il a choiſi avec ſoin celles qui étoient également éloignées de l'oppoſition de Jupiter, qui en étoient diſtantes d'environ quinze jours, & ne s'écartoient pas de plus de trente-cinq: il les a comparées aux obſervations voiſines, en un mot il n'a employé que celles dont il étoit abſolument ſûr.

C'eſt en prenant toutes ces précautions qu'il eſt parvenu à déterminer des élémens ſi exacts que les Tables qu'il a conſtruites ne s'écartent preſque pas de l'obſervation ni de la théorie Newtonienne employée par M. Bailly.

Nous disons presque pas, car dans le nombre de ces observations, il s'en est trouvé quelques-unes de rébelles; il y en a même eu une d'un celèbre Astronome, que M. Maraldi n'a pu rappeler au calcul des Tables, qui a représenté toutes les autres; & s'il ne s'est trouvé aucune erreur dans la copie qui lui en a été communiquée, il faut rejeter quatre demi-durées qui s'accordent parfaitement au calcul, & chercher de nouveaux élémens.

En attendant cette discussion, nous pouvons toujours avancer, avec M. Maraldi, que la plus grande inclinaison de l'orbite du second satellite avec celle de Jupiter, est à très-peu près de 2^d 48', & la plus grande très-approchante de 3^d 48'; que le lieu moyen du nœud ascendant est dans le 13^d 52' du Verseau; que la période enfin de la libration de l'inclinaison de l'orbite & de celle du nœud est de trente années.

C'est d'après ces élémens que M. Maraldi a calculé des Tables qui donnent pour chaque année de la période, la quantité de la libration, l'inclinaison vraie & le véritable lieu du nœud. Il a calculé par le secours de ces Tables une multitude d'Éclipses qu'il rapporte avec les différences entre le calcul & l'observation, & la petitesse de ces différences presque toujours moindres qu'une minute, est la preuve la plus complète de l'exactitude de son calcul & de la bonté des élémens qui lui servent de base. M. Maraldi a joint à son Mémoire toutes les observations qui lui ont servi de base, & qui peuvent servir à en vérifier toutes les déterminations. Il est bien étonnant que l'industrie humaine ait pu parvenir à fixer si exactement les mouvemens & les phénomènes de ces astres qui n'étoient pas même connus il y a cent cinquante années.

SUR LES
ÉLÉMENS DE L'ORBITE DE SATURNE.

NOUS avons rendu compte en 1765 * d'un dérangement singulier, observé par M. de la Lande, dans le mouvement de Saturne, duquel il résulte qu'il est impossible de représenter avec une seule hypothèse les observations anciennes & modernes.

V. les Mém. p. 432.

* Voy. Hist. année 1765, page 63.

Comme cependant il eſt néceſſaire d'avoir des Tables exactes de cette Planète, ſoit pour le calcul aſtronomique, ſoit pour la recherche des longitudes en mer, dans laquelle on compare ſouvent la Lune à cette planète comme à un point connu, M. de la Lande a voulu eſſayer de concilier les obſervations faites depuis environ trente ans, pour voir ſi on pourroit ramener les Tables à un degré de préciſion ſuffiſant, du moins pour les années qui vont ſuivre : il y a réuſſi au-delà même de ſon eſpérance, & il y a tout lieu de ſe flatter que le calcul fait ſur ſes principes, repréſentera les obſervations au moins d'ici à pluſieurs années; & c'eſt tout ce qu'on peut exiger juſqu'à ce qu'on ait déterminé la loi, la période & la cauſe des dérangemens du mouvement de Saturne. Nous allons tâcher d'expoſer l'eſprit & le réſultat de ſa méthode.

Les obſervations qu'a employées M. de la Lande, ſont celles qui ont été faites dans les apſides & dans les moyennes diſtances pendant les années 1738, 1746, 1753, 1760 & 1767; & en employant les fauſſes poſitions & l'eſpèce de tâtonnement uſité en pareils cas chez les Aſtronomes, il a déterminé les changemens qu'il falloit faire aux élémens employés par M. Halley.

En ajoutant 12′ 47″ à l'époque du mouvement moyen de Saturne en 1753, 17′ 0″ à celle de l'aphélie pour le même temps, ôtant 8′ 46″ à la plus grande équation du centre, & ajoutant 5″ $\frac{1}{8}$ au mouvement annuel de Saturne, ou, ce qui revient au même, 8′ 33″ au mouvement ſéculaire, M. de la Lande eſt parvenu à conſtruire des Tables qui repréſentent les oppoſitions obſervées depuis trente ans avec une telle préciſion, que le calcul ne s'écarte pas de l'obſervation d'une minute.

Dans la conſtruction de ces Tables, M. de la Lande a conſervé le mouvement de l'aphélie tel que le donne M. Halley, non qu'il le regarde comme parfaitement exact, mais parce qu'il n'avoit aucune eſpérance de le déterminer, & que d'ailleurs il influe peu ſur la détermination des mouvemens de la Planète pendant quelques années auxquelles ſe bornent juſqu'à préſent ſes prétentions.

Pour faciliter le calcul des mouvemens de Saturne dans les

nouvelles ſuppoſitions de M. de la Lande, il a engagé M. de Chaligny, Chanoine régulier de la Congrégation de France à Metz, à calculer une Table des changemens à faire dans la plus grande équation & la diſtance de Saturne, données par les Tables de M. Halley, en ſuppoſant l'excentricité diminuée de 1000 parties. Il eſt vrai que cette ſuppoſition ne donne que 7′ 14″ de diminution dans la plus grande équation, mais elle facilite le calcul, & on peut ſuppléer à cette légère erreur ſans aucun riſque en employant des parties proportionnelles; il ajoute encore 15′, au lieu du nœud déterminé par M. Halley, & termine ſon Mémoire par une Table des principaux élémens de la théorie de Saturne pour le 1er Janvier 1772. Dans l'impoſſibilité où l'on eſt de donner une théorie & des Tables exactes de cette Planète, on ne pouvoit y ſuppléer d'une manière plus avantageuſe.

SUR LES

MOUVEMENS DE L'AXE D'UNE PLANÈTE

Dans l'hypothèſe de la diſſimilitude des Méridiens.

CETTE matière avoit déjà été traitée en 1754,* M. d'Alembert y avoit expoſé les principes généraux ſur leſquels eſt fondée cette recherche, & il ne ſera peut-être pas inutile de les rappeler en peu de mots.

V. les Mém. p. 1 & 332.

* *Voy. Hiſt. année 1754, page 116.*

Une Planète quelconque ayant un axe de rotation ſur elle-même, il eſt clair que cet axe une fois mis dans une certaine poſition, doit, pendant tout le chemin que la Planète fait ſur ſon orbite, garder toujours cette même poſition, & être toujours parallèle à lui-même, s'il ne ſe trouve quelque cauſe étrangère qui l'en détourne.

Si la Planète étoit exactement ſphérique, l'attraction du Soleil s'exerçant toujours également de part & d'autre de ſon centre, rien ne dérangeroit la poſition de ſon axe, & le paralléliſme ſubſiſteroit; mais ſi l'on ſuppoſe la Planète elliptique, & ſon axe incliné à l'écliptique, il ſe trouvera des poſitions où l'attraction ſera inégale de part & d'autre du centre, & le paralléliſme

de l'axe ſera infailliblement dérangé. Nous avons expoſé cette théorie plus au long en 1750 * à l'occaſion d'un ouvrage de M. d'Alembert ſur la préceſſion des équinoxes & la nutation de l'axe terreſtre.

* Voy. Hiſt. année 1750, page 134.

Dans cet ouvrage & dans le Mémoire qu'il avoit donné en 1754, il avoit ſuppoſé que la Planète étoit toujours un ſphéroïde, c'eſt-à-dire que l'équateur & ſes parallèles étoient des cercles, & que tous les méridiens étoient ſemblables. Comme il ne s'agiſſoit alors que de l'axe de la Terre, il avoit négligé à deſſein pluſieurs termes des équations qui n'avoient que peu ou point d'application à ce cas particulier, & qui ne ſervoient qu'à rendre la ſolution générale. Dans les deux Mémoires dont nous avons à rendre compte, il revient ſur ces deux points, & après avoir généraliſé ſes équations, il examine quel ſeroit le mouvement d'une Planète quelconque dont l'équateur & les parallèles ne ſeroient pas des cercles, & dont les méridiens ne ſeroient pas ſemblables.

La première application qu'il fait de ſes principes, eſt à la libration de la Lune, & nous allons eſſayer d'en préſenter une idée.

L'obſervation apprend aux Aſtronomes, que la Lune dans toute la durée de ſa révolution, nous préſente toujours à peu près la même face, nous diſons à peu près, car dans l'exacte vérité on découvre de temps en temps une petite partie de l'hémiſphère inviſible, & on perd de vue une petite partie de celui qu'on voit ordinairement ; cette apparence eſt ce qu'on nomme la *libration de la Lune* : en recherchant la cauſe de cette eſpèce de balancement, on a trouvé qu'une partie étoit dûe à un mouvement réel, & une autre à une illuſion optique. Nous allons commencer par examiner cette dernière.

Si l'on ſuppoſe la Lune parfaitement ſphérique, & ſe mouvant dans un cercle concentrique à la Terre & dans le plan de l'écliptique, de manière que le même de ſes diamètres prolongé, paſſe toujours par le centre de la Terre ; un obſervateur placé à ce centre verroit toujours exactement la même face de la Lune, ſans y obſerver aucune libration, puiſque le cercle qui ſépare la

partie

partie visible de l'invisible, & qui est toujours perpendiculaire au rayon vecteur, ne changera pas de place sur la surface de la Planète, & sera toujours tangent à l'orbite.

Mais si on rend à l'orbite de la Lune sa véritable figure qui est celle d'une ellipse, à l'un des foyers de laquelle est placée la Terre, le rayon vecteur de la Lune ne sera plus un angle constamment droit avec l'orbite, & la Terre découvrira alternativement quelque portion de l'hémisphère invisible, & perdra quelque partie de celui qu'elle découvroit, & c'est ce qui constitue la libration optique en longitude.

D'un autre côté, le plan de l'orbite lunaire est incliné à l'écliptique d'environ 5^d, & par conséquent la Terre doit apercevoir dans les grandes latitudes quelque peu de la partie inférieure ou supérieure de l'hémisphère invisible qu'elle ne verroit jamais si la Lune faisoit son mouvement dans le plan de l'écliptique, & c'est la libration optique en latitude. De ce que nous venons de dire, il suit que la libration optique de la Lune est composée de deux librations particulières, l'une en longitude qui est nulle à l'apogée & au périgée de cette Planète, & dont la quantité dépend de la figure de l'orbite & de l'anomalie de la Planète ou de sa distance à son apogée; & l'autre en latitude dont la quantité dépend de la distance de la Lune à ses nœuds ou de sa latitude.

Dans tout ce que nous venons de dire, nous avons supposé que la Lune tournoit toujours le même côté vers la Terre; mais nous n'avons pas essayé d'en rendre raison.

Cette apparence se peut expliquer en deux manières, en supposant, par exemple, à la Lune un mouvement autour d'elle-même dans un temps précisément égal à celui de sa révolution périodique; & nous avons expliqué, d'après M. de Mairan en 1747 *, toute la théorie de cette rotation; il en résulte même que, si on suppose que ce mouvement de rotation de la Lune sur son axe n'est pas constamment égal à celui de la Lune sur son orbite, il produira nécessairement une libration réelle & physique qui découvrira alternativement de part & d'autre une petite partie de l'hémisphère invisible de la Lune, & cachera une semblable portion de celui qu'on voit ordinairement.

* *Voy. Hist. année 1747, page 89.*

Cette ſuppoſition n'eſt pas au rang des choſes démontrées; mais elle ne contient auſſi rien qui force à la rejeter: ſi cependant on veut en employer une qui paroiſſe moins arbitraire, on peut ſuppoſer, avec M. d'Alembert, que l'équateur lunaire ne ſoit pas un cercle; alors la peſanteur de la Lune vers la Terre, & la force centrifuge, contribueront également à tenir le grand axe de cette ellipſe toujours à peu près dirigé vers la Terre; nous diſons à peu près, car il eſt aiſé de voir que la figure de l'orbite, & toutes les perturbations que la Lune éprouve dans ſon mouvement, ne permettront pas que ce grand axe ſoit toujours exactement dirigé vers la Terre, & qu'il naîtra encore de-là une libration réelle & phyſique qui fera paroître un peu de l'hémiſphère inviſible.

Quelque choix qu'on faſſe entre ces deux ſuppoſitions, la Lune aura toujours une rotation, & par conſéquent un axe & un équateur. Les obſervations ont appris aux Aſtronomes que cet équateur avoit un plan différent de celui de l'orbite lunaire, & qui étoit incliné de quelques degrés à ce dernier, & par conſéquent l'équateur lunaire a ſes nœuds ou ſes points équinoxiaux comme celui de la Terre.

Il eſt donc queſtion de déterminer les loix de la libration phyſique de la Lune, la figure de ſon équateur & de ſes méridiens, la poſition du plan de cet équateur & de l'axe lunaire, & les mouvemens dont cet axe & les points équinoxiaux ſont ſuſceptibles; ce ſont toutes ces déterminations qui ſont l'objet du travail de M. d'Alembert.

Le premier article qu'il examine eſt celui de la rotation de la Lune, en ſuppoſant toujours la théorie Newtonienne, que l'équateur lunaire ſoit elliptique, & que l'angle que fait ſon grand axe avec le rayon vecteur, ſoit très-petit; il fait voir que de cette ſuppoſition, non-ſeulement on peut tirer la rotation de la Lune ſur ſon axe, mais encore la néceſſité d'une libration réelle & phyſique, cauſée par la différence d'action de la Terre ſur les deux parties antérieure & poſtérieure de la Planète dans les différens points de ſon orbite.

Pour faciliter la détermination de cette libration, M. d'Alembert

emploie un moyen bien ingénieux; il ſuppoſe toute la Planète réduite au grand axe de ſon équateur, chargé à chacune de ſes extrémités de deux poids ou corpuſcules égaux, ſur leſquels la Terre agiſſe: on voit aiſément combien cette ſuppoſition ſimplifie le problème, elle le ſimplifie même beaucoup plus qu'il ne le ſemble; car elle le réduit à celui qui a pour objet de déterminer le mouvement d'un pendule ordinaire, qui, écarté de ſon point de repos à une certaine diſtance, recevroit une vîteſſe initiale quelconque.

Juſqu'ici nous n'avons parlé de la libration phyſique de la Lune que dans l'hypothèſe de ſon équateur elliptique; M. d'Alembert recherche cependant auſſi ce qui devroit arriver en ſuppoſant l'équateur de la Lune circulaire, & cette Planète un ſolide de révolution; mais il faut admettre dans cette hypothèſe, un mouvement primitif, imprimé à l'axe lunaire & indépendant de celui de ſa rotation; le calcul appliqué à cette ſuppoſition, fait voir évidemment qu'elle eſt beaucoup moins ſimple que la précédente, puiſqu'elle exige pluſieurs forces initiales, & que par conſéquent elle doit être rejetée.

Il ne faut cependant pas diſſimuler ici une objection qu'on peut faire contre la ſuppoſition de l'équateur lunaire elliptique: il eſt abſolument néceſſaire pour que l'équateur & les méridiens ſoient elliptiques ou même des courbes alongées, que cette Planète ait été primitivement fluide; mais dans ce cas le mouvement de rotation de la Lune & celui de tranſlation autour de la Terre, ne pourroient être produits par la même force: il eſt vrai que le même inconvénient ſe trouve auſſi dans les cas où la Lune ſeroit ou ſphérique ou ſeulement un ſolide de révolution, ainſi l'hypothèſe de l'équateur elliptique avec une vîteſſe de rotation un peu différente de celle de la révolution de la Planète, méritera encore d'être préférée.

Nous avons juſqu'ici conſidéré la ſeule figure extérieure de la Lune, en la ſuppoſant dans tout ſon intérieur abſolument homogène; cette ſuppoſition cependant peut n'être pas légitime, en ſuppoſant la Planète primitivement fluide, il ſe pourroit faire qu'elle fût compoſée de pluſieurs couches de denſité très-différentes

& dont les figures ne fussent pas semblables : on sent combien cette supposition doit augmenter la longueur & la difficulté du calcul ; M. d'Alembert n'en a point été effrayé, & il a osé rechercher quel seroit dans ce cas la figure de la Planète.

Puisque la Lune a un mouvement de rotation sur elle-même, elle a aussi, comme nous l'avons dit, un axe & un équateur, & les intersections de cet équateur avec le plan de son orbite forment des points équinoxiaux, comme l'équateur terrestre en forme avec l'écliptique ; si la Lune étoit parfaitement sphérique, l'attraction de la Terre ne dérangeroit en aucune manière la position de son axe ni celle de ses points équinoxiaux ; mais dès qu'on la suppose d'une figure différente de la sphérique, la Terre agira sur elle à cet égard comme le Soleil agit lui-même sur la Terre ; & par la même raison qu'il y a une précession d'équinoxes dans cette dernière, il y en aura une dans la Lune.

L'attraction de la Terre n'est pas la seule cause qui doive concourir à cet effet ; celle du Soleil qui agit différemment à chaque instant sur la Lune jusqu'à changer même la figure de son orbite, se combine avec l'attraction de la Terre, & doit nécessairement entrer dans ce calcul. On voit aisément combien il exige d'élémens, & combien ce problème est difficile à résoudre.

Malgré cette difficulté, M. d'Alembert en a tenté la solution. Nous allons essayer de présenter une idée de la manière dont il s'y est pris pour y réussir.

La force par laquelle la Terre agit sur la Lune, peut être considérée, s'il m'est permis de parler ainsi, comme un faisceau de filets d'attraction ; celui de ces filets qui joint les centres des deux Planètes, n'agit en aucune manière pour faire changer la position de l'axe, mais les autres agissant par des bras de levier plus ou moins longs, selon les différentes parties de la Lune exposées à leur action, doivent nécessairement tendre à déranger l'axe de la Lune, & suivant que la somme de ces dérangemens sera plus grande d'un côté que de l'autre, il en résultera dans l'axe un mouvement continu ; il a donc fallu que M. d'Alembert décomposât toutes ces forces, qu'il en examinât le produit, & qu'il eût égard à toutes les destructions & toutes les compensations

qui résultent de leur combinaison très-multipliée pour en obtenir le résultat. Nous ne pouvons le suivre dans tout ce détail, mais nous ne pouvons nous dispenser de rapporter ici un moyen bien adroit qu'il emploie pour simplifier son calcul.

Nous avons dit que si la Lune étoit supposée sphérique, l'action de la Terre sur elle ne tendroit nullement à déranger la position de son axe de rotation, ni celle de ses nœuds. M. d'Alembert imagine donc une sphère qui ait même diamètre que l'axe de la Lune, & qui en forme comme le noyau : cette sphère est absolument indifférente au mouvement de l'axe, & ce n'est plus que l'espèce d'enveloppe qui lui donne sa non-sphéricité, qu'on doit soumettre au calcul.

Le mouvement de l'axe de la Lune, sa libration & le mouvement de ses points équinoxiaux, dépendent donc de la combinaison de l'action de plusieurs forces, & par conséquent on peut les faire varier en supposant ces forces plus ou moins grandes. M. d'Alembert n'a pas manqué de suivre cette idée, & de rechercher ce que différentes hypothèses donnoient d'étendue à la libration de la Lune.

Pour pouvoir comparer le résultat de ses calculs avec l'observation, il falloit, pour ainsi dire, réaliser ses calculs, & déterminer astronomiquement & en nombres les quantités qui n'étoient exprimées qu'en symboles algébriques. M. d'Alembert n'a pas négligé cette partie qui est comme la nuance & le passage des quantités abstraites & indéterminées aux quantités réelles & perceptibles.

Il résulte du travail de M. d'Alembert, qu'en suivant exactement les principes de la gravitation, la Lune doit avoir, outre sa libration optique dépendante de la figure de son orbite & de l'inégalité de son mouvement, une libration physique & réelle ; que son équateur est elliptique, mais d'une médiocre quantité ; qu'elle a une rotation à peu près égale en durée à son mouvement périodique ; que l'axe de cette rotation est incliné à l'orbite lunaire ; & que par conséquent l'équateur lunaire forme avec cette dernière deux intersections ou points équinoxiaux ; & qu'enfin ces points & l'axe lui-même, ont un mouvement contre la suite des

ſignes, ſenſiblement égal à celui des nœuds de l'orbite lunaire ſur l'écliptique. On n'avoit point eu juſqu'ici ſur cet article de théorie auſſi ſavante & auſſi détaillée que celle de M. d'Alembert, de laquelle nous venons de rendre compte.

SUR LA PLUS GRANDE INCLINAISON DE L'ORBITE DE LA LUNE,

ET SUR LA PARALLAXE DE CETTE PLANÈTE.

V. les Mém. page 385.

LE calcul des mouvemens de la Lune, déjà très-important par lui-même & relativement à l'Aſtronomie, l'eſt encore devenu beaucoup davantage par l'application qu'on en a fait à la Recherche des Longitudes en mer.

On ſait que dans cette méthode, on obſerve en mer le lieu de la Lune au moyen de ſa diſtance à deux étoiles connues, & qu'on recherche enſuite par le calcul, quelle heure il étoit à Paris lorſque la Lune étoit à cet endroit du Ciel pour en déduire par la comparaiſon de cette heure à celle du Navire la Longitude de ce dernier.

Il faut donc pour obtenir une Longitude exacte par cette opération, que le calcul du mouvement de la Lune par les Tables ſoit le plus exact qu'il eſt poſſible, puiſque la moindre erreur qui s'y introduiroit, influeroit néceſſairement ſur l'exactitude de la détermination de la Longitude, & expoſeroit ſouvent les Navigateurs aux plus grands dangers.

C'eſt ce qui a déterminé M. le Monnier à ſoumettre le calcul tiré des meilleures Tables à l'examen de l'obſervation & à ne rien négliger pour en reconnoître les erreurs, & les corriger.

Un des élémens des Tables les plus néceſſaires eſt la plus grande inclinaiſon de l'orbite de la Lune à l'écliptique, nous diſons la plus grande, parce que cette inclinaiſon eſt variable, & qu'il y a environ 18 minutes de différence entre la plus grande & la moindre; la plus grande a lieu quand le Soleil eſt dans la ligne des nœuds, & la plus petite lorſqu'il en eſt à 90 degrés

ou environ, parce qu'alors son action tend à rapprocher la Lune du plan de l'écliptique.

Des observations de la Lune au méridien, comparées avec des étoiles fixes, faites le 1er & le 14 Janvier 1750, ont paru à M. le Monnier très-propres à cette recherche; la Lune, dans la première observation avoit été comparée à son passage au méridien avec l'épi de la Vierge; elle étoit alors dans sa plus grande latitude australe, & cette latitude fut déterminée par les méthodes ordinaires, de $5^d\ 16'\ 18''$, en supposant la parallaxe horizontale de $54'\ 33''$, & diminuant d'environ 8 secondes la parallaxe de hauteur à cause de l'aplatissement de la Terre.

Dans la seconde observation faite le 14 Janvier, la Lune étoit aussi dans les limites de sa plus grande latitude boréale, & elle fut trouvée de $5^d\ 17'\ 36''$, différente de plus d'une minute de celle qui avoit été trouvée quinze jours auparavant; erreur que M. le Monnier attribue à la parallaxe, puisque les deux plus grandes latitudes australe & boréale auroient dû être exactement de la même quantité.

On pourroit peut-être soupçonner qu'il y auroit eu quelqu'erreur dans les divisions du quart-de-cercle mural qu'avoit employé M. le Monnier; mais il les a soigneusement vérifiées en comparant les hauteurs des passages de la Lune & des étoiles, observées avec cet instrument, avec celles qu'il observoit presqu'en même temps avec un quart-de-cercle mobile; & les différences entre l'un & l'autre de ces instrumens n'ont jamais monté qu'à quelques secondes. Il vaut donc mieux corriger la parallaxe pour ramener les deux inclinaisons à l'égalité qu'elles doivent avoir, & on sera pour lors bien assuré de la quantité de cet important Élément.

SUR LES OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES faites pour déterminer la position des caps FINISTÈRE *&* ORTEGAL.

V. les Mém. page 270.

RIEN n'est peut-être plus intéressant pour les Navigateurs que la sûreté des atterrages; elle dépend en grande partie de l'exactitude avec laquelle les Cartes marines représentent les côtes, & sur-tout les caps & les promontoires qui se présentent toujours les premiers à ceux qui viennent du large, & du soin avec lequel on a soin d'y marquer les sondes, les bancs, les brisans, les roches & tous les autres dangers dont ils peuvent être environnés.

Les caps Finistère & Ortegal, le premier à l'extrémité septentrionale de la côte occidentale d'Espagne, & le second presqu'à l'extrémité occidentale de la côte septentrionale du même Royaume, sont certainement deux des points de reconnoissance les plus nécessaires aux Vaisseaux qui navigent dans ces mers; & c'est dans la vue d'en bien constater la position que le Roi chargea, en 1755, M. de Bory de s'en assurer exactement, & d'y faire les observations nécessaires pour cet objet.

La corvette l'*Amaranthe* que commandoit M. de Bory, faisoit partie d'une Escadre destinée à faire des évolutions navales sous les ordres de M. de Perrier, Chef d'Escadre, & ce n'étoit qu'après avoir rempli cet objet que M. de Bory devoit s'en détacher pour remplir sa mission particulière; il a commencé à lire cette année à l'Académie la première section de la relation de son voyage qui n'en contient encore que l'historique, réservant le détail de ses opérations pour une seconde section: on trouvera cependant dans celle-ci même plusieurs remarques intéressantes pour les Navigateurs.

La première opération de l'Escadre avoit porté M. de Bory à l'ouest de l'Espagne un peu plus au sud que le cap Finistère, les premières terres qu'il aperçut, après s'en être séparé, furent les îles de *Bayonna* & l'embouchure du *Minho*, rivière qui sépare de ce côté-là

côté-là l'Espagne du Portugal: M. de Bory avoit des dépêches à remettre au Commandant de deux frégates de l'Escadre qui devoient avoir relâché au port de Bayonna : il ne les y trouva point, mais il apprit qu'elles étoient à Vigo, & se hâta de s'y rendre.

Vigo est une ville de Galice, située à environ trois lieues de l'endroit où M. de Bory étoit abordé; les habitans passent pour être paresseux, aussi trouva-t-il les maisons mal bâties, les terres mal cultivées & les environs de la ville sans légumes & sans fruits. La ville est défendue par deux petits forts, dont l'un est bâti au bord de la mer sur une pointe qui s'avance, & l'autre est placé sur le haut de la montagne, sur la pente de laquelle elle est bâtie.

La rade de Vigo en fait le port; elle est grande, belle, sans presqu'aucun danger, & elle a dans son Est la baie de *Redondelle*, où en 1702 furent échoués & brûlés les Galions d'Espagne, commandés par M. le comte de Châteaurenault; un desquels, nommé le *Tojo*, a été retiré en 1742 par M. Goubert, par une manœuvre si belle, que l'Académie en a cru devoir publier le détail. *

* V. Sçav. Etr. T. II, pag. 501.

La ville de Redondelle qui donne son nom à cette baie, a un ruisseau qui s'y décharge, & vis-à-vis l'embouchure duquel est une petite Isle dans laquelle est un couvent de Franciscains où l'on garde le corps de Saint-Pierre d'Alcantara: cette baie a un fond de vase assez bon, mais elle n'a que trois brasses & demie d'eau.

Les vents qui avoient amené M. de Bory dans la rade de Vigo, lui étoient contraires pour en sortir; il profita de ce retardement pour déterminer la position de ce port, mal placée sur la plupart des Cartes marines, & qui cependant est une très-bonne relâche.

Il établit son Observatoire sous deux tentes placées sur une pointe de terre nommée la *pointe de Saint-Jean*, dont il eut soin de marquer la position à l'égard de la ville & de toute la baie; & malgré le mauvais temps il fut assez heureux pour faire l'observation d'une éclipse du second satellite de Jupiter, qui

lui donna la longitude de Vigo à l'oueſt de Paris, de 10^{d} 47′ 55″, ou en temps 43′ 11″; des hauteurs méridiennes du Soleil, de la luiſante de la Lyre, de la queue du Cygne & de la claire de l'Aigle, lui donnèrent la latitude de la même ville, de 42^{d} 14′ 24″; & celle du milieu des îles de Bayonna qu'il voyoit de ſon Obſervatoire, de 42^{d} 10′ 37″.

Les vents s'étant rangés au nord-eſt, M. de Bory en profita pour ſortir de la rade de Vigo, & pour prendre la route du cap Finiſtère; il fut ſurpris du calme à la pointe de *Soubrida*, la plus ſeptentrionale & la plus occidentale des îles de Bayonna; il en profita pour y faire l'obſervation de la variation de l'aiguille aimantée, qu'il trouva de 14^{d} $\frac{1}{2}$ nord-oueſt, différente ſeulement de 30 minutes de celle qu'il avoit eue à Vigo.

Quelques Navigateurs ont aſſuré que les îles de Bayonna étoient au nombre de trois, & ils n'avoient point de tort, quoiqu'il n'y en ait que deux; mais la plus grande eſt compoſée de deux parties jointes enſemble par une langue de ſable étroite & aſſez baſſe pour être ſubmergée à toutes les marées: les paſſes entre ces Iſles ont la réputation d'être dangereuſes, mais M. de Bory n'a pu s'en aſſurer par lui-même.

Au ſortir de ces paſſes, on trouve au nord-oueſt de l'île de Soubrida un banc de roches qui s'avance trois quarts de lieue en mer; ce banc n'eſt pas marqué ſur le *Neptune françois;* à cela près, M. de Bory penſe qu'on peut ſe fier à lui pour la poſition de ces Iſles, mais qu'il n'eſt pas ſi exact pour le contour de la rade: le *Petit flambeau de la mer* eſt ſelon lui aſſez bon, mais inſuffiſant en cette partie, & M. de Bory croit qu'il ſeroit bien à deſirer qu'on travaillât à le corriger, & à le rendre d'une utilité plus générale.

Ce furent les ſeules obſervations que put faire M. de Bory dans ce parage; le vent fraîchit du ſud-oueſt, & le brouillard qu'il amena avec lui, ne lui permit plus d'y voir la terre.

En partant de Vigo, M. de Bory avoit à choiſir de trois ports voiſins du cap Finiſtère, ſavoir *Camarino*, *Corcubion* & *Mouros*; le vent le décida pour ce dernier, & il arriva au mouillage de cette ville le 9 Septembre ſur le midi, ayant vu

pendant la route dans l'éloignement, le cap Finiſtère, la pointe en pain de ſucre du mont *Lauro* à la pointe ſeptentrionale de la baie de Mouros & la montagne de *Corcubion* taillée comme une ſcie : ces deux points ſont une reconnoiſſance certaine pour le cap Finiſtère, qui étant plus bas que les terres voiſines, ne ſe verroit pas de fort loin par lui-même.

La côte eſt remplie de rochers eſcarpés, & on en trouve de même à quelque diſtance dans la mer, dont la plus grande partie paroît à découvert, & les autres qui ne découvrent pas, forment des briſans; cependant l'inſpection de la côte fait croire à M. de Bory, que ſi ces roches étoient mieux connues, on trouveroit entr'elles des paſſages profonds, étant avéré par un nombre infini d'obſervations, que le fond de la mer près d'une côte eſt toujours profond quand la côte eſt roide.

A l'extrémité méridionale de l'entrée de cette baie, eſt le cap de *Courouvelle,* qui ſe trouve à quatre ou cinq lieues du mont *Lauro;* ce fut-là que ſe rendirent les trente-quatre hommes qui échappèrent au naufrage du vaiſſeau le *Bourbon*, commandé par M. le comte de Boulainvilliers qui périt dans ces parages le 12 Avril 1740, preſqu'au pied du mont Lauro, ſur les écueils nommés *los Hilloñes,* qui laiſſent entr'eux & la terre-ferme un paſſage étroit & aſſez profond. D'après cette deſcription, il eſt aiſé de juger que pour entrer dans la baie en venant du nord, on doit ſe tenir à trois ou quatre lieues au large, à moins que de paſſer entre le mont Lauro & les écueils.

Dès qu'on a doublé ces rochers, on trouve une baie large, ſpacieuſe, très-ſaine & ſans aucuns dangers, & c'eſt dans le nord de cette baie qu'eſt l'entrée du port de Mouros.

Cette ville qui n'eſt rien moins que belle, eſt au pied d'une montagne, & fait face à ſon port; elle a été autrefois fortifiée, & il ne lui reſte plus de ſes anciennes fortifications, qu'un château & douze tours à moitié ruinées, qu'une tradition du pays aſſure être un monument du paſſage des douze Pairs de France du temps de Charlemagne : la conformité du nombre des Pairs & de celui des tours a bien l'air d'être le plus ſolide fondement de cette anecdote hiſtorique.

De Mouros on ne voit point le cap Finiſtère; M. de Bory chercha dans les environs un endroit d'où il pût le voir, & y établir ſon obſervatoire, il n'en trouva point d'autre qu'une pointe déſerte qui s'avance dans la mer, acoſtée de droite & de gauche de ſable, & ayant devant elle des briſans dont le bruit étoit à l'ordinaire, aſſez grand pour l'empêcher d'entendre le bruit de ſa pendule, & quelquefois devenoit inſupportable; le chemin qui y conduiſoit répondoit à la beauté de ce lieu: cependant ce fut-là que M. de Bory réſolut de faire ſon établiſſement, qui conſiſtoit en deux tentes, deſquelles les vents le délogèrent même pluſieurs fois pendant ſon ſéjour.

Une auſſi déſagréable habitation que celle qu'il avoit choiſie, ne paroiſſoit pas lui devoir être diſputée, ne s'y étant ſur-tout établi qu'avec l'agrément de celui qui commandoit alors à Mouros: cependant les habitans prirent l'alarme; deux tentes placées ſur une pointe déſerte, leur parurent une marque aſſurée de la prochaine deſcente d'une armée de Mores d'Afrique; ils s'attroupèrent, prirent les armes & s'avancèrent, puis ayant vu ce que c'étoit, s'en retournèrent honteux de s'être effrayés ſi mal-à-propos.

Il fallut cependant attendre des ordres poſitifs du Commandant général de la Province pour n'être plus expoſé à de pareils accidens, & ce retardement fit perdre à M. de Bory pluſieurs jours favorables, qu'il ne retrouva qu'avec peine & en prolongeant beaucoup ſon ſéjour dans cette mauſſade habitation.

Auſſitôt que la permiſſion fut arrivée, M. de Bory alla s'établir ſur la pointe qu'il avoit reconnue; & dès le 21 Septembre il commença ſes obſervations, mais les beaux jours qui s'étoient écoulés dans l'attente de la permiſſion, ne reparurent plus, & il fut obligé d'être, pour ainſi dire, à l'affut pendant un mois, des momens où il pouvoit obſerver, & plus d'une fois obligé d'abandonner ſon poſte par la fureur des vents.

Il profita cependant ſi bien de ces momens favorables, qu'il obtint quatre obſervations propres à déterminer la longitude, indépendamment d'une première, qu'une circonſtance particulière rendit inutile; il eut de même le moyen de s'aſſurer de l'état de ſon ſextant, & d'obtenir pluſieurs hauteurs méridiennes du Soleil

& des Étoiles; enfin il obſerva avec le plus grand ſoin & par différentes méthodes, la déclinaiſon de l'aiguille aimantée qu'il trouva de 16 degrés nord-oueſt.

La poſition de l'Obſervatoire une fois connue, il ne s'agiſſoit plus que de le lier au cap Finiſtère qui étoit en vue, & ce fut la dernière opération de M. de Bory; il réſulta de toutes celles qu'il avoit faites, que le cap Finiſtère eſt par $42^d\ 51'\ 50''$ de latitude ſeptentrionale, & $0^h\ 46^t\ 34''$ ou $11^d\ 39'\ 42''$ à l'occident de Paris.

Les obſervations étoient finies, mais les vents ne permettoient pas à M. de Bory de ſortir de la baie de Mouros; pendant l'intervalle de huit jours, qu'ils furent contraires, il envoya ſa chaloupe chercher une des tentes de l'Obſervatoire qui y étoit demeurée; mais ces mêmes habitans qui s'étoient d'abord ſi vivement oppoſés à ſon établiſſement, avoient pris tant d'attachement pour lui & pour ceux qui l'accompagnoient, qu'ils ne vouloient pas laiſſer revenir la chaloupe, trouvant la mer trop forte pour elle, & leur crainte ne ceſſa que lorſqu'ils la virent arrivée; cet attachement étoit certainement honorable à M. de Bory, mais il lui eût été bien utile qu'ils en euſſent pris au moins une partie à ſon arrivée.

Les vents étant devenus favorables, M. de Bory mit à la voile & quitta le triſte ſéjour de Mouros pour aller au cap Ortegal.

Du mont Lauro, qui eſt à la pointe ſeptentrionale de la baie de Mouros, il y a deux routes qui mènent également au cap Finiſtère, l'une en paſſant entre la terre-ferme & les rochers, l'autre en paſſant au large de ces derniers : la foibleſſe du vent & la groſſeur de la lame, déterminèrent M. de Bory à prendre cette dernière : il dépaſſa le cap Finiſtère pendant la nuit & n'y put par conſéquent remarquer aucun point de reconnoiſſance : heureuſement on n'en a aucun beſoin, le ſeul cap avec lequel on pourroit le confondre, eſt le cap *Toriañes*, & il eſt aiſé d'en diſtinguer le cap Finiſtère au moyen d'un iſlot qui eſt au large de ce dernier.

La traverſée ne fut pas longue, M. de Bory étoit parti le 27 Octobre de Mouros, il arriva le 1.er Novembre à Ortegal; comme les vents l'avoient obligé de changer pluſieurs fois de

route, il donne au lieu de la ſienne, la copie du routier ordinaire que lui communiqua le Pilote-côtier qu'il avoit embarqué à Mouros : quoique M. de Bory ne donne pas cette pièce pour fort exacte, on peut cependant s'en ſervir pour la compoſition des Cartes ; ceux qui s'occupent à ce travail ſavent bien tirer parti de ces ſortes de renſeignemens, ſur-tout quand la route qu'ils indiquent eſt terminée par deux points déterminés par obſervation.

Le cap Ortegal eſt accompagné d'une baie large & profonde, qu'on trouve dès qu'on l'a doublé; M. de Bory paſſa dans cette route à environ demi-lieue de ce cap, qui lui parut noir, aride & preſque coupé à pic ; à ſon pied on voit quelques rochers qui ſe prolongent ſous la mer environ une demi-lieue au nord-oueſt ; ces rochers ſe nomment *los Farillones.*

La baie d'Ortegal eſt ſituée entre deux pointes, dont l'une eſt le cap même & l'autre ſe nomme *Stanques de Vares*, au fond de la baie ſont les rivières de Sainte-Marthe & de la Drille, au milieu de l'embouchure deſquelles eſt placé l'île de la Drille, entre cette île & la pointe de Stanques de Vares il y a beaucoup de rochers dont les uns couvrent & les autres découvrent.

Le *Neptune françois* & le *petit Flambeau de la mer*, placent dans cette baie un gros bourg nommé *Saint-Carins*, & une belle rivière nommée *Carille* ; c'étoit dans l'embouchure de cette rivière que M. de Bory comptoit aller mouiller, & il avoit engagé le Pilote de Mouros à l'y conduire. Quel fut ſon étonnement, lorſqu'au lieu du gros bourg, il trouva quelques chaumières, qu'on lui dit être le bourg de *Saint-Carins ;* c'étoit encore pis pour la rivière ; le bourg n'étoit que diminué, mais celle-ci étoit totalement anéantie, & M. de Bory n'en put trouver aucun veſtige malgré toutes ſes perquiſitions : voyant le peu de fidélité des Cartes à cet égard, il ſe crut obligé de faire une infinité de relèvemens des différentes pointes qui pourront ſervir à tracer la figure & l'étendue de cette baie. On y eſt ſelon lui en ſûreté, ſi l'on mouille à l'oueſt, du côté du cap Ortegal ; mais on doit ſoigneuſement éviter la partie de l'eſt de cette baie qui eſt pleine de bancs & de rochers.

M. de Bory arrivé dans la baie, établit ſon Obſervatoire ſur la pointe de Saint-Carins, & dès le 4 Novembre il y obſerva des hauteurs méridiennes de Sirius, de Procyon, & de l'étoile Ω dans le dos du grand Chien : ces obſervations furent confirmées le lendemain par des hauteurs méridiennes du Soleil ; les unes & les autres donnèrent la latitude du cap Ortegal de 43ᵈ 46′ 37″.

La longitude du cap Ortegal pouvoit aiſément être conclue de celle du cap Finiſtère, & n'exigeoit par conſéquent aucune obſervation ; cependant M. de Bory eût bien deſiré en faire quelqu'une, il s'y étoit même préparé, mais le temps toujours mauvais s'y refuſa, & l'obligea à y renoncer.

Sa miſſion étant remplie, rien ne le retenoit plus aux côtes d'Eſpagne, & il mit à la voile pour revenir en France, comptant ſur le vent du ſud-oueſt qui ſouffle ordinairement tout l'hiver dans le golfe de Gaſcogne pour venir atterrer ſur Grois ou ſur Belle-île, mais il fut trompé dans ſon eſpérance; un vent violent de nord-eſt l'obligea de mettre à la cape, & de courir dans le nord.

Dès qu'il ſe trouva par la hauteur d'Oueſſant, quoique fort loin dans l'oueſt, il s'attacha à diriger ſa route en ligne droite pour déterminer à quelle diſtance de cette Iſle il pourroit avoir la première ſonde, & voici quelle étoit ſa raiſon.

Les terres de la Bretagne, & ſur-tout l'île d'Oueſſant, ſont très-baſſes & hériſſées de rochers qui s'étendent aſſez loin au large; il ſeroit donc très-difficile de les apercevoir, & très-aiſé de ſe perdre à cet atterrage, ſi, comme preſque toutes les terres baſſes, elles ne ſe prolongeoient ſous la mer, & ne donnoient par-là le moyen de ſonder à une aſſez grande diſtance pour reconnoître le voiſinage des écueils & de la côte, long-temps avant que de l'apercevoir.

Non-ſeulement on peut au moyen de la ſonde reconnoître à la profondeur ſi on eſt dans le voiſinage de la côte ou non, mais les différentes matières qu'elle rapporte, peuvent encore ſervir de points de reconnoiſſance, & M. de Bory deſire avec raiſon qu'on puiſſe avoir une Carte où les ſondes, c'eſt-à-dire, la profondeur

de la mer & la nature du fond ſoient marquées à une certaine diſtance des côtes, ce ſeroit un moyen d'aſſurer l'atterrage des Vaiſſeaux, & de ne pas ſe fier aveuglément aux Pilotes côtiers, qui ſouvent n'ont pour guide qu'une pratique peu éclairée.

Les ſondes ne doivent pas être priſes par-tout à la même diſtance des côtes; mille circonſtances locales les doivent faire varier: l'île d'Oueſſant, par exemple, & les terres qui l'avoiſinent, doivent être les points de toute la Bretagne où les ſondes ſoient les plus éloignées; 1.° parce qu'elles ſont les plus baſſes de toutes, 2.° à cauſe du voiſinage de l'Angleterre, 3.° enfin par les ſables & autres matières chariées par le canal de Briſtol & par la Manche qui doivent hauſſer conſidérablement le fond de la mer à cet endroit.

Quoi qu'il en ſoit, M. de Bory avançant toujours en ligne droite ſur Oueſſant, trouva la première ſonde à cent quinze braſſes ſur un fond de ſable fin, roux, gris & de débris de coquilles pourries; il étoit alors, comme il le reconnut dans la ſuite, à environ trente ou quarante lieues de cette Iſle; deux jours après, ſur les trois heures du matin il aperçut le feu du fanal de la tour d'Oueſſant, la ſonde donnoit alors ſoixante-cinq braſſes ſur un fond à peu près ſemblable au précédent, & les autres ſondes allèrent toujours en diminuant juſqu'au port de Breſt, n'ayant eu ſur toute cette traverſée, où il avoit été ſi mal ſervi par les vents, qu'un peu moins de quatre lieues d'erreur dans ſon eſtime, erreur qui doit être regardée comme nulle dans de pareilles circonſtances. Ce que nous venons de dire de ce voyage eſt ſuffiſant pour faire voir aiſément combien il eſt utile, & combien il apporte d'avantages à la Géographie & à la Navigation.

SUR LES
OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES,
Faites pour déterminer la poſition de Manille.

V. les Mém. page 237.

VOICI encore un travail du même genre que celui dont nous venons de parler; le Public a été informé dans le temps, du départ de M. le Gentil pour aller obſerver dans l'Inde le

le paſſage de Vénus ſur le Soleil, qui devoit arriver le 6 Juin 1761 : différentes circonſtances l'ayant empêché de faire cette obſervation, il prit le parti de reſter dans l'Inde juſqu'au ſecond paſſage du 3 Juin 1769; & pour rendre ce ſéjour utile, il s'eſt occupé pendant cet intervalle à déterminer pluſieurs points importans de Géographie & d'Hydrographie.

De ce nombre eſt la poſition de Manille dans l'île de Luçon, l'une des Philippines, & il s'eſt hâté d'envoyer les obſervations ſur leſquelles cette détermination eſt fondée, à cauſe de l'extrême néceſſité dont elle eſt.

Cette île, en effet, n'eſt pas dans le cas ordinaire & commun à preſque toutes les côtes, où une erreur de dix ou douze lieues eſt regardée comme indifférente; les Vaiſſeaux y arrivent ordinairement dans la mouſſon des vents d'oueſt, & ces vents ſont ſi furieux & ſi violens qu'ils rendent cet attérage très-dangereux; il n'y a point de ſonde au voiſinage, & par conſéquent la moindre erreur dans la poſition de cette île, peut être fatale.

Malgré toutes ces raiſons de deſirer la plus grande préciſion dans la poſition de Manille, elle n'avoit jamais été fixée que par conjecture.

Les plus juſtes de toutes étoient celles de M. Daprès, dans ſon *Neptune oriental* & dans ſon *Routier;* cet habile Officier y diſcute avec la plus grande ſagacité la différence des méridiens entre Quanton, Manille & Pulo-condor ou île Condor; cette longitude marquée dans le *Neptune oriental*, s'éloigne beaucoup de celle des Cartes de Pietergoos & de celles du Pilote anglois; mais elle ne s'en éloigne pas encore aſſez, & M. Daprès auroit dû placer Manille encore plus à l'eſt qu'il ne l'a marquée: voici ſur quoi il s'étoit fondé.

La poſition de Pulo-condor avoit été déterminée par le P. Gaubil, Miſſionnaire Jéſuite; il y avoit fait une ſeule obſervation de latitude, que même M. le Gentil reconnut fautive; mais il n'en avoit fait aucune pour déterminer la longitude, & voici comment il l'avoit obtenue.

Il étoit parti de la pointe de Bantam, dans le détroit de la Sonde, & avoit à ce qu'il croyoit, fait toujours route au nord,

un peu à l'oueſt, d'où il croyoit pouvoir conclure que Pulo-condor étoit plus oriental d'un degré que Batavia, dont la longitude eſt connue, mais on voit facilement combien il eſt aiſé de ſe tromper ſur une eſtime faite de cette manière, & ſur-tout dans une mer orageuſe & remplie de courans très-rapides.

De la poſition de Pulo-condor, ſuppoſée exacte, M. Daprès tire celle de Manille & de Quanton, par une ſavante combinaiſon des Routiers de pluſieurs Vaiſſeaux qui ont été ſouvent de l'un de ces points à l'autre, mais quelque bien fait que ſoit tout ce travail, ſon exactitude tombe néceſſairement avec celle de la détermination de Pulo-condor par le P. Gaubil, & on ne doit en aucune façon s'y fier.

C'étoit donc rendre un grand ſervice à la Navigation que de fixer irrévocablement la poſition de Manille, & c'eſt ce que M. le Gentil a eu en vue dans ſon travail.

L'endroit où il a fait ſes obſervations à Manille, eſt un donjon ou une tour carrée, très-ſolidement bâtie, appartenant à Don Manuel Galban, *Oydor* ou Conſeiller de l'audience royale de Manille, auquel tous ceux qui s'intéreſſent à l'avancement de la Géographie & de la Navigation, doivent la plus grande reconnoiſſance pour toutes les facilités qu'il a bien voulu procurer à M. le Gentil dans la vue d'aſſurer le ſuccès de ſes opérations.

Dès le 28 Septembre 1766, les inſtrumens étoient placés dans l'Obſervatoire & en état de ſervir, mais le mauvais temps ne permit pas d'en faire uſage avant le 12 Octobre, & le 22 M. le Gentil obſerva une immerſion du 1.er ſatellite de Jupiter, mais il ne regarde pas cette obſervation comme parfaite, tant à cauſe du peu de hauteur qu'avoit alors Jupiter ſur l'horizon, que parce que des nuages clairs rendoient Jupiter aſſez mal terminé.

Il fut plus heureux le 14 Novembre & il eut une très-bonne obſervation de l'immerſion du même Satellite.

Les jours ſuivans il s'aperçut que la pendule accéléroit ſon mouvement d'environ 10 ſecondes en vingt-quatre heures, & que les arcs de la vibration du pendule étoient conſidérablement diminués, il en rechercha la cauſe & la trouva dans l'huile qu'il avoit miſe aux pivots, cette huile étoit de l'huile de cocos, & cette huile ſe

desſèche & s'épaiſſit à l'air, c'étoit par ce moyen qu'elle avoit gêné le mouvement des roues & des pivots du balancier, qu'elle auroit infailliblement arrêté tout-à-fait, ſi les opérations avoient duré plus long-temps; leçon qui doit engager ceux qui tranſportent des inſtrumens délicats, à ſe munir avec ſoin de tout ce qui eſt néceſſaire à leur entretien, & qu'ils ne ſont pas toujours ſûrs de trouver dans les endroits où ils doivent opérer; heureuſement les attentions de M. le Gentil remédièrent à cet accident, & les obſervations n'en furent pas moins exactes, mais une petite fiole d'huile d'olive lui eût épargné cette peine.

On attendoit le 7 Novembre au matin une immerſion du 1.er Satellite: le Fiſcal de Manille s'étoit même rendu à l'Obſervatoire pour aſſiſter à cette obſervation, mais le temps qui avoit été aſſez beau juſque-là, ſe couvrit au moment de l'obſervation & la rendit impraticable; ce mauvais temps dura pendant trois jours & finit par un tremblement de terre, un ouragan & une pluie de vingt-quatre heures, après leſquels le ciel reparut ſerein.

Quelques Auteurs ont avancé que les ouragans & les coups de vents qu'on éprouve dans ces parages, arrivent aux nouvelles lunes qui ſuivent l'équinoxe; mais rien, ſelon M. le Gentil, n'eſt plus faux que cette règle: on en éprouve depuis le 10 ou 15 Octobre juſqu'à la fin de Novembre & même juſqu'à la mi-Décembre; il promet de donner, dans la ſuite, des Obſervations ſur cet important objet: revenons à nôtre ſujet.

Il obſerva le 30 Décembre une immerſion du 1.er Satellite, & il regarde cette Obſervation comme aſſez exacte.

Le 8 Janvier, il en obſerva une autre par un très-beau temps, auſſi met-il cette obſervation au nombre des meilleures.

Le 23 & le 30 Janvier il en obſerva encore deux autres, dont il eut tout lieu d'être ſatisfait & il y borna les obſervations deſtinées à fixer la longitude de Manille.

Dans le nombre de celles qu'avoit faites M. le Gentil, il s'en étoit trouvé, comme nous l'avons dit, quelques-unes de douteuſes & il les a rejetées, il s'eſt contenté d'en employer quatre qui, comparées d'abord avec le calcul tiré des Tables & enſuite avec celles qui avoient été faites en Europe au même jour, ont donné

la différence des méridiens entre Paris & Manille, de $7^h\ 54'\ 8''$ ou $118^d\ 32'\ 9''$ à l'orient de Paris; la latitude boréale de Manille avoit été trouvée par M. le Gentil de $14^d\ 36'\ 8''$. La position de Manille très-importante par sa situation au milieu d'une mer orageuse, & qui avoit été jusqu'ici livrée aux conjectures & à l'incertitude de l'estime des Pilotes, se trouve donc fixée d'une manière irrévocable; ce ne sera pas la seule obligation de ce genre que les Navigateurs auront à M. le Gentil.

SUR LA THÉORIE DE JUPITER.

V. les Mém. page 501.

LES éclipses des Satellites de Jupiter sont aujourd'hui, de l'aveu de tout le monde, un des principaux moyens d'obtenir les Longitudes géographiques; mais ce moyen sera d'autant plus facile à employer, que la théorie de ces Planètes secondaires sera plus parfaite, & qu'on pourra compter avec plus de confiance sur le calcul tiré des Tables.

L'exactitude du calcul de ces éclipses dépend non-seulement de la perfection de la théorie des satellites mêmes, mais encore de celle de Jupiter; le mouvement de l'ombre de Jupiter dans l'orbite du satellite, est toujours égal à celui de Jupiter dans son orbite propre; d'où il suit que la connoissance du mouvement vrai de Jupiter est un élément nécessaire du calcul des éclipses des satellites; il est même d'autant plus nécessaire de bien connoître cet élément, que l'inégalité du mouvement de Jupiter se confondant par ce moyen avec celle du mouvement propre de chaque satellite, on ne peut déterminer la quantité de cette dernière qu'on ne l'ait dépouillée absolument de la première.

C'est pour cette raison que M. Bailly qui a dirigé ses recherches sur l'important objet de l'astronomie des satellites, a cru nécessaire de s'assurer avant tout de la théorie de Jupiter, & sur-tout de sa plus grande équation, de la quantité précise de son moyen mouvement & de celui de son aphélie.

En examinant l'équation du centre de Jupiter, telle qu'elle a été donnée par les différens Astronomes qui la regardoient comme

conſtante, M. Bailly a trouvé des variations conſidérables dans ſa quantité; M. Mayer de ſon côté avoit cru en remarquer une de 7′ 20″ en plus & en moins, mais il trouva par la théorie de M. Euler que cette variation avoit une période de ſoixante ans après laquelle elle revenoit la même.

Il réſulte de toutes ces recherches, que cette équation eſt regardée par quelques Aſtronomes comme conſtante, que d'autres lui donnent des accroiſſemens & des décroiſſemens périodiques, & que d'autres enfin la font croître conſtamment.

Un nouvel examen de ces élémens ne pouvoit donc qu'être extrêmement utile pour fixer avec certitude la nature & la qualité de cet important élement, & de voir comment les réſultats s'accorderoient avec ceux qui ſeront déduits de la théorie.

La méthode qu'a employée M. Bailly, eſt celle au moyen de laquelle étant données trois obſervations, l'une au voiſinage de l'aphélie, & les deux autres vers les moyennes diſtances, on obtient le lieu de l'aphélie, l'excentricité, le temps du paſſage par l'aphélie & l'erreur de la longitude moyenne.

Les obſervations néceſſaires pour cette recherche, ſont celles qui ont été faites dans les oppoſitions, parce que dans ces points, Jupiter eſt vu de la Terre, comme il le ſeroit d'un Obſervateur placé dans le Soleil, & par conſéquent exempt de toute parallaxe de l'orbe annuel.

Heureuſement M. Bailly a trouvé un grand nombre d'obſervations d'oppoſitions de Jupiter, calculées par M. Jeaurat. En les diſpoſant trois à trois dans les conditions que nous venons d'énoncer, il en a tiré quatorze déterminations différentes de la plus grande excentricité du lieu de l'aphélie & de l'erreur de la longitude moyenne, prenant toujours pour époque de cette longitude, le paſſage de Jupiter par le périhélie dans lequel le lieu moyen ſe confond exactement avec le vrai, ſans aucune équation.

De toutes ces obſervations, il réſulte que, ſi l'on prend 7 ſecondes & demie par révolution, pour l'augmentation de l'équation, on pourra repréſenter aſſez bien les obſervations depuis 1744 juſqu'en 1762.

Mais cette variation dans la plus grande équation du centre ; est-elle constante ou croît-elle également ?

Pour résoudre cette question, il est nécessaire de supposer, 1.° que les observations sur lesquelles on se fonde, sont exactes ; 2.° que les petites équations de M. Mayer le sont aussi, & comme M. Mayer n'a point dit comment il les avoit calculées, il est extrêmement difficile de s'en assurer.

En réduisant, par le moyen de ces équations, les observations à une même époque, il en résulte que depuis Ptolemée, c'est-à-dire, depuis l'an 136, l'équation du centre de Jupiter a toujours été en croissant ; que dans le siècle présent elle est au-dessus de $5^{d}\ 33'$, & que dans le siècle dernier elle n'étoit pas de plus de $5^{d}\ 32'$, ce qui donneroit d'un de ces siècles à l'autre une variation au moins d'une minute.

En comparant les observations depuis 1661 jusqu'en 1762, on trouve pour ces cent ans une augmentation de $1'\ 56''$.

Si on compare celles de 1590 à celles de 1762, on trouve dans ces cent soixante-douze ans $2'\ 58''$, ce qui donneroit $1'\ 43''$ de variation par siècle.

Si enfin on compare les observations de 1762 à celles de 136, on aura dans cet espace de seize cents vingt-six ans une augmentation de $21'\ 22''$, ou environ $1'\ 19''$ par siècle.

Il sembleroit résulter de cet examen, que non-seulement l'équation du centre de Jupiter a toujours été en croissant depuis Ptolémée jusqu'à nous, mais que cette augmentation même n'a pas été uniforme, & qu'elle a eu ses accroissemens. Malgré ces résultats, M. Bailly n'ose pas encore admettre cette différence d'accroissement, cette différence pouvant très-bien être attribuée au peu d'exactitude des observations anciennes & aux erreurs inévitables dans les longs calculs ; il s'est contenté d'exposer dans une Table les excentricités déduites des observations, celles qui résulteroient des différentes suppositions d'accroissement, données par les différens Astronomes, & la différence de ces équations avec celles qu'ont donné les observations. Un seul coup d'œil sur cette table fait voir que celles qui s'en écartent le moins, sont celles qui sont tirées de l'hypothèse de M. Wargentin : cependant

la première supposition les représente également bien à une près, qui pourroit être suspecte; elle a même l'avantage d'être fondée sur la théorie, & de représenter à 4 minutes près l'équation déduite des observations de Ptolémée : mais quoiqu'on puisse hardiment s'en tenir aux observations & aux déterminations de M. Wargentin, cette question aura peut-être besoin d'observations exactes, continuées pendant plusieurs siècles pour être absolument décidée.

Le second point que M. Bailly s'étoit proposé de discuter dans ce Mémoire, étoit la recherche du mouvement annuel de l'aphélie; ce point même étoit d'autant plus important, que les plus habiles Astronomes n'étoient nullement d'accord sur la quantité de ce mouvement. M. Cassini le faisoit de 57 secondes, M. Halley de 1′ 12″, & M. Wargentin de 1′ 2″.

Les mêmes opérations qui ont donné à M. Bailly l'équation du centre, lui ont aussi donné dix positions de l'aphélie pour dix années différentes, dans l'espace de cent soixante-douze ans, écoulé depuis 1590 jusqu'en 1762; il y a joint la comparaison des deux lieux de l'aphélie, observés en 136 & en 1762, & il en résulte un mouvement annuel qui paroît avoir reçu un petit accroissement, ce qui seroit conforme à la théorie de M. de la Grange; mais cet accroissement est si petit, qu'il ne peut être aperçu par les Observateurs qu'après plusieurs siècles d'observations exactes: c'est à la postérité à décider cette question, mais en attendant, M. Bailly pense qu'on peut, sans craindre aucune erreur, adopter avec M. Cassini 57″ 24‴ pour le mouvement annuel de l'aphélie de Jupiter.

L'accélération du mouvement moyen de Jupiter ou l'équation séculaire de cette Planète, est le dernier objet du Mémoire de M. Bailly. Nous avons déjà traité cette matière dans l'histoire de 1746 *, en parlant d'un Mémoire de M. Cassini sur cette matière, & nous avons fait voir que, vu la figure & la situation respective des orbites de Jupiter & de Saturne, il devoit y avoir une diminution dans le mouvement moyen de Saturne, & une accélération dans celui de Jupiter, causée par l'attraction mutuelle que ces Planètes exercent l'une sur l'autre.

* Voy. Mém. année 1746, page 95.

Le moyen qu'a employé M. Bailly pour trouver cette accélération, a été de comparer le mouvement moyen tiré des Tables de M. Caſſini à celui qui a été déduit des obſervations, de même que celui qui a été déterminé par M. de la Grange, & de marquer les différences de l'un & de l'autre avec celui qui a été obtenu par obſervation.

De douze comparaiſons de cette eſpèce, il réſulte qu'on aperçoit une accélération bien prouvée dans le mouvement de Jupiter; que depuis 1590 juſqu'en 1762, les Tables & la Théorie de M. de la Grange, donnent à très-peu près la même quantité : mais que le même accord ne ſubſiſte plus dans les ſiècles plus reculés; que le moyen mouvement annuel de Jupiter doit être fixé à $30^{d}\ 20'\ 36''$, avec un accroiſſement de $0'', 1733$; beaucoup plus petit que ne le donne la théorie; qu'on doit ajouter $2'\ 19''$ à l'époque du moyen mouvement de Jupiter, ce qui la placera dans $0^{f}\ 8^{d}\ 25'\ 4''$.

En examinant tout ce travail de M. Bailly, on pourroit être étonné que les réſultats tirés par M. Jeaurat de la théorie maniée avec le plus grand ſoin, ſe trouvent en de certains points ſi différens de ceux de M. Bailly; celui-ci en auroit été même plus étonné que perſonne, s'il n'en avoit découvert la ſource qui l'avoit lui-même très-embarraſſé, & qu'il s'eſt hâté de publier, tant pour l'intérêt de l'Aſtronomie que pour juſtifier M. Jeaurat, & voici en quoi elle conſiſte.

Dans *la Connoiſſance des Temps de 1763*, il s'eſt gliſſé une erreur de ſigne dans les Tables de deux des équations de M. Mayer, d'où il étoit réſulté que M. Jeaurat en employant ces équations, les avoit appliquées en plus lorſqu'il auroit fallu les appliquer en moins, ce qui avoit formé une erreur conſidérable qui ne diſparoiſſoit que lorſqu'au bout de ſoixante ans les cinq équations avoient fini une période, ce qui avoit engagé M. Jeaurat à établir une variation de 3 minutes en plus & de 3 minutes en moins dans la longitude moyenne qui avoit lieu pendant une période de ſoixante années; l'erreur de ſigne rétablie, fait évanouir la période, l'équation de 3 minutes & la néceſſité de l'appliquer: mais on voit auſſi combien il a fallu de ſagacité & de ſavoir en

Aſtronomie

Astronomie pour être en état de se tromper comme M. Jeaurat.

De toutes les recherches de M. Bailly, il résulte que de toutes les Tables connues des mouvemens de Jupiter, celles qui méritent le plus de confiance sont celles de M. Wargentin: on en pourroit construire qui seroient encore plus parfaites, en employant les élémens qui viennent d'être établis dans ce Mémoire; mais M. Bailly attend pour entreprendre ce travail, qu'il ait vérifié par la théorie tous les points & toutes les équations qui leur doivent servir de fondement. Tous ceux qui connoissent l'importance de la Théorie de Jupiter, sont en état d'apprécier le mérite de ses recherches.

NOUS renvoyons entièrement aux Mémoires :

L'Observation & le calcul de l'opposition de Jupiter au Soleil, du 6 Avril; par M. Jeaurat. V. les Mém. page 91.

L'Observation du même phénomène; par M. de la Lande. Page 93.

L'Observation du même phénomène; par M. Bailly. Page 415.

L'Écrit de M. du Séjour, sur les Éclipses sujettes aux parallaxes. Page 97.

L'Observation de l'Éclipse de Lune, du 4 Janvier 1768; par M. l'Abbé Chappe d'Auteroche. Page 96.

Les Observations astronomiques faites sous un méridien 0^h 13′ 30″ plus occidental que Paris, avec l'ancien quart-de-cercle mobile de M. l'abbé Picard & avec l'instrument des passages; par M. le Monnier. Page 399.

Et les Remarques sur le passage de Vénus sur le Soleil, du 3 Juin 1769; par M. de la Lande. Page 236.



HYDRAULIQUE.

SUR LES POMPES.

V. les Mém. page 418.

IL n'arrive que trop ſouvent que ceux qui entreprennent d'établir des Pompes pour les différentes opérations auxquelles on les applique, ſe trouvent trompés ſur l'effet de ces machines qui produiſent beaucoup moins qu'on ne ſembloit avoir droit de l'eſpérer.

Une des principales cauſes de cette diminution de produit, eſt l'étranglement que la colonne d'eau éprouve en paſſant par les ſoupapes qui ſont inévitables dans ces machines.

L'importance de cet objet a déterminé M. le chevalier de Borda à l'examiner dans le Mémoire duquel nous allons eſſayer de préſenter une idée.

Il ſe ſert dans ce Mémoire du même principe qu'il avoit employé dans celui qu'il avoit donné en 1766*, la conſervation des forces vives; il examine l'incrément & la perte de ces forces pendant une révolution entière de la roue qui mène le piſton, & en le comparant à l'incrément des momens de tout le ſyſtème, il obtient la perte cauſée par les étranglemens.

* Voy. Hiſt. année 1766, page 143.

Il réſulte de ce calcul, que la perte cauſée par les étranglemens, eſt, toutes choſes d'ailleurs égales, proportionnelle au quarré de la vîteſſe de la roue, & par conſéquent à celui de la vîteſſe du piſton.

M. de Borda n'avoit entrepris cette recherche que dans la vue de l'appliquer à la pratique; la première application qu'il en a faite, a été à la machine à feu qui eſt établie aux mines de charbon de Montrelais près d'Ingrande. Les piſtons y ont 6 $\frac{1}{4}$ pieds de jeu, & la machine donne neuf coups de piſtons par minute, ce qui donneroit 6 ſecondes $\frac{2}{3}$ par vibration, mais comme il y a un peu de temps perdu entre la deſcente & la levée du piſton, M. de Borda croit qu'on peut légitimement fixer le

temps de chaque vibration à 5 ſecondes $\frac{1}{3}$, & par conſéquent celui de chaque demi-vibration à 2 ſecondes $\frac{2}{3}$.

Pour obtenir la contraction des colonnes de fluide, il meſura exactement l'ouverture des ſoupapes, mais il s'aperçut bientôt qu'il ſe tromperoit, s'il ne faiſoit entrer que cette donnée dans ſon calcul, & cela pour deux raiſons; la première eſt que l'eau arrive à ces ouvertures par des directions convergentes qui produiſent dans les colonnes un reſſerrement plus grand que celui qui réſulteroit de la ſeule diminution du paſſage; & la ſeconde que l'eau eſt rejetée par la manière dont s'ouvrent les valvules contre le corps de pompe, ce qui augmente encore le reſſerrement, enfin il y a au bout inférieur une grille pour empêcher qu'il n'y entre des ordures, & cette grille peut, ſelon lui, être comptée à cet égard pour une ſoupape.

Le calcul appliqué à ces élémens, il en eſt réſulté que la force néceſſaire pour faire mouvoir cette pompe, eſt à celle qui ſuffiroit, s'il n'y avoit point d'étranglemens, comme 61 + 4,88 eſt à 61, ou, ce qui revient au même, qu'il y a de ce chef plus d'un treizième de la force de perdu.

Le même calcul a encore été appliqué à une autre machine à feu, employée au deſſéchement d'un grand lac; celle-ci n'élevoit l'eau qu'à cinq pieds de hauteur, le jeu de chaque piſton étoit de ſix pieds, & elle faiſoit dix aſpirations par minute; mais le temps de ſa montée étoit un peu moindre que celui de ſa deſcente, & il y avoit entre l'un & l'autre un petit intervalle d'environ demi-ſeconde. La meſure des ouvertures des ſoupapes, lui fit juger que leurs paſſages contractoient la colonne de fluide dans la raiſon de 4 $\frac{1}{2}$ à 1, mais que les ſoupapes inférieures produiſoient une contraction un peu plus grande. Le calcul fait d'après ces données, il en réſulte que la force néceſſaire pour faire mouvoir ces pompes eſt à celle qui auroit ſuffi, s'il n'y avoit aucun étranglement, dans le rapport de 7,868 à 5, ou preſque comme 8 eſt à 5.

Toute cette recherche l'a conduit à une réflexion bien importante; puiſque la réſiſtance occaſionnée par les étranglemens croît comme le quarré de la vîteſſe du piſton, on peut, en

diminuant cette dernière d'une certaine quantité, diminuer l'autre bien plus considérablement : si, par exemple, au lieu de quatre pistons, ayant chacun 6 pieds de jeu, on en mettoit 8 qui ne jouassent que de 3 pieds, la machine ne seroit pas plus chargée, & la résistance causée par les étranglemens seroit réduite au quart de ce qu'elle étoit, avantage bien réel & dû aux recherches de M. le chevalier de Borda.

On doit donc dans la pratique augmenter plutôt le nombre des corps de pompes, que d'augmenter la course & la vîtesse des pistons.

Il auroit été bien surprenant qu'ayant, pour ainsi dire, toute cette théorie à la main, il eût négligé d'en faire l'application aux pompes des Vaisseaux qu'il avoit continuellement devant les yeux, & auxquelles il est si important de donner tout l'avantage dont elles peuvent être susceptibles; aussi n'y a-t-il pas manqué, & il a eu lieu d'être satisfait de son travail par les défauts qu'il a trouvés dans ces pompes ordinaires, & par les moyens faciles d'y remédier que ses recherches lui ont donnés.

La pompe qu'il a examinée, avoit 6 pouces de diamètre intérieur; le passage de la soupape inférieure avoit 3 pouces $\frac{1}{2}$ de diamètre, d'où il conclut, en faisant à la contraction les mêmes augmentations que dans les articles précédens, qu'elle étoit dans le rapport de 4 $\frac{1}{2}$ à 1; celle qui étoit occasionnée par la soupape du piston, étoit dans le rapport de 6 à 1, & on peut doubler la quantité de cette contraction à cause de la grille placée au bas du corps de pompe qui en occasionnoit une à peu près égale à celle de cette dernière soupape : toutes ces données étant introduites dans l'équation, il trouva que de la force de onze hommes qui dans l'espace de 15 minutes de temps avoient fait jouer cinq cens quatre-vingt-deux fois le piston qui parcouroit à chaque fois 2 pieds, il y en avoit presqu'un tiers de perdu.

En réduisant le jeu du piston à 18 pouces, on n'avoit plus besoin d'une si grande force, & la perte causée par les étranglemens ne va plus qu'à un peu moins d'un cinquième; en diminuant de même la vîtesse d'environ un quart, on diminuera encore la perte de force causée par les étranglemens, & elle ne

ſera plus qu'une ſeptième partie de la force motrice: il ſera donc toujours plus avantageux de multiplier les pompes en diminuant la courſe & la vîteſſe de leurs piſtons, que de diminuer le nombre des pompes en augmentant ces mêmes quantités.

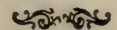
Pendant qu'il étoit occupé de cet objet, il a voulu examiner ſi un piſton deſcendant par ſon propre poids emploieroit à deſcendre d'une quantité donnée le même temps que ſa théorie donneroit pour cette deſcente.

Deux opérations étoient néceſſaires pour cette recherche, la première de déterminer par l'expérience le temps de la deſcente du piſton, & la ſeconde de la déterminer par le calcul.

Le corps de pompe duquel il ſe ſervit, avoit 6 pouces de diamètre, le piſton peſoit 77 livres, mais déduiſant de ce poids celui du volume d'eau qu'il déplaçoit, ce poids étoit réduit à 41 livres & pouvoit équivaloir à une colonne d'eau de 5 pieds $\frac{1}{2}$ de hauteur: M. de Borda avoit cloué ſur l'ouverture de la ſoupape de ce piſton, une plaque de fer-blanc, percée d'un trou de 18 lignes de diamètre, qui n'étoit que la 16.e partie de la ſection du corps de pompe; on avoit donc le diamètre de la colonne au point de ſa plus grande contraction, dans le rapport de 22,4 à 1 avec le diamètre total de la colonne ou de $\frac{1}{22}$ du diamètre de cette colonne, & l'expérience a fait voir que ce piſton élevé de 4 pieds, & abandonné à ſon propre poids, eſt deſcendu en 6 ſecondes de temps.

Si l'on applique préſentement le calcul algébrique à ces données, on trouvera pour le temps de la deſcente du piſton 5 ſecondes $\frac{1}{2}$, accord qui marque également & l'exactitude de l'expérience & la ſagacité avec laquelle le calcul avoit été conduit.

Le Mémoire de M. de Borda eſt terminé par quelques remarques ſur la réſiſtance des fluides, mais ces réflexions ne l'ont pas conduit à des réſultats abſolument exacts; elles ſont en quelque ſorte le germe & l'objet d'un autre travail: celui duquel nous venons de rendre compte eſt bien propre à en faire deſirer l'exécution.



MÉCANIQUE.

Les Arts qui ont été publiés pendant le cours de l'année 1768, ſont au nombre de ſix.

Le premier eſt l'*Art du Serrurier*, par M. du Hamel, l'objet de cet art eſt immenſe & ſe diviſe en un très-grand nombre de branches; elles ont toutes cependant des principes communs & généraux, & c'eſt par où il commence : il donne la manière de connoître les différens fers & les uſages auxquels ils ſont propres; il diſtingue les différentes eſpèces de charbon qu'on emploie & les différens travaux auxquels on les doit employer; il paſſe de-là à la manière de forger le fer & de le limer pour lui donner la forme néceſſaire.

Les premiers fers qu'on emploie dans les bâtimens, ſont les gros fers, comme ancres, tirans, étriers, chevêtres, &c. qui ſervent à en augmenter la ſolidité, c'eſt auſſi ce qui fait l'objet du ſecond chapitre : il y joint le détail d'une partie de la groſſe ferrure des bâtimens de mer; après ces groſſes ferrures, viennent les ouvrages qui doivent ſervir à la ſûreté des habitans des maiſons ou à leur ornement, comme balcons, rampes d'eſcalier, grilles de fenêtre, portes, jardins, vitraux en plomb, & même ceux que le ſieur Chopitel avoit imaginés pour ſuppléer aux chaſſis de bois ordinaires; les différentes pièces qui ont rapport à la fermeture des portes, croiſées, armoires, coffres, &c. & la manière de les poſer, qui forme pour ainſi dire un art diſtinct de celui du Serrurier, fait l'objet du IVe chapitre ; il y diſtingue toutes les différentes ferrures en uſage & y ajoute des réflexions ſur leur utilité & ſur les cas où elles ſont préférables les unes aux autres : le chapitre V.^e contient le curieux détail de la conſtruction des différentes eſpèces de ſerrures & de cadenats; cet article, le plus ſavant de tout l'art de la ſerrurerie, eſt traité avec le plus grand détail & eſt certainement un

des plus intéressans ; c'est le seul que M. du Hamel ait trouvé tout fait dans les papiers de M. de Reaumur, & il ne manque pas d'en avertir le Lecteur : le VI.e & dernier chapitre contient encore un art presqu'entièrement séparé, c'est celui de la ferrure des carrosses, tant pour leur solidité que pour les ressorts & les autres pièces qui n'ont pour but que les commodités ou l'agrément; tous ces objets sont traités avec toute la clarté possible & accompagnés de planches qui présentent aux yeux le développement des pièces & les ouvriers dans l'action de leur travail.

Le second est l'*Art du Cordonnier,* par M. de Garsault; il est divisé naturellement en trois branches dont les travaux sont assez différens les uns des autres; *le Cordonnier pour homme, le Cordonnier pour femme & le Bottier:* il commence par une courte histoire des chaussures qui ont été autrefois en usage & dont la description a pu échapper à l'injure des temps ; il décrit ensuite séparément chacune des parties de cet art, au moyen duquel on trouve le secret de former avec des matières molles & flexibles, des chaussures qui, sans gêner le pied, le mettent à l'abri de l'eau & des autres inconvéniens qu'auroient à craindre ceux qui vont à pied, à armer les jambes des Cavaliers contre la plus grande partie des accidens qui peuvent leur arriver, & à donner à presque toutes ces chaussures, & sur-tout à celles qu'on fait pour les Dames, tout l'agrément & toute l'élégance dont elles sont susceptibles.

Le troisième est l'*Art de fabriquer la Brique & la Tuile, & de les faire cuire avec la tourbe,* comme on le pratique en Hollande, par M. Jars alors Correspondant, depuis Membre de l'Académie, & dont elle regrette aujourd'hui la perte. Cet art est une suite naturelle de celui du Briquetier-tuilier, publié en 1763 par M.rs du Hamel, Fourcroy de Ramecourt & Gallon ; la différence dans la matière qui sert à la cuisson, en entraîne nécessairement une dans la construction & dans l'arrangement du four, & c'est pour cette raison que l'Académie a cru devoir joindre cette espèce d'appendice à l'art déjà publié.

Le quatrième est l'*Art de diviser les Instrumens de Mathéma-*

tiques, par M. le duc de Chaulnes: cet art dont l'Académie a publié les principes en 1765*; est absolument nouveau, & n'a aucun rapport aux méthodes usitées jusqu'à présent. On sait de quelle importance il est que les instrumens soient exactement divisés, & que ce talent a fait presqu'en entier la réputation dont ont joui les plus célèbres Artistes en ce genre: mais ce talent est rare, & ceux que la Nature en a favorisés, ne sont exempts ni de la mort ni de la vieillesse, ni de toutes les infirmités auxquelles tous les hommes sont sujets. Il a imaginé des instrumens armés de microscopes & de télescopes qui font, pour ainsi dire, tous seuls la division des lignes droites & des arcs de cercle, ou pour parler plus juste, au moyen desquels un homme de capacité médiocre, peut avec un peu d'attention atteindre à un degré de perfection si surprenant, qu'un instrument de 11 pouces de rayon, divisé de cette manière, a soutenu la comparaison avec un quart-de-cercle de 6 pieds de rayon. Ce nouveau diviseur est un véritable présent que M. le duc de Chaulnes fait aux Mathématiciens & sur-tout aux Astronomes; c'est un excellent Artiste, capable d'exécuter aisément ce que les hommes n'exécuteroient qu'avec peine, qui peut par conséquent multiplier extrêmement le nombre des bons instrumens, & qui n'est sujet ni à la mort ni à aucune des infirmités qui peuvent rendre inutiles les talens les plus précieux.

* Voy. Hist. 1765, p. 65.

Le cinquième est l'*Art de la Tréfilerie* ou *de faire le fil d'archal*, c'est-à-dire de réduire le fer en fil plus ou moins fin jusqu'au dernier numéro des cordes de clavessin. Le fer dans cette opération, après avoir été forgé en tringles assez fortes, on le force au moyen d'une machine mue par un courant d'eau & de tenailles qui y sont attachées, à passer successivement par les différens trous des filières, & on parvient à lui donner l'extension & la finesse qu'on desire. Le choix du fer, ses préparations avant que de le présenter aux filières, les machines destinées à cet usage, celles qui servent à l'étendre par la résistance des devidoirs, lorsque sa finesse ne lui permet plus d'être saisi par les tenailles; rien n'a échappé aux recherches de M. du Hamel, & l'on croit, en lisant

la

sa description de cet Art, être transporté dans les ateliers même où on l'exerce.

Le sixième & dernier Art qui ait été publié en 1768, est celui *d'exploiter les mines de Charbon de terre*, par M. Morand fils, *I.ere partie.* On sait à combien d'Arts est utile cette espèce de matière; les voyages qu'il a faits à Liége, à Aix-la-chapelle & à Charleroi, & la lecture assidue du petit nombre d'Auteurs qui ont écrit sur cette matière, l'ont mis à portée de traiter cet important objet dans toute son étendue: la première partie de son ouvrage est la seule qui ait encore paru, les autres la suivront de près; elle contient l'histoire du charbon de terre, tant comme faisant partie de l'Histoire naturelle, que relativement aux Arts & au Commerce; il donne sa composition, sa nature, ses différentes espèces & ses variétés, les météores aqueux & ignés qui accompagnent cette substance dans les mines, & qui gênent prodigieusement les Ouvriers dans la poursuite de leur ouvrage: il entre ensuite dans le détail des terreins où sont situés les mines, & de la nature des différentes couches de terre, de sable & de roc qu'on rencontre avant de parvenir au charbon; il donne les différentes positions des filons & décrit les obstacles qu'on trouve à vaincre dans l'exploitation des mines de la part des eaux: en un mot on trouve dans cette partie de son ouvrage, s'il m'est permis d'user de ce mot, une anatomie exacte de l'intérieur du terrein, bien capable de faire desirer la suite de cette description, qui doit contenir l'Art, proprement dit, d'exploiter les mines; cette première partie de l'ouvrage de M. Morand a paru si utile à M. l'Évêque Prince de Liége, qu'il l'en a fait remercier par son Ministre & l'en a remercié lui-même par une Lettre écrite de sa main.



MACHINES OU INVENTIONS APPROUVÉES PAR L'ACADÉMIE EN M. DCCLXVIII.

I.

UNE *Vielle organisée*, présentée par le sieur Joubert maître Luthier à Paris : cette vielle est véritablement organisée, c'est-à-dire garnie d'un petit jeu de flûte qu'on joue en même-temps que la vielle ou, si l'on veut, séparément l'un de l'autre, toujours avec le même clavier & en faisant agir dans l'un & l'autre cas le soufflet par le mouvement même de la manivelle. Le son de cet instrument a paru agréable ; & quoique l'idée n'en soit pas absolument neuve, cependant comme on n'avoit pu jusqu'ici réussir à l'exécuter, on a cru que c'étoit une addition utile à un instrument déjà connu, & que la manière dont il l'a exécutée & l'art avec lequel il a réduit toute cette mécanique sous un très-petit volume, méritoient d'être encouragés.

II.

Une *nouvelle Grue* ou plutôt *un changement à faire aux Grues ordinaires*, par M. Berthelot ; personne n'ignore que dans l'usage ordinaire de la grue, les hommes qui la font agir, sont appliqués à la circonférence d'une roue qu'ils font tourner par leur propre poids ; & que si le cable qui soutient le fardeau qu'on élève, vient à casser, ils sont exposés aux plus grands dangers : dans la grue de M. Berthelot les hommes n'agissent pas immédiatement sur la roue, ils sont placés à terre, sur deux espèces de marches ou pédales, & ces pédales font agir alternativement deux leviers verticaux, placés aux deux côtés de la roue ; ceux-ci sont garnis de mentonnets qui cèdent en montant, mais qui accrochent en descendant les chevilles de la roue, qu'ils font tourner avec d'autant plus d'avantage que les mentonnets peuvent agir sur le rayon horizontal de la roue, & que si le cable vient à casser, les hommes ne courent pas le moindre risque. Cette construction

qui se peut appliquer aisément à toutes les grues déjà faites, a paru simple, peu dispendieuse & très-propre à éviter tous les accidens.

I I I.

Un *Crible à nettoyer les grains*, proposé par M. Gambier; ce crible est cylindrique & porte dans son intérieur des lames de tôle, piquées en râpe, disposées en hélice, qui obligent par cette situation le grain à parcourir environ trente pieds de longueur dans le crible, quoiqu'il n'ait que quatre pieds & demi de longueur; des grilles de fil de fer y séparent les différentes qualités de grain nettoyé par les râpes, un autre crible plat reçoit le moindre grain, & enfin la poussière & les ordures légères y sont emportées par un ventilateur, tandis que les grosses & les pesantes tombent au fond dans une caisse destinée à les recevoir. Il a paru en général que ce crible produisoit un très-bon effet, & que la manière dont on a construit le cylindre qui en fait la partie essentielle, étoit nouvelle & ingénieuse: qu'à la vérité cet instrument demande à être exécuté par un Ouvrier intelligent, & coûtera plus que les autres; mais qu'aussi il deviendra plus propre qu'aucun autre qu'on connoisse, à nettoyer parfaitement le grain qui se trouvera chargé de poussière & d'ordures, ce qui est un avantage considérable.

I V.

Un *nouveau Compas de proportion*, proposé par le P. Toussaint de Saint-Marcel, Carme-déchaussé, Prieur de la maison de Langres: ce Compas ne ressemble en rien au compas de proportion ordinaire; il est composé de quatre branches égales, ayant chacune leur pointe, deux de ces branches portent chacune une oreille divisée en quart-de-cercle dont le centre est le même que le centre de mouvement du compas; les deux autres branches s'attachent sur ces quarts-de-cercle qui servent à mesurer combien elles s'écartent du plan dans lequel se meuvent les deux premières; il est évident que plus elles en sont éloignées, moins elles s'écarteront par le mouvement des autres branches qui les entraîne, & qu'on peut par ce moyen mettre telle proportion qu'on voudra

entre l'ouverture des unes & des autres: c'est-là le principe de la construction de cet instrument: il n'y a point de problème qui puisse se résoudre par le compas de proportion ordinaire, qui ne se résolve par celui-ci avec plus d'étendue, d'exactitude & de facilité, au moyen d'une règle divisée que l'Auteur y a jointe & des Tables qu'il a calculées pour cet usage. La construction en a paru ingénieuse; il est seulement à craindre que les quatre pointes dont il est armé, ne le rendent d'un usage incommode à ceux qui n'y seront pas accoutumés.

DANS le nombre des Pièces qui ont été présentées cette année à l'Académie, les douze suivantes ont été jugées dignes d'avoir place dans le Recueil de ces Ouvrages qu'elle fait imprimer.

Sur les Isopérimètres: Par M. Kiéckel.

Sur la pesanteur & la chaleur des différentes Sources de Bagnières: Par M. Marcorelle, Correspondant.

Sur l'épaisseur qu'on doit donner aux Revêtemens: Par M. de Blavau.

Sur les variétés des Tubulaires de la classe des pinceaux de Mer: Par M. l'abbé de Mazeas, Correspondant.

Sur l'Analyse des différentes espèces de Tourbes: Par M. le Sage, Correspondant.

Sur la formation des Savons: Par M. de Machy.

Observation de l'Éclipse de Lune du 30 Juin, faite à Rouen: Par M. Bouin, Correspondant.

Observation de l'Éclipse du Soleil du 1.er Avril 1764: Par M. Garipuy, Correspondant.

Observations de Médecine: Par M. Houttuyn.

Sur un nouveau genre d'Animal aquatique: Par M. Muller, de l'Académie des Curieux de la Nature.

Sur les Soufflets à chute d'eau : Par M. Barthès.

Relation de la guérison d'une Paralysie, opérée par l'électricité : Par M. Bonafosse.

L'ACADÉMIE avoit proposé pour le sujet du Prix de 1768 ; de perfectionner *les méthodes sur lesquelles est fondée la théorie de la Lune, de fixer par ce moyen celles des équations de cette Planète qui sont encore incertaines, & d'examiner en particulier si l'on peut rendre raison par cette théorie de l'équation séculaire du mouvement de la Lune.*

N'ayant pas été satisfaite des recherches qu'elle a reçues sur ce sujet, elle l'a proposé de nouveau pour l'année 1770, avec un Prix double.



ÉLOGE DE M. BARON.

THÉODORE BARON, Docteur-Régent de la Faculté de Médecine de Paris, ancien Professeur aux Écoles de la même Faculté & Censeur royal des Livres, naquit à Paris le 17 Juin 1715, d'Hyacinthe-Théodore Baron, Docteur en Médecine de la même Faculté, & de Marie Pellemoine, tous deux d'honnête famille; celle de M. Baron en particulier, étoit attachée à la Médecine depuis près de cent cinquante années & y tient encore par un frère de celui dont nous faisons l'éloge, qui l'exerce à Paris avec distinction.

Il fit ses études au Collége de Beauvais, & il étoit en Philosophie sous M. Benet, lorsque ce célèbre Professeur mourut. Heureusement pour M. Baron il fut remplacé par M. Rivard, dont l'esprit géométrique se trouva sympathiser merveilleusement avec le génie du jeune Étudiant, & il s'établit bientôt entr'eux une étroite liaison: le fruit en fut une connoissance assez étendue des Mathématiques que prit M. Baron, connoissance toujours utile à ceux même qui ne sont pas Mathématiciens de profession.

Pendant ce même temps, il étudioit les élémens de Chimie sous un de ses oncles, habile Apothicaire à Paris, & il porta dans cette étude l'esprit de précision qu'il avoit puisé dans celle des Mathématiques: cette manière d'étudier la Physique, étoit bien propre à y faire les plus grands progrès; il sortit en effet de ses cours de Philosophie & de Chimie en état de suivre par lui-même l'étude de ces deux Sciences.

Ses premières études n'étoient, pour ainsi dire, qu'un préliminaire de celle de la Médecine, à laquelle son inclination le portoit, & dont sa naissance lui avoit presque fait une loi. On sait que les Étudians en Médecine sont assujettis à prendre des leçons de plusieurs Professeurs; un heureux hasard lui fit trouver au nombre de ces Professeurs, le célèbre M. Bourdelin, Membre de cette Académie: quel trésor pour un jeune Chimiste ! aussi n'oublia-t-il pas d'en profiter. Il s'attacha de même à feu M.

Hunauld, alors auſſi Membre de cette Académie, & ami particulier de toute ſa famille; ce fut ſous la conduite de ces deux célèbres Académiciens, & en profitant avec ardeur de leurs leçons publiques & particulières, auxquelles il joignoit encore celles de M. Rouelle qu'il ſuivoit avec la plus grande aſſiduité, qu'il parvint à ſe mettre au fait de l'Anatomie & de la Chimie, & à mériter l'eſtime & l'amitié qu'ils lui accordèrent tous.

Il n'eſt que trop ordinaire que les jeunes gens qui ſe deſtinent à la Médecine, ſe hâtent de ſe livrer à la pratique, & qu'ils attendent avec impatience la Licence qui doit leur en procurer le droit. Cet uſage eſt cependant d'une part contraire au véritable intérêt des jeunes praticiens, qu'il prive d'une infinité de connoiſſances qu'ils auroient eu beſoin d'acquérir, & qui les auroient bien dédommagés d'un peu de retardement, & il eſt de l'autre pernicieux au Public qui dans les cas difficiles peut quelquefois ſe trouver la victime d'une pratique chancelante ou peu éclairée.

Les études multipliées de M. Baron l'avoient certainement mis plus que perſonne à l'abri de cet inconvénient; il ne voulut cependant pas s'y expoſer, & il ne ſe mit ſur les bancs qu'à la ſeconde Licence qui ſuivit la fin de ſes études: perſonne n'eſt ordinairement plus circonſpect en pareille matière que celui qui a le moins à craindre.

Cet intervalle de temps fut rempli par un voyage qu'il fit à Liége, où un de ſes oncles étoit alors premier Médecin de M. le Cardinal de Bavière, Évêque & Prince de cette ville; ce fut en ſuivant pendant deux ans cet habile Médecin dans l'exercice de ſa profeſſion qu'il ſe forma dans la pratique, qu'il apprit la véritable application des principes, & qu'il acquit ce coup d'œil éclairé, qui ſait démêler le ſiége & les cauſes des maladies, & qui peut ſeul, s'il m'eſt permis d'uſer de ce terme, donner du corps à la théorie la plus éclairée.

Non content des connoiſſances qu'il avoit acquiſes pendant ce voyage, il prit encore à ſon retour les leçons de feu M. Aſtruc au Collége royal, & celles que M.rs Hunauld, Lémery & Boulduc, donnoient alors au Jardin du Roi; & ce ne fut qu'après

tout ce travail qu'il ſe crut en état d'entrer dans la Licence qui commençoit au mois de Mars 1740 : Il arrive ſouvent qu'on ſe croit digne d'y entrer à meilleur marché.

Il avoit cependant plus de raiſon de ſe précautionner qu'il ne penſoit peut-être lui-même, & cette eſpèce de ſuperflu lui devint un néceſſaire; il trouva parmi ceux qui couroient la même Licence plus de vingt concurrens du premier mérite, & je ne crains pas qu'on trouve cette expreſſion trop forte, quand j'ajouterai que de ce nombre étoient M.rs de Laſſone, Macquer & Guettard, que l'Académie ſe fait honneur de poſſéder aujourd'hui : les études multipliées de M. Baron le mirent en état de tenir tête à de tels concurrens, & d'obtenir le ſecond rang de la licence, ſans que l'amitié, qui s'étoit établie entr'eux & lui, en ſouffrît la moindre diminution, & ſans qu'aucun des intéreſſés marquât le moindre mécontentement. Il falloit que cette diſtinction lui fût bien légitimement dûe; on ſait combien l'amour propre a le tact fin en pareille matière.

La qualité de Docteur, qu'il reçut en 1742, ne changea rien à ſa manière de vivre, ſi ce n'eſt qu'il ſe permit de voir les malades qui avoient confiance en lui ; le reſte de ſon temps ſe partageoit entre ſon laboratoire où il travailloit à des recherches & des expériences chimiques, & ſon cabinet où il s'occupoit de la lecture des livres qui concernoient ſa profeſſion ; & une preuve que cette lecture n'étoit pas le ſimple effet d'une curioſité paſſagère, c'eſt qu'à ſa mort il ne s'eſt trouvé preſque aucun de ſes livres, qui étoient en aſſez grand nombre, qui ne fût chargé de pluſieurs marques, toutes placées à des endroits dignes d'attention ou de critique.

Une telle manière de vivre devoit naturellement faire faire à M. Baron de grands progrès; auſſi en avoit il fait de tels, que dès l'année 1744, moins de deux ans après qu'il fut ſorti de Licence, il préſenta à l'Académie un Mémoire qu'elle inſéra dans le Recueil des ouvrages qui lui ſont préſentés par divers Savans, & qu'elle juge dignes de l'impreſſion.

Ce Mémoire a pour objet la ſingulière propriété qu'a le ſel de tartre de précipiter tous les ſels neutres ſur leſquels il n'a point d'action.

d'action. M. Lémery avoit cru expliquer ce phénomène en supposant que dans cette occasion, le sel de tartre agissoit comme un filtre, ou si l'on veut, comme la colle dans le vin. M. Baron fait voir dans son Mémoire, que, quelqu'ingénieuse que soit cette application, elle n'est cependant pas véritable, & que ce fait singulier dépend uniquement du plus grand rapport qu'a l'eau avec le sel de tartre, qu'avec les sels qu'il ne décompose pas. Le principe des affinités est aujourd'hui si généralement admis parmi les Chimistes, que rappeler un phénomène, est presque l'avoir expliqué.

Il donna en 1747 & en 1748, trois autres Mémoires; l'un sur une maladie mortelle de l'estomac, dans laquelle ce viscère se trouve percé sans adhérence aux parties voisines & sans aucun vestige d'inflammation ni de suppuration, accident heureusement très-rare, & qu'il regarde avec raison comme la suite d'une gangrène.

Les deux autres Mémoires contiennent ses recherches sur le borax; il en résulte que la base du sel marin existe dans le borax, & qu'elle en fait même la plus grande partie; qu'il ne s'y trouve point d'acide vitriolique, comme M. Pott l'avoit supposé, ou qu'au moins aucune des preuves alléguées par cet habile Chimiste ne suffit pour en constater la présence; que le sel sédatif n'est point un ouvrage de l'art, mais qu'il existe tout formé dans le borax; qu'on peut l'en séparer sans employer aucun acide, & régénérer le borax avec le sel sédatif & un alkali: tous objets intéressans, traités avec toute la sagacité possible, & qui laissent entrevoir de nouvelles vues sur ce sujet. Il est assez ordinaire dans l'étude de la Physique qu'un travail bien conduit, ouvre plusieurs routes qu'on n'auroit peut-être sans cela jamais reconnues.

L'année 1752 vit encore paroître un nouveau Mémoire de M. Baron, sur un sel appelé *Boreck*, qu'on donnoit pour du borax naturel apporté de Perse. Par l'examen qu'il en fit, il reconnut que ce prétendu borax naturel n'étoit qu'un peu de borax ordinaire, mêlé avec beaucoup d'alkali semblable à celui qui fait la base du sel marin, soit que ce mélange se fit naturellement

dans les puits d'où on disoit qu'on le tire, soit que ce fût l'ouvrage de l'art & peut-être de la mauvaise foi. Ce Mémoire fut le dernier qu'il donna comme Étranger; les ouvrages, dont nous venons de parler, lui avoient acquis l'estime de l'Académie, & l'y avoient fait desirer; il y obtint le 2 Septembre de la même année la place d'Adjoint-Chimiste, vacante par la promotion de M. Rouelle à celle d'Associé: le disciple devint le digne successeur de l'un des maîtres qui l'avoient formé.

La lecture de ces Mémoires n'attira pas seulement à M. Baron l'estime de l'Académie; elle lui valut encore celle du Ministère, auquel son nom revint de tant d'endroits, & toujours si favorablement, qu'on n'hésita pas à l'employer. Feu M. Hellot étoit alors chargé de l'examen chimique des projets qui étoient présentés au Conseil, relativement aux Arts, & sur-tout aux teintures & aux mines. On eut envie de lui donner une espèce de coadjuteur qui pût l'aider dans ses fonctions alors très-multipliées, & le remplacer en cas d'accident; on jeta les yeux sur M. Baron auquel on assigna des appointemens honnêtes, & qui pouvoient le dédommager de la pratique de la Médecine à laquelle il devoit renoncer pour se livrer tout entier à ce travail. Un jeune Médecin, à peine sorti de ses études & connu seulement par les Mémoires qu'il avoit lus à l'Académie comme Étranger, fut choisi pour remplir cette place de confiance, & désigné en quelque sorte pour successeur à un des plus habiles Chimistes que possédât alors l'Académie.

Rien n'étoit certainement plus flatteur pour lui qu'un évènement de cette nature; mais ce plaisir ne fut pas de durée, il en jouit à peine deux ans. On crut devoir aux règles d'une sage économie de supprimer cette espèce de double emploi; il ne lui en resta que la gloire accompagnée de la perte de sa pratique en Médecine, qu'il ne reprit pas sans quelque peine: nous ne dissimulerons pas même qu'il fut très-sensible à cet évènement, & qu'il en fit des plaintes amères; il se seroit plus aisément consolé s'il n'eût été question que de son intérêt, mais il perdoit une occasion favorable de multiplier ses expériences de Chimie; & la Philosophie la plus sévère ne pouvoit lui reprocher une sensibilité, qu'elle-même lui avoit inspirée.

L'année qui suivit sa réception à l'Académie, il lui communiqua ses recherches sur l'évaporation de la glace. Le célèbre Boyle avoit avancé le premier, que la glace, malgré sa solidité, étoit évaporable : M. Gauteron, de la Société royale des Sciences de Montpellier, avoit ajouté que cette évaporation étoit plus forte que celle de l'eau qui est prête à geler, & qu'elle étoit d'autant plus prompte que le froid étoit plus vif; les expériences mêmes de M. de Mairan, concouroient aussi à établir cette évaporation : ce fait cependant méritoit bien d'être examiné de plus près, & par des expériences suivies & décisives; c'est ce qu'entreprit M. Baron, & il fit voir que, bien loin que le froid, comme froid, favorise l'évaporation de l'eau, il la diminue; que l'évaporation de l'eau dépend d'un mouvement intestin de ses parties, qu'elle perd dès qu'elle est glacée, & qu'alors elle cesse de s'évaporer, pourvu qu'elle soit à l'abri de l'agitation de l'air; & qu'enfin la diminution qu'on observe dans la glace exposée à l'air libre pendant la gelée, n'est nullement proportionnelle au froid, & ne doit pas être regardée comme une véritable évaporation, mais comme l'effet d'une râpure subtile que le vent en emporte continuellement, & qui n'a plus lieu dès que la glace est mise à l'abri du vent ; ce qui étoit tout-à-fait conforme aux expériences & à la théorie de M. de Mairan : c'étoit probablement cette dernière circonstance qui avoit fait illusion aux célèbres Physiciens que nous venons de citer. Combien de faits dans la Nature dont l'explication tient à des circonstances que la seule sagacité du Physicien, & l'art de varier les expériences avec intelligence, peuvent seuls lui faire découvrir!

Il donna la même année deux Observations anatomiques très-intéressantes ; la première sur une concrétion osseuse trouvée dans la tête d'un bœuf où elle occupoit une grande partie de la capacité du crâne, quoique l'animal fût très-gras, & se portât très-bien lorsqu'on l'avoit tué : ce fait très-curieux par lui-même, l'est encore plus par sa rareté; l'exemple rapporté par M. Baron est le troisième de cette espèce qui se trouve dans les fastes anato-

miques, encore ſont-ils tous accompagnés de quelques circonſtances différentes.

La ſeconde obſervation contenoit l'hiſtoire d'une groſſeſſe ſingulière, & juſqu'à préſent unique; la femme, qui en étoit le ſujet, avoit été groſſe pendant trois ans, & étoit enfin accouchée au bout de ce long terme d'un enfant vivant, de groſſeur ordinaire & bien formé dans toutes ſes parties.

Le dernier Mémoire de M. Baron que l'Académie ait publié, eſt celui qu'il donna en 1760, ſur la baſe de l'alun; on regardoit communément l'alun comme un ſel neutre, composé de l'acide vitriolique, joint à une terre abſorbante de la nature de la chaux ou de la craie. M. Margraff avoit bien fait voir par ſes expériences, que la baſe de l'alun combinée avec différentes ſubſtances, n'offroit aucunes des propriétés de la chaux ni de la craie; mais ces expériences, en attaquant l'opinion reçue, ne donnoient aucune lumière ſur la nature de cette baſe.

M. Baron entreprit cette recherche, & il trouva qu'une des choſes qui avoient fait illuſion à M. Margraff, étoit que la baſe de l'alun qu'il avoit cru avoir pure, contenoit encore une quantité conſidérable d'acide vitriolique; il parvint à la lui enlever, & alors la baſe de l'alun étant ſeule, il vit avec étonnement que l'acide marin & l'acide vitriolique combinés avec cette baſe, produiſoient preſqu'également l'alun, qu'elle paroiſſoit contenir un principe métallique & être de la même nature que la baſe du ſel ſédatif.

On ignoroit alors ce que les expériences de M. Cadet ont depuis mis au jour, que le borax ou plutôt le ſel ſédatif, contenoit du cuivre en nature, & que c'étoit-là ce qui donnoit la couleur verte à la flamme de l'eſprit-de-vin imprégné de ce ſel: ſi M. Baron n'alla pas juſqu'à cette découverte, on peut dire au moins, en empruntant le langage géométrique, qu'il en approcha infiniment.

On a pu aiſément s'apercevoir qu'entre ce dernier Mémoire & ceux qui l'avoient précédé, il s'étoit écoulé un eſpace de temps conſidérable; ce temps n'avoit pas été perdu, il l'avoit employé à un ouvrage d'un autre genre. Feu M. Lémery, de

cette Académie, avoit donné en 1675, un Cours de Chimie qui avoit été reçu du Public avec les plus grands applaudissemens; mais il s'en falloit bien que la Chimie fût alors portée au point de perfection où elle est aujourd'hui, & la plupart des explications de M. Lémery portoient sur des principes peu solidement établis: M. Baron entreprit d'ôter ce défaut au livre de cet habile Chimiste, & il en donna une édition dans laquelle, en conservant presque toute la pratique de M. Lémery, il substitue à ses explications, des raisons fondées sur une plus saine théorie. Il en coûte pour le moins autant pour être Éditeur de cette manière que pour être Auteur, & il faut aimer le bien public d'une façon bien désintéressée pour mettre tant de peine à faire valoir l'ouvrage d'autrui.

Le livre de M. Lémery n'est pas le seul auquel M. Baron ait travaillé de cette manière, il a rendu le même service au Public en publiant la Pharmacopée de Fuller, avec des Notes très-propres à éclaircir & même en quelques endroits à redresser & à réformer cet ouvrage; l'Édition dédiée à M. de Lassone, parut au commencement de cette année, peu de mois avant la mort de M. Baron, circonstance honorable à sa mémoire, puisqu'elle prouve qu'il n'a cessé de travailler que quand il a cessé de vivre.

On a encore de lui plusieurs pièces fugitives, écrites en latin, qui ont mérité dans leur temps, l'accueil le plus favorable du Public.

La première est une Dissertation qu'il donna dans le temps de sa Licence, sur l'Anatomie la plus recherchée; il y examine à fond les mouvemens de contraction & de dilatation du cœur & des artères nommées *coronaires*, qui portent le sang dans la propre substance de ce viscère.

La seconde expose les dangers que l'on court en employant les astringens dans les hémorragies.

La troisième a pour but de démontrer combien il est salutaire aux mères de nourrir elles-mêmes leurs enfans; celle-ci a été traduite en françois & insérée à la suite du Traité de M. Hecquet sur cette matière; il lui est même arrivé ce qui n'arrive pas

toujours, même aux ouvrages les meilleurs & les plus intéressans, elle a eu quelque succès & a engagé plusieurs Dames à s'acquitter de cette fonction que la Nature prescrit & dont elle punit souvent l'omission par une infinité de dangers, d'inconvéniens & de maladies.

La quatrième a pour objet l'examen des nouvelles eaux minérales de Passy, elle contient une analyse très-bien faite de ces eaux, des vues sur les eaux minérales en général, & un grand détail sur la manière de les employer utilement : on a trouvé dans ses papiers une traduction françoise de cette dissertation, faite par lui-même & en état d'être publiée.

Il étoit d'une assez petite taille & fort gros, sujet depuis long temps à des attaques de goutte vague, qui lui causoient souvent de grandes douleurs; il étoit de plus affligé d'une hernie ombilicale qui lui occasionnoit de violentes coliques, cette hernie contracta dans la suite des adhérences qui ne permirent plus de la réduire entièrement; il s'y forma au mois de Mars dernier un étranglement que tous les secours de l'Art ne purent dissiper, la gangrène succéda aux tranchées & aux vomissemens, & il mourut le 10 du même mois âgé d'un peu moins de cinquante-trois ans.

Il avoit des mœurs très-douces & très-réglées; il étoit d'une probité à toute épreuve, entée sur des sentimens d'honneur & de vertu qui ne lui auroient pas permis la moindre bassesse; il ne prenoit un parti qu'avec une espèce de timidité, mais quand il avoit examiné de tous les sens possibles, la matière dont il étoit question, & qu'il l'avoit combinée avec ses principes, personne n'étoit plus ferme que lui dans ses opinions, jusqu'à ce qu'on lui eût fait voir qu'il s'étoit trompé, car alors il étoit toujours prêt à revenir.

Jamais personne n'a vécu plus retiré que lui, & si on en excepte sa famille & quelques gens de Lettres, on ignore qu'il ait eu des liaisons; son cabinet & son laboratoire faisoient tous ses plaisirs, du moins est-il sûr que tous ceux qu'on goûte ou qu'on s'imagine goûter dans le monde, n'ont jamais excité ses desirs ni troublé la tranquillité de son ame; la gloire même littéraire à laquelle il avoit tant de droit de prétendre, ne l'effleuroit pas;

il n'a jamais rien ſollicité que par ſa ſeule réputation: il étoit Cenſeur royal, & cette place étoit uniquement le fruit de l'eſtime que M. de Malesherbes, Premier Préſident de la Cour des Aides, avoit conçue pour lui; il n'avoit pas ſollicité autrement celle qu'il occupoit à l'Académie; mériter des places étoit le ſeul ſecret dont il ſavoit ſe ſervir pour les obtenir. Il ſeroit à ſouhaiter pour le bien de l'humanité que cette recette fût la ſeule & qu'elle fût toujours infaillible.

La place d'Adjoint-Chimiſte qu'occupoit M. Baron à l'Académie, a été donnée conjointement à M.rs Jars & Lavoiſier, à condition que la première de cette claſſe qui viendra à vaquer, ſera cenſée remplie par cette double nomination.



ÉLOGE DE M. CAMUS.

CHARLES-ÉTIENNE-LOUIS CAMUS, Examinateur des Écoles royales de l'Artillerie & du Génie, de la Société royale de Londres, Secrétaire & Profeſſeur de l'Académie royale d'Architecture, & Honoraire de celle de Marine, naquit à Creſſy en Brie, le 25 Août 1699, d'Étienne Camus, Chirurgien de cette ville, & de Marguerite Maillard.

Les inclinations des enfans ſe développent ordinairement plus tôt qu'on ne penſe, & il eſt rare qu'un examen attentif & éclairé ne découvre dès leurs premières années des marques de ce qu'ils doivent être un jour. Celle du jeune Camus pour les Mathématiques & la Mécanique s'annonça de manière à ne pouvoir être équivoque; au lieu des jeux & des amuſemens ordinaires aux enfans, il étoit continuellement occupé à faire différentes pièces avec du bois ou du fer, & un couteau qui étoit ſon unique outil, & il s'y prenoit avec une très-grande adreſſe. Cette adreſſe n'étoit certainement pas le fruit d'une longue habitude ni d'un pénible apprentiſſage: ſa tête remplie dès-lors du génie, né avec lui, ſervoit de guide à ſes mains, & ſavoit bien les rendre adroites.

Ce même génie lui faiſoit auſſi ſentir que l'étude des Mathématiques exigeoit d'autres connoiſſances qu'il falloit acquérir, & dès l'âge de dix ans il ne ceſſoit d'importuner ſes parens pour être envoyé au Collége à Paris. Ils en ſentoient la néceſſité, mais la modicité de leur fortune les faiſoit héſiter; ils osèrent cependant compter aſſez ſur ſa ſageſſe & ſur ſes talens pour franchir cet obſtacle, & ils l'envoyèrent à Paris où il commença ſes études au Collége de Navarre; combien peu d'enfans de cet âge ſeroient dignes d'une telle confiance!

Ils eurent bientôt lieu de ſe ſavoir bon gré de cette démarche; le jeune Camus ne fut pas long-temps à devenir un des meilleurs écoliers du Collége & ſes ſuccès leur revinrent de tous côtés: il n'employoit cependant à ces études, où il réuſſiſſoit ſi bien qu'une partie

partie de ſon temps, & nous pouvons preſque, ſans aucun riſque, aſſurer que ce n'étoit pas la plus grande; l'étude des Mathématiques n'avoit pas été abandonnée & il y faiſoit de ſi grands progrès qu'au bout de deux ans il fut en état d'en donner des leçons & de n'être plus à charge à ſes parens; la Nature qui l'avoit comblé de ſes dons, commençoit dès-lors à le dédommager de l'injuſtice de la fortune.

Avec ce ſecours qu'il tiroit de ſon propre fonds, il acheva le cours de ſes études avec le plus grand éclat ſans ceſſer de s'avancer rapidement dans la carrière des Mathématiques.

Quelques talens qu'il eût dans cette partie, il s'aperçut bientôt qu'il avoit beſoin d'un guide qui lui ouvrît les routes de la haute Géométrie, & il s'adreſſa à M. Varignon, de cette Académie; on peut juger du ſoin avec lequel un Profeſſeur auſſi zélé que l'étoit M. Varignon, s'appliqua à cultiver des talens ſi marqués, & des eſpérances qu'il dut en concevoir.

Elles furent cependant encore ſurpaſſées par le ſuccès, & bientôt le jeune Camus, auquel il n'eut, pour ainſi dire, beſoin que d'ouvrir la carrière, fut en état de la parcourir avec rapidité & de figurer avec les grands Géomètres.

La Géométrie ne fut pas la ſeule partie des Mathématiques qu'il embraſſa, l'Architecture civile & militaire, la Mécanique, l'Aſtronomie même, malgré l'étendue de connoiſſances qu'elle exige & la fatigue des obſervations, devinrent les objets de ſes études, & il ſut ſi bien les mener, pour ainſi dire, de front, qu'il réuſſit preſque également dans toutes, & que ſa réputation naiſſante lui valut l'eſtime & l'amitié de M. de Cotte, père du dernier mort, alors à la tête des bâtimens du Roi, de feu M. Couplet, Tréſorier de cette Académie & de feu M. Caſſini.

Il étoit impoſſible que toutes ces liaiſons fondées ſur le mérite & ſur les talens de M. Camus, ne portaſſent ſon nom à l'Académie, mais il ſut bientôt l'y faire parvenir d'une autre manière: l'Académie propoſa pour ſujet du Prix de 1727, *la manière la plus avantageuſe de mâter les Vaiſſeaux*, M. Camus entra dans cette lice ouverte à tous les Mathématiciens de l'Univers, & ſa pièce fut du nombre de celles qui méritèrent les éloges de

l'Académie & qu'elle fit paroître dans le recueil de ces ouvrages qu'elle donne au Public.

Cette dernière preuve qu'il donna à l'Académie, de sa capacité, acheva de la déterminer en sa faveur, & il obtint le 13 Août de la même année 1727, la place d'Adjoint Mécanicien, vacante par la promotion de M. Pitot à celle d'Associé.

Dès l'année suivante il donna un Mémoire sur les forces vives; tout le monde Mathématicien connoît la fameuse question des forces vives & de leur différence avec les forces mortes: on sait qu'on nomme *force vive* celle qui exerce son action sur un corps actuellement en mouvement, & *force morte* celle qui exerce la sienne sur un corps arrêté par quelqu'obstacle ; en ce cas la pesanteur est force vive dans le poids qui tombe & force morte dans le même poids posé sur une table qui s'oppose à sa chute: tous les Mathématiciens sont d'accord sur l'évaluation de l'énergie de la force morte qui est toujours le produit de la masse du corps, par la vîtesse qu'il auroit s'il se mettoit en mouvement, mais ils ne convenoient pas également alors sur la mesure de la force vive, les uns vouloient l'évaluer de la même manière que la force morte, & les autres prétendoient qu'elle étoit égale au produit de la masse par le carré de la vîtesse.

Cette question étoit agitée avec beaucoup de chaleur de part & d'autre, & on avoit allégué des deux côtés plusieurs raisonnemens géométriques & métaphysiques: M. Camus imagina que l'action des ressorts & leur résistance étoient calculables, & qu'elles pouvoient représenter tous les obstacles qu'un corps en mouvement avoit à vaincre; ce principe fut la base du Mémoire qu'il lut en 1728, dans lequel il est manié avec toute l'adresse possible, & la conclusion qu'il en tire, le mène à reconnoître le carré des vîtesses pour le véritable élément de l'évaluation de l'action des forces vives, tel que l'avoit donné M. Léibnitz.

Ce Mémoire étoit un témoin irréprochable des progrès que M. Camus avoit faits en Géométrie, & son savoir en ce genre fut bientôt mis à une nouvelle épreuve.

L'Académie d'Architecture chargée de former les jeunes Élèves

qui ſe deſtinent à cette profeſſion, donne des leçons publiques, non-ſeulement de l'Architecture même, mais encore de la Géométrie qui lui ſert de baſe; la place de Profeſſeur de cette dernière ſcience s'étant trouvée vacante en 1730, M. Camus y fut nommé le 16 Décembre de la même année, & moins de trois ans après il obtint celle de Secrétaire de la même Académie: que de talens réunis exigeoient trois places dont les fonctions étoient ſi différentes? nous oſons cependant prendre le Public même à témoin, de la manière dont il les a toutes remplies; l'Académie des Sciences à laquelle il avoit principalement conſacré ſes travaux, ne fut pas plus ingrate à ſon égard, il obtint le 18 Avril 1733, le grade d'Aſſocié, & la circonſtance dans laquelle il l'obtint eſt trop honorable à ſa mémoire pour pouvoir la paſſer ſous ſilence: il étoit en concurrence avec M. Clairaut; il paroiſſoit même que ce dernier avoit eu l'avantage, cependant ſur le ſimple doute qu'il pouvoit y avoir eu une erreur dans la numération des voix, qui en avoit occaſionné ſeule l'inégalité, l'Académie ſupplia le Roi de vouloir bien les nommer tous deux, & Sa Majeſté voulut bien déférer à ſa prière.

Il donna en 1733 un Mémoire ſur les dents des roues & les ailes des pignons; les roues dentées ſont en uſage dans preſque toutes les machines, mais l'action de ces pièces eſt preſqu'entièrement dépendante de la figure reſpective des dents des roues & des ailes des pignons, & le défaut en cette partie pourroit aller juſqu'à rendre le mouvement impoſſible; feu M. de la Hire, qui avoit déjà traité cette matière, avoit fait voir que pour que la force motrice agît uniformément, les dents devoient être taillées en épicycloïdes, mais il n'avoit alors en vue que les roues qui mènent les lanternes des moulins ou des autres machines ſemblables, & il s'en falloit bien que cette matière ne fût épuiſée; M. Camus s'en ſaiſit & la traita dans toute ſon étendue, il détermina, non-ſeulement la figure des dents de la roue & celle des ailes du pignon, mais encore l'engrénage le plus avantageux & les rapports des diamètres de l'une & de l'autre. On eſt étonné de voir, en liſant ce Mémoire, combien de circonſtances qu'on croiroit pouvoir regarder comme indifférentes, changent les

conditions de ce problème, & nous pouvons aſſurer que le travail de M. Camus ſur cette matière, découvre une infinité d'écueils juſqu'alors inconnus & qu'on pourra déſormais éviter.

Il étoit d'autant plus en état de traiter utilement cette matière, qu'indépendamment de la plus ſavante théorie, il étoit très-verſé dans la pratique de l'Horlogerie, & qu'il y avoit peu d'Arts qu'il n'exerçât de ſa main, & avec une adreſſe d'autant plus grande, qu'elle étoit fondée ſur des principes lumineux & ſur un génie fécond en reſſources dans les plus grandes difficultés.

Cette adreſſe fut bientôt utile dans une occaſion plus intéreſſante; la fameuſe queſtion de la véritable figure de la Terre occupoit alors tout le Monde ſavant, & ſur-tout l'Académie à laquelle ſes premiers travaux donnoient une eſpèce de droit ſur cet important objet. On ſait que, pour réſoudre ce Problème aſtronomique, deux troupes d'Académiciens allèrent, ſous la protection & par les ordres du Roi, les uns braver les feux de la Zone torride, & les autres affronter les glaces du Nord. Nous ne répéterons pas ici ce que nous avons dit du voyage du Nord dans les éloges de M.rs de Maupertuis & Clairaut, nous ajouterons ſeulement que M. Camus qui étoit l'un des quatre Académiciens déſignés pour cette ſavante expédition, y rendit les plus grands ſervices, non-ſeulement comme Géomètre & comme Aſtronome, mais encore comme Mécanicien & comme Artiſte, & qu'on dut à ſon adreſſe & à ſon génie une grande partie du ſuccès de l'opération.

Le voyage du Nord ne finit qu'en 1737; dès 1739, M. Camus lut à l'Académie un ouvrage conſidérable ſur les machines deſtinées à élever de l'eau, & principalement ſur les ſeaux & ſur les pompes. On n'imagineroit jamais combien ce travail contient de choſes neuves & utiles: il fait obſerver, par exemple, une infinité de circonſtances qui détruiſent ou rendent inutile une grande partie de la force des hommes ou des animaux employés à tirer avec un treuil & des ſeaux l'eau d'un puits un peu profond; il fait voir de même qu'on s'eſt ſouvent trompé dans la conſtruction des pompes en croyant augmenter toujours la liberté du paſſage de l'eau par l'augmentation du diamètre des ſoupapes, parce que

le plus grand poids que leur donne cette augmentation, & qui les empêche de s'élever, fait perdre plus d'eſpace qu'on n'en gagne par l'augmentation du diamètre, & qu'il y a là un *maximum* qu'il enſeigne à déterminer, au-delà duquel on a plus à perdre qu'à gagner, ſervice eſſentiel rendu à ceux qui ſe trouveront dans le cas de faire conſtruire ces machines ou de s'en ſervir.

Il eſt une infinité de phénomènes qu'on n'admire point faute de réflexion; de ce nombre eſt celui d'une porte très-mobile ſur ſes gonds que le plus petit mouvement de la main peut faire tourner, & que cependant une balle de fuſil perce ſans la déplacer de la plus petite quantité. L'explication de ce ſingulier phénomène dépend de ce principe métaphyſique, que nulle impulſion finie ne ſe fait que dans un temps fini, & quelque petit que ſoit ce temps, un autre peut être plus court, d'où il ſuit que, ſi le temps néceſſaire à la balle pour percer la porte, eſt moindre que celui qui eſt néceſſaire pour la faire tourner, elle la percera ſans la pouſſer de la moindre quantité ſenſible; mais que, ſi au contraire la vîteſſe de la balle étoit aſſez diminuée pour que le temps qu'elle emploieroit à percer, fût plus grand que celui qui eſt néceſſaire pour pouſſer la porte, elle la pouſſeroit, & ne la perceroit pas. Le calcul analytique, appliqué à ce phénomène, réaliſe, pour ainſi dire, le principe métaphyſique, & le prouve avec la plus grande évidence: le merveilleux d'un grand nombre de faits ne dépend que de ce que nous ignorons le principe, ſouvent métaphyſique, duquel ils dépendent.

L'Académie n'eſt que trop ſouvent occupée à l'examen des machines par le moyen deſquelles on penſe pouvoir obtenir ce qu'on nomme *mouvement perpétuel;* une de ces machines, dans laquelle on croyoit y parvenir par le moyen de poids mobiles, piqua la curioſité de M. Camus; ces poids rouloient dans un canal excentrique d'une figure ſingulière & telle, qu'ils agiſſoient toujours avec un plus long rayon d'un côté de la roue, dans laquelle le canal étoit creuſé, que de l'autre: l'examen lui fit voir que, ſi les poids étoient réellement d'un côté de la roue au bout d'un plus long rayon, ils ſe trouvoient de l'autre côté en plus grand nombre, & cela préciſément en même proportion que

l'alongement des rayons, d'où naissoit nécessairement l'équilibre; & que par conséquent cette idée quoiqu'ingénieuse, de même que toutes celles qui seroient fondées sur le même principe, ne menoient à rien : avantage bien grand, procuré par M. Camus à ceux qui voudroient examiner leurs idées sur les lumières qu'il leur donne ; mais malheureusement ceux qui perdent leur temps à cette infructueuse recherche, ne sont ordinairement ni assez Mathématiciens, ni assez Mécaniciens pour en profiter.

L'Académie desiroit depuis long-temps de voir M. Camus placé comme il le méritoit ; la retraite de feu M. de Fontenelle, qui engagea M. de Mairan à se charger du Secrétariat, lui en fournit l'occasion, & il obtint, le 18 Janvier 1741, la place de Pensionnaire-Géomètre, que ce célèbre Académicien laissoit vacante par cet arrangement.

On ne sauroit connoître trop exactement la capacité des tonneaux qui sont destinés à contenir des liquides ; le défaut de cette connoissance est la source d'une infinité de fraudes & de disputes qui s'introduisent nécessairement dans le commerce & dans la perception des droits du Roi ; rien ne seroit plus aisé à acquérir que cette connoissance, si tous les tonneaux étoient de figure semblable ; une seule expérience faite, & une seule de leurs dimensions mesurée, donneroit sûrement leur capacité par un calcul simple & facile, & c'est le principe sur lequel est fondée la *velte* dont on se sert dans quelques provinces, mais toutes les fûtailles ne sont pas des solides semblables. M. Camus, consulté sur ce point, inventa, en 1741, une jauge qui peut s'appliquer à tous les tonneaux possibles, & qui, au moyen d'une règle chargée de divisions logarithmiques, & coulante dans une rainure où elle se meut, fait elle-même tout le calcul, & donne tout d'un coup la continance du tonneau proposé, quelque forme qu'il puisse avoir.

Ces sortes de problèmes, dans lesquels il faut joindre au savoir les ressources que le génie fournit, étoient apparemment destinés à M. Camus ; un évènement singulier vint encore, en 1746, exercer sa sagacité. Il se trouva une différence marquée entre la longueur de l'étalon de l'aune, & celle qui étoit prescrite

par les règlemens; l'Académie, consultée sur ce point, chargea M.rs Hellot & Camus de l'examiner; nous ne répéterons pas ici ce que nous avons dit à ce sujet dans l'Histoire de l'Académie & dans l'Éloge de M. Hellot: nous nous contenterons d'ajouter que non-seulement ils découvrirent la cause de cette différence, mais qu'ils trouvèrent encore la raison très-vraisemblable qui avoit engagé à donner à l'aune une mesure qui ne fût pas composée de parties aliquotes de la toise, & que ce travail parut digne d'être donné au Public dans toute son étendue.

Toutes ces solutions de problèmes Physico-mathématiques n'avoient pas fait abandonner à M. Camus l'étude de la Géométrie proprement dite; il donna, en 1747, un travail considérable sur les tangentes des points communs à plusieurs branches d'une même courbe. Puisque ces branches appartiennent à la courbe, l'équation, qui exprime la valeur de la soutangente, doit représenter toutes ces soutangentes; elle ne le fait cependant qu'en différenciant autant de fois qu'il y a de branches qui passent par le point donné, c'est-à-dire en prenant successivement des ordres d'infinimens petits, inférieurs les uns aux autres. Tout ceci avoit été démontré par M. Saurin, mais il n'avoit pas donné la raison *à priori* de cette espèce de phénomène de calcul, c'est ce qui fait le sujet du Mémoire de M. Camus, & il y déduit de ses réflexions, d'une manière très-simple & très-conforme aux règles du Calcul différenciel, les principes métaphysiques sur lesquels est fondée la solution de ce singulier problème.

Ce Mémoire est le dernier travail que M. Camus ait donné à l'Académie sous cette forme; le Roi exigea bientôt après de lui d'autres services qui ne lui permirent plus de donner des ouvrages de longue haleine. L'importante place d'Examinateur des Écoles Royales du Génie étant venue à vaquer, le Roi y nomma M. Camus, & peu de temps après il fut chargé du même ministère aux Écoles de l'Artillerie.

Indépendamment des voyages auxquels ces postes l'engageoient, ils le mirent dans le cas d'entreprendre un travail long & pénible. Les Mathématiques, si on les considère comme appliquées aux besoins de l'humanité, sont semblables à ces Empires immenses

où, ſous la dépendance générale du Souverain, les Provinces éloignées ont leurs loix, leurs uſages, & ſouvent leur langage à part. M. Camus s'aperçut bientôt que les Cours de Mathématiques, dont on ſe ſervoit pour l'inſtruction des Élèves en ce genre, n'étoient ni aſſez étendus, ni aſſez appropriés aux fonctions auxquelles ils étoient deſtinés; il entreprit d'en compoſer un deſtiné précisément à cet uſage, & cet ouvrage, qui parut ſucceſſivement & partie par partie, l'occupa d'autant plus long-temps, qu'on avoit exigé de lui de n'employer, autant qu'il ſe pourroit, que la ſynthèſe dans ſes démonſtrations, ce qui, comme il eſt aiſé de le comprendre, rendoit l'ouvrage, dont il s'étoit chargé, beaucoup plus long & plus difficile à rappeler au degré de clarté néceſſaire ſur-tout à des commençans; il en vint cependant à bout, & il a eu le plaiſir d'en voir les fruits dans les progrès d'un grand nombre de ſes Élèves.

Ces occupations ne lui permirent plus de travailler à des Mémoires ſuivis, mais hors le temps de ſes Voyages il n'en étoit ni moins aſſidu, ni moins attaché à l'Académie, ni moins ponctuel à s'acquitter des commiſſions nombreuſes dont il étoit chargé, ſoit pour l'examen des Mémoires ou des Machines préſentés à l'Académie, ſoit dans quantité d'autres occaſions où l'Académie trouvoit dans la multiplicité de ſes talens, une reſſource aſſurée.

Il fut, par exemple, du nombre des huit Académiciens choiſis en 1756 pour lever, par la meſure d'une nouvelle baſe, l'ambiguité que laiſſoient les termes de celle que M. l'abbé Picard avoit autrefois meſurée depuis Villejuifve juſqu'à Juviſi, & ſon exactitude & ſon génie, furent d'une très-grande utilité dans cette opération.

Dès que M. Camus avoit vu l'état de ſa fortune aſſuré, il avoit penſé à ſe marier, & il avoit épouſé en 1733, Demoiſelle Marie-Anne-Marguerite Fourrier, de laquelle il avoit eu quatre filles, les trois cadettes moururent en bas âge & il ne lui reſta que l'aînée dans laquelle il avoit, pour emprunter le langage de la Chimie, concentré toute ſon affection & toute ſa tendreſſe: il l'avoit mariée à M. Pagin, Tréſorier de S. A. S. M.gr le Comte de Clermont, & il vivoit tranquillement dans le ſein de ſa famille

famille avec sa fille & son gendre qu'il aimoit & dont il étoit aimé, jouissant de la réputation qu'il avoit si bien méritée & qui étoit telle dans le pays étranger, que la Société royale de Londres venoit de l'admettre en 1765 au nombre de ses Membres.

Qui le croiroit! cet état si doux & si flatteur recéloit le trait fatal qui devoit mettre fin à ses jours; dans le voyage qu'il fit pour les examens du Génie & de l'Artillerie, pendant le rigoureux hiver de 1766, M. Camus eut la poitrine affectée d'un rhume très-considérable; M. Petit, de cette Académie, l'avoit parfaitement rétabli, lorsque la maladie mortelle de M.me Pagin sa fille, vint détruire l'ouvrage de sa guérison; il supporta ses inquiétudes & d'autres chagrins qui lui survinrent, avec une fermeté vraiment philosophique, mais cette fermeté même prenoit sur lui & minoit peu à peu son tempérament; la mort de M.me Pagin, arrivée le 4 Décembre 1767, acheva d'accabler son malheureux père, encore convalescent, & il ne fit plus que languir jusqu'au 2 Février de cette année 1768, qu'il retomba pour ne plus se relever. Il mourut le 4 Mai dernier, ayant vu arriver la mort à pas lents, avec une piété & une vertu capables de convaincre ceux qui en ont été témoins, que rien n'est plus compatible avec la vraie Philosophie que la Religion.

M. Camus étoit d'une taille au-dessus de la médiocre & d'une physionomie assez agréable, la franchise formoit le fond de son caractère; il osoit dire la vérité lors même qu'il savoit qu'elle ne seroit pas agréable, & il étoit absolument incapable de se prêter à aucune vue politique qui eût pu effleurer la probité ou le devoir; ce même caractère le rendoit ferme dans la dispute, quelquefois jusqu'à la vivacité, mais il n'en restoit aucun levain, & il étoit souvent étonné lui-même d'avoir été entraîné si loin, aussi ceux avec lesquels il a été particulièrement lié, ont-ils éprouvé combien son amitié étoit solide & véritable.

On a trouvé à sa mort une assez grande quantité d'Ouvrages manuscrits, de ce nombre sont un Traité de Trigonométrie sphérique, latin, qu'il avoit depuis traduit en françois; un Traité de Gnomonique, un Traité de Mécanique en latin, un du Calcul différenciel & du Calcul intégral en deux parties, un Traité

d'Algèbre & un d'Hydraulique, un Traité des Sections coniques & un de Perſpective, démontrés par la ſeule ſynthèſe; un Ouvrage ſur la Diviſion du temps & ſur les machines qui ſervent à le meſurer, un Traité du Toiſé & de ſon objet, un Mémoire ſur les Voûtes ; & un ſur les Manivelles qu'on emploie dans les machines, un Traité de Géométrie-pratique, différent de celui qu'il avoit publié, un Traité de l'application de l'Algèbre à la Géométrie & de la Géométrie à l'Algèbre; & enfin des Obſervations ſur les mines de Suède, fruit de ſon voyage en Lapponie; car il ſavoit mieux que perſonne combien on peut tirer parti des Voyages, ſoit en étudiant les mœurs & les loix des Nations, ſoit en obſervant les phénomènes d'Hiſtoire naturelle, ſouvent très-différens de ceux qu'on rencontre chez ſoi, ſoit enfin en tranſportant dans ſon propre pays des uſages & des pratiques utiles & qui y étoient ignorées. Il y a grande apparence que ces Ouvrages & beaucoup d'autres qui ſe ſont trouvés imparfaits, étoient ou le canevas de pluſieurs Mémoires qu'il deſtinoit à l'Académie, ou les ébauches de Livres qu'il vouloit publier, & leur nombre fait voir combien M. Camus avoit travaillé & combien il deſiroit encore être utile.

La place de Penſionnaire-Géomètre qu'occupoit M. Camus, a été remplie par M. d'Alembert, déjà Penſionnaire dans la Claſſe de Mécanique; & celle de M. d'Alembert par M. de Vaucanſon, Aſſocié dans cette dernière claſſe.



ÉLOGE DE M. DE PARCIEUX.

ANTOINE DE PARCIEUX, des Académies royales des Sciences de France, de Suède & de Pruſſe; de la Société royale des Sciences de Montpellier; des Académies royales de Lyon, de Metz & d'Amiens; & Cenſeur royal des Livres, naquit d'honnêtes parens au Clotet de Ceſſoux, dans le diocèſe d'Uzès, le 28 Octobre 1703.

Nous ignorons abſolument le détail de ſon enfance & de ſon éducation; nous ſavons ſeulement qu'il reçut les premières inſtructions qu'on donne aux enfans, à Portes & à Saint-Florent, villages voiſins de celui de ſa naiſſance, encore n'en avons-nous été informés que par ſa reconnoiſſance qui l'a engagé à fonder des Prix en bons livres pour les écoles de ces Paroiſſes.

L'inſtruction qu'il y reçut, ne fit que lui faire mieux ſentir le beſoin qu'il avoit d'en recevoir une plus étendue; & comme il ne pouvoit la trouver dans le lieu de ſa naiſſance, il prit le parti d'aller la chercher ailleurs. Lyon étoit la grande ville la plus prochaine où il pût eſpérer de la rencontrer, & malgré le peu de reſſources que pouvoit lui fournir la très-médiocre fortune de ſes parens, il prit le parti d'y aller: le beſoin qu'il ſentoit de s'inſtruire, faiſoit preſque diſparoître à ſes yeux celui de ſubſiſter.

Il ne fut pas trompé dans ſes eſpérances; à peine fut-il arrivé dans cette ville, qu'un des PP. Jéſuites du Collége qui y étoit établi, reconnut ſes talens & ſon ardeur, & lui enſeigna les élémens des Mathématiques. Les progrès du jeune de Parcieux furent ſi rapides, que bientôt il eut épuiſé le ſavoir de ſon maître; il ſentoit cependant qu'il avoit encore bien des choſes à apprendre, & l'eſpérance de trouver de nouveaux ſecours dans la Capitale, l'engagea à y venir. Un voyage de cent lieues, le peu de reſſources que lui offroit la fortune, la peine & la fatigue qu'il auroit à eſſuyer, ne furent que des obſtacles inſuffiſans

pour l'arrêter, & il n'hésita pas à s'y rendre; le desir de s'instruire l'emporta sur tout.

A son arrivée à Paris, il eut le bonheur de rencontrer M. de Montcarville, aujourd'hui Professeur au Collége royal; celui-ci n'eut pas besoin de toute sa pénétration pour reconnoître les talens & les vertus du jeune de Parcieux, il s'empressa de l'aider de ses conseils, & de lui ouvrir la carrière des Sciences, dans laquelle il voulut bien lui servir de guide.

Ce fut alors que le génie de M. de Parcieux put agir sans contrainte, & la rapidité de son vol lui eut bientôt fait parcourir la route qu'on venoit de lui indiquer.

Ceux qui ne voient, pour ainsi dire, les Mathématiques que de loin, ignorent quelle est leur étendue, & qu'il est presque impossible à un même homme, quelque génie qu'il puisse avoir, d'en approfondir toutes les parties. Il est donc nécessaire, à quiconque veut réussir dans cette étude, de faire un choix de la partie à laquelle il se trouve le plus de disposition. M. de Montcarville qui examinoit avec soin son Élève, crut remarquer en lui une exactitude, une précision, un génie plein de ressources, & une adresse qui pouvoient le rendre plus utile par des applications ingénieuses des Mathématiques aux besoins de la société, que s'il se livroit absolument aux spéculations de la haute Géométrie: il osa donc lui conseiller de se tourner plus particulièrement de ce côté, & c'est à ce sage conseil qu'on doit une grande partie des choses utiles que M. de Parcieux a exécutées.

Lorsque M. de Parcieux avoit pris le parti de se rendre à Paris, il avoit cru avec raison y trouver des secours pour se perfectionner dans les Mathématiques; mais il n'avoit pas trop examiné quelles seroient les ressources qu'il y trouveroit pour subsister. Il fallut cependant y pourvoir: quelques leçons qu'il commença alors à donner, fournirent au nécessaire absolu; mais des circonstances heureuses le mirent à portée de tirer partie de ses talens. Il possédoit éminemment la Gnomonique ou l'art de tracer des Cadrans solaires; son adresse & son exactitude, jointes à la parfaite connoissance qu'il avoit des principes sur lesquels cet Art est fondé, assuroient la perfection de ses ouvrages

en ce genre. On lui procura les occaſions d'en tracer pluſieurs, & entr'autres la belle Méridienne qu'il traça au Louvre pour M. le duc de Nevers, & celle qu'il fit pour M. de Bonelle dans la rue neuve de Luxembourg. Les honoraires qu'il recevoit de ſes ouvrages, le prix de ſes leçons, &, pour tout dire auſſi, ſa frugalité & ſa ſage économie éloignèrent de lui le beſoin, & le mirent en état de ſe livrer à ſon génie & aux ouvrages qu'il lui fit entreprendre.

Le premier par lequel il ſe fit connoître au Public pour Mathématicien, fut un Traité de Trigonométrie rectiligne & ſphérique, auquel il ajouta des Tables de ſinus & des Tables de logarithmes, & un Traité complet de Gnomonique; cet Ouvrage parut *in-4.º* en 1741, & il le dédia à l'Académie.

L'uſage fréquent que la Gnomonique l'avoit obligé de faire du calcul, tant des triangles ſphériques que des rectilignes, l'engagea à en examiner les principes, & à chercher les moyens de faciliter l'étude & de ſimplifier la pratique de la Trigonométrie, tant rectiligne que ſphérique, c'eſt à quoi l'on peut dire qu'il avoit parfaitement réuſſi dans ſon ouvrage. La Trigonométrie rectiligne y eſt démontrée avec ordre & clarté; mais la Trigonométrie ſphérique y eſt traitée d'une façon bien plus ſingulière. Au lieu de conſidérer les triangles ſphériques comme de ſimples figures tracées ſur la ſurface de la ſphère, il les conſidère comme les baſes d'autant de pyramides triangulaires qui ont leurs ſommets au centre de la ſphère; &, quoique cette méthode ne ſoit pas abſolument nouvelle, il a ſu la pouſſer ſi loin, & en tirer de ſi grands avantages, qu'on peut dire qu'il ſe l'eſt en quelque ſorte appropriée. Ce Traité de Trigonométrie eſt ſuivi de Tables très-exactes des ſinus & des logarithmes; l'attention avec laquelle il a veillé à la perfection de celles-ci, leur donne un grand avantage ſur celles de même eſpèce qui les avoient précédées.

Le Traité de Gnomonique qui ſe trouve à la ſuite de la Trigonométrie dans le même Volume, contient un Abrégé méthodique des principes de la Gnomonique; la théorie la plus exacte s'y trouve par-tout jointe à une pratique ſûre & éclairée, aſſemblage précieux, & ſans lequel on ne peut former en pareille

matière qu'un Savant inutile ou un Praticien livré à une routine aveugle. La pratique avoit fait remarquer à M. de Parcieux que les opérations de la Gnomonique exigeoient, pour être plus parfaites, le secours de quelques instrumens qu'il avoit imaginés; il n'a pas oublié d'en donner dans son ouvrage une description assez exacte pour qu'on puisse les faire construire sur cette description : il y a joint plusieurs Problèmes astronomiques, géographiques & nautiques, & des Tables de tout ce qui peut appartenir à l'art de tracer des Cadrans ou des Méridiennes dont on trouve par ce moyen les calculs tous faits, & par-là il aidera long-temps après sa mort tous ceux qui entreprendront des opérations semblables: son génie qui lui survit, leur servira de guide.

Ce livre fut reçu très-favorablement du Public & sur la réputation qu'il lui acquit, la Société royale des Sciences de Montpellier se hâta d'acquérir un pareil sujet.

L'Ouvrage dont nous venons de parler, avoit paru en 1741; dès 1746, M. de Parcieux en publia un autre d'un genre absolument différent, ce fut son *Essai sur les probabilités de la vie humaine.*

Il n'y a pas encore bien long-temps qu'on a reconnu que le terme de *hasard* n'exprimoit que l'ignorance où nous sommes des causes de certains effets, que ce hasard dimininue à proportion que l'intelligence augmente; & que malgré les bornes qui nous sont prescrites en ce genre, la probabilité des évènemens qu'on nomme *fortuits*, pouvoit au moins sur de grandes masses, être soumise au calcul. On voit assez combien un semblable travail peut être utile, soit dans l'administration des États, soit dans l'arrangement des affaires particulières.

Le Chevalier Guillaume Petty, Anglois, avoit essayé de déterminer l'ordre de la mortalité des hommes, sur les registres mortuaires de Londres & de Dublin; mais il ne fit pas attention que ces villes étant très-commerçantes, l'abord des Étrangers augmentoit la mortalité dans les âges avancés : Simpson, son compatriote, entreprit de corriger ce défaut, en ne prenant que les morts de ceux qui y étoient nés, mais il ne prit pas garde

qu'il tomboit dans le défaut opposé, parce qu'il n'avoit aucun de ceux qui étoient depuis sortis du pays: enfin feu M. Halley avoit formé une Table de mortalité sur les registres de Breslaw, en Silésie, ville qui reçoit peu d'Étrangers & dont il sort peu d'habitans, aussi sa Table approchoit-elle beaucoup plus de l'exactitude que les deux premières.

Le Ministère qui connoissoit les talens & l'exactitude de M. de Parcieux, l'engagea à composer une Table de cette espèce, dans un point de vue un peu différent.

Il s'agissoit d'établir un ordre de mortalité qui pût servir de règle aux Rentes viagères, Tontines, Annuités, &c. il falloit donc l'établir sur la mortalité réelle des Rentiers, & non sur celle des autres citoyens, puisqu'on ne met ordinairement en rentes viagères que sur la tête de ceux qui promettent une longue vie: on voit au premier coup d'œil combien une combinaison pareille offre de difficultés & de travail, rien de tout cela ne rebuta M. de Parcieux, & les Tables qu'il a jointes à son ouvrage, forment un oracle infaillible qu'on pourra toujours consulter dès qu'il s'agira de marchés à vie.

Cet oracle ne répond pas seulement sur les affaires d'intérêt, il fait dans l'occasion, avertir les hommes de plusieurs choses très-importantes; il leur offre à chaque instant le temps qu'ils peuvent espérer raisonnablement de vivre; il les avertit que la mortalité, qui devroit être moindre dans le cloître que par-tout ailleurs, puis qu'on n'y reçoit que des gens soigneusement examinés & exempts de toutes infirmités, & qu'on y est à l'abri du tumulte des grandes affaires, étoit cependant plus grande que dans le monde; que la vie des Religieuses est communément plus longue que celle des Religieux; qu'il meurt dans un même endroit plus de femmes mariées que d'hommes, & moins de filles que de garçons.

Cet ouvrage auquel il ajouta depuis une suite en 1760, fut regardé comme un des plus parfaits qui eussent paru en ce genre, & reçu du Public avec le plus grand applaudissement.

L'Académie qui connoissoit tous les talens & tout le mérite de M. de Parcieux, desiroit depuis long-temps de le voir au

nombre de ſes Membres, elle trouva cette même année l'occaſion de ſe l'acquérir, & il fut nommé le 16 Février 1746, à la place d'Adjoint-Géomètre, vacante par la promotion de M. d'Alembert à celle d'Aſſocié.

Dès l'année ſuivante il donna à l'Académie un Mémoire ſur la courbure des ondes qui mènent les balanciers dans quelques machines. L'inégalité d'action des manivelles coudées, fatigant infiniment les machines où elles ſont employées, pluſieurs Mécaniciens avoient tenté de leur ſubſtituer des roues excentriques, ou elliptiques, ou inclinées à leur axe, qui puſſent hauſſer & laiſſer retomber alternativement les extrémités des leviers; d'autres employoient au même uſage des roues ondées, c'eſt-à-dire plus hautes dans de certains points que dans d'autres; ce fut cette dernière méthode que M. de Parcieux jugea la meilleure, & qu'il ſe propoſa d'examiner & de perfectionner dans ſon Mémoire. Il eſt aiſé de voir que le point de perfection de ces ondes eſt qu'elles ſoient taillées de manière que la roue n'éprouve pas plus de réſiſtance dans une partie de ſon tour que dans l'autre, il rechercha donc géométriquement quelle devoit être la figure de ces ondes, mais quel fut ſon étonnement en voyant que les deux côtés de la même onde ne devoient pas avoir la même courbure, parce que le balancier qui fuit l'onde de la roue lorſqu'il monte, la preſſe au contraire lorſqu'il lui permet de deſcendre; d'où il ſuit que cette dernière partie de la courbure de l'onde, doit être plus rapide & par conſéquent moins longue que la première: il n'eut pas de peine après cela à voir pourquoi les machines où l'on avoit négligé cette attention, n'avoient pas eu tout le ſuccès qu'on en attendoit: tant il eſt vrai que les idées les plus ſimples ont encore beſoin d'être examinées & ſoumiſes à une recherche judicieuſe & éclairée!

Il donna, en 1748, la deſcription d'un niveau d'une eſpèce ſingulière; il eſt fondé ſur le même principe que celui, dont feu M. Couplet avoit donné la deſcription en 1699, c'eſt-à-dire, que la lunette eſt portée par deux eſpèces de calebaſſes qui flottent ſur l'eau: mais M. de Parcieux a évité avec tant de ſoin les défauts auxquels celui de M. Couplet étoit ſujet, & il a ajouté

au

au ſien tant d'avantages & tant de commodités, qu'on peut dire que c'eſt un inſtrument tout nouveau, dont la conſtruction eſt facile, la vérification prompte, & l'uſage parfaitement ſûr; auſſi n'en a-t-il jamais employé d'autre dans les grands & nombreux nivellemens qu'il a faits depuis.

L'année 1750 vit paroître dans un Mémoire d'Hydraulique de M. de Parcieux, un principe de cette Science, abſolument nouveau. On ſavoit depuis long-temps que l'air enfermé dans les ſinuoſités verticales des tuyaux de conduite, étoit nuiſible, mais on ne lui reprochoit que d'occaſionner, par ſes exploſions, la rupture des tuyaux, & on ne ſoupçonnoit pas même que cet air pût intercepter abſolument le cours de l'eau dans la conduite; il l'intercepte cependant, & le fait très-ſingulier d'une Fontaine qui couloit pendant tout l'hiver, & s'arrêtoit pendant l'été, ayant engagé M. de Parcieux à rechercher la cauſe de ce ſingulier phénomène, il la trouva dans la théorie ſuivante.

Toute conduite qui a des ſinuoſités dans le ſens vertical, peut être regardée comme un aſſemblage de ſiphons mis les uns au bout des autres; ſi les branches de ces ſiphons pouvoient s'emplir également, elles ſe feroient équilibre les unes aux autres, & il ne réſulteroit des ſinuoſités qu'un peu de frottement de plus: mais il s'en faut bien que tout ſe paſſe ainſi; l'eau qui ſort du réſervoir, emplit la première branche deſcendante & la première montante dont elle chaſſe abſolument l'air; mais, dès qu'elle eſt arrivée au haut de celle-ci, elle coule en filet dans la ſeconde branche deſcendante, & commence à remplir la ſeconde branche montante, ſans avoir chaſſé l'air qui occupoit la ſeconde branche deſcendante, & la même choſe arrive dans toutes les ſinuoſités de la conduite; il réſulte de-là que tous les ſiphons auront une de leurs branches pleine d'eau, tandis que l'autre ne le ſera que d'une petite partie d'eau & d'une quantité d'air conſidérable: il n'y aura donc plus d'équilibre entr'elles, & la conduite ne donnera qu'une partie de l'eau qu'elle devoit donner, le reſſort même de cet air qui n'a aucune iſſue pour s'échapper, peut, lorſqu'il ſera augmenté par la chaleur, intercepter abſolument tout paſſage à l'eau, explication très-ſimple du phénomène propoſé.

En vain la Nature avoit-elle caché cette eſpèce de myſtère dans l'obſcurité des tuyaux, l'ingénieux Académicien ſut le pénétrer, & l'expoſer aux yeux de l'Académie en faiſant voir ce qui ſe paſſoit dans un tuyau de criſtal, auquel on avoit fait exprès pluſieurs ſinuoſités.

Voici encore un autre travail du même genre, dont M. de Parcieux rendit compte à l'Académie en 1754; le beſoin extrême où il ſe trouva de ménager l'eau dans la belle machine qu'il fit exécuter à Crecy, le mit dans la néceſſité de réfléchir ſur cette matière, & ſes réflexions le menèrent à deux principes d'Hydraulique également importans.

Le premier eſt, qu'il n'eſt nullement indifférent, comme on l'avoit penſé juſqu'alors, de faire agir l'eau par ſon choc ou par ſon poids, & que cette dernière manière de l'employer offre un avantage conſidérable.

Le ſecond eſt, qu'en employant des roues à augets qui vont par le poids de l'eau, ces roues feront, toutes choſes d'ailleurs égales, un effet d'autant plus grand que leur mouvement ſera plus lent. Cette concluſion étoit une eſpèce de paradoxe qui, malgré les raiſonnemens mathématiques ſur leſquels il étoit fondé, auroit pu trouver des incrédules; mais il trouva un moyen ſûr de les convaincre & de leur fermer la bouche: une machine qu'il fit conſtruire, & qu'il fit voir à l'Académie, réaliſa, pour ainſi dire, ſes idées, & offrit aux yeux ce que ſes raiſonnemens ne préſentoient qu'à l'eſprit; cette machine qu'il a depuis donnée à l'Académie, fait aujourd'hui partie du cabinet de cette Compagnie.

Quoique M. de Parcieux ait fait voir qu'il y avoit plus d'avantages à employer les roues à augets que les roues à vannes, il n'ignoroit pas qu'il ſe trouve des circonſtances qui obligent d'employer ces dernières, & il ne négligea pas de les examiner. Il s'agiſſoit ſur-tout de décider ſi les aubes ou vannes de ces roues devoient être dans la prolongation du rayon, ou faire un angle avec lui. Pour décider cette queſtion, il eut recours à ſon oracle ordinaire, l'expérience: il fit conſtruire une roue dont les aubes pouvoient s'incliner à volonté ſur le rayon, & il la plaça dans un courant d'eau, dont la vîteſſe uniforme lui étoit connue.

L'expérience décida en faveur des aubes inclinées au rayon, & prononça de plus que l'inclinaison qui donnoit à la roue la plus grande vîtesse, étoit celle où elles faisoient avec le rayon un angle de trente degrés. Cette même expérience lui enseigna encore plusieurs points importans sur la quantité dont ces roues doivent être plongées dans l'eau, & sur un grand nombre de précautions nécessaires pour en tirer tout le parti possible : il communiqua ce travail à l'Académie en 1759.

Il donna, en 1760, des Recherches d'un autre genre, & dont l'objet étoit le tirage des chevaux. Il n'est presque personne qui, en voyant un cheval traîner une voiture, ou un homme tirer un fardeau, ne pense que l'un & l'autre n'agissent que par la force de leurs muscles; cependant un examen plus réfléchi, fondé sur les principes les plus certains de la Mécanique, & des expériences décisives, avoient fait voir à M. de Parcieux que l'homme ni le cheval n'agissoient presque dans ce cas que par leur poids, & que l'action des muscles ne tendoit qu'à élever le centre de gravité de leur corps, de manière qu'il ne pût descendre sans entraîner la voiture ou le fardeau : paradoxe mécanique, & principe de la plus grande importance.

Cette recherche avoit un peu détourné M. de Parcieux de ses travaux sur l'Hydraulique; mais ce ne fut, pour ainsi dire, qu'une distraction : il donna en 1764 ses Observations sur les inondations de la Seine à Paris; il s'étoit aperçu dans la recherche qu'il avoit faite, des repaires marqués dans différens quartiers de Paris lors des anciennes inondations, que les eaux avoient toujours été beaucoup plus hautes vers l'Arsenal que vers le Pont-royal, même en tenant compte de la pente du terrein; il chercha la raison de cette singulière différence, & la trouva dans les obstacles que les piles des ponts, les moulins, la pompe, la Samaritaine, &c. offrent au courant de l'eau. On sent combien ce travail a dû lui coûter de recherches, d'observations & d'opérations délicates.

Il donna encore en 1768, un Mémoire sur les moyens de prévenir les accidens causés par les débâcles. Les rivières ne se gèlent jamais d'elles-mêmes, la glace qui les couvre quelquefois,

eſt toujours un aſſemblage de glaçons collés enſemble, & qui ne ſont unis que parce qu'ils ont trouvé un pont ou un autre obſtacle qui les ont arrêtés, & ordinairement la ſurface de l'eau au-deſſous de cet endroit, eſt abſolument exempte de glace. M. de Parcieux imagina de barrer la Seine au-deſſus de Paris par une eſpèce d'eſtacade en partie fixe & en partie flottante: cet obſtacle devoit arrêter les glaçons, faire prendre la rivière au-deſſus de la ville, & rendre ſon baſſin entièrement exempt de glaces que l'on n'auroit laiſſé deſcendre lors de la débâcle que les unes après les autres, & de manière à n'en avoir rien à redouter.

Nous ne finirions point, ſi nous voulions parler ici de toutes les Obſervations de M. de Parcieux, de tous ſes ouvrages, du travail que lui occaſionnoit l'examen des Machines préſentées à l'Académie, pour lequel il étoit preſque toujours nommé Commiſſaire, & les projets d'Hydraulique, pour leſquels il étoit généralement conſulté. Il étoit devenu l'oracle en ce genre, & on ne ſe croyoit ſûr d'un ouvrage de cette eſpèce, que quand il en avoit approuvé le projet : nous ſupprimons tout ce détail pour venir à ſon dernier ouvrage qui fait également l'éloge de ſon eſprit & de ſon cœur.

La ville de Paris manque d'eau, la pompe & l'aqueduc d'Arcueil n'en fourniſſènt pas le tiers de ce qui ſeroit néceſſaire; M. de Parcieux examina ſcrupuleuſement de quelle manière on pouvoit parvenir à lui en procurer, & il oſa concevoir le deſſein d'amener au plus haut de Paris les eaux de la petite rivière d'Yvette, en la prenant à Vaugien au-deſſus de Gif, à environ ſept lieues de cette Capitale. On juge aiſément combien de nivellemens, de devis, de calculs, étoient néceſſaires pour un pareil projet, & combien de connoiſſances il exigeoit de celui qui le formoit. Ce travail immenſe ne rebuta point M. de Parcieux, il l'entreprit, & en vint à bout, il pouſſa même ſon attention juſqu'à s'aſſurer ſi les eaux qu'il vouloit donner à ſes concitoyens, étoient pures & ſaines; les examens qui en furent faits à ſa prière par la Faculté de Médecine & par pluſieurs Membres de cette Académie, le mirent abſolument hors d'inquiétude ſur ce point. Il propoſa ce deſſein à l'Aſſemblée publique du 13 Novembre

1762; & il y fut honoré d'un applaudiſſement général. Il donna depuis la ſuite de ſon travail ſur cette matière; le Volume qui va paroître * en contient une partie, & un autre ſe trouvera dans le Volume ſuivant. Ces preuves de ſon amour pour ſes concitoyens ſolliciteront encore pour lui la reconnoiſſance publique long-temps après ſa mort.

Nous diſons, de ſon amour pour ſes concitoyens, car, quand il auroit formé ce projet dans la vue d'en tirer une récompenſe, il n'auroit certainement pu être blâmé; mais ce n'étoit nullement ſon intention, & il a déclaré & même imprimé plus d'une fois que non-ſeulement il n'en exigeoit aucune, mais que même il n'en vouloit pas accepter. Cet homme cependant qui renonçoit ſi généreuſement au prix de ſon travail, n'avoit qu'une fortune très-médiocre, & cette médiocrité doit relever le prix de ſon déſintéreſſement aux yeux de tous ceux qui ſavent penſer.

On a pu aiſément s'apercevoir par ce que nous avons dit de l'uſage que M. de Parcieux faiſoit de ſes talens, que ſa vie étoit extrêmement laborieuſe; ſon ardeur, & l'envie d'être utile, le ſoutinrent long-temps, mais il fallut à la fin ſuccomber; il fut attaqué l'année dernière (1768) d'un rhumatiſme goutteux qui fut pris d'abord pour une maladie ordinaire, mais qui le conduiſit au tombeau le 2 Septembre dernier, âgé de près de ſoixante-cinq ans, ayant vu arriver la mort avec toute la fermeté d'un Philoſophe chrétien, & toute la tranquillité que peut donner en ces derniers momens une conduite toujours irréprochable; il venoit d'être nommé Penſionnaire pendant le cours de cette maladie, & l'Académie a eu la douleur de voir que cette dernière marque de ſon eſtime qu'elle lui avoit donnée, lui ait été inutile. Il avoit diſpoſé par teſtament, de la médiocre fortune qu'il avoit acquiſe par tant de travaux, & elle étoit ſi peu conſidérable, qu'elle n'auroit pu ſuffire à faire achever les études à deux de ſes neveux qu'il avoit fait venir à Paris, & qu'il y ſoutenoit, ſi le Roi n'avoit bien voulu reconnoître en leur perſonne les ſervices de leur oncle, & leur en faciliter les moyens par une penſion qu'il leur a accordée.

* Ceci étoit vrai le 5 Avril 1769, jour de la prononciation de cet Éloge, le Volume de 1766 étant alors prêt à paroître.

Tout ce que nous avons dit de M. de Parcieux, a peint d'avance ſon caractère. Nous devons cependant ajouter que, quoique naturellement aſſez vif, il étoit dans le commerce de la vie d'une douceur ſans égale; ami de la vérité, il oſoit la dire en toute occaſion, même au riſque de déplaire: il étoit déſintéreſſé plus qu'on ne peut ſe l'imaginer; quelque borné que parût ſon état, il en étoit content, & n'ambitionnoit ni richeſſes ni fortune, les louanges même n'entroient point dans le ſyſtème de ſes deſirs, & il n'a jamais employé aucune de ces voies indirectes que l'amour propre fait ſi bien prendre pour ſe les procurer. Sa réputation étoient entièrement dûe à ſes talens & à ſes vertus, & il n'y avoit mis du ſien que de la mériter. Feu M. le Prince diſoit autrefois du P. Sébaſtien, *qu'il étoit auſſi ſimple que ſes machines;* la même louange auroit pu être donnée à M. de Parcieux: cet homme eſtimé de tous ceux qui le connoiſſoient, chéri de ſes amis, bien venu chez les Grands, que les plus célèbres Académies de l'Europe ſe faiſoient honneur de compter au nombre de leurs Membres, étoit de la plus rare & de la plus parfaite modeſtie, & il la pouſſoit au-delà de ce qu'on peut imaginer. Après tout ce que nous venons de dire, il eſt preſqu'inutile d'ajouter qu'il étoit de la probité la plus exacte, & pourquoi y auroit-il manqué? Si on ôte de chez les hommes l'ambition & l'intérêt, on coupera en même temps la racine de la plupart de leurs vices & de leurs fautes.



ÉLOGE DE M. DE L'ISLE.

JOSEPH-NICOLAS DE L'ISLE, Aſtronome Géographe de la Marine, Doyen de l'Académie royale des Sciences, Doyen des Profeſſeurs royaux, Membre de la Société royale de Londres, des Académies de Berlin, de Stockolm, d'Upſal, de Bologne, de Péterſbourg, des Curieux de la Nature, & de Rouen, naquit à Paris le 4 Avril 1688, de Claude de l'Iſle, célèbre par ſes connoiſſances dans l'Hiſtoire & dans la Géographie, dont il donnoit des leçons avec le plus grand ſuccès, & de Nicole-Charlotte Millet de la Croyère.

Le commencement des études de M. de l'Iſle ſe fit dans la maiſon paternelle, & il n'eut point d'autre maître que ſon père; mais différentes circonſtances n'ayant pas permis de ſuivre ce plan juſqu'au bout, on lui fit continuer ſes études au Collége Mazarin, d'où il ne ſortit qu'en 1706, après avoir achevé ſa Réthorique.

Cette même année lui vit commencer l'étude des Mathématiques, & nous ne pouvons trop nous hâter de prévenir que, dans tout le cours de ſa longue carrière, nous ne trouverons aucun temps volontairement vide de travail, *nullum diem ſine lineâ.*

Ceux à qui l'Auteur de la Nature a donné des talens qui doivent les diſtinguer du commun des hommes, en ſont ordinairement avertis par quelque circonſtance qui donne lieu de les reconnoître. L'Éclipſe de Soleil de 1706 fut pour le jeune de l'Iſle cette circonſtance critique; il avoit alors dix-huit ans, & cette Éclipſe qui véritablement fut très-grande, lui inſpira un vif deſir de connoître la cauſe de ſemblables phénomènes, & d'en prédire les retours : ce fut un nouveau motif de ſe livrer avec ardeur à l'étude des Mathématiques qui devoient précéder néceſſairement celle de l'Aſtronomie.

Le premier maître qu'il eut dans cette partie, fut M. l'abbé de la Montre; il paſſa enſuite dans les mains de feu M. Chevalier,

de cette Académie, qui se fit un plaisir de répondre à son ardeur, & de cultiver des talens si dignes de l'être.

L'envie d'être initié dans les mystères de l'Astronomie étoit l'ame & le motif de tout le travail de M. de l'Isle; il ne perdoit point de vue cette science favorite. Les premières notions qu'il eut du Cercle & des propriétés d'un point excentrique pris au-dedans de cette figure, lui rappelèrent qu'il avoit entendu dire que la route du Soleil étoit excentrique à la Terre, & il trouva qu'en connoissant la quantité de cette excentricité, on pouvoit déterminer chaque jour le lieu de cet astre dans le ciel, c'est-à-dire, qu'avec le seul secours des premières propositions de Géométrie élémentaire il avoit inventé la théorie du Soleil, adoptée par tous les Astronomes jusqu'à Képler. Il fit plus, il imagina de déterminer par observation la quantité de cette excentricité; il n'avoit en son pouvoir aucun instrument propre à cette recherche, son génie sut y suppléer: dans le cabinet où il étudioit, & qui étoit exposé au Soleil levant, il se trouva un petit trou par lequel passoit un rayon du Soleil qui alloit peindre l'image de cet astre sur le mur opposé; il remarqua que cette image étoit beaucoup plus grande que le trou, & attribua avec raison cet effet au diamètre du Soleil: il alla plus loin, & il conclut que, puisque le diamètre apparent du Soleil devoit varier à raison de ses différentes distances à la Terre, celui de son image devoit de même être variable; il le mesura constamment, & composa à ce sujet un petit Traité: on juge bien que cet ouvrage n'étoit pas parfait, & qu'il ne l'a pas publié, mais il falloit peut-être plus de génie à M. de l'Isle pour le composer alors, que pour produire dans la suite ce qu'il a donné de plus savant.

M. de l'Isle n'avoit encore aucune notion de l'Astronomie ni de la sphère; cependant son esprit, aidé des observations qu'il avoit faites sur les différens changemens de place de l'image du Soleil dans son cabinet, lui avoit fait deviner l'effet du mouvement oblique du Soleil dans l'écliptique, & de son changement en déclinaison; & de lui-même il avoit conçu l'arrangement des principaux cercles de la sphère, sur-tout des cercles horaires, & il s'étoit formé le plan d'une Gnomonique, qu'il commençoit à écrire,

écrire, lorſqu'il apprit qu'il y avoit déjà pluſieurs ouvrages ſur cette matière. Il les lut, & n'y trouva aucune difficulté; il n'y voyoit que les choſes mêmes qu'il avoit inventées, ou celles qui en étoient des conſéquences néceſſaires. Nous avons cru devoir préſenter avec quelque détail, ce Tableau de ſes premiers travaux; pour faire voir ce que le génie joint au travail, eſt capable d'exécuter ſans aucun autre ſecours.

Une nouvelle circonſtance vint en 1707, augmenter les connoiſſances de M. de l'Iſle; une place d'Arpenteur-royal à la Martinique ſe trouva vacante, & il ſe propoſa de l'obtenir: cette place exigeoit qu'il fût au fait du deſſin, & il ſe mit à l'apprendre. Heureuſement pour l'Aſtronomie il s'adreſſa à un maître peu en état de l'inſtruire, & la place fut donnée avant que M. de l'Iſle eût pu ſe préſenter; mais il avoit pris goût au deſſin, & il ſe mit pour le continuer entre les mains d'un maître plus habile: celui-ci revenoit d'un voyage de la mer du ſud, & il en avoit rapporté pluſieurs vues de terre, pluſieurs deſſins d'animaux, & d'autres pièces d'Hiſtoire Naturelle. C'en fut aſſez pour faire prendre à M. de l'Iſle un goût marqué pour l'Hiſtoire Naturelle, pour lui faire parcourir avec avidité les Livres de voyages dont ſon père avoit une nombreuſe collection, & pour lui faire entreprendre un grand nombre d'obſervations ſur les métamorphoſes des inſectes; mais il s'aperçut bientôt que ces occupations l'éloignoient de l'étude de l'Aſtronomie, à laquelle il n'héſita pas à les ſacrifier.

Il commença effectivement à prendre les premiers élémens du calcul aſtronomique avec feu M. Lieutaud, & à fréquenter en même temps l'Obſervatoire; feu M. Caſſini étoit alors occupé à la conſtruction de ſes Tables du Soleil & de la Lune: il voulut bien les communiquer à M. de l'Iſle, & lui permettre d'en prendre une copie; ce fut ſur ces Tables qu'il commença le pénible exercice du calcul aſtronomique. Il profitoit en même temps de tous les momens où il pouvoit entretenir le célèbre Jean-Dominique Caſſini; ce grand homme alors aveugle ſe plaiſoit à l'inſtruire, & lui dictoit entr'autres choſes des vers latins qu'il s'amuſoit à compoſer ſur le Comput Eccléſiaſtique, en ſorte

que M. de l'Isle pouvoit légitimement se vanter d'avoir reçu les dernières étincelles du génie de ce célèbre Astronome.

Ce fut encore vers ce temps qu'une occasion singulière mit M. de l'Isle dans le cas de se faire connoître, & de s'avouer pour Astronome.

Le fameux Sébastien le Clerc, Dessinateur & Graveur de la Maison du Roi, avoit publié en 1706, un Ouvrage sous le titre de *Nouveau Systême du Monde ;* un exemplaire de cet Ouvrage, que l'Auteur avoit donné à M. de l'Isle le père, étant tombé entre les mains de celui dont nous faisons l'éloge, il en fit une critique & une réfutation, dans laquelle il fit voir l'insuffisance de ce systême, & où il établit la vérité de celui de Copernic : cet écrit, dont il se répandit alors quelques copies, fut depuis imprimé & reçu favorablement du Public.

Jusque-là M. de l'Isle n'avoit travaillé qu'à prendre des principes d'Astronomie ; il étoit temps qu'il commençât à voler de ses propres ailes : il obtint en 1710, la permission d'habiter le dôme qui est au-dessus de la principale porte du Luxembourg ; on peut juger de l'impatience où il étoit d'y commencer ses Observations, mais il se trouvoit dépourvu d'instrumens. Il tenta d'y suppléer de plusieurs manières ; il plaça une planche perpendiculairement aux rayons du Soleil qui passoit le jour de l'équinoxe par un petit trou percé au haut de la porte méridionale du dôme, dans la vue d'observer par ce moyen l'équinoxe d'automne de 1710 ; mais il trouva tant de difficultés dans cette opération, & si peu de précision dans les résultats, qu'il fut obligé de l'abandonner.

Il pensa à y substituer un quart-de-cercle de bois de 3 ou 4 pieds de rayon, sur lequel il avoit appliqué un limbe de carton fort & large, enduit de plusieurs couches de blanc pour recevoir les divisions : le pied étoit de la même matière & solidement construit, mais les réflexions que fit M. de l'Isle sur l'action que la sécheresse & l'humidité exercent sur le bois, lui firent craindre avec raison de perdre une seconde fois son temps & sa peine, & il abandonna encore ce projet.

Au défaut des Observations, que le manque d'instrumens ne

lui permettoit pas de faire, M. de l'Isle employa son temps d'une autre manière; il calcula à la prière de M. Cassini une Table de tous les degrés d'ascension droite & de déclinaison qui répondent aux degrés de longitude & de latitude du Zodiaque jusqu'à six degrés de latitude au nord & au sud de l'écliptique; le calcul y étoit poussé jusqu'aux secondes, & il n'avoit rien omis pour rendre cette Table exacte & commode: elle étoit destinée à abréger considérablement le calcul des Éclipses des Planètes & des Étoiles par la Lune, duquel M. Cassini étoit alors chargé; M. de l'Isle en avoit fait trois copies, vérifiées avec soin, deux ont été perdues par la faute de ceux auxquels il les avoit confiées; la troisième a échappé à ce malheur & se trouve dans les porte-feuilles du Dépôt de la Marine.

Malgré cette laborieuse occupation, les regards de M. de l'Isle se tournoient toujours vers le ciel, & il portoit avec impatience que le manque d'instrumens l'empêchât de profiter de l'observatoire qu'on lui avoit accordé, enfin ses desirs furent accomplis; il obtint quelques instrumens & commença en 1712 à faire de son observatoire un usage suivi.

Cet usage fut si bon & si fréquent, que dès le commencement de l'année 1714, l'Académie crut devoir s'assurer d'un sujet qui donnoit de si belles espérances, & qu'il obtint le 24 Mars de la même année la place d'Élève de M. Maraldi, vacante par le passage de M. Bomie à celle d'Élève de M. Rolle.

Peu de mois après son entrée à l'Académie il donna un Mémoire sur l'observation des Solstices, dans lequel il propose de substituer à l'image mal terminée du Soleil, que forment les grands gnomons, une image donnée par un objectif placé au lieu de l'ouverture par où passe le rayon, & de joindre par ce moyen à la grandeur de l'instrument, la netteté de l'image; méthode alors absolument nouvelle, & qui depuis a été pratiquée avec le plus grand succès au gnomon de Saint-Sulpice, tracé par M. le Monnier.

Plus l'Académie avoit été satisfaite de l'acquisition qu'elle venoit de faire de M. de l'Isle, plus elle craignit de le perdre presque au moment qu'elle venoit de l'acquérir; il tomba dangereusement

malade au mois d'Octobre de la même année, & d'autant plus dangereusement que la cause de son mal étoit un vaisseau rompu dans l'intérieur du corps & qui le força d'interrompre ses travaux; sa bonne constitution, sa tempérance & sa sagesse secondèrent les secours qui lui furent donnés, & il guérit de cet accident.

Deux observations d'Éclipses, l'une de Vénus, & l'autre de Jupiter & de ses Satellites par la Lune, exercèrent en 1715 la sagacité de M. de l'Isle en Astronomie & en Physique; nous disons en Physique, car indépendamment de ce qui concernoit le mouvement de ces Astres & de la Lune, l'observation de l'éclipse de Vénus, offroit un phénomène singulier, cette Planète parut se colorer à l'approche de la Lune, c'en fut assez pour renouveler la question de l'atmosphère de la Lune, que l'anneau lumineux observé à Londres par M. de Louville, dans l'éclipse de Soleil de la même année, avoit donné lieu de soupçonner: M. de l'Isle avoit déjà fait voir que des corps absolument privés d'atmosphère, produisoient le même effet, c'est-à-dire des anneaux lumineux lorsqu'on les employoit à cacher le Soleil, ce qui lui rendoit la prétendue atmosphère fort suspecte; l'éclipse de Jupiter & de ses Satellites justifia ses doutes, ils ne subirent aucune altération à l'approche de la Lune.

La fortune peut à si bon marché satisfaire les desirs d'un Philosophe, qu'on ne soupçonneroit pas qu'elle voulût troubler son bonheur; elle troubla cependant celui de M. de l'Isle: feue Madame la Duchesse de Berry, vint habiter le Luxembourg, & les arrangemens qu'on fut obligé de prendre pour loger les Officiers de la Princesse, exigèrent que M. de l'Isle en sortît à la fin de 1715.

Un Astronome ne peut pas se loger comme un autre homme, on sent assez combien de conditions exige un observatoire pour la vue & pour la solidité, combien un Observateur est attaché à l'endroit où il a une fois commencé à observer, & combien il lui est embarrassant d'en sortir; M. de l'Isle fut cependant dans cet embarras & il s'établit à l'hôtel de Taranne, dans le même appartement que M. de Louville avoit déjà consacré à l'Astronomie, par les observations qu'il y avoit faites: il y habita

conſtamment juſqu'après la mort de Madame la Ducheſſe de Berry, & y fit toutes ſes obſervations, ſi on en excepte quelques-unes qu'il fit à l'Obſervatoire pendant l'abſence de M.rs Caſſini & Maraldi, alors occupés au travail de la Méridienne.

La vérité de l'hiſtoire ne nous permet pas de diſſimuler une circonſtance aſſez ſingulière de la vie de M. de l'Iſle, qui eut à peu près le même temps pour époque, & que l'intérêt de ſa gloire nous oblige à donner avec tous les motifs qui l'occaſionnèrent.

Un homme de la Cour étoit entêté de l'Aſtrologie judiciaire d'une manière d'autant plus ſurprenante qu'il avoit lui-même beaucoup de connoiſſance de l'Aſtronomie; il jeta les yeux ſur M. de l'Iſle pour l'aider dans ſes calculs, & eut le crédit d'engager M.gr le Duc d'Orléans, Régent, à lui aſſigner une penſion ſur le fonds des affaires étrangères, pour s'appliquer à cet objet: on juge bien que M. de l'Iſle n'ajoutoit pas la moindre foi aux prétendues règles de l'Aſtrologie judiciaire, mais l'état de ſa fortune ne lui permettoit pas de rejeter un ſecours qui lui venoit alors fort à propos; il ſe mit donc en état de ſatisfaire à ce qu'on exigeoit de lui, & fit une infinité de calculs de cette eſpèce, qui lui emportèrent un temps précieux dont nous ne pouvons que regreter l'emploi, ou pour parler plus juſte, la perte.

Malgré ce ſurcroît d'occupations, M. de l'Iſle n'avoit pas abandonné la véritable Aſtronomie, & il donna en 1718 un Mémoire ſur la projection des Éclipſes, ſujettes aux parallaxes.

La proximité de la Lune à la Terre eſt aſſez grande pour que la tache d'ombre qu'elle y jette, lorſqu'elle paſſe entre nous & le Soleil, puiſſe cacher cet aſtre à de certains peuples, tandis que d'autres n'aperçoivent aucune éclipſe.

Pour déterminer donc les endroits où l'éclipſe ſera viſible & ceux où elle ne le ſera pas, le célèbre Jean-Dominique Caſſini a imaginé une méthode très-ingénieuſe; il ſuppoſe le ſpectateur placé entre la Lune & le Soleil à une diſtance phyſiquement infinie, dans la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Terre. Il eſt clair que dans cette ſuppoſition il voit le globe de la Terre comme un diſque, & chaque point de ce globe décrivant ſur ce diſque, par le mouvement diurne des lignes droites, ſi le Soleil

eſt dans l'équinoxe, & des ellipſes plus ou moins ouvertes, s'il n'y eſt pas: il voit encore la Lune ſe mouvoir ſur ſon orbite, qui lui paroît une ligne droite, & il juge que l'éclipſe commence quand le diſque de cette Planète commence à joindre le lieu de la Terre pour lequel on calcule, & qu'elle finit lorſqu'il l'abandonne; tout cela régulièrement repréſenté ſur un plan perpendiculaire à la ligne où eſt l'œil, eſt ce qu'on nomme la *projection d'une éclipſe.*

Il eſt clair que tout eſt en mouvement ſur ce Tableau dont le plan eſt lui-même entraîné par le mouvement du Soleil, & que d'ailleurs les parallèles à l'équateur y ſont preſque toujours repréſentés par des ellipſes difficiles à décrire, & plus difficiles encore à diviſer.

Un léger changement dans la méthode, & indiqué par M. de l'Iſle, arrête, pour ainſi dire, & fixe tout ce mouvement; & l'œil du ſpectateur ſeulement changé de place, ne voit plus les parallèles repréſentés que par des cercles toujours faciles à tracer & à diviſer.

L'année 1719 fut ſingulière dans la vie de M. de l'Iſle; il n'y fit preſque rien pour l'Aſtronomie. Immédiatement après avoir donné la conſtruction d'une méridienne filaire, dont l'uſage eſt plus ſûr & plus commode que celui des méridiennes ordinaires, il tomba malade d'une fluxion de poitrine qui fut ſuivie d'une obſtruction au foie: ces deux maladies le mirent à l'extrémité, & il fut long-temps à ſe rétablir.

Au défaut d'obſervations aſtronomiques, il occupa ſa longue convaleſcence par les expériences qu'il fit ſur la réfraction qu'éprouve un rayon en traverſant un tuyau fermé par deux glaces inclinées de 45 degrés, alternativement plein & vide d'air, expérience d'abord faite à Londres, entrepriſe en 1700 par M. Homberg qui n'avoit pu y réuſſir, & que M. de l'Iſle fit avec tout le ſuccès poſſible. Il en réſulta que cette réfraction eſt plus petite que la réfraction aſtronomique correſpondante; que par conſéquent le vide produit dans la machine n'eſt pas parfait, & que le fluide qui reſte dans le tuyau, eſt moins ſubtil que l'éther. Il fit encore dans la même année pluſieurs

obſervations ſur la hauteur des eaux de la Seine à Paris : il ſe conſoloit en donnant à la Phyſique le temps que l'état de ſa ſanté ne lui permettoit pas de donner à l'Aſtronomie. Ce fut à peu près vers ce temps que la mort de Madame la ducheſſe de Berry remit M. de l'Iſle en poſſeſſion de ſon Obſervatoire du Luxembourg, & qu'il y fit reporter ſes inſtrumens.

Il ne s'en ſervit cependant pas pour l'Obſervation du paſſage de Mercure ſur le Soleil du 9 Novembre 1723 ; ce phénomène arriva trop près de l'horizon, & il l'obſerva à l'Obſervatoire : cette obſervation avoit été précédée d'un fâcheux accident ; M. de l'Iſle avoit fait une chute d'environ vingt pieds de haut en ſe diſpoſant à une obſervation : il fut aſſez heureux pour n'eſſuyer ni fracture ni diſlocation, mais l'énorme commotion qu'il reçut, l'obligea à garder très long-temps la chambre.

Si l'Obſervatoire de M. de l'Iſle ne lui avoit pu ſervir pour l'Obſervation du paſſage de Mercure, il n'en fut pas de même de la fameuſe Éclipſe totale du Soleil du 22 Mai 1724 ; il l'obſerva au Luxembourg, & on peut juger aiſément de l'attention qu'il apporta à l'obſervation d'un phénomène qui intéreſſoit ſi vivement, non-ſeulement la curioſité des Aſtronomes, mais encore celle du Public, que malgré la difficulté d'aborder à ſon Obſervatoire par les galeries qu'on reconſtruiſoit alors, un grand nombre de Dames franchirent ce paſſage, qui n'étoit pas ſans danger, pour aſſiſter à cette Obſervation. Il l'avoit fait précéder par un avertiſſement & une figure gravée qu'il fit publier ſans nom d'Auteur. Cette même année il fit le voyage de Londres avec M. Dupré de Saint-Maur, de l'Académie Françoiſe ; il y vit le célèbre Newton, & il en reçut entr'autres marques de conſidération le portrait de ce grand homme, dont il lui fit préſent.

L'année ſuivante M. de l'Iſle entreprit un voyage de plus longue haleine & de plus longue durée. Le Czar Pierre le Grand connoiſſoit parfaitement les talens de M. de l'Iſle qu'il avoit eu occaſion de voir pluſieurs fois dans le ſéjour que ce Prince avoit fait en France, & il avoit deſiré de l'avoir pour fonder dans ſes États une École d'Aſtronomie. La mort de ce grand Monarque ne changea rien à ce projet ; il fut ſuivi avec ardeur

par l'Impératrice Catherine qui lui succéda, & ce fut le Prince Kourakin, alors Ambassadeur de Russie à la Cour de France, qui fut chargé de cette négociation.

M. de l'Isle partit donc de Paris à la fin de 1725, muni de la permission du Roi qui voulut bien lui conserver sa place à l'Académie, & sa charge de Professeur royal; il se fit accompagner par M. de l'Isle de la Croyère, son frère, dès-lors Membre de cette Académie, & par le sieur Vignon Fabricateur d'instrumens de Mathématiques, dont l'habileté lui étoit connue; & il prit la route de Pétersbourg. Tel autrefois Sosigènes vint à Rome appelé par Jules César, tel M. Cassini vint en France appelé par Louis XIV: digne émule de ces grands hommes, & comme eux appelé par un grand Monarque, M. de l'Isle alloit porter dans les vastes États de la Russie la science des Astres dans toute son étendue.

Le voyage de M. de l'Isle fut heureux; il fit en passant à Berlin, plusieurs observations astronomiques qu'il envoya à l'Académie, & qui fixèrent la longitude & la latitude de cette ville, & il arriva à Pétersbourg sans avoir essuyé aucun fâcheux accident.

Il y commença ses fonctions aussi-tôt après son arrivée, & tout l'Univers Astronome a su quel en avoit été le fruit; mais son absence qui ne devoit être que de quatre années, fut prolongée à plusieurs reprises jusqu'à vingt-deux ans.

Pendant un si long intervalle, nous ne voyons plus le nom & les ouvrages de M. de l'Isle reparoître que rarement dans les Volumes de l'Académie; il envoya cependant en 1734 quelques observations d'Aurores boréales, dont M. de Mairan a fait usage dans ses savantes Recherches sur cette matière, & en 1743 il communiqua à M. Cassini une méthode de déterminer par un calcul très-simple ou même par une opération graphique, l'effet de la parallaxe dans l'Observation des phases du passage de Mercure, méthode qu'il a depuis beaucoup étendue à l'occasion des passages de Vénus sur le Soleil, arrivés en 1761, & en 1769.

Cette espèce d'inaction de M. de l'Isle n'étoit cependant qu'apparente, & pour emprunter ici les idées de l'Astronomie, son travail

travail toujours continué ne nous paroiſſoit ſtationnaire qu'à cauſe de l'éloignement & de ſon changement d'objet ; il travailloit à la fois à fonder un célèbre Obſervatoire, & à former des Obſervateurs habiles pour le remplir : il compoſoit des Élémens, & faiſoit des Leçons en leur faveur; il prononçoit dans les occaſions des Diſcours publics, & on ſait combien en pareille circonſtance ces actions publiques peuvent animer le zèle & l'ardeur des Élèves; en un mot il créoit, pour me ſervir de ce terme, une célèbre École d'Aſtronomie dans un lieu où peu auparavant le nom même de cette ſcience étoit vraiſemblablement ignoré.

Ce ne fut pas encore tout ; M. de l'Iſle entreprit pendant ſon ſéjour pluſieurs voyages dans les différentes parties du vaſte Empire de Ruſſie, & juſque dans les climats les plus glacés & les moins habitables. Il ſembloit que ſon zèle pour l'avancement de l'Aſtronomie & de la Géographie fit diſparoître à ſes yeux & à ſes ſens les rigueurs des hivers de ces contrées, dont les habitans des climats tempérés n'ont pas même d'idée ; nous n'en donnerons qu'une très-imparfaite, en diſant qu'on y éprouve un froid capable de faire deſcendre à 70 degrés au-deſſous de la congélation le mercure du Thermomètre, que l'hiver de 1709 ne fit deſcendre ici qu'à 15 degrés un quart.

Malgré toutes ces occupations, M. de l'Iſle publioit des ouvrages; on eut de lui pendant ce temps un Abrégé de Géographie & d'Aſtronomie, un Diſcours lû dans l'aſſemblée publique de l'Académie de Péterſbourg, un Projet de la meſure de la Terre en Ruſſie, publié d'abord en Ruſſe, & enſuite en François; deux Volumes *in-4.°* de Mémoires pour le progrès de l'Aſtronomie, de la Géographie & de la Phyſique. Il faiſoit des Recherches ſur la Géographie de cette partie du Monde, & des Traductions ou des Extraits de toutes les pièces manuſcrites qui pouvoient lui donner quelques connoiſſances ſur cet important objet; & il eut part, au moins par ſes conſeils, à toutes les expéditions qui ſe firent dans les mers orientales, l'une deſquelles coûta la vie à M. de l'Iſle de la Croyère ſon frère, qui mourut au retour en arrivant au port.

Telles furent les utiles & laborieuſes occupations de M. de

l'Isle pendant son séjour en Russie. Enfin ayant par un travail de plus de vingt-deux années établi l'Observatoire de Péterſbourg, formé des Astronomes, donné de grandes lumières sur la Géographie de ce vaste Empire, & satisfait abondamment à tout ce qu'on avoit exigé de lui, il partit de Péterſbourg le 24 Mai 1747 pour venir rejoindre ses amis, ses confrères & sa patrie, dont il avoit été si long-temps séparé, & il arriva à Paris le 15 Septembre de la même année.

Il trouva un très-grand changement dans l'Académie; pendant son long séjour en Russie, la plupart de ses contemporains étoient morts ou retirés, & la compagnie s'étoit presque renouvelée; mais il n'y trouva aucun changement dans l'esprit de ceux qui la composoient: son nom & sa réputation y avoient entretenu l'estime qu'on avoit pour lui, & la plupart des Astronomes qui s'y trouvoient alors, étoient ou ses propres Élèves, ou formés par ceux qui l'avoient été.

Il reprit donc le fil de ses occupations comme s'il ne s'étoit pas absenté; dès l'année suivante il publia un Écrit intitulé: *Avertissement aux Astronomes sur l'Observation de l'Eclipse du Soleil du 25 Juillet 1748*, dans lequel il traitoit la célèbre question de l'Anneau lumineux qu'on voit autour de la Lune dans les Éclipses totales de Soleil, & celle de la diminution du diamètre de la Lune nouvelle, & par conséquent obscure, vue sur le disque du Soleil. On ne sauroit croire combien d'observations fines & délicates, & combien de réflexions curieuses & intéressantes sont contenues dans cet ouvrage, & combien il présente de vues nouvelles & importantes.

Nous ne parlerons point ici des observations journalières de M. de l'Isle, le nombre en seroit trop grand; il avoit établi son observatoire à l'Hôtel de Cluny, & malgré son âge & ses travaux, aucun phénomène ne lui échappoit.

Feu M. l'abbé de la Caille avoit fait, pendant son voyage au cap de Bonne-espérance, plusieurs observations de Mars pour en tirer, en les comparant à celles d'Europe, la parallaxe de cette Planète; M. Bradley envoya les siennes à M. de l'Isle, & celui-ci en ayant fait la comparaison avec celles de M. l'abbé de

la Caille, en déduisit la parallaxe de Mars de 27 secondes; cette recherche fut imprimée en 1752 dans le volume de l'Académie de cette année ; on voit assez avec quelle attention & avec quelle finesse de calcul elle avoit dû être maniée, & combien la plus petite erreur eût altéré un résultat de cette espèce.

Il y eut en 1753, un passage de Mercure sur le Soleil, M. de l'Isle ne se contenta pas d'observer ce phénomène, il le fit précéder d'un Écrit qu'il publia & dans lequel il donnoit les élémens sur lesquels étoit fondée la rectification des calculs de M. Halley, qu'il avoit faite, les précautions qu'on devoit prendre pour observer ce passage, & le moyen d'en tirer la parallaxe du Soleil; le tout étoit accompagné d'une Mappemonde sur laquelle il avoit représenté tous les pays de la Terre où ce phénomène devoit être visible, on peut juger aisément de l'utilité d'un pareil ouvrage.

En 1755, M. le Gentil lut à l'Académie un Mémoire sur l'observation des diamètres du Soleil, sur quelques erreurs qu'on y peut commettre & sur la manière d'y rémédier; cette recherche rappela à M. de l'Isle des observations de même genre, qu'il avoit faites en 1718 & en 1719, & valut à l'Académie un excellent Mémoire sur cette matière.

Dès l'année 1721, M. de l'Isle avoit fait voir les défauts de la méthode de calculer les Éclipses, publiée par M. de la Hire; mais on ignoroit encore alors la véritable figure de la Terre: il ajouta en 1757 à la méthode qu'il avoit donnée, ce qui étoit relatif à cette partie, & ce Mémoire fut imprimé avec ceux de l'Académie de la même année.

La Comète de 1759 étoit un objet bien digne de l'attention de M. de l'Isle; il fit imprimer la même année dans le Mercure, un Mémoire contenant les premières observations qui en avoient été faites & la méthode qu'on avoit employée pour découvrir cette Comète dont le retour étoit prédit & attendu, & lut en 1760, un Mémoire sur la même matière, que l'Académie a publié dans le volume de cette année.

Jusqu'ici nous n'avons considéré M. de l'Isle que comme Astronome, & ce ne seroit le peindre qu'à moitié, que de

ſupprimer ici les preuves qu'il a données de ſon profond ſavoir en Géographie.

Feu M. Guillaume de l'Iſle, ſon frère, avoit laiſſé pluſieurs Cartes imparfaites & qui n'étoient, pour emprunter ici le langage de la Peinture, que des eſquiſſes ou des études de travaux géographiques; mais cette partie de ſa ſucceſſion ne pouvoit être recueillie que par une main auſſi habile que celle de M. de l'Iſle.

Il publia donc en 1764, une Carte de Syrie, ou ſeulement de la partie ſeptentrionale de la Paleſtine, une Carte plus générale de la Syrie, pour ſervir à l'Hiſtoire des Croiſades & une autre relative à la recherche de la ſituation du Paradis terreſtre; ces Cartes avoient été précédées en 1763, de celle de l'ancienne Paleſtine ou Terre-Sainte.

En 1766, il donna la Carte de la Babylonie, & celles de l'Arménie & de la Géorgie, qu'il avoit dreſſées lui-même ſur les Mémoires & les eſquiſſes de quelques Arméniens & Géorgiens, qu'il avoit eu occaſion de voir & d'entretenir à Péterſbourg; il avoit de même fait paſſer en France pluſieurs Cartes étrangères & très-curieuſes, des Pays au nord-eſt de la Ruſſie, qu'il avoit fait copier & traduire; mais nous paſſons rapidement ſur ces ouvrages, quelqu'intéreſſans qu'ils puiſſent être, pour venir plus promptement au plus grand qu'il ait donné en ce genre & qu'il communiqua en 1750 à l'Académie, qui l'a publié dans ſes Mémoires.

Les découvertes géographiques dans la mer du ſud, n'avoient jamais été portées plus loin du côté de l'Aſie que le nord du Japon, & du côté de l'Amérique que le cap Blanc ſitué au nord de la Californie, & toute cette partie étoit plongée dans la plus grande & la plus profonde obſcurité.

Les Eſpagnols & les Ruſſes étoient les ſeules Nations deſquelles on pût attendre quelques éclairciſſemens ſur cet important objet; M. de l'Iſle étoit à portée d'être informé des tentatives que faiſoient alors les Ruſſes pour découvrir, ou les terres qui joignoient l'Amérique à l'Aſie, ou les mers qui les ſéparoient, & il eut encore le bonheur de trouver la relation d'une expédition entrepriſe en 1640 par les Eſpagnols au nord de la Californie.

Les découvertes des Ruſſes ont fait voir qu'il y avoit un paſſage libre pour aller du Japon au Kamtchatcka, qu'en ſuivant la côte, & allant vers le nord, on parvient à un détroit ſitué ſous le Cercle pôlaire, par lequel on paſſe de la mer du ſud dans la mer glaciale; que ce détroit n'a pas plus de 40 lieues, & qu'il eſt formé à l'oueſt par les terres de l'Aſie & par celles de l'Amérique; & qu'enfin il y a une mer ouverte à l'eſt de la partie méridionale du Kamtchatka, par laquelle on peut aller de ce pays en Amérique.

La Relation eſpagnole remplit de ſon côté une grande partie de l'eſpace vague que les Cartes laiſſent au nord de la Californie; le reſte l'eſt par un vaſte golfe nommé *Mer de l'oueſt,* que toutes les Relations des Sauvages de l'Amérique concourent à établir, & dont feu M. Guillaume de l'Iſle avoit eu connoiſſance: ce Mémoire étoit accompagné de pluſieurs Cartes très-nettes & très-détaillées qui en facilitoient extrêmement l'intelligence.

Tel eſt, mais dans un très-grand raccourci, l'excellent morceau de Géographie que M. de l'Iſle communiqua en 1750 à l'Académie, & qui donne en même temps la connoiſſance de tout le fond de la mer du ſud & du nord-oueſt de l'Amérique, & la ſolution de la difficulté qui exiſtoit ſur la manière dont le nord de l'Amérique avoit pu être peuplé. Nous pouvons aſſurer qu'il y avoit long-temps que la Géographie n'avoit fait un ſi grand pas vers l'entière connoiſſance du globe terreſtre.

Lorſque M. de l'Iſle étoit arrivé à Paris il avoit trouvé toutes les places de l'Académie remplies, la ſienne même devenue vacante, parce qu'il avoit été déclaré Vétéran en 1741, quoiqu'en lui conſervant tous ſes droits, l'avoit été ſucceſſivement par deux perſonnes; en un mot il ſe trouvoit, malgré l'eſtime de l'Académie, preſqu'entièrement hors du ſyſtème de ſes arrangemens: la juſtice & la bonté du Roi vinrent à ſon ſecours, Sa Majeſté acheta l'immenſe collection de pièces aſtronomiques & géographiques qu'il avoit formée, & la joignit au Dépôt de la Marine; Elle voulut même que M. de l'Iſle fût attaché à ce Dépôt, ſous le titre d'Aſtronome-Géographe, dont Elle lui fit expédier un Brevet très-honorable, accompagné d'une Penſion conſidérable,

& enfin Elle proposa à l'Académie de le faire Pensionnaire-vétéran, qualité qui remettoit M. de l'Isle dans le rang qu'il avoit si justement mérité & sans lequel il auroit toujours été déplacé à l'Académie, dont il se trouvoit alors le Doyen; cet évènement eut l'année 1761 pour époque.

Le grand âge de M. de l'Isle ne l'avoit fait relâcher sur aucun de ses devoirs, & sa santé, jusqu'alors très-vigoureuse, soutenue de l'extrême vivacité de son caractère, lui permettoit encore d'observer, de travailler & même d'assister assez régulièrement à nos Assemblées: il avoit eu pendant l'été de 1768 quelques attaques de goutte, qui l'avoient obligé de garder la chambre; mais cette incommodité ayant cessé, nous le vimes avec plaisir reparoître parmi nous le jour de la Saint-Louis & assister à la Messe que l'Académie fait célébrer pour la Fête du Roi, & au Panégyrique du Saint; ce fut pour M. de l'Isle sa dernière fonction d'Académicien: peu de jours après la séparation de l'Académie, il fut frappé d'apoplexie & mourut le 12 Septembre 1768, âgé de quatre-vingts ans & un peu plus de cinq mois; le dernier d'une famille que ses talens pour l'Astronomie, l'Histoire & la Géographie ont consacrée à l'immortalité & de laquelle il ne reste plus qu'une sœur de M. de l'Isle, que son esprit & son mérite ont rendue digne de porter un nom devenu si célèbre.

M. de l'Isle étoit grand & assez bien fait, sa physionomie annonçoit la vivacité de son esprit & la douceur de son caractère; il étoit naturellement gai, & l'étude continuelle n'avoit point altéré chez lui cette qualité dont il savoit assaisonner dans la conversation les matières qui en paroissoient les moins susceptibles: pénétré de la Religion, il en a toujours rempli tous les devoirs avec la piété la plus exemplaire & la plus soutenue, & sa charité envers les pauvres n'a jamais eu d'autres bornes que son pouvoir & sa fortune: en un mot, on peut dire qu'il a rempli sans interruption pendant tout le cours de sa longue carrière les devoirs que l'humanité, la religion & l'amour des Sciences lui avoient imposés.

Il avoit été marié avant son voyage en Russie, & il perdit son épouse peu après son retour en France, sans en avoir eu d'enfans.

Mais au défaut de cette poſtérité, il a eu la conſolation d'en voir avant ſa mort une nombreuſe d'une autre eſpèce, & dûe entièrement à ſon zèle & à ſes ſoins. C'eſt à lui que l'Académie doit la plus grande partie des Aſtronomes qui ont contribué, & qui contribuent encore à ſa gloire; M. Godin, M. Buache devenu ſon neveu par le mariage qu'il avoit contracté avec Mademoiſelle de l'Iſle fille du Géographe, M.rs l'abbé de la Caille, le Gentil, de la Lande, Meſſier & pluſieurs autres, ont été formés par lui ou par ſes Élèves. J'héſiterois à joindre ici mon nom à ceux que je viens de prononcer, ſi la reconnoiſſance me permettoit de taire qu'il avoit bien voulu me rendre à moi-même ce ſervice, & m'ouvrir l'entrée de la carrière aſtronomique, de laquelle je ne ſuis ſorti que lorſque les ordres du Roi & le choix de l'Académie m'ont appelé il y a vingt-cinq ans à la fonction que j'ai l'honneur d'exercer en ce moment.



MÉMOIRES



MÉMOIRES
DE
MATHÉMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,
TIRÉS DES REGISTRES de l'Académie Royale des Sciences.
Année M. DCCLXVIII.

RECHERCHES
Sur les mouvemens de l'axe d'une Planète quelconque dans l'hypothèse de la dissimilitude des Méridiens.

Par M. D'ALEMBERT.

LES Recherches que je me propose de donner dans ce Mémoire, ont été annoncées à la fin du *V.e Volume de mes Opuscules mathématiques, page 515 & suiv.* & sont une suite de celles que j'ai déjà données dans le *Volume* Décemb. 1768.

de l'Académie pour l'année 1754. Mon objet est de généraliser les formules qu'on trouve dans ce dernier volume, de donner une solution plus exacte des équations que ces formules présentent, & d'en faire l'application à différens cas, principalement aux mouvemens de l'axe de la Lune & à la libration de cette Planète.

§. I.

FORMULES générales pour les mouvemens de l'axe d'une Planète quelconque.

(1.) Je conserverai les noms donnés dans le *2.d Mémoire de mes Opuscules, tome I,* & dans mes *Recherches sur la précession* Fig. 1. *des Equinoxes;* & je supposerai que $ECZz$ soit le plan de projection auquel on rapporte les mouvemens de la Planète; que Ee soit la projection de l'axe; C celle du centre, ou plutôt le centre même de gravité de la Planète, qui est supposé sur le plan de projection; que l'angle des lignes Ee, Zz, soit droit; que CE' soit perpendiculaire au plan $ECZz$; que AB, CD soient deux lignes fixes sur le plan de projection & perpendiculaires l'une à l'autre; que g soit la projection d'un point quelconque de la Planète; & gN, gO des perpendiculaires à CB & CD; je nommerai ensuite

L'angle BCZ ou DCe	ϵ.
CN ou gO	z.
gN ou CO	u.
La force parallèle à CE'	ψ.
La force parallèle à CD	γ.
La force parallèle à CB	φ.
Les distances de la direction de la force ψ à CB & CD	ν' & μ'.
Les distances de la direction de la force γ à CB & CE'	ξ' & χ'.
Les distances de la direction de la force φ à CE' & CD.	θ' & ζ'.

Fig. 2. (2.) Soit maintenant Pp l'axe de la Planète; C son centre; C' un point quelconque de l'axe; KGC' une section de la Planète, faite perpendiculairement à Pp; S la Planète attirante;

$C'K$ une perpendiculaire au plan PCS, menée dans le plan KGC'; G un point quelconque de la Planète attirée, pris dans ce même plan; on nommera Fig. 2.

L'angle que l'axe Pp fait avec le plan de projection (qu'on supposera dans la suite être l'Écliptique, ou du moins parallèle à l'Écliptique).... π.

Le cosinus de cet angle........................ y ou cos. π.

Son sinus........................ $\sqrt{(1 - yy)}$ ou sin. π.

L'angle $KC'G$................................ X.

La constante Cp................................ a.

La variable $C'p$................................ b.

La variable $C'G$................................ f.

Chaque particule du corps................................ G'.

L'angle PCS................................ V.

Sa projection................................ v.

La force parallèle à CS, &c. résultante de l'attraction que le corps S exerce parallèlement à CS sur tous les points de la Planète attirée.... ψ'.

La distance de la direction de cette force au plan PCS...... l'.

La distance du centre C au point de l'axe Cp par lequel passe la direction de la force ψ' ou plutôt la projection de cette direction sur le plan CPS................................ L'.

La distance du centre de la Planète attirée au plan de l'Écliptique. p'.

La tangente de la latitude................................ p.

Cette latitude même................................ ϑ'.

En sorte qu'on aura $p = \frac{\text{sin. } \vartheta'}{\text{cos. } \vartheta'}$.

La force ψ' rapportée sur le plan de l'Écliptique ou sur le plan de projection passant par le centre C........................ ψ''.

En sorte que $\psi'' = \frac{\psi'}{\sqrt{(1 + pp)}}$ ou ψ' cos. ϑ'.

La masse de la Planète attirante................................ S.

La distance de cette Planète au centre C de la Planète attirée.. u'.

(3.) Cela posé, si on nomme Π', G, F des forces parallèles à CE', Ce, Cz, lesquelles agissent sur la Planète, & qu'on

appelle outre cela

Les distances de la force Π' à $C\text{z}$ & Ce . . . . ν & μ.
Celles de la force G à $C\text{z}$ & CE' . . . . ξ & χ'.
Celles de la force F à CE' & Ce . . . . θ & ζ,

on aura *(Opusc. Tome II, 2.d Mém. page 83; & Tome IV, 22.e Mém. §. II)* les équations

$$\int \frac{G'\, d(u\,dz - z\,du)}{dt^2} = \varphi\theta' - \gamma\chi' = F\theta - G\chi.$$

$$\int \frac{G'(\pi\, ddz - z\, dd\pi)\,\text{cos}.\, e}{dt^2} + \int \frac{G'(\pi\, ddu - u\, dd\pi)\,\text{sin}.\, e}{dt^2} = F\zeta - \Pi'\mu.$$

$$\int \frac{G'(\pi\, ddz - z\, dd\pi)\,\text{sin}.\, e}{dt^2} - \int \frac{G'(\pi\, ddu - u\, dd\pi)\,\text{cos}.\, e}{dt^2} = \Pi'\nu - G\xi.$$

Fig. 3. (4.) Soit encore $OLRN$ le plan d'une section quelconque de la Planète attirée, faite perpendiculairement à l'axe de cette Planète; $OC'R$ la commune section de ce plan avec le plan perpendiculaire au plan de projection & passant par l'axe; & soit l'angle $OC'G$ . . . . X''.

Cette quantité X'' est ici la même que celle qui a été nommée X dans le second Mémoire de nos Opuscules, *pages 77 & 78;* donc faisant, d'après ce second Mémoire,

$$\pi = (a - b)\ \text{sin}.\ \Pi + f\ \text{cos}.\ \Pi\ \text{cos}.\ X'',$$

$$\rho = (a - b)\ \text{cos}.\ \Pi - f\ \text{cos}.\ X''\ \text{sin}.\ \Pi,$$

$$\varpi = f\ \text{sin}.\ X'',$$

$$z = \varpi\ \text{cos}.\ e - \rho\ \text{sin}.\ e,$$

$$u = \rho\ \text{cos}.\ e + \varpi\ \text{sin}.\ e,$$

& substituant ces valeurs & leurs différentielles dans les premiers membres des équations de l'*article 3*, on aura de nouvelles quantités, d'où cos. e & sin. e disparoîtront : il faut de plus remarquer 1.° que $dX'' = dP$, parce qu'on suppose que le mouvement de rotation de la Planète autour de son axe se fait de O vers G; 2.° que $\int G' f(a - b)\ \text{cos}.\ X''$, & $\int G' f(a - b)\ \text{sin}.\ X'' = 0$, parce qu'on suppose *(Opusc. 22.e Mém. §§. I & II)* que

l'axe Pp eſt un *axe naturel* de rotation; ainſi on effacera dans les calculs les termes où ces quantités ſe rencontrent.

§. II.

Application des formules au ſyſtème de la gravitation.

(5.) Soit maintenant $LC'N$ la commune ſection du plan $OLRN$ perpendiculaire à l'axe *(article 4)* & du plan qui paſſe par l'axe & par la Planète attirante; $C'K$, qui eſt perpendiculaire à ce dernier plan par l'hypothèſe *(art. 2)*, ſera par conſéquent perpendiculaire à $LC'N$: ſuppoſons d'abord la Planète attirée elliptique dans le ſens du méridien & dans celui de l'Équateur, & ſoit $\omega C'$ le demi-petit axe de l'ellipſe formée dans cette Planète par la ſection du plan $OLNR$; ſoit $C'M$ perpendiculaire à $C'\omega$, & par conſéquent la moitié du grand axe; & ſoit enfin l'angle $OC'K = \Sigma$. Cela poſé, ſi l'on ſe rappelle ce qui a été démontré dans nos *Recherches ſur la préceſſion des Équinoxes, article 24*, & dans nos *Recherches ſur le ſyſtème du Monde, IIe Partie, page 233 & ſuivantes*, & qu'on faſſe attention que les forces G, F, Π' ſont ici ſuppoſées de directions contraires à celles qu'elles étoient ſuppoſées avoir dans le premier des deux Ouvrages cités, on aura Fig. 2.

$F\theta - G\chi = -\psi''\lambda' y$ ſin. v, en faiſant $\lambda' = L' - \frac{l' \text{ tang. } \Sigma \text{ coſ. } V}{\text{ſin. } V} - \frac{l' \text{ ſin. } \Pi}{\text{coſ. } \Sigma \text{ coſ. } \Pi}$; Voyez Mém. de 1754.

$$F\zeta - \Pi'\mu = -\psi'' \text{ ſin. } v \left[\lambda'\sqrt{(1-yy)} + \frac{l'}{\text{coſ. } \Sigma \text{ coſ. } \Pi}\right];$$

$$\& \ \Pi'\nu - G\xi = \psi'' \text{coſ.} v \left[\lambda'\sqrt{(1-yy)} + \frac{l'}{\text{coſ. } \Sigma \text{ coſ. } \Pi}\right] - \psi''\lambda' p y.$$

(6.) Faiſant donc ces ſubſtitutions dans les ſeconds membres des équations de l'*article 3*, & celles qui ont été indiquées dans l'*article 4* pour les premiers membres des mêmes équations, on aura, en multipliant la première équation par $\sqrt{(1 - yy)}$ ou ſin. Π, la ſeconde par y ou coſ. Π, & retranchant la ſeconde de la première, les équations ſuivantes, $a - b$ étant ſuppoſée $= \lambda$, & toutes les réductions étant faites,

$$- dt^2 \times \frac{\psi'' l'' \text{ fin. } v}{\text{cof. } \Sigma} = de \times d\,(\text{fin. } \Pi) \times \int G' ff \text{ cof. } 2\,X''$$
$$+ [ddP + d\,(de \text{ fin. } \Pi)] \times \int G' ff + [d\Pi^2 - de^2 \text{ cof. } \Pi^2]$$
$$\times \int G' ff \text{ fin. } X'' \text{ cof. } X''.$$

$$dt^2 \times \psi'' \lambda' y \text{ fin. } v = d\,(- de \text{ cof. } \Pi^2) \times (\int G' ff \text{ cof. } X''^2 - \int G' \lambda\lambda)$$
$$+ d\,(de + dP \text{ fin. } \Pi) \int G' ff - dP d\,(\text{fin. } \Pi) \int G' ff \text{ cof. } 2\,X''$$
$$+ [2\,dPde \text{ cof. } \Pi^2 + d\,(- d\Pi \text{ cof. } \Pi)] \times \int G' ff \text{ fin. } X'' \text{ cof. } X''.$$

$$dt^2 [\psi'' \text{ cof. } v \lambda' \sqrt{(1 - yy)} + \frac{l'}{\text{cof. } \Sigma \text{ cof. } \Pi}) - \psi'' \lambda' p y]$$
$$= [dd\Pi - 2\,dedP \text{ cof. } \Pi - de^2 \text{ fin. } \Pi \text{ cof. } \Pi]$$
$$\times \int G' ff \text{ cof. } X''^2 + [dd\Pi + de^2 \text{ fin. } \Pi \text{ cof. } \Pi] \times \int G' \lambda\lambda$$
$$- [2\,d\Pi dP + dde \text{ cof. } \Pi] \times \int G' ff \text{ fin. } X'' \text{ cof. } X''.$$

(7.) Ces équations s'accordent parfaitement avec celles qu'on a trouvées dans les Mémoires de 1754 par une autre méthode, & fans employer les coordonnées u & z; elles s'accordent auffi avec les formules données en 1764 par M. de la Grange, dans fa Pièce fur la libration de la Lune : on remarquera feulement que ce que nous appelons ici de, a été nommé $d\epsilon$ dans les Mémoires de 1754; c'eft l'angle différentiel du mouvement des points équinoxiaux qu'on fuppofe fe faire de e vers B, tandis que la Planète attirante fe meut de D vers Z (*fig. 1*).

(8.) Maintenant on a $\psi'' = \psi' \text{ cof. } \vartheta'$ (*article 2*); $\psi' l'$ (*Recherches fur le Syftème du monde, IIe Partie, page 232*) $= - \frac{3S}{u^3} \times [\int G' \times (\lambda \text{ cof. } V + f \text{ fin. } X \text{ fin. } V) f \text{ cof. } X]$ $=$ (à caufe de $\int G' \lambda f \text{ cof. } X = 0$) $- \frac{3S}{u^3} [\int G' ff \text{ fin. } X$ $\text{cof. } X] \text{ fin. } V$. On trouvera de même (*Préceff. des Équinoxes, p. 7*) $\psi' L' = - \frac{3S}{u^3 \text{ fin. } V} \times [\int G' \times (\lambda \text{ cof. } V + f \text{ fin. } X \text{ fin. } V)$ $\times (\lambda \text{ fin. } V - f \text{ fin. } X \text{ cof. } V)] = - \frac{3S}{u^3} \times [\int G' \lambda\lambda$ $- \int G' ff \text{ fin. } X^2] \text{ cof. } V$.

(9.) Soit ξ l'angle de la ligne fixe $C'\omega$ (*fig. 3*) avec le rayon

quelconque $C'G$, cet angle étant pris dans le ſens ωMOK; ſoit auſſi A l'angle de $C'\omega$ avec $C'K$ (*art. 5*), cet angle A étant pris dans le même ſens; on aura $X = \xi - A$, ſin. $X \times$ coſ. $X = \frac{\text{ſin.}\,(2\xi - 2A)}{2} = \frac{\text{ſin.}\,2\xi\ \text{coſ.}\,2A - \text{ſin.}\,2A\ \text{coſ.}\,2\xi}{2}$; ſin. $X^2 = \frac{1}{2} - \text{coſ.}\,\frac{2X}{2}$; coſ. $2X =$ coſ. 2ξ coſ. $2A +$ ſin. 2ξ ſin. $2A$.

(10.) De plus, ſoit CO la ligne de projection de l'axe CP ſur un plan paſſant par le centre C de la Planète attirée, & parallèle au plan de projection ou de l'écliptique; & ſoit S' la projection de la Planète attirante ſur le plan CPO; il eſt clair que $P'O = CO \times \frac{\text{ſin.}\,\Pi}{\text{coſ.}\,\Pi}$, & en nommant r le rayon de l'orbite décrite par la Planète S autour de C, & projetée ſur l'écliptique, il eſt aiſé de voir que $CO = r$ coſ. v & (en menant $S'Q$ perpendiculaire à CP) que coſ. $V = \frac{CQ}{\surd(rr + p'p')} = \frac{CP' - P'Q}{\surd(rr + p'p')}$. Fig. 4.

Or $CP' = \frac{CO}{\text{coſ.}\,\Pi} = \frac{r\ \text{coſ.}\,v}{\text{coſ.}\,\Pi}$; $P'Q = L'Q \times$ ſin. Π; donc coſ. $V = \left[\frac{r\ \text{coſ.}\,v}{\text{coſ.}\,\Pi} - \left(\frac{r\ \text{coſ.}\,v\ \text{ſin.}\,\Pi}{\text{coſ.}\,\Pi} - p'\right) \times \text{ſin.}\,\Pi\right] : \surd(rr + p'p') =$ coſ. $v \times$ coſ. ϑ' coſ. $\Pi +$ ſin. ϑ' ſin. Π, à cauſe de $\frac{p'}{\surd(rr + p'p')} =$ ſin. ϑ', & de $\frac{r}{\surd(rr + p'p')} =$ coſ. ϑ'. Telle eſt la valeur exacte & rigoureuſe de coſ. V, que nous n'avons donnée dans les Ouvrages cités ci-deſſus qu'à peu-près, en ſuppoſant ϑ' fort petit.

(11.) Ayant enfin décrit l'arc pe & les arcs pBK, eBZ, l'un dans le plan PCS, l'autre dans le plan de projection, ſoit CZ la ligne de projection de CS, & ſoit nommé l'arc KB, x, & ſon ſinus x'; on aura l'équation ſuivante (*Recherches ſur le Syſtème du monde, page 234, Tome II*), $x'\surd(1 - yy) =$ ſin. ϑ' [ſin. $(V + x)$] $=$ ſin. ϑ' ſin. $V \surd(1 - x'x') +$ ſin. $\vartheta' x'$ coſ. V; d'où l'on tire aiſément la valeur de x'^2 & celle de $1 - x'x'$, d'où l'on tirera ſin. pB^2, ou ſin. $(180 - V - x)^2 =$ ſin. $(V + x)^2 = [x'$ ſin. $V +$ coſ. $V \surd(1 - x'x')]^2$ Fig. 5.

$= \frac{[\text{fin. } V \sqrt{(1 - yy)}]^2}{[\sqrt{(1 - yy)} - \text{fin. } \vartheta' \text{ cof. } V]^2 + \text{fin. } \vartheta'^2 \text{ fin. } V^2}$, & cof. pB^2 $= \frac{[\text{cof. } V \sqrt{(1 - yy)} - \text{fin } \vartheta']^2}{[\sqrt{(1 - yy)} - \text{cof. } V \text{ fin. } \vartheta']^2 + \text{fin. } \vartheta'^2 \text{ fin. } V^2}$. Donc on aura la valeur de cof. Bc^2 ou $\frac{\text{cof. } pB^2}{yy}$, qui lui eſt égal (comme il eſt aiſé de le voir, *Préceſſion des Équinoxes, article 15, n.° 1*) & par conſéquent celle de fin. Bc^2; donc cof. Σ^2 ou $\frac{\text{fin. } Bc^2}{\text{fin. } pB^2}$, qui lui eſt égal (*Recherches ſur le Syſtème du monde, IIe Partie, p. 235*) ſera $\frac{\text{cof. } \vartheta'^2 \text{ fin. } v^2}{\text{fin. } V^2}$; par conſéquent cof. $\Sigma = \frac{\text{cof. } \vartheta' \text{ fin. } v}{\text{fin. } V}$, & fin. $\Sigma = \frac{\text{cof. } v \text{ cof. } \vartheta' \text{ fin. } \Pi - \text{fin. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi}{\text{fin. } V}$. Ces expreſſions ſe trouveront en mettant au lieu de cof. V ſa valeur, & $1 -$ cof. V^2 au lieu de fin. V^2 dans les quantités précédentes; on aura par conſéquent la valeur exacte de fin. Σ & de cof. Σ.

(12.) Suppoſons enfin $P = 0$ lorſque le temps $t = 0$, c'eſt-à-dire au commencement du mouvement; & l'angle $\omega C'O = B$ lorſque $t = 0$; il eſt aiſé de voir que le mouvement dP du point G ſe faiſant *(par l'hyp.)* de O vers G, on aura $dP = - d(\omega C'O)$, & $P = B - \omega C'O$: or $X'' = OC'G = \omega C'G - \omega C'O = \xi - \omega C'O$; donc $X'' = P + \xi - B$, ou $X'' = \xi + P'$, en ſuppoſant $P - B = P'$; d'où il ſera facile de tirer les valeurs de cof. $2X''$ & de fin. $2X''$, qui entrent *(art. 6)* dans les équations. Au reſte, nous n'aurons pas beſoin dans la ſuite de faire ces ſubſtitutions, à cauſe de la petiteſſe des quantités $\int G' ff$ fin. $2X''$, & $\int G' ff$ cof. $2X''$, & de celle des quantités qui les multiplient.

(13.) De plus, puiſque $P = B - \omega C'O = B - \omega C'K + OC'K = B - A + \Sigma$; donc $A = \Sigma + B - P = \Sigma - P'$.

§. III.

§. III.

Usage de ces Formules pour déterminer le mouvement de rotation de la Lune.

(14.) On remarquera maintenant que l'angle $\omega C' N = A - NC'K = A - 90^d$, & que $\omega C' M = 90^d$; d'où il s'ensuit que l'angle $NC'M = A - 180^d$: or l'angle $NC'M$ est l'angle du méridien de la Lune qui passe par la Terre, & du méridien qui passe par le grand axe $C'M$ de l'Équateur de la Lune; & l'on sait de plus que comme la Lune nous présente toujours à peu-près la même face, ce dernier méridien passe toujours à peu-près par la Terre; d'où il s'ensuit que l'angle $NC'M$ est peu considérable: donc A est à peu-près $= 180^d$; & quand on voudroit supposer que le méridien de la Lune qui prolongé passe toujours à peu-près par la Terre, n'est pas le méridien représenté par $MC'\mu$, mais tout autre méridien fixe, pris à volonté dans la Lune, il s'ensuivroit toujours au moins que l'angle $NC'M$ est à peu-près constant; d'où il s'ensuit que l'angle A est aussi à peu-près constant.

(15.) Donc *(art. 13)* $P = \Sigma + D$, D étant un angle positif ou négatif à peu-près constant; or on a *(article 11)* $\text{cos.}\, \Sigma = \frac{\text{cos.}\, \vartheta' \,\text{sin.}\, v}{\text{sin.}\, V} =$ à très-peu près $\frac{\text{sin.}\, v}{\text{sin.}\, V}$, parce que ϑ' est ici très-petit; & $\text{cos.}\, V = \text{cos.}\, v \,\text{cos.}\, \vartheta' \,\text{cos.}\, \Pi + \text{sin.}\, \vartheta' \,\text{sin.}\, \Pi$ = à une quantité très-petite, parce que $\text{sin.}\, \vartheta'$ & $\text{cos.}\, \Pi$ sont très-petits: donc $\text{cos.}\, \Sigma =$ à très-peu près $\text{sin.}\, v$; donc $\Sigma =$ à très-peu près $90^d - v$; donc $P = E - v - \theta$; E étant un angle constant, & θ un angle très-petit.

(16.) Or si on suppose que U soit la valeur de l'angle v lorsque $t = 0$, & que pendant le temps t la Lune & son axe parcourent sur le plan de projection les angles ζ & ϵ en sens contraire, on aura au bout du temps t, $v = U + \zeta + \epsilon$; donc, puisque $P = 0$ lorsque $t = 0$, on aura $P = U - v - \theta = -\zeta - \epsilon - \theta$. Cette valeur de P a le

ſigne —, parce qu'on a ſuppoſé dans la figure que le mouvement P étoit de ω vers O, tandis que le mouvement ζ eſt de μ vers O, c'eſt-à-dire en ſens contraire, au lieu que ces deux mouvemens dans les Planètes ſe font réellement en même ſens.

(17.) Donc *(art. 13)* $A = \Sigma + B + \zeta + \varepsilon + \theta$; & comme dans la ſuppoſition la plus ſimple $A =$ à peu-près 180^d *(art. 14)*, & que $\Sigma =$ à peu-près $90^d - v = 90^d - \zeta - \varepsilon$, il eſt viſible que ſi on ſuppoſe $U = 0$ ou fort petit, on aura $B =$ à peu-près 90^d; donc on pourra ſuppoſer $A = \Sigma + 90^d + \gamma + \zeta + \varepsilon + \theta$, γ étant ſuppoſé un angle conſtant, qui ſera très-petit ſi U eſt à peu-près $= 0$, & ſi $A = 180^d$ quand $t = 0$; donc ſin. $2A = -$ ſin. $(2\Sigma + 2\gamma + 2\zeta + 2\varepsilon + 2\theta) = -$ ſin. 2Σ coſ. $(2\gamma + 2\zeta + 2\varepsilon + 2\theta) -$ coſ. 2Σ ſin. $(2\gamma + 2\zeta + 2\varepsilon + 2\theta)$; or ſin. $2\Sigma = 2$ ſin. Σ coſ. Σ, & coſ. $2\Sigma =$ coſ. $\Sigma^2 -$ ſin. Σ^2.

(18.) Donc, mettant pour ſin. Σ & coſ. Σ leurs valeurs *(art. 11)*, on aura ſin. $2A = \left[-\frac{\text{coſ.}\,\vartheta'^2\,\text{ſin.}\,\Pi}{2} + \frac{\text{coſ.}\,\vartheta'^2\,(1+\text{ſin.}\,\Pi^2)}{4}\right] \times [\text{ſin.}\,(2v + 2\gamma + 2\zeta + 2\varepsilon + 2\theta)] - \text{coſ.}\,\vartheta'^2 \left[\frac{\text{ſin.}\,\Pi}{2} + \frac{(1+\text{ſin.}\,\Pi^2)}{4}\right] \times [\text{ſin.}\,(2v - 2\gamma - 2\zeta - 2\varepsilon - 2\theta)] + \text{ſin.}\,\vartheta'\,\text{coſ.}\,\vartheta'\,\text{coſ.}\,\Pi\,(1 - \text{ſin.}\,\Pi) \times [\text{ſin.}\,(v + 2\gamma + 2\zeta + 2\varepsilon + 2\theta)] + \text{ſin.}\,\vartheta'\,\text{coſ.}\,\vartheta'\,\text{coſ.}\,\Pi\,(1 + \text{ſin.}\,\Pi) \times [\text{ſin.}\,(v - 2\gamma - 2\zeta - 2\varepsilon - 2\theta)] + \frac{(2 - 3\,\text{coſ.}\,\vartheta'^2)\,\text{coſ.}\,\Pi^2}{2} \times \text{ſin.}\,(2\gamma + 2\zeta + 2\varepsilon + 2\theta)$, le tout diviſé par ſin. V^2; & coſ. $2A = \left[\text{coſ.}\,\vartheta'^2 \times \frac{(1+\text{ſin.}\,\Pi^2)}{4} - \frac{\text{coſ.}\,\vartheta'^2\,\text{ſin.}\,\Pi}{2}\right] \times [\text{coſ.}\,(2v + 2\gamma + 2\zeta + 2\varepsilon + 2\theta)] + \text{coſ.}\,\vartheta'^2 \left[\frac{1+\text{ſin.}\,\Pi^2}{4} + \text{ſin.}\,\Pi\right] \times [\text{coſ.}\,(2v - 2\gamma - 2\zeta - 2\varepsilon - 2\theta)] + \text{ſin.}\,\vartheta'\,\text{coſ.}\,\vartheta'\,\text{coſ.}\,\Pi\,(1 - \text{ſin.}\,\Pi) \times [\text{ſin.}\,(v + 2\gamma + 2\zeta$

$+ 2\varepsilon + 2\theta)]$ — fin. ϑ' cof. ϑ' cof. $\Pi\,(1 +$ fin. $\Pi)$ $\times$ [fin. $(v - 2\gamma - 2\zeta - 2\varepsilon - 2\theta)] +$ $\frac{(2 - 3 \text{ cof. } \vartheta'^2) \text{ cof. } \Pi^2}{2} \times$ cof. $(2\gamma + 2\zeta + 2\varepsilon + 2\theta)$, le tout divifé auffi par fin. V^2.

(19.) Comme dans la Lune, fin. Π eft prefque $= 1$, & cof. Π fort petit, ainfi que fin. ϑ'; ces deux valeurs de fin. $2A$ & cof. $2A$ fe réduiront à $- \frac{\text{fin. } (2v - 2\gamma - 2\zeta - 2\varepsilon - 2\theta)}{\text{fin. } V^2}$; & à $\frac{\text{cof. } (2v - 2\gamma - 2\zeta - 2\varepsilon - 2\theta)}{\text{fin. } V^2}$.

(20.) Donc en fubftituant ces valeurs dans $- \frac{\psi'' l' \text{ fin. } v}{\text{cof. } \Sigma}$ $= - \frac{\psi' l' \text{ fin. } v \text{ fin. } V}{\text{fin } v} = \frac{3S}{u^3} \times$ fin. $V^2 \times \int \frac{G'ff}{2} \times$ (fin. 2ξ cof. $2A$ — cof. 2ξ fin. $2A$); & fuppofant, pour abréger, $\int \frac{G'ff}{2}$ fin. $2\xi = \mathfrak{C}$ fin. a, & $\int \frac{G'ff}{2}$ cof. $2\xi = \mathfrak{C}$ cof. a, on aura le premier membre de la première Équation de l'*article 6* $= \frac{3S\mathfrak{C}dt^2}{u^3} \times$ fin. $(a + 2v - 2\gamma - 2\zeta - 2\varepsilon - 2\theta)$; or le fecond membre de cette même équation, en négligeant les quantités très-petites par rapport aux autres, fe réduit à $d\,(dP + d\varepsilon$ fin. $\Pi) \int G'ff = d(- d\zeta - d\varepsilon - d\theta + d\varepsilon$ fin. $\Pi)$ $\times \int G'ff =$ à très-peu près $(- d\zeta - d\theta) \int G'ff$; donc cette première équation fe réduira à $(- dd\zeta - dd\theta) \times \int G'ff$ $= \frac{3S\mathfrak{C}dt^2}{u^3} \times$ fin. $(a + 2U - 2\gamma - 2\theta)$, en mettant pour v fa valeur $U + \zeta + \varepsilon$.

(21.) Il eft aifé de voir que dans cette équation la quantité $\mathfrak{C}$ eft égale à $\sqrt{[(\int \frac{G'ff \text{ cof. } 2\xi}{2})^2 + (\int \frac{G'ff \text{ fin. } 2\xi}{2})^2]}$, prife avec un figne pofitif, puifqu'on a $\mathfrak{C}^2$ fin. $a^2 + \mathfrak{C}^2$ cof. a^2, ou $\mathfrak{C}^2$ $= (\int \frac{G'ff \text{ fin. } 2\xi}{2})^2 + (\int \frac{G'ff \text{ cof. } 2\xi}{2})^2$.

(22.) En général, si l'on fait, dans les calculs de l'*article 18*,

$$A' = \frac{\text{cos}.\ \vartheta'^2\ (1 - \text{sin}.\ \Pi)^2}{4},$$

$$B' = \frac{\text{cos}.\ \vartheta'^2\ (1 + \text{sin}.\ \Pi)^2}{4},$$

$$C' = \text{sin}.\ \vartheta'\ \text{cos}.\ \vartheta'\ \text{cos}.\ \Pi\ (1 - \text{sin}.\ \Pi),$$

$$D' = - \text{sin}.\ \vartheta'\ \text{cos}.\ \vartheta'\ \text{cos}.\ \Pi\ (1 + \text{sin}.\ \Pi),$$

$$E' = \frac{(2 - 3\ \text{cos}.\ \vartheta'^2)\ \text{cos}.\ \Pi^2}{2},$$

l'équation de l'*article 20* sera

$$\int G'ff\,[ddP + d(d\epsilon\ \text{sin}.\ \Pi)] = \frac{3\,S\,\mathfrak{C}\,dt^2}{u^3} \times [A'\ \text{sin}.\ (a - 2v - 2\gamma + 2P) + B'\ \text{sin}.\ (a + 2v - 2\gamma + 2P) + C'\ \text{sin}.\ (a - v - 2\gamma + 2P) + D'\ \text{sin}.\ (a + v - 2\gamma + 2P) + E'\ \text{sin}.\ (a - 2\gamma + 2P)],$$

qui se réduira à très-peu près à $ddP + dd\epsilon = \frac{3\,S\,\mathfrak{C}}{u^3 \int G'ff}\ \text{sin}.\ (a + 2v - 2\gamma + 2P) \times dt^2$, le coëfficient B' étant considérablement plus grand que les autres (à cause de la petitesse de cos. Π & de sin. ϑ'), & ce coëfficient étant à peu-près $= 1$: or cette équation est celle même de l'*article 20*. Nous verrons dans la suite quelle doit être l'équation lorsque cos. Π n'est pas très-petit.

§. IV.

De la libration de la Lune.

(23.) Supposons d'abord que le mouvement de la Lune soit uniforme, ce qui donnera (en faisant $u' = 1$) $dt^2 = \frac{dz^2}{S}$ & $ddz = 0$; on aura $- dd\theta = 3\,\mathfrak{C}'dz^2 \times \text{sin}.\ (a + 2U - 2\gamma - 2\theta)$, en supposant $\mathfrak{C}' = \frac{\mathfrak{C}}{\int G'ff}$. De plus, comme l'axe de la Lune est supposé un axe naturel de rotation, & que

par conséquent le plan de l'Équateur, perpendiculaire à cet axe, renferme aussi deux autres axes de rotation, on peut supposer que la ligne fixe $C'\omega$ est un de ces axes, ce qui donnera $\int G'ff$ sin. $2\xi = 0$, équation qui a lieu en effet dans la Lune, si on prend $C'\omega$ pour un des axes de l'Équateur; donc sin. a sera $= 0$, & $a = 0$ ou 180^d, selon que $\int G'ff$ cos. 2ξ sera positif ou négatif, & $\mathcal{C}$ sera $=$ à la valeur de $\int G'ff$ cos. 2ξ, prise avec un signe positif.

(24.) L'Équation à intégrer sera donc de cette forme,

$$- dd\theta = Kdz^2 \text{ sin. } (M - 2\theta);$$

& comme θ est supposé un petit angle, on peut la mettre sous cette forme,

$$- dd\theta = - 2Kdz^2 \cdot \theta \text{ cos. } M + Kdz^2 \text{ sin. } M,$$

K étant positif, puisque $\mathcal{C}$ est positif *(article 23)*.

(25.) Cette équation peut s'intégrer aisément par les méthodes connues; mais comme θ doit toujours être fort petit *(hypoth.)*, sa valeur ne doit contenir que des sinus & des cosinus; d'où il s'ensuit que le coëfficient de θ dans le second membre doit être positif, & qu'ainsi puisque K est positif *(art. 24)*, l'angle M doit être $> 90^d$, & $< 270^d$, afin que $- 2K$ cos. M soit positif. Donc $a + 2U - 2\gamma$ doit être $> 90^d$ & $< 270^d$.

(26.) Il faut de plus que le coëfficient de θ dans l'équation ne soit pas trop petit; car ce coëfficient devant entrer comme dénominateur dans quelques-uns des termes de la valeur de θ, cette valeur, qui doit être fort petite *(hypoth.)*, pourroit se trouver trop grande si le coëfficient de θ étoit trop petit dans l'équation différentielle; d'où il s'ensuit que cos. M ne doit pas être trop petit: en effet, si M étoit égal, par exemple, à 90^d, on auroit $- dd\theta = Kdz^2$ cos. 2θ; & en supposant θ fort petit, $dd\theta = Kdz^2$, ce qui donneroit dans la valeur de θ des arcs de cercle élevés au quarré, & par conséquent un résultat contraire à l'hypothèse.

(27.) L'équation à intégrer sera donc de cette forme à très-peu

près, $dd\theta + 6\theta \mathfrak{C}' dz^2 \text{ cof. } M' + 3 \mathfrak{C}' dz^2 \text{ fin. } M' = 0$; M' étant un angle beaucoup plus petit que 90^d, puiſque M' ſera $= 180^d - M$, & que $M > 90^d$ *(art. 25)*.

(28.) Donc θ, qui doit être $= 0$ quand $z = 0$, ſera $=$ (par les méthodes connues) à $C \text{ fin. } [z \sqrt{(6 \text{ cof. } M' . \mathfrak{C}')}] - \frac{3 \text{ fin. } M' . \mathfrak{C}'}{6 \text{ cof. } M' . \mathfrak{C}'} \times \left[1 - \text{cof. } [z \sqrt{(6 \text{ cof. } M' . \mathfrak{C}')}] \right]$, la conſtante C étant arbitraire; donc dP ou $- dz - d\varepsilon - d\theta$ eſt égal lorſque $z = 0$, à $- dz - d\varepsilon - C dz \sqrt{(6 \text{ cof. } M' . \mathfrak{C}')}$; ce qui prouve, comme M. de la Grange l'a remarqué, qu'il n'eſt pas néceſſaire que dP au premier inſtant ſoit égal exactement à $- dz - d\varepsilon$, pourvu que la différence de ces deux quantités ſoit très-petite.

(29.) Or comme C eſt déjà très-petit, puiſque θ doit être très-petit, & que $\mathfrak{C}'$ eſt auſſi très-petit, il s'enſuit que la différence de dP à $- dz - d\varepsilon$ doit être beaucoup plus qu'infiniment petite du premier ordre, en traitant C & $\mathfrak{C}'$ comme infiniment petites du premier.

(30.) On peut donc expliquer la libration de la Lune, en ſuppoſant que la vîteſſe de rotation primitive imprimée à cette Planète a été, non exactement égale, mais très peu différente de ſa vîteſſe moyenne de tranſlation autour de la Terre, & la différence doit être de l'ordre de $C \sqrt{(6 M' . \mathfrak{C}')}$, C, M', $\mathfrak{C}'$ étant de petites quantités.

(31.) Il eſt clair auſſi que le terme ou plutôt le coëfficient $- \frac{3 \mathfrak{C}' \text{ fin. } M'}{6 \mathfrak{C}' \text{ cof. } M'} = - \frac{1}{2} \text{ tang. } M'$, que contient la valeur de θ, doit être fort petit pour que la valeur de θ ſoit toujours fort petite, comme on le ſuppoſe; or M' eſt ici *(article 27)* $180^d - M$, égal à $180^d - a - 2U + 2\gamma$, ou $2\gamma - 2U$, en faiſant $a = 180^d$, comme on verra plus bas *(art. 62)* qu'il le doit être; donc M' ou $2\gamma - 2U$ doit être un petit angle, pour que la libration de la Lune ſoit peu conſidérable; ainſi il ne ſuffit pas que l'angle M' ſoit conſidéra-

blement plus petit que 90^d, comme on l'a déjà remarqué dans l'*article 26*, il faut encore que ce soit un angle d'un petit nombre de degrés tout au plus.

(32.) Nous avons remarqué ci-dessus *(article 17)* qu'en supposant $U = 0$, B est à peu-près $= 90^d$, en sorte que γ est fort petit, le grand axe de l'Équateur de la Lune étant à peu-près dirigé vers la Terre, & A étant par conséquent à peu-près égal à 180^d; si on ne suppose pas $U = 0$, & qu'on fasse toujours A à peu-près $= 180^d$, alors l'équation $A = \Sigma + B + z + \varepsilon + \theta$ donnera à peu-près, lorsque $t = 0$, $180^d = 90^d - U + 90^d + \gamma$, & par conséquent $\gamma - U$ sera fort petit, comme il le doit être *(article 31)*.

(33.) Et comme on a toujours à peu-près $\Sigma = 90^d - U - z - \varepsilon$ *(art. 16 & 17)*, & par conséquent $A =$ à très-peu près à $90^d - U - z - e + 90^d + \gamma + z + e + \theta = 180^d + \gamma - U + \theta$, il s'ensuit que si $\gamma - U$ n'est pas fort petit, A ne sera pas toujours à peu-près $= 180^d$, parce que dans ce cas θ ne sera pas fort petit *(art. 31)*; donc il est nécessaire que $\gamma - U$ soit fort petit, pour que l'angle A soit à peu-près $= 180^d$, non-seulement lorsque $t = 0$, mais lorsque t a une valeur quelconque, c'est-à-dire pour que la Lune nous présente toujours à peu-près la même face, & que sa libration soit peu considérable.

§. V.

Détermination plus générale de la libration de la Lune.

(34.) Puisqu'on a *(art. 20)* $-dd\theta = 3\,\mathcal{E}'dz^2$ sin. $(a + 2U - 2\gamma - 2\theta) =$ à cause de $a = 180^d$ *(art. 31)* $3\,\mathcal{E}'dz^2$ sin. $(2\gamma - 2U + 2\theta)$; donc en supposant $\gamma - U = M''$, on aura $-\frac{d\theta^2}{2} = \frac{3\,\mathcal{E}'dz^2}{2}$ $[\text{cos. } 2M'' - \text{cos. } (2M'' + 2\theta)] - \frac{R^2dz^2}{2}$, R étant la valeur de $\frac{d\theta}{dz}$ lorsque $z = 0$; d'où il est aisé de voir que

$\frac{d\theta}{\sqrt{[R^2 - 3\mathfrak{C}' [\text{cof.}\, 2 M'' - \text{cof.}\, (2 M'' + 2\theta)]]}} = d\zeta$, & que par conféquent fi R^2 eft $< 3\mathfrak{C}'$ (cof. $2 M'' + 1$), la Lune aura une libration déterminée par l'angle θ, tel que $R^2 - 3\mathfrak{C}'$ cof. $2 M'' = - 3\mathfrak{C}'$ cof. $(2 M'' + 2\theta)$; d'où il eft facile de trouver l'angle θ, quoique fini, & même confidérable, pourvu que cet angle θ ne paffe pas 180^d, comme en effet il ne doit pas les paffer dans l'hypothèfe préfente; car autrement il n'y auroit pas de libration, puifque la Lune préfenteroit fucceffivement toutes fes faces à la Terre fi θ étoit $=$ ou $> 180^d$; il y auroit feulement une inégalité fenfible dans le mouvement de rotation de la Lune, inégalité déterminée par la valeur de $\frac{d\theta}{d\zeta}$. On voit, par exemple, que fi $R = 0$, il y aura toujours une libration qui fera nulle dans le feul cas où $2 M'' = 180^d$, auquel cas θ fera $= 0$.

(35.) Soit plus généralement $dd\theta = dt^2 \times G$ fin. $(E + a\theta)$, a étant une quantité conftante quelconque; donc $\frac{d\theta^2}{2} = \frac{G dt^2}{a} \times [- \text{cof.}\, (E + a\theta) + \text{cof.}\, E + \frac{R^2 a}{2 G}]$, en fuppofant que $\frac{d\theta}{dt} = R$ lorfque $t = 0$.

(36.) Soit $E + a\theta = x$, & cof. $x = y$, on aura $d\theta = \frac{- dy}{a\sqrt{(1 - yy)}}$; & fuppofant encore $\frac{R^2 a}{G} +$ cof. $E = D$, on aura $dt = \pm \frac{dy}{\sqrt{(2a)} \cdot \sqrt{(1 - yy)} \cdot \sqrt{(D - y)}}$; quantité dont le fecond membre s'intègre par la rectification des fections coniques, à moins que D ne foit $= 1$, auquel cas ce fecond membre s'intègre par la méthode des fractions rationnelles.

(37.) Comme cof. $(E + a\theta)$ ne fauroit jamais être > 1; il s'enfuit que fi D eft > 1, l'angle θ pourra être fuppofé auffi grand qu'on voudra, & qu'ainfi il n'y aura point de libration. Nous fuppofons que $\frac{G}{a}$ foit pofitif.

(38.)

(38.) Mais si D est < 1, & $=$ cos. E, E' étant un angle moindre que 90 degrés; alors cos. $(E + a\theta)$ ne pourra être $>$ cos. E'; & par conséquent $E + a\theta$, pris positivement, ne pourra être $< E'$, qu'on peut toujours supposer positif.

(39.) De-là il est aisé de déduire les cas où il y aura libration, & l'étendue de la libration: cette étendue sera déterminée par l'angle θ, tel que $E + a\theta = E'$.

(40.) Si dans l'intégrale $-\frac{d\theta^2}{2} = \frac{3 \text{Є}' dz^2}{2}$ [cos. $2M''$ $-$ cos. $(2M'' + 2\theta)$] $- \frac{R^2 dz^2}{2}$ de l'équation $dd\theta = 3 \text{Є}' dz^2$ sin. $(2M'' + 2\theta)$, on met au lieu de cos. $(2M'' + 2\theta)$ sa valeur approchée cos. $2M'' - 2\theta$ sin. $2M''$, on aura $- d\theta^2 = 3 \text{Є}' dz^2 . 2\theta$ sin. $2M'' - R^2 dz^2$, & en différenciant $- dd\theta = 3 \text{Є} dz^2$ sin. $2M''$, équation qui étant intégrée donneroit des arcs de cercle dans l'expression de θ, & par conséquent une solution fausse & illusoire; puisqu'on vient de voir qu'il y a des cas où θ ne doit pas passer une certaine valeur; mais il faut remarquer que la valeur de cos. $(2M'' + 2\theta)$, étant $=$ cos. $2M'' - 2\theta$ sin. $2M'' - 2\theta\theta$ cos. $2M''$, &c. & sin. $2M''$ devant être (*art. 31*) fort petit, le troisième terme $2\theta\theta$ cos. $2M''$ ne doit pas être négligé par rapport à -2θ sin. $2M''$, & qu'ainsi on aura $- d\theta^2 = 3 \text{Є}' . 2\theta dz^2$ sin. $2M''$ $+ 3 \text{Є} . 2\theta\theta dz^2$ cos. $2M''$, & $- dd\theta = 3 \text{Є}' dz^2$ sin. $2M''$ $+ 3 \text{Є}' dz^2 . 2\theta$ cos. $2M'' = 3 \text{Є} dz^2$ [sin. $(2M'' + 2\theta)$] comme le donne l'équation primitive. Nous avons cru ne devoir pas négliger cette remarque, pour faire voir en passant, avec quelle précaution on doit souvent procéder dans la solution des problèmes où l'on néglige de petites quantités.

(41). Dans les calculs de l'*art. 23*, nous avons supposé dz constant, & par conséquent $ddz = 0$; mais comme dz n'est pas constant, soit Z l'arc du moyen mouvement de la Lune, on aura $z = Z + \Omega$, Ω étant une quantité composée de sinus d'argumens connus en Z, comme le donne la théorie

de la Lune : on aura donc $ddz = dZ^2 \times \Omega'$, Ω' étant une quantité composée de sinus d'angles connus en Z; de plus dt^2 sera $= \frac{m dZ^2}{s}$, m étant une constante connue par la théorie de la Planète; par exemple, si la planète décrivoit une ellipse dont a fut le demi-grand axe, on auroit $dt^2 = \frac{a^3 dZ^2}{S}$; & ainsi du reste. Mettant donc ces valeurs de ddz & de dt^2 dans l'équation de l'*article 20*, & regardant θ comme très-petit, on aura une équation de cette forme,

$$ddt + N^2 \theta dz^2 + B dz^2 + \Omega' dz^2 = 0;$$

dont on trouvera l'intégrale par les méthodes connues.

(42.) Voyons présentement quelle doit être la libration dans le cas où cos. Π ne sera pas fort petit, comme il l'est dans la Lune. Les valeurs de sin. Σ & de cos. Σ, trouvées ci-dessus, donnent $\frac{\text{sin.}\,\Sigma}{\text{cos.}\,\Sigma} = \frac{\text{cos.}\,v\ \text{sin.}\,\Pi}{\text{sin.}\,v} - \frac{\text{sin.}\,\vartheta'\ \text{cos.}\,\Pi}{\text{cos.}\,\vartheta'\ \text{sin.}\,v}$; & supposant, pour plus de simplicité, $\vartheta' = 0$, ou du moins très-petit, on aura tang. $\Sigma = \text{sin.}\,\Pi \times \text{cotang.}\,v$. D'où il est aisé de voir que tant que sin. Π ne sera pas $= 1$, Σ sera $< 90^d - v$. Soit donc $\Sigma = 90^d - v - \varpi$, & puisque $A = \Sigma + B - P$ (*art. 13*), on aura $A = 90^d - v - \varpi + B - P$. Or si la Lune ne tourne pas successivement toutes ses faces vers la Terre, l'angle A ne pourra jamais croître de 180 degrés; donc P doit nécessairement être $= U - v + \lambda$, λ étant un angle composé d'une partie constante & d'une partie variable d'assez peu de degrés, puisque si P étoit, par exemple, $= aU - av + \lambda$, a étant un coëfficient positif ou négatif différent de l'unité, la valeur de A renfermeroit la quantité toujours croissante $(-a-1)v$, & par conséquent la plus grande différence entre les valeurs de A pourroit être au-dessus de 180^d. Je dis que λ doit être un angle d'assez peu de degrés; en effet, si $\mathfrak{C}$ étoit $= 0$, il est aisé de voir (*art. 22*) que le second membre

de l'équation seroit nul, & par conséquent que dP seroit constant ou à très-peu près constant, n'ayant de variation que celle qui pourroit provenir de Π & de ε : & si Ϛ n'est pas $= 0$, & que γ & U soient l'un & l'autre très-petits ou du moins $\gamma - U$ très-petit, λ sera aussi un angle peu considérable, comme on a vu ci-dessus *(art. 31 & 32)* que θ le sera dans la même hypothèse.

(43.) Regardant donc fin. ϑ' comme nul, & négligeant les termes où il se rencontre, l'équation de l'*article 22* deviendra $d(dP + d\varepsilon \text{ fin. } \Pi) = \frac{3 S Ϛ dt^2}{n^3} \times [A' \text{ fin. } (a + 2U - 4v - 2\gamma + 2\lambda) + B' \text{ fin. } (a + 2U - 2\gamma + 2\lambda) + E' \text{ fin. } (a + 2U - 2\gamma + 2\lambda - 2v)]$; & en mettant pour v sa valeur $U - z - \varepsilon$, & pour fin. $(a + 2U - 2\gamma + 2\lambda)$ sa valeur fin. $(a + 2U - 2\gamma) + 2\lambda$ cof. $(a + 2v - 2\gamma)$, on aura une équation de cette forme (en négligeant les petites quantités) $dd\lambda + N^2\lambda dz^2 + Mdz^2 = 0$, M étant une suite de sinus ou de cosinus d'angles exprimés en z; l'intégrale de cette équation se trouvera par les méthodes connues, & ces mêmes méthodes donneront la valeur de λ aussi approchée qu'on voudra.

(44.) On doit au reste remarquer que la quantité M est à la rigueur une fonction de λ & de z, en sorte que l'équation en λ est proprement $dd\lambda + N^2\lambda dz^2 + \lambda M'dz^2 + M''dz^2 = 0$, M' étant, ainsi que M'', une suite de sinus & de cosinus d'angles exprimés en z: or de-là il est aisé de conclure que si le coëfficient N^2 est fort petit, comme il arrive dans le cas présent, la valeur de λ ne contiendra pas de terme de cette forme f cof. Nz, mais f cof. $(N + \omega)z$, ω étant une quantité très-comparable à N, & qu'on déterminera par les méthodes que j'ai données ailleurs pour cet objet. *(Opusc. Tom. IV, page 372*, & sur-tout *Tome V, page 329 & suiv.)*

(45.) Il est donc évident, par tout ce qui précède, 1.° qu'on peut déterminer, au moins à très-peu près, la libration de la Lune lorsque ϑ' est un angle très-petit, & que Π est presqu'égal à 90^d,

quand même l'angle de libration devroit être considérable; c'est ce qui résulte des *articles 23 & 34:* 2.° qu'on peut même (*article précédent*) trouver à peu-près la quantité de la libration, en supposant fin. Π fort différent de l'unité, au moins si ϑ' & λ sont l'un & l'autre de petits angles, ainsi que $\gamma - U$.

(46.) Au reste, ces calculs sur la libration supposent que Π soit toujours à peu-près constant, car il est évident qu'ils n'auroient plus lieu si Π souffroit des variations considérables, comme nous verrons plus bas que cela peut arriver: il y a plus, il pourroit se faire que Π ne souffrît que de petites variations, ainsi que ε, & que cependant la valeur de θ en fût fort altérée; car soit, par exemple, $\Pi = \Pi' + B$ fin. ωz, Π' étant une constante, & B, ω de très-petites quantités; soit aussi $\varepsilon = Cz + D$ fin. λz; D & λ étant fort petit; & le terme $d(d\varepsilon$ fin. $\Pi)$ qui se trouve dans l'équation de la libration, produira des quantités qui contiendront des finus ou cofinus de ωz & de λz: or si ω^2 ou λ^2 sont à peu-près égaux au coëfficient $6\,G'$ cof. M' de θdz^2, on sait qu'il en résultera alors dans l'intégration des termes qui auront pour dénominateur $\omega^2 - 6\,G'$ cof. M' ou $\lambda^2 - 6\,G'$ cof. M', & qui par conséquent pourront être fort considérables. Il est vrai que le numérateur de ces quantités sera fort petit; mais le dénominateur pouvant l'être encore davantage, puisqu'il peut être $= 0$; c'est une raison pour avoir égard à ces termes & pour en examiner la valeur, afin d'en tenir compte s'il est nécessaire.

§. VI.

Nouvelles REMARQUES *sur la Libration de la Lune.*

(47.) Pour se faire une idée nette & simple de la libration de la Lune, il n'y a qu'à la supposer réduite à une ligne droite qui prolongée passe à peu-près par la Terre, & dont le centre parcoure l'orbite lunaire, que je suppose, pour plus de simplicité, exactement circulaire, & dans le plan même de l'écliptique; si on suppose aux extrémités de cette ligne deux poids ou corpuscules égaux sur lesquels la Terre agisse, & qu'on fasse $U =$ à l'angle primitif de cette ligne avec le rayon de l'orbite, cet angle,

après le temps t, deviendra $U + z - z - \theta = U - \theta$; & la force que la Terre exerce sur le corpuscule sera $\frac{3\, T\, \text{sin.}\, (2\, U - 2\, \theta)}{2\, u^3}$, & on aura l'équation $2\, dd\theta = 3\, dz^2\ \text{sin.}\ (2\, U - 2\, \theta)$; qui étant analogue à celles que nous avons examinées ci-dessus, donnera lieu aux mêmes remarques & aux mêmes conséquences, pour déterminer les cas où la verge ne fera que des balancemens autour du rayon de l'orbite, & pour connoître l'étendue de ces balancemens.

(48.) On peut considérer encore que l'équation qui donne la libration de la Lune, est analogue à celle du mouvement d'un pendule ordinaire qui, étant écarté de son point de repos à une distance $= 2\, U$, recevroit une impulsion initiale quelconque; car en nommant $2\, \theta$ l'angle parcouru par ce corps durant le temps θ, on auroit une équation de cette forme $dd\theta = A' dt^2\ \text{sin.}$ $(2\, U - 2\, \theta)$, A' étant une constante.

(49.) Au reste, dans tout ce qui a été dit jusqu'ici sur la libration de la Lune, il n'a été question que de sa libration *physique* & *réelle*, c'est-à-dire de l'inégalité que sa figure peut apporter dans le mouvement de rotation, & non de sa libration optique, qui n'a par elle-même aucune difficulté, & qui est produite par le mouvement non uniforme de la Lune autour de la Terre; cette inégalité auroit évidemment lieu quand la Lune seroit absolument sphérique dans le sens de son Équateur, & quand son mouvement de rotation seroit uniforme: mais voyons si dans cette supposition on ne pourroit pas expliquer la libration physique par quelque mouvement primitif, imprimé à l'axe lunaire, & indépendant du mouvement de rotation.

(50.) Si on suppose que la Lune soit un solide de révolution, & que par conséquent $\zeta = 0$, & $\psi'' l = 0$, on aura pour lors $dP = -\, d\epsilon\ \text{sin.}\ \Pi + k\, dz$, par les formules de nos *Recherches sur la Précession des Équinoxes*; & par conséquent, à cause de $dP = -\, dz - d\epsilon - d\theta$, on aura, en supposant dz constant, $-\, dd\theta = d[d\epsilon\, (1 - \text{sin.}\ \Pi)]$; donc $-\frac{d\theta}{dz} = \frac{d\epsilon}{dz}\, (1 - \text{sin.}\ \Pi) + C' dz$. Soit $d\epsilon = \zeta dz$.

$+ \sigma dz$, ζ étant une conſtante, & σ une quantité qui ne contienne que des ſinus & coſinus; & ſoit $\Pi = \Pi' + \nu$, Π' étant la valeur de Π quand $t = 0$, & ν étant une quantité du même genre que σ; il eſt aiſé de voir 1.° que la valeur de $\frac{d\theta}{dz}$ ne doit point renfermer de conſtante ζdz, puiſque θ ne doit point renfermer z; d'où il s'enſuit qu'on aura une équation entre l'indéterminée C' & les valeurs de $d\varepsilon$ & de $d\Pi$ lorſque $z = 0$; 2.° que par conſéquent, quoique $\frac{d\theta}{dz}$ puiſſe très-bien n'être pas $= 0$ lorſque $z = 0$, ſa valeur dépend de la valeur initiale de $d\varepsilon$ & de $d\Pi$.

(51.) Si on ſuppoſe maintenant que le mouvement de rotation de la Lune autour de ſon axe, combiné avec le mouvement de cet Aſtre autour de la Terre, vienne d'une ſeule force primitive imprimée à la Lune, & qui ne paſſe point par ſon centre de gravité, il eſt évident 1.° que la direction de cette force doit être parallèle au plan dans lequel le centre de la Lune ſe meut lorſque $t = 0$, c'eſt-à-dire à quelque tangente de l'orbite réelle de la Lune; 2.° que les valeurs initiales de $\frac{d\varepsilon}{dz}$ & $\frac{d\Pi}{dz}$ dépendront de cette force, & par conſéquent qu'il y aura une équation entre ces valeurs initiales & la valeur initiale de $\frac{dP}{dz}$, laquelle dépend auſſi de la même force.

(52.) Or nous avons déjà (*article 50*) une autre équation entre dP ou $- dz - d\varepsilon - d\theta$, & $d\varepsilon$, $d\Pi$; d'où il eſt encore aiſé de voir qu'il ne reſtera point ici de conſtante abſolument arbitraire, comme dans le cas de l'*article 28*, & qu'ainſi l'explication de la libration de la Lune, propoſée dans cet *art. 28*, eſt préférable à celle que nous propoſons ici, quoique dans l'un & l'autre cas $\frac{d\theta}{dz}$ ne ſoit pas néceſſairement $= 0$ lorſque $z = 0$.

(53.) Si au lieu de ſuppoſer qu'une force initiale unique imprimât à la Lune tous ſes mouvemens, on ſuppoſoit deux ou

plusieurs forces initiales, l'équation finale contiendroit alors à la vérité plus d'une inconnue; mais ces inconnues devroient toujours avoir entr'elles la relation indiquée par cette équation : ainsi l'explication de l'*article 28* auroit toujours l'avantage de donner dans la valeur de $\frac{d\theta}{dz}$ une constante absolument arbitraire & sans aucune relation nécessaire avec les autres.

(54.) Il est vrai 1.° que cette constante devroit être très-petite *(article 29)*, & la valeur primitive de $\frac{d\theta}{dz}$ plus qu'infiniment petite du premier ordre *(art. 30)* : 2.° qu'il faut de plus que le grand axe de l'Équateur lunaire soit dirigé à peu-près vers le centre de la Terre lorsque $t = 0$ *(art. 32 & 33)*.

(55.) Or, pour que la Lune ait une figure dans laquelle l'Équateur soit une ellipse ou du moins ait une figure alongée vers la Terre, il paroît nécessaire de supposer qu'elle ait d'abord été fluide, au moins en partie; mais la même supposition de fluidité primitive doit avoir lieu, si on veut que les méridiens soient aussi des ellipses ou des courbes alongées; & dans cette dernière supposition, le mouvement de rotation de la Lune & celui de translation autour de la Terre, ne peuvent avoir été produits par une seule & unique force, qui ne peut imprimer ces deux mouvemens à la fois qu'à un corps solide. De plus, cette dernière supposition (que les méridiens soient des ellipses) doit aussi avoir lieu dans l'hypothèse même des *articles 50, 51 & 52*, où l'Équateur est supposé circulaire; car si la Lune étoit absolument sphérique, alors $d\varepsilon$ étant $= 0$ & Π constant, on verroit facilement que dP seroit $= - dZ$ (en prenant Z pour le mouvement moyen de la Lune), & qu'il n'y auroit par conséquent dans la Lune aucune libration réelle & physique, mais seulement une libration optique, résultante de ce que le mouvement de la Lune autour de la Terre n'est pas uniforme : c'est pourquoi l'explication de la libration, donnée dans l'*article 28*, paroît toujours la meilleure, comme renfermant moins d'hypothèses que celle de l'*article 50*; d'ailleurs la constante C' de cet *article 50*, qui exprime

la valeur de $\frac{d\theta}{dz}$ lorſque $z = 0$, devra être encore plus petite que la conſtante $C\sqrt{(6\,M'.C')}$ de l'*article 28*, qui exprime la valeur de $\frac{d\theta}{dz}$ lorſque $z = 0$, puiſque la conſtante C' dépend de $\frac{d\varepsilon}{dz}$ $(1 - \text{ſin.}\ \Pi)$; que $1 - \text{ſin.}\ \Pi$ eſt une quantité comme infiniment petite du ſecond ordre, & que $d\varepsilon$ eſt auſſi très-petite; ainſi nous nous en tiendrons à l'explication de l'*article 28*, comme à la plus naturelle & à la plus ſimple.

(56.) On pourroit même ne pas ſe reſtreindre à prendre pour la valeur initiale de $\frac{d\theta}{dz}$ une quantité fort petite, & voici comment; je ſuppoſe que l'Équateur étant peu alongé, $\int Gff \times$ coſ. 2ξ ne ſoit pas cependant une petite quantité, comme cela peut arriver dans un grand nombre de ſuppoſitions; je ſuppoſe de plus que $\gamma - U$ ſoit fort petit, a étant toujours $= 180^d$, l'équation en θ ſera de cette forme $dd\theta = - N^2 dz^2$ ſin. $(2\,M' + 2\,\theta)$, N^2 étant fini & M' fort petit. Or, il eſt aiſé de voir que la valeur de θ pourra être peu conſidérable après l'intégration, ſi la quantité C ſin. Nz, que cette valeur renfermera, eſt peu conſidérable; c'eſt-à-dire ſi C eſt par exemple $=$ à $\frac{1}{8}$ ou au-deſſous; & qu'en même temps ſi N étoit un nombre un peu grand, par exemple $= 8$, la valeur initiale de $\frac{d\theta}{dz}$ ſeroit de la quantité $C.N = 1$, en ſorte qu'il ſe pourroit que la Lune tournât, comme elle fait, en 27 jours autour de ſon axe, ſans aucune impulſion primitive. Cette manière d'expliquer la rotation de la Lune ſeroit peut-être la plus naturelle de toutes, & peut mériter l'attention des Géomètres.

(57.) Quoi qu'il en ſoit, de quelque manière qu'on explique la libration de la Lune, il eſt évident que pour que la Lune ne nous préſente pas ſucceſſivement toutes ſes faces, il faut néceſſairement que dP ſoit $= - dv - d\theta$, θ étant un angle d'aſſez

d'affez peu de degrés, ou $dP = -dz - d\varepsilon - d\theta$, & non pas $dP = (-dz - d\varepsilon)$ fin. $\Pi - d\theta$, comme on pourroit le croire.

(58.) En effet, fuppofons pour un moment $d\varepsilon = 0$, c'eft-à-dire que l'axe lunaire n'ait point de mouvement; il eft vifible qu'au bout d'une révolution entière, la Planète ne préfenteroit pas la même face qu'au commencement, fi dP étoit $= -dz$ fin. Π, mais bien fi $dP = -dz$. On remarquera en paffant, que fi $d\varepsilon = 0$ & fin. $\Pi = 0$, il eft impoffible que la Planète préfente toujours la même face; car il eft évident que dans ce cas, lorfque $z = 180^d$, nous verrons l'hémifphère oppofé à celui que nous voyons quand $z = 0$, quel que foit le rapport entre P & z.

Après avoir analyfé l'équation qui donne la libration de la Lune, paffons aux deux autres équations qui doivent donner les mouvemens de l'axe en nutation & en préceffion; mais avant que d'entrer dans ce détail, il eft néceffaire de faire quelques remarques qui nous feront utiles dans l'analyfe de ces équations.

§. VII.

REMARQUES néceffaires pour les Calculs fuivans, & relatives à la figure de la Lune.

(59.) Soit toujours fuppofée la Lune un fphéroïde elliptique homogène, dont les méridiens & l'équateur foient des ellipfes; foit a le demi-axe de la Planète, α l'ellipticité du méridien, ρ celle de l'Équateur, r le petit axe de chaque parallèle à l'Équateur; on aura $f =$ à très-peu près $r + r\rho$ fin. $\xi^2 = r(1 + \frac{\rho}{2} - \frac{\rho \text{ cof. } 2\xi}{2})$, & (*Préceffion des Équinoxes, article 43*) $G' = rdrd\xi \times (1 + \frac{\rho}{2} - \frac{\rho}{2} \text{ cof. } 2\xi)^2 db$; d'où il eft facile de voir que $\int G'ff = \int r^3 drd\xi\, (1 + \frac{\rho}{2} - \frac{\rho}{2}$ cof. $2\xi)^4 db =$ à très-peu près $\int r^4 D\,(1 + 2\rho)\,db$, en prenant D pour l'angle droit. Or $rr =$ à très-peu près $[aa -$

$(a - b)^2] \times (1 + 2\alpha)$; donc $\int r^4 db =$ à très-peu près $(1 + 4\alpha) D \times \frac{16a^5}{15}$; donc $\int G'ff =$ à très-peu près $\frac{16a^5 D}{15} \times (1 + 2\rho + 4\alpha)$; on trouvera, par un calcul semblable, $\int G'\lambda\lambda$ ou $\int G'(a - b)^2 = \frac{2D \times 4a^5}{15} \times (1 + \rho + 2\alpha)$, $\int G'ff$ cos. $2\xi = - \frac{16\rho D a^5}{15}$, & $\int G'ff$ sin. $2\xi = 0$, comme nous l'avons déjà remarqué plus haut *(art. 23)*.

(60.) On voit donc que dans la supposition présente, la valeur de $\int G'ff$ cos. 2ξ est négative, comme elle le doit être *(art. 25)* pour que l'équation en θ ne donne pas une fausse intégrale, U & γ étant d'ailleurs supposés $= 0$ quand $t = 0$.

(61.) Si la Lune n'étoit pas homogène, mais toujours elliptique, alors on nommera Δ la densité de chaque couche, $F\alpha$ l'ellipticité des méridiens, $F'\rho$ celle des équateurs, F & F' étant des variables dépendantes de r, & on aura dans les formules précédentes, $\int \Delta d(r^5)$ au lieu de a^5, $\alpha \int \Delta d(Fr^5)$ au lieu de $\Delta \alpha a^5$, & $\rho \int \Delta d(F'r^5)$ au lieu de $\Delta \rho a^5$.

(62.) Par conséquent, si la Lune est supposée un sphéroïde composé de couches de différentes densités & de rayons r, dont les méridiens & les équateurs soient des ellipses, on aura $\int G'ff =$ à très-peu près $\frac{16D}{15} \int \Delta d(r^5)$; $\int G'\lambda\lambda - \frac{\int G'ff}{2} = - \frac{8D\rho}{15} \int \Delta d(F'r^5) - \frac{16D\alpha}{15} \times \int \Delta d(Fr^5)$; $\frac{\int G'ff}{2}$ cos. $2\xi = - \frac{8D\rho \int \Delta d(F'r^5)}{15}$. Cette valeur de $\frac{\int G'ff}{2}$ cos. 2ξ fait voir encore *(art. 23)* que l'angle $a = 180^d$, tant que $\rho \int \Delta d(F'r^5)$ est positif.

(63.) Il n'est pas difficile de voir *(Opusc. Tome II, p. 316)* que le rapport de la force centrifuge à la pesanteur sous l'équateur

de la Lune eſt $\frac{1}{289} \times 75 \times \frac{(100)^3}{(365)^3} \times \frac{1}{(27)^2}$ à très-peu près, (en ſuppoſant que 75 ſoit le rapport de la maſſe de la Terre à celle de la Lune, $\frac{365}{100}$ le rapport des diamètres, & 27 le rapport du mois périodique de la Lune au temps de la rotation de la Terre ſur ſon axe); on verra de même que le rapport entre la force de la Terre pour alonger la Lune dans le ſens de l'Équateur, & la peſanteur ſous le même Équateur, eſt $3 \times 75 \times \frac{(100)^3}{(365)^3} \times \frac{1}{(60)^3}$; donc ces deux rapports ſont entr'eux, à très-peu près, comme $\frac{1}{289 \cdot (27)^2}$ à $\frac{3}{(60)^3}$, c'eſt-à-dire comme $\frac{1}{289 \cdot 81}$ à $\frac{1}{(20)^3}$, ou à peu-près comme $\frac{1}{(34)^2}$ à $\frac{1}{(20^2)}$, ou comme $\frac{1}{(17)^2}$ à $\frac{1}{(10)^2}$.

(64.) Quelle que ſoit la figure de la Lune, réſultante de la denſité & de l'arrangement de ſes couches, l'aplatiſſement de cette Planète dans le ſens du méridien ſera toujours à ſon alongement dans celui de ſon équateur, en raiſon de ces deux quantités, c'eſt-à-dire de $\frac{1}{(17)^2}$ à $\frac{1}{(10)^2}$, comme il réſulte des théories connues ſur la figure de la Terre.

(65.) Donc, ſi en général α eſt l'ellipticité du méridien, & ϱ celle de l'équateur, on aura $\frac{\alpha}{\varrho} = \frac{(10)^2}{(17)^2}$; au moins dans la ſuppoſition que la Lune ait été toute compoſée originairement de couches fluides de la même ou de différente denſité. Dans cette même hypothèſe, il eſt aiſé de voir que les ellipticités des méridiens & des équateurs des différentes couches ſeront dans ce même rapport de 10^2 à 17^2; en ſorte qu'on aura $F' = F$, $\int G'\lambda\lambda - \frac{\int G'ff}{2} = \frac{8D}{15} \int \Delta d\,(Fr^5) \times (-\varrho - 2\alpha)$; & $\mathfrak{G} = \frac{8D}{15} \int \Delta d(Fr^5) \times -\varrho$; ϱ étant $= \frac{(17)^2\alpha}{(10)^2}$.

(66.) Donc dans ce cas, on aura $\frac{\int G'\lambda\lambda - \frac{\int G'ff}{2}}{\epsilon} = 1 + \frac{200}{289} =$ à peu près $1 + \frac{2}{3}$.

(67.) Dans d'autres hypothèses, le rapport de $\int G'\lambda\lambda - \frac{\int G'ff}{2}$ à ϵ pourra être bien différent de celui qu'on vient de trouver. Supposons, par exemple, que la Lune ait été primitivement composée d'une partie fluide homogène de la densité δ, & d'une partie solide homogène de la densité Δ, dont l'ellipticité dans le sens du méridien fût α' & dans le sens de l'équateur ρ', on auroit évidemment $\int G'\lambda\lambda - \frac{\int G'ff}{2} = -\frac{8D\rho\delta}{15} - \frac{8D\rho'(\Delta-\delta)}{15} - \frac{16D\alpha\delta}{15} - \frac{16D\alpha'(\Delta-\delta)}{15}$, en supposant $r = 1$; & par la même raison $\epsilon = -\frac{8D\rho\delta}{15} - \frac{8D\rho'(\Delta-\delta)}{15}$. Or on aura aussi (*Rec. sur les Vents, p. 42*)

$$\alpha = \frac{\frac{1}{2.289} \times 75 \times \frac{(100)^3}{(365)^3} \times \frac{1}{(27)^2} + \frac{3\alpha'}{5}\left(\frac{\Delta-\delta}{\Delta}\right)}{1 - \frac{3\delta}{5\Delta}}, \; \&$$

$$\rho = \frac{\frac{3 \times 75}{2} \times \frac{(100)^3}{(365)^3} \times \frac{1}{(60)^3} + \frac{3\rho'}{5}\left(\frac{\Delta-\delta}{\Delta}\right)}{1 - \frac{3\delta}{5\Delta}};$$

d'où il est aisé de voir que le rapport de $\int G'\lambda\lambda - \frac{\int G'ff}{2}$ à ϵ dépend du rapport arbitraire de α' à ρ'.

(68.) Par exemple, si on avoit $\epsilon = 0$, ce qui donne $-\frac{\rho'(\Delta-\delta)}{\delta} = \frac{3}{2} \times 75 \times \frac{(100)^3}{(365)^3} \times \frac{1}{60^3}$; il est évident que $\int G'\lambda\lambda - \frac{\int G'ff}{2}$ seroit infiniment plus grand que ϵ, & ainsi des autres cas.

§. VIII.

*Réduction des deux dernières Équations de l'*article 6.

(69.) Venons présentement à la seconde équation de l'*art. 6*, & remarquons d'abord que, dans le premier membre de cette équation, si on met au lieu de $\psi''\lambda'$ sa valeur de $\psi''\left(L' - \frac{l' \text{ tang. } \Sigma \text{ cos. } V}{\text{sin. } V} - \frac{l' \text{ sin. } \Pi}{\text{cos. } \Sigma \text{ cos. } \Pi}\right)$, le dernier terme $- \frac{\psi'' l' \text{ sin. } \Pi \text{ sin. } v}{\text{cos. } \Sigma} \times dt^2$ sera égal au premier membre de la première équation, multiplié par sin. Π; d'où il s'ensuit qu'on peut, au lieu du premier membre de la seconde équation, calculer simplement la valeur de ψ'' cos. Π sin. $v \times \left(L' - \frac{l' \text{ tang. } \Sigma \text{ cos. } V}{\text{sin. } V}\right)$, & ajouter au second membre de la même équation le second membre de la première, multiplié par $-$ sin. Π.

(70.) Or il est d'abord évident que dans le premier membre de l'équation, la quantité ψ'' cos. Π sin. $v \left(L' - \frac{l' \text{ tang. } \Sigma \text{ cos. } V}{\text{sin. } V}\right)$ sera $- \frac{3S}{u^3} \times$ cos. V cos. ϑ' cos. Π sin. $v \left[\int G'\lambda\lambda - \frac{\int G'ff}{2} + \frac{\int G'ff}{2} (\text{cos. } 2\xi \text{ cos. } 2A + \text{sin. } 2\xi \text{ sin. } 2A) + \frac{\int G'ff}{2} \times \frac{\text{sin. } \Sigma}{\text{cos. } \Sigma} \times \text{cos. } 2\xi \text{ sin. } 2A - \text{sin. } 2\xi \text{ cos. } 2A)\right] = - \frac{3S \text{ cos. } V \text{ cos. } \vartheta'}{u^3} \times$ cos. Π sin. $v \times \left[\int G'\lambda\lambda - \frac{\int G'ff}{2} + \frac{\int G'ff \text{ cos. } 2\xi}{2} \times \frac{\text{cos. } (2A - \Sigma)}{\text{cos. } \Sigma} + \frac{\int G'ff \text{ sin. } 2\xi}{2} \times \frac{\text{sin. } (2A - \Sigma)}{\text{cos. } \Sigma}\right]$.

(71.) Mais $A = \Sigma + 90^d + \gamma - P$; donc sin. $2A - \Sigma = -$ sin. $(2\gamma - 2P + \Sigma) = -$ sin. $(2\gamma - 2P) \times$ cos. $\Sigma -$ cos. $(2\gamma - 2P) \times$ sin. Σ; & cos. $(2A - \Sigma) = -$ cos. $(2\gamma - 2P + \Sigma) = -$ cos. $(2\gamma - 2P) \times$ cos. $\Sigma +$ sin. $(2\gamma - 2P)$ sin. Σ. Donc en substituant & réduisant, & mettant au lieu de $\frac{\text{sin. } \Sigma}{\text{cos. } \Sigma}$ sa valeur $=$ (*art. 11*),

$\frac{\text{cof. } v \text{ cof. } \vartheta' \text{ fin. } \Pi - \text{fin. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi}{\text{cof. } \vartheta' \text{ fin. } v}$; le premier membre de l'équation ſera $- \frac{3 S \text{ cof. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi \text{ fin. } v}{u^3} \times (\int G' \lambda\lambda - \frac{\int G' ff}{2})$ (cof. v cof. ϑ' cof. Π + fin. ϑ' fin. Π) + $\frac{3 S \text{ cof. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi \text{ fin. } v}{u^3}$ $\times [\frac{\int G' ff \text{ cof. } 2\xi}{2} \times \text{cof. } (2\gamma + 2\zeta + 2e + 2\theta) + \frac{\int G' ff \text{ fin. } 2\xi}{2} \times \text{fin. } (2\gamma + 2\zeta + 2e + 2\theta)]$ (cof. v cof. ϑ' cof. Π + fin. ϑ' fin. Π) $- \frac{3 S \text{ cof. } \Pi}{u^3} \times$ (cof. v cof. ϑ' cof. Π + fin. ϑ' fin. Π) $\times [\frac{\int G' ff}{2} \text{ cof. } 2\xi \times \text{fin. } (2\gamma + 2\zeta + 2e + 2\theta) - \frac{\int G' ff \text{ fin. } 2\xi}{2} \times \text{cof. } 2\gamma + 2\zeta + 2e + 2\theta] \times$ (cof. v cof. ϑ' fin. Π — fin. ϑ' cof. Π); & faiſant comme ci-deſſus $\frac{\int G' ff \text{ fin. } 2\xi}{2} = \mathfrak{C}$ fin. a, & $\frac{\int G' ff \text{ cof. } 2\xi}{2} = \mathfrak{C}$ cof. a, ce premier membre deviendra $[- \frac{3 S}{u^3} \times \text{cof. } \Pi \ (\text{cof. } v \text{ cof. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi + \text{fin. } \vartheta' \text{ fin. } \Pi)] \times \Big[[\int G' \lambda\lambda - \frac{\int G' ff}{2} - \mathfrak{C} \text{ cof. } (a - 2\gamma - 2\zeta - 2e - 2\theta)]$ cof. ϑ' fin. v — $\mathfrak{C}$ fin. $(a - 2\gamma - 2\zeta - 2e - 2\theta)$ (cof. v cof. ϑ' fin. Π — fin. ϑ' cof. Π) $\Big]$.

(72.) Le ſecond membre de la même équation, augmenté de la quantité indiquée dans l'*art. 69*, deviendra de même, après les réductions, $d\ (d\varepsilon \text{ cof. } \Pi^2)\ (\frac{\int G' ff}{2} + \int G' \lambda\lambda) + d\varepsilon\ d\Pi \text{ fin. } \Pi \text{ cof. } \Pi \int G' ff - dd\varepsilon \text{ cof. } \Pi^2 \int G' ff \text{ cof. } 2X'' + dP\ d\Pi \text{ cof. } \Pi\ (G' ff - \int G' ff \text{ cof. } 2X'') + (2\ dP\ d\varepsilon \text{ cof. } \Pi^2 - dd\Pi \text{ cof. } \Pi + d\varepsilon^2 \text{ fin. } \Pi \text{ cof. } \Pi^2)\ (\frac{\int G' ff}{2} \text{ fin. } 2X'')$.

(73.) Pour faire usage de ces quantités, on remarquera d'abord que dans la Lune cos. ϑ' est presque $=1$, & que sin. $\vartheta' =$ à très-peu-près m sin. $(\delta + \zeta + n)$, m étant le sinus ou la tangente de l'inclinaison de l'orbite de la Lune, n le mouvement rétrograde du nœud, & δ la distance de la Lune au nœud lorsque $t=0$.

(74.) On remarquera de plus, que comme $n =$ environ $\frac{3\zeta}{4.178}$, par la théorie du mouvement des nœuds de la Lune, & que ϵ est aussi fort petit, les termes qui contiennent des sinus & cosinus de $n - \epsilon$ donneront par l'intégration des équations beaucoup plus grandes que les autres, comme il a été déjà remarqué pour les termes analogues à ceux-là, dans nos *Recherches sur la précession des Équinoxes.*

(75.) Enfin, le premier membre de la troisième équation sera (*art. 6*) $\psi''\lambda'$ cos. v sin. $\Pi + \frac{\psi'' l' \text{cos.} v}{\text{cos.}\Sigma \text{cos.}\Pi} - \frac{\psi''\lambda' \text{sin.}\vartheta' \text{cos.}\Pi}{\text{cos.}\vartheta'}$ $=$ (à cause de $\psi'' = \psi'$ cos. ϑ') $\psi'\lambda'$ (cos. v sin. Π cos. ϑ' $-$ sin. ϑ' cos. Π) $+ \frac{\psi' l' \text{cos.}\vartheta' \text{cos.} v}{\text{cos.}\Sigma \text{cos.}\Pi}$; on a de plus 1.° $\psi'\lambda'$ $= \psi'\left(L' - \frac{l' \text{tang.}\Sigma \text{cos.} V}{\text{sin.} V} - \frac{l' \text{sin.}\Pi}{\text{cos.}\Sigma \text{cos.}\Pi}\right)$; 2.° $\psi' L'$ $= -\frac{3S}{u^3}$ cos. $V \times [\int G'\lambda\lambda - \frac{\int G'ff}{2} + \frac{\int G'ff}{2}$ cos. $(2\xi$ $- 2A)]$; 3.° $\psi' l' = -\frac{3S}{u^3}$ sin. $V \times \frac{\int G'ff}{2}$ sin. $(2\xi - 2A)$.

(76.) Ce premier membre sera donc composé des parties suivantes:

1.° $-\frac{3S}{u^3}$ cos. $V \times (\int G'\lambda\lambda - \frac{\int G'ff}{2}) \times$ (cos. v cos. ϑ' sin. Π $-$ sin. ϑ' cos. Π); & comme la valeur de cos. V ne contient point de diviseur variable, ni même de diviseur, cette quantité n'aura aucun diviseur variable; ce qui est évident.

2.° $-\frac{3S}{u^3}$ cos. V (cos. v cos. ϑ' sin. Π $-$ sin. ϑ' cos. Π) $\times [\frac{\int G'ff}{2}$ cos. $(2\xi - 2A) - \frac{\int G'ff}{2}$ (sin. $2\xi - 2A$)

$\times \frac{\text{ſin.}\,\Sigma}{\text{coſ.}\,\Sigma}] = \times \frac{3S}{u^3}$ coſ. V (coſ. v coſ. ϑ' ſin. Π — ſin. ϑ coſ. Π) $\times$ [$- \frac{\int G' ff \,\text{coſ.}\,(2\xi - 2A + \Sigma)}{2\,\text{coſ.}\,\Sigma}$]. Or, à cauſe de $A = \Sigma - P'$ (*art. 13*), on a $- \frac{\text{coſ.}\,(2\xi - 2A + \Sigma)}{\text{coſ.}\,\Sigma} = -$ coſ. $(2\xi + 2P')$ — ſin. $\frac{(2\xi + 2P')}{\text{coſ.}\,\Sigma}$ ſin. Σ; donc la quantité dont il s'agit ſera compoſée de $\frac{3S}{u^3}$ coſ. $V \times \frac{\int G' ff}{2} \times -$ coſ. $(2\xi + 2P') \times$ (coſ. v coſ. ϑ' ſin. Π — ſin. ϑ' coſ. Π) qui n'a point de diviſeur, & de $- \frac{3S}{u^3}$ coſ. V (coſ. v coſ. ϑ' . ſin. Π — ſin. ϑ' coſ. Π) $\times - \frac{\int G' ff}{2}$ ſin. $(2\xi + 2P') \times \frac{\text{ſin.}\,\Sigma}{\text{coſ.}\,\Sigma}$, qu'il faudra combiner avec le reſte de la valeur du premier membre, afin que les diviſeurs variables diſparoiſſent.

3.° Or, ce reſte du premier membre eſt, après les réductions, $+ \frac{3S}{u^3} \times \frac{\int G' ff}{2} \times$ [ſin. $(2\xi + 2P')$ coſ. 2Σ — ſin. 2Σ coſ. $(2\xi + 2P') \times$ [($\frac{\text{ſin}\,V}{\text{coſ.}\,\Sigma} \times$ (— coſ. v . coſ. ϑ' coſ. Π — ſin. ϑ' ſin. Π); & à cauſe de ſin. $2\Sigma = 2$ ſin. Σ coſ. Σ, il eſt d'abord aiſé de voir que dans les termes multipliés par ſin. 2Σ, coſ. Σ diſparoîtra du dénominateur, & que de plus, à cauſe de ſin. $\Sigma = \frac{\text{coſ.}\,v\ \text{coſ.}\,\vartheta'\ \text{ſin.}\,\Pi - \text{ſin.}\,\vartheta'\ \text{coſ.}\,\Pi}{\text{ſin.}\,V}$, ſin. V diſparoîtra auſſi du numérateur & du dénominateur. On voit de plus qu'en mettant pour coſ. Σ ſa valeur $\frac{\text{ſin.}\,v\ \text{coſ.}\,\vartheta'}{\text{ſin.}\,V}$, & pour coſ. 2Σ ſa valeur coſ. Σ^2 — ſin. Σ^2, les termes affectés de coſ. 2Σ ſeront compoſés de $+ \frac{3S}{u^3} \times \frac{\int G' ff}{2}$ ſin. $(2\xi + 2P') \times$ ſin. v coſ. $\vartheta' \times$ (— coſ. v coſ. ϑ' coſ. Π — ſin. ϑ' ſin. Π) qui ne renferme point de diviſeur variable, & de $+ \frac{3S}{u^3} \times \frac{\int G' ff}{2}$ ſin. $(2\xi + 2P') \times -$ ſin.

$\frac{\text{fin. } \Sigma^2 \text{ fin. } V^2}{\text{fin. } v \text{ cof. } \vartheta'} \times (- \text{cof. } v \text{ cof. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi - \text{fin. } \vartheta' \text{ fin. } \Pi)$, qui étant combiné avec le terme reſtant du numéro 2 ci-deſſus, ſavoir $- \frac{3 S}{u^3} \times \frac{\int G' ff}{2} \text{ fin. } (2 \xi + 2 P') \frac{\text{fin. } \Sigma}{\text{cof. } \Sigma} \times [\text{cof. } V \times (\text{cof. } v \text{ cof. } \vartheta' \text{ fin. } \Pi - \text{fin. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi)]$, ſe réduit à zéro, après avoir mis pour fin. Σ, cof. Σ, & cof. V leurs valeurs.

(77.) Donc enfin le premier membre de l'équation dont il s'agit ſe réduit à $[- \frac{3 S}{u^3} (\int G' \lambda \lambda - \frac{\int G' ff}{2}) \times (\text{cof. } v \text{ cof. } \vartheta' \text{ fin. } \Pi - \text{fin. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi) + \frac{3 S}{2 u^3} \int G' ff \text{ cof. } (2 \xi + 2 P') \times (\text{cof. } v \,.\, \text{cof. } \vartheta' \text{ fin. } \Pi - \text{fin. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi) - \frac{3 S}{2 u^3} \int G' ff [\text{fin. } (2 \xi' - 2 P') \times \text{fin. } v \text{ cof. } \vartheta'] \times [\text{cof. } v \text{ cof. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi + \text{fin. } \vartheta' \text{ fin. } \Pi]$.

(78.) Donc, en faiſant comme ci-deſſus, $\frac{\int G' ff}{2} \text{ fin. } 2 \xi = \text{Ϭ fin. } a$, $\frac{\int G' ff}{2} \text{ cof. } 2 \xi = \text{Ϭ cof. } a$, & remarquant que fin. $2 P'$ & cof. $2 P'$ = fin. & cof. de $- 180^d - 2 \gamma - 2 \zeta - 2 e - 2 \theta$; on aura pour le premier membre de la troiſième équation, $+ \frac{3 S}{u^3} \times (\text{cof. } v \text{ cof. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi + \text{fin. } \vartheta' \text{ fin. } \Pi) \times [(- \int G' \lambda \lambda + \frac{\int G' ff}{2}) \times (\text{cof. } v \text{ cof. } \vartheta' \text{ fin. } \Pi - \text{fin. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi) - \text{Ϭ cof. } (a - 2 \gamma - 2 \zeta - 2 \varepsilon - 2 \theta) (\text{cof. } v \text{ cof. } \vartheta' \text{ fin. } \Pi - \text{fin. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi) + \text{Ϭ fin. } (a - 2 \gamma - 2 \zeta - 2 \varepsilon - 2 \theta) \text{ fin. } v \text{ cof. } \vartheta')]$.

(79.) A l'égard du ſecond membre de la même équation, il ſera tel qu'on l'a trouvé dans *l'article 6* ci-deſſus. Au reſte, la méthode que je viens de donner pour parvenir à ces deux équations, ainſi que celle qui a été donnée ci-deſſus pour trouver l'équation de la libration, peut être encore extrêmement ſimplifiée, comme on le verra dans un autre Mémoire, qui ſervira de ſupplément

à celui-ci. Je n'aurai beſoin, dans cette ſeconde méthode, de connoître ni la valeur de V, ni celle de Σ, ni celles de λ' & de L', ni même celle de X; & j'aurois même donné immédiatement cette méthode dans le préſent Mémoire, ſi je n'avois cru devoir montrer comment on peut avoir les équations rigoureuſes du mouvement de l'axe, par la méthode que j'ai expoſée dans les Mémoires de 1754.

§. IX.

Intégration approchée des deux Équations de l'article précédent.

(80.) Intégrons d'abord ces deux équations comme dans les *Recherches ſur la préceſſion des Équinoxes*, en les traitant comme des équations différentielles du premier ordre, c'eſt-à-dire, en négligeant dans le ſecond membre tous les termes peu conſidérables par rapport aux autres; ce qui réduira le ſecond membre de la ſeconde équation, *(art. 6 & 72)* à $-dz\, d\Pi$ coſ. $\Pi \int G'ff$, en mettant pour dP ſa valeur $-dz - d\epsilon$, en négligeant $-d\theta$, & obſervant que ſin. Π eſt à peu près $= 1$.

(81.) De plus, ſuivant la remarque de *l'article 74*, ayant principalement égard aux termes du premier membre, qui ne contiennent d'angles variables que $n - \epsilon$; le premier membre de la ſeconde équation deviendra, après les réductions, & en ſuppoſant coſ. $\vartheta' = 1$, & ſin. $\Pi = 1$, $dt^2 \left(\frac{3S}{4u^3}\right) 2 \mathfrak{C}$ coſ. Π^2 ſin. $(a - 2\gamma + 2U - 2\theta) - \frac{3Sm \text{ coſ. } \Pi\, dt^2}{2u^3} \times \left(\int G'\lambda\lambda - \frac{\int G'ff}{2}\right) \times$ coſ. $(\delta - U + n - \epsilon) - \frac{3Sm\mathfrak{C} \text{ coſ. } \Pi\, dt^2}{2u^3} \times$ coſ. $(\delta + U + a - 2\gamma + n - \epsilon - 2\theta)$.

(82.) Ainſi, en ſuppoſant $\theta = 0$, $dt = \frac{dz}{g}$, & $gg = \frac{S}{u}$, on aura $-d\Pi = A\,dz + B\,dz$ coſ. $(\delta - U + n - \epsilon) + C\,dz$ coſ. $(\delta + U + a - 2\gamma + n - \epsilon)$; dans cette équation, $A = \frac{3\mathfrak{C} \text{ coſ. } \Pi}{2\int G'ff}$ ſin. $(a - 2\gamma + 2U)$;

$B = -\frac{3m}{2\int G'ff} \times (\int G'\lambda\lambda - \frac{\int G'ff}{2})$; & $C = -\frac{3m\mathsf{C}}{2\int G'ff}$. On voit que ces trois coëfficiens sont à peu près du même ordre, m & cos. Π étant l'un & l'autre de petites quantités, ainsi que C & $\int G'\lambda\lambda - \frac{\int G'ff}{2}$; on peut remarquer de plus que a pouvant être supposé $= 180$ degrés pour plus de facilité *(art. 23 & 59)*, on pourra mettre au lieu de A, $\frac{3\mathsf{C}\,\text{cos.}\,\Pi}{2\int G'ff}$ fin. $(2\gamma - 2U)$, & $-$ cos. $(\delta + U - 2\gamma + \eta - \varepsilon - 2\theta)$ au lieu de cos. $(\delta + U + a - 2\gamma + \eta - \varepsilon - 2\theta)$.

(83.) De même, & par les mêmes raisons, le second membre de la troisième équation se réduira à $+ 2\,d\varepsilon\,d\zeta$ cos. $\Pi \times \frac{\int G'ff}{2}$, & le premier membre à $- \frac{3S\,\text{cos.}\,\Pi}{2u^3} \times dt^2(\int G'\lambda\lambda - \frac{\int G'ff}{2}) - \frac{3S\mathsf{C}dt^2}{2u^3} \times$ cos. Π cos. $(a + 2U - 2\gamma - 2\theta) + [\frac{3Sdt^2}{2u^3}$ cos. $\Pi^2 (\int G'\lambda\lambda - \frac{\int G'ff}{2}) - \frac{3Sdt^2}{2u^3} (\int G'\lambda\lambda - \frac{\int G'ff}{2})] m$ fin. $(\delta - U + \eta - \varepsilon) + \frac{3Sdt^2}{4u^3} \times [$cos. $\Pi^2 - 2] m\mathsf{C}$ fin. $(a - 2\gamma + \delta + U + \eta - \varepsilon - 2\theta)$; ce qui donnera $d\varepsilon = A'd\zeta + B'd\zeta$ fin. $(\delta + U + \eta - \varepsilon) + C'd\zeta$ fin. $(a - 2\gamma + \delta + U + \eta - \varepsilon)$, A', B', C' étant des coëfficiens constans & connus, savoir A' étant $= -\frac{3}{2\int G'ff}(\int G'\lambda\lambda - \frac{\int G'ff}{2}) - \frac{3\mathsf{C}}{2\int G'ff}$ cos. $(a + 2U - 2\gamma)$; B' étant $=$ à très-peu près $- \frac{3m}{2\,\text{cos.}\,\Pi\int G'ff} \times (\int G'\lambda\lambda - \frac{\int G'ff}{2})$; & enfin $C' =$ à très-peu près $- \frac{3m\mathsf{C}}{2\,\text{cos.}\,\Pi\int G'ff}$;

(84.) Nous avons remarqué ci-dessus (*article 23*) que $a = 180^d$, & $\mathcal{C} = \frac{fG'ff \text{cos.} 2\xi}{2}$; d'où il s'ensuit que la valeur de Π, tirée de l'*article 82*, renfermera des arcs de cercle, à moins qu'on n'ait $2U - 2\gamma = 0$, ou $\mathcal{C} = 0$.

(85.) J'ajoute que dans le cas où l'on auroit $\mathcal{C} = 0$; (& par conséquent $A = 0$) $2U - 2\gamma = \mathcal{C}'$, & même (pour rendre encore le calcul plus simple) $\delta - U = 0$, la valeur de Π renfermera encore des arcs de cercle indépendans du coëfficient A, si les coëfficiens B, C de l'*article 82* ne sont pas entr'eux exactement dans le même rapport que les coëfficiens B', C' de l'*article 83*.

(86.) En effet, on aura, en regardant ϵ comme très-petit par rapport à n, $\epsilon = A'z + K - \frac{B' \text{cos.} (n - \epsilon)}{\lambda} - \frac{C'}{\lambda} \times \text{cos.} (\mathcal{C}' + n - \epsilon)$, λ étant le rapport moyen de n à z; & substituant cette valeur dans l'équation de l'*article 82*, $- d\Pi = A dz + B dz \text{ cos.} [n - A'z + \frac{B'}{\lambda} \text{cos.} (n - A'z) + \frac{C'}{\lambda} \text{cos.} (\mathcal{C}' + n - A'z)] + C dz \text{ cos.} [\mathcal{C}' + n - A'z + \frac{B'}{\lambda} \text{cos.} (n - A'z) + \frac{C'}{\lambda} \text{cos.} (\mathcal{C}' + n - A'z)]$, ce qui donnera les termes $(- \frac{BC'}{2\lambda} \times \text{sin.} - \mathcal{C}' - \frac{B'C}{2\lambda} \times \text{sin.} \mathcal{C}') dz$.

(87.) D'où il est clair que ces termes ne se réduiront pas à zéro, si BC' n'est pas exactement égal à $B'C$; or c'est en effet ce qui a lieu dans le cas dont il s'agit : car il est aisé de voir, en comparant les valeurs des coëfficiens B, C & B', C', que ces valeurs ne sont pas exactement proportionnelles ; il faut pourtant observer qu'elles sont proportionnelles à très-peu près, si elles ne le sont pas exactement, & qu'ainsi la valeur de $BC' - B'C$, est excessivement petite.

(88.) Au reste, si je fais ici cette remarque, ce n'est pas

qu'elle ait lieu dans le cas présent, où A ne peut être $= 0$ sans que les coëfficiens B, C & B', C', se réduisent à un seul; puisqu'alors (*art. 85 & 86*) $\mathfrak{C}' = 0$, $\mathfrak{C}$ étant une quantité réelle; mais c'est pour montrer quelle attention il est nécessaire d'apporter dans la solution des problèmes de cette espèce, & comment il pourroit arriver que dans deux équations de cette forme, $d\Pi = B\,dz\,\text{fin.}\,\omega + C\,dz\,\text{fin.}\,(\mathfrak{C}' + \omega)$ & $d\omega = A'\,dz + B'\,dz\,\text{cof.}\,\omega + C'\,dz\,\text{cof.}\,(\mathfrak{C}' + \omega)$, la valeur de Π renfermât des arcs de cercle, quoiqu'au premier coup-d'œil elle parût n'en pas contenir.

(89.) En général, soit $d\Pi = B\,dz\,\text{fin.}\,(\lambda + \omega) + C\,dz\,\text{fin.}\,(\mathfrak{C} + \omega)$, & $d\omega = A'\,dz + B'\,dz\,\text{fin.}\,(\lambda' + \omega) + C'\,dz\,\text{fin.}\,(\mathfrak{C}' + \omega)$; il est aisé de voir que chacune de ces équations peut se réduire à $d\Pi = \mathfrak{C}\,dz\,\text{fin.}\,\omega + \gamma\,dz\,\text{cof.}\,\omega$, & $d\omega = A'\,dz + \mathfrak{C}'\,dz\,\text{fin.}\,\omega + \gamma'\,dz\,\text{cof.}\,\omega$, ou $d\Pi = \delta\,dz\,\text{fin.}\,(\omega + Q)$, & $d\omega = A'\,dz + \delta'\,dz\,\text{cof.}\,(\omega + Q')$; ce qui donneroit, en suivant la méthode de *l'article 86*, $\omega = A'z + \frac{\delta'}{A'}\,\text{fin.}\,(A'z + Q') - \frac{\delta'}{A'}\,\text{fin.}\,Q'$, & $d\Pi = \delta\,dz\,\text{fin.}\,(A'z + Q - \frac{\delta'}{A'}\,\text{fin.}\,Q') + \delta\,dz \times \frac{\delta'}{A'} \times \text{fin.}\,(A'z + Q') \times \text{cof.}\,(A'z + Q - \frac{\delta'\,\text{fin.}\,Q'}{A'})$; d'où il est aisé de voir que la valeur de $d\Pi$ renfermera des arcs de cercle, 1.° si Q n'est pas $= Q'$, $\frac{\delta'\,\text{fin.}\,Q'}{A'}$ étant supposé $= 0$, pourvu que δ' ne soit pas $= 0$; 2.° si $Q - Q'$ n'est pas $= \frac{\delta'\,\text{fin.}\,Q'}{A'}$.

(90.) Remarquons cependant que dans ces sortes d'approximations, quoique la valeur de Π paroisse renfermer des arcs de cercle, il seroit possible qu'elle n'en renfermât pas réellement; car, à envisager exactement la chose, l'approximation est alors fautive, & indique seulement que les variations de Π ne sont pas très-petites; soit, par exemple, l'équation très-simple $d\Pi\,\text{fin.}\,\Pi =$

$\mathfrak{C}\, d\zeta$ cof. Π + cof. $\Pi \,.\, \rho\, d\zeta$ fin. $\varpi\zeta$, $\mathfrak{C}$ & ρ étant auffi petits qu'on voudra, on aura, en fuppofant $\Pi = \Pi'$ lorfque $\zeta = 0$, log. $\left(\frac{\text{cof. } \Pi'}{\text{cof. } \Pi}\right) = \mathfrak{C}\zeta + \frac{\rho}{\varpi}\,(1 - \text{cof. } \varpi\zeta)$; équation qui fait voir que fi $\mathfrak{C}$ eft pofitif, cof. Π ne fauroit être < 0, & qu'ainfi Π ne fauroit jamais augmenter que d'une quantité $= 90^d - \Pi'$; cependant, fi on réfolvoit l'équation $d\Pi$ fin. $\Pi = \mathfrak{C}\, d\,\zeta$ cof. Π, &c. en la mettant fous cette forme $d\Pi = \frac{\mathfrak{C}\, d\zeta \text{ cof. } \Pi}{\text{fin. } \Pi}$, &c. & regardant Π comme conftant dans le fecond membre, on trouveroit que la valeur de Π renfermeroit des arcs de cercle, & pourroit par conféquent avoir toutes les valeurs poffibles; nouvel exemple de l'imperfection des méthodes d'approximation dans ces fortes d'intégrales, & des précautions avec lefquelles on doit en ufer.

(91.) Au refte, quand la valeur de Π contiendra des arcs de cercle, c'eft-à-dire, quand $2\,U - 2\,\gamma$ ou $\mathfrak{C}$ ne feront pas $= 0$, il eft aifé de voir que les valeurs approchées qu'on trouve pour ε & Π, ne feront vraies que pendant un certain nombre de révolutions, puifque dans le fecond membre des équations qui donnent la valeur de $d\,\Pi$ & celle de $d\varepsilon$, on traite Π comme à peu-près conftant.

(92.) De plus, fi Π n'eft pas conftant ou à peu-près, alors au bout d'un grand nombre de révolutions, les équations & les phénomènes de la libration pourront être fort différens; 1.° parce que dans cette hypothèfe le terme $+ d\,\varepsilon$ fin. Π que renferme le premier membre de l'équation de la libration, ne fe réduira pas à $+ d\,\varepsilon$, comme nous l'avons fuppofé, & que $d\,P + d\,e$ fin. Π deviendra $- d\,\theta + d\varepsilon$ (fin. $\Pi - 1$), deux quantités qui font l'une & l'autre du même ordre, & dont on ne peut négliger la feconde vis-à-vis de la première; 2.° parce que quand fin. Π fera $= 0$, ce qui arrivera fi la valeur de Π contient des arcs de cercle, alors la Lune nous préfentera fucceffivement toutes fes faces, au moins durant un très-grand nombre de révolutions (*art. 58.*)

(93.) Dans l'intégration indiquée ci-dessus *(art. 86 & 89)* des équations $d\Pi = A\,dz + B\,dz$ sin. $(\eta - \varepsilon + K)$ $+ C\,dz$ sin. $(\mathfrak{C}' + K + \eta - \varepsilon)$ & $d\varepsilon = A'dz +$ $B'dz$ cos. $(\eta - \varepsilon + K) + C'dz$ cos. $(\mathfrak{C}' + K + \eta - \varepsilon)$, K & $\mathfrak{C}'$ étant des constantes, on ne doit point supposer, sans restriction & pour tous les cas, que η, quoique très-petit par rapport à z, soit très-grand par rapport à ε; car la chose peut très-bien n'être pas ainsi. En effet, supposons pour un moment $\varepsilon = \eta$, & voyons ce qui résultera de cette supposition; nous aurons en ce cas une équation de cette forme, $d\varepsilon = A'dz + B'dz$ sin. $(\delta - U) + C'dz$ sin. $(a + 2U - 2\gamma + \delta - U)$, ou à cause de $a = 180^d$, & de $2U - 2\gamma$ très-petit, $d\varepsilon$ $=$ à très-peu près $A'\,dz + E\,dz$ sin. $(\delta - U)$, E étant $=$ à très-peu près à $- \frac{3}{2 \text{ cos. } \Pi} \times \left[\frac{2m\int G'\lambda\lambda - m\int G'ff}{2\int G'ff} \right.$ $\left. + \frac{m\mathfrak{C}}{\int G'ff} \right]$; & comme cos. Π est fort petit, & que de plus $A' = (art.\ 83) - \frac{3}{2} \times \left(\frac{2\int G'\lambda\lambda - \int G'ff}{2\int G'ff} \right) - \frac{3\mathfrak{C}}{2\int G'ff}$ $\times$ cos. $(a + 2U - 2\gamma)$; c'est-à-dire, à très-peu près $- \frac{3}{2} \left(\frac{2\int G'\lambda\lambda - \int G'ff}{2\int G'ff} \right) + \frac{3\mathfrak{C}}{2\int G'ff}$, parce que $2U - 2\gamma$ est fort petit, & que $a = 180^d$; il est clair que ε ne sera point très-petit par rapport à η, si $\frac{\eta}{z}$ ou $\frac{3}{4 \cdot 178}$ n'est pas très-grand par rapport à $A' + E$ sin. $(\delta - U)$, ce qui dépend du rapport des quantités $\mathfrak{C}$, $\int G'\lambda\lambda - \frac{\int G'ff}{2}$, $\int G'ff$, & cos. Π; or la loi de la densité des parties de la Lune nous étant inconnue, les trois premières de ces quantités, & par conséquent leur rapport nous est inconnu aussi *(art. 67)*.

(94.) Ce n'est pas tout; supposons que $\delta - U = 0$, ainsi que $2\gamma - 2U$, & qu'on ait simplement $d\varepsilon = A'dz$

$+ B' dz$ sin. $(\eta - \varepsilon)$, η étant $= Hz$, nous aurons d'abord $\varepsilon = A'z + \frac{B'}{H - A'} \times [1 - \text{cos.}(Hz - A'z)]$ pour la première valeur approchée de ε, & ensuite nous aurons l'équation différentielle plus approchée $d\varepsilon = A'dz + B'dz \times \text{sin.}\left[Hz - A'z - \frac{B'}{H - A}[1 - \text{cos.}(Hz - A'z)]\right]$; qui donne $d\varepsilon = A'dz + B'dz\, \text{sin.}(Hz - Az') - \frac{B'^2 dz}{H - A'} \text{cos.}(Hz - A'z) \times [1 - \text{cos.}(Hz - Az)] = A'dz + \frac{B'^2 dz}{2(H - A')} + B'dz\, \text{sin.}(Hz - A'z) - \frac{B'^2 dz}{H - A'} \times \text{cos.}(Hz - A'z) + \frac{B'^2 dz\, \text{cos.}(2Hz - 2A'z)}{2(H - A')}$; d'où il est aisé de conclure 1.° que si B'^2 n'est pas très-petit par rapport à $H - A'$, le coëfficient A' de z dans la première intégration approchée deviendra beaucoup plus grand dans la seconde; 2.° que s'il arrive aussi que $\frac{B'}{H - A'}$ ne soit pas très-petit, la seconde intégration donnera des termes $- \frac{B'^2 \text{sin.}(Hz - A'z)}{(H - A')^2} + \frac{B'^2 \text{sin.}(2Hz - 2A'z)}{4(H - A')^2}$, qui pourront être très-comparables & peut-être supérieurs en quantité au terme $\frac{B'}{H - A'}$ cos. $(Hz - A'z)$, trouvé par la première intégration.

(95.) On n'obvieroit pas suffisamment à cette difficulté en supposant $\varepsilon = \vartheta z + \zeta\, \text{cos.}(Hz - \vartheta z) + \gamma\, \text{cos.}(2Hz - 2\vartheta z)$, &c. ϑ, ζ, γ, &c. étant des coëfficiens indéterminés, & en faisant $= 0$ les coëfficiens des différens termes après la substitution. En effet, il pourroit très-bien arriver, 1.° que l'équation en ϑ, qui aura pour lors plusieurs racines (ce qui est déjà un inconvénient, comme on l'a fait sentir ailleurs) *, donneroit la valeur de ϑ par une série peu convergente ou même divergente; 2.° que le coefficient γ & les

* Tome V des Opuscules, XXXIX.e Mémoire, S. II.

suivans

ſuivans ne fuſſent pas très-petits par rapport à $\mathcal{C}$, comme ils le doivent être pour l'exactitude de la ſolution : nous allons donc donner une méthode plus exacte d'intégrer les équations d'où réſultent les valeurs de Π & de ε; ce ſera l'objet du paragraphe ſuivant.

§. X.

Intégration plus exacte des mêmes Équations.

(96.) Les équations $d\Pi = A\,dz + B\,dz$ coſ. $(K + n - \varepsilon) + C$ coſ. $(K + \mathcal{C}' + n - \varepsilon)$, & $d\varepsilon = A'dz + B'dz \times$ ſin. $(K + n - \varepsilon) + C'$ ſin. $(K + \mathcal{C}' + n - \varepsilon)$ peuvent être aiſément miſes ſous cette forme $d\Pi = A\,dz + D\,dz$ coſ. $(K'' + n - \varepsilon)$, & $d\varepsilon = A'\,dz + E\,dz$ ſin. $(K' + n - \varepsilon)$; & ſuppoſant dz conſtant, & $n = Hz$, on aura $d\varepsilon = A'\,dz + E\,dz$ ſin. $(K' + Hz - \varepsilon)$, ou $d\varepsilon - H\,dz = (A' - H)\,dz + E\,dz$ ſin. $(K' + Hz - \varepsilon)$.

(97.) Soit $Hz - \varepsilon + K' = v$, $A' - H = L$, on aura $-\frac{dv}{L + E \text{ ſin. } v} = dz$, ou en faiſant ſin. $v = x$, $-\frac{dx}{\sqrt{(1 - xx)}.(L + Ex)} = dz$; ſoit $L + Ex = u$, on aura $dz = -$

$$\frac{du}{Eu\sqrt{\left(1 - \frac{(u - L)^2}{E^2}\right)}} = -\frac{du}{u\sqrt{(E^2 - L^2 - uu + 2uL)}};$$

& faiſant encore $u = \frac{A^2}{t}$, on aura $dz = \frac{dt}{\sqrt{[(E^2 - L^2)tt + 2A^2Lt - A^4]}}$ ou $\frac{dt}{\sqrt{(E^2 - L^2)}\sqrt{\left(tt + \frac{2A^2Lt}{E^2 - L^2} - \frac{A^4}{E^2 - L^2}\right)}}$ ſi $E^2 > L^2$,

& $dz = \frac{dt}{\sqrt{(L^2 - E^2)}} \times \frac{1}{\sqrt{\left(-\frac{A^4}{L^2 - E^2} + \frac{2A^2Lt}{L^2 - E^2} - tt\right)}}$

ſi L^2 eſt $> E^2$; & enfin $dz = \frac{dt}{A\sqrt{(2Lt - A^2)}}$ ſi $L^2 = E^2$.

(98.) Supposons d'abord $L^2 > E^2$, on aura $dz = \frac{dt}{\surd(LL-EE)}$ $\times \surd[\frac{A^4 L^2}{(LL-EE)^2} - \frac{A^4}{LL-EE} - (\frac{A^2 L}{LL-EE} - t)^2]$, ou, en supposant $\frac{A^2 L}{LL-EE} - t = s$, $dz = -$ $\frac{ds}{\surd(LL-EE) \,.\, \surd(\frac{A^4 EE}{(LL-EE)^2} - ss)}$, dont l'intégrale, en faisant $\frac{A^2 E}{LL-EE} = \omega$, est $z = \frac{1}{\surd(LL-EE)} \times$ l'angle dont le cosinus est $\frac{s}{\omega}$, plus un angle constant M. Donc $\frac{s}{\omega} =$ cos. $[-M + z\surd(LL - EE)]$, c'est-à-dire $[A^2 L - \frac{A^2(LL-EE)}{L + E \text{ sin. } v}] : A^2 E =$ cos. $[-M + z$ $\surd(LL - EE)]$; & la constante M se déterminera par la condition que $\frac{L}{E} - \frac{LL-EE}{L.E + E^2 \text{ sin. } K'} =$ cos. M.

(99.) Supposons ensuite $E^2 > L^2$, on aura........ $dz = \frac{dt}{\surd(E^2-L^2) \,.\, \surd[(t + \frac{A^2 L}{E^2-L^2})^2 - \frac{A^4}{E^2-L^2} - \frac{A^4 L^2}{(E^2-L^2)^2}]}$, qui se réduit à $\frac{ds}{\surd(E^2 - L^2) \,.\, \surd(s^2 - \omega^2)}$, en faisant $t + \frac{A^2 L}{E^2-L^2}$ $= s$, & $\frac{A^2 E}{E^2-L^2} = \omega$; dont l'intégrale est $z\surd(E^2 - L^2)$ $=$ log. $(\frac{s + \surd(ss - \omega^2)}{s' + \surd(s's' - \omega^2)})$, s' étant la valeur de s quand $z = 0$.

(100.) Enfin, si $L^2 = E^2$, on aura $z = \frac{1}{A.L}$ $[\surd(2Lt - A^2)$ $- \surd(2Lt' - A^2)]$, t' étant la valeur de t quand $z = 0$.

(101.) Soit $L + E$ sin. $K' = 0$, on aura $t' = \infty$; puisque $t' = \frac{A^2}{L + E \text{ sin. } K'}$; donc 1.° dans le cas de $L^2 = E^2$, c'est-à-dire dans le troisième des cas précédens, (ce qui donnera

fin. $K' = \pm 1$ dans l'hypothèse présente) t sera aussi $= \infty$, puisque la valeur de z renfermera la quantité infinie t', & que cette valeur de z est finie ou zéro, au moins dans un temps fini; donc $u = \frac{A^2}{t}$ sera $= 0$; donc $L + E$ fin. $v = 0$. Donc puisque $L + E$ fin. $K' = 0$ (*hyp.*), & que $v = Hz - \varepsilon + K'$, on aura $Hz - \varepsilon = 0$; donc le mouvement moyen ε des points équinoxiaux lunaires sera exactement égal au mouvement moyen Hz des nœuds de la Lune.

2.° Dans ce même cas de $L + E$ fin. $K' = 0$, si $E^2 > L^2$, on verra de même que dans l'équation $\frac{s + \sqrt{(ss - \omega\omega)}}{s' + \sqrt{(s's' - \omega\omega)}} = Qc^{z\sqrt{(E^2 - L^2)}}$, s' sera infinie, & par conséquent aussi s, pour que la valeur de z soit finie ou zéro; donc $u = 0$, & $Hz - \varepsilon = 0$.

(102.) Donc en général si $L + E$ fin. $K' = 0$, le mouvement des points équinoxiaux lunaires sera exactement égal au mouvement des nœuds de la Lune; & il est à remarquer que dans cette supposition de $L + E$ fin. $K' = 0$, on aura nécessairement $E^2 >$ ou $= L^2$, puisque fin. K'^2 ne sauroit être > 1.

(103.) La seule inspection de l'équation $d\varepsilon - Hdz = Ldz + Edz$ fin. $(Hz - \varepsilon + K')$, fait voir aisément ce que nous venons de déduire de la solution générale; car soit $\varepsilon = Hz$, & $L + E$ fin. $K' = 0$, les deux membres de cette équation se réduiront l'un & l'autre à zéro; d'où l'on voit que $L + E$ fin. $K' = 0$ doit donner $Hz = \varepsilon$; mais la solution générale démontre cette vérité d'une manière plus directe & plus rigoureuse, parce qu'elle fait voir qu'il n'y a aucune autre solution possible que celle de $Hz = \varepsilon$, lorsque $L + E$ fin. $K' = 0$. Dans cette hypothèse, si on suppose le mouvement des nœuds de la Lune parfaitement uniforme, celui des équinoxes le sera aussi, & dans le même sens, c'est-à-dire contre l'ordre des signes.

(104.) Si $L + E$ ſin. K' n'eſt pas $= 0$, mais qu'on ait $L^2 = E^2$ ou $E^2 > L^2$, il eſt aiſé de voir qu'il y aura un angle k tel que $L + E$ ſin. $k = 0$, puiſque ſin. k ſera $= - \frac{L}{E}$ qui eſt tout au plus égal à l'unité poſitive ou négative, c'eſt-à-dire au coſinus de 0 ou de 180 degrés : cela poſé, on fera les remarques ſuivantes.

(105.) Dans l'hypothèſe de $E^2 > L^2$, ſin. k ſera $<$ que le ſinus total pris poſitivement ou négativement; de plus, l'équation $\frac{s + \sqrt{(ss - \omega\omega)}}{s' + \sqrt{(s's' - \omega\omega)}} = Qc^{z\sqrt{(E^2 - L^2)}}$ convenable à ce cas, donne [en faiſant la quantité finie $s' + \sqrt{(s's' - \omega\omega)} = \alpha$, & $\sqrt{(E^2 - L^2)} = \beta$] $s = \frac{\alpha Q c^{\beta z}}{2} + \frac{\omega^2 c^{-\beta z}}{2 Q \alpha}$, quantité qui ne devient infinie que quand z eſt infinie; donc u ne devient & ne peut devenir $= 0$ que quand z eſt infinie; donc ſin. $(Hz - \varepsilon + K')$ ne peut être $=$ ſin. k que quand z eſt infinie.

(106.) Donc ſi $k = K' + \Omega$, $Hz - \varepsilon$ ne peut être $= \Omega$ qu'après un temps infini.

(107.) Il eſt de plus évident que Ω ne ſauroit être $=$ à 360^d, car alors ſin. k ſeroit $=$ ſin. K', & par conſéquent puiſque $L + E$ ſin. K' n'eſt pas $= 0$, $L + E$ ſin. k ne ſeroit pas $= 0$; ce qui eſt contre l'hypothèſe. De plus, l'équation log. $\left(\frac{s + \sqrt{(ss - \omega\omega)}}{s' + \sqrt{(s's' - \omega\omega)}}\right) = z\sqrt{(E^2 - L^2)}$, fait voir évidemment que s n'eſt jamais $= s'$, excepté quand $z = 0$; d'où il eſt aiſé de voir que $L + E$ ſin. v n'eſt jamais égal à $L + E$ ſin. K', & que par conſéquent la différence de v & de K' n'eſt jamais égale à $\pm 360^d$.

(108.) De-là il s'enſuit que $Hz - \varepsilon$ n'eſt jamais $= \pm 360$ degrés; donc ε ſera $= Hz \pm$ un angle au-deſſous de 360 degrés; donc le mouvement des points équinoxiaux ſera égal à

celui des nœuds de la Lune, plus ou moins un angle de libration plus ou moins grand.

(109.) Les mêmes conclusions auront exactement lieu dans l'hypothèse de $L^2 = E^2$ & de $L +$ sin. $K' >$ ou $<$ 0 : c'est une suite évidente de l'équation propre à ce cas, savoir $z = \frac{1}{A.L} \times [\sqrt{(2Lt - A^2)} - (\sqrt{2Lt' - A^2})]$.

(110.) Mais dans l'hypothèse de $L^2 > E^2$, il est d'abord évident que $L + E$ sin. K', ni en général $L + E$ sin. v, ne peut jamais être $= 0$; il est évident en second lieu que si on fait sin. $v = 0$ *(art. 98)*, on aura cos. $[-M + z\sqrt{(LL - E^2)}] = \frac{L}{E} - \frac{LL - EE}{LE} = \frac{E}{L}$; & si on fait sin. $v = \pm 1$, on aura, dans le premier cas, cos. $[-M + z\sqrt{(LL - EE)}] = \frac{L}{E} - \frac{(L-E)}{E} = 1$, & dans le second, cos. $[-M + z\sqrt{(L^2 - E)^2}] = \frac{L}{E} - \frac{(L+E)}{E} = -1$; qu'enfin si on fait cos. $[-M + z\sqrt{(LL - EE)}] = 0$, on aura sin. $v = -\frac{E}{L}$, valeur toujours possible puisque *(hyp.)* L^2 est $> E^2$.

(111.) D'où l'on voit que dans l'hypothèse de $L^2 > E^2$, on pourra supposer à v toutes les valeurs possibles, & que par conséquent la différence des angles ε & Hz pourra être de 360 degrés, & même de plusieurs circonférences en tel nombre qu'on voudra. Par cet article, & par les précédens, on peut expliquer comment le mouvement moyen des points équinoxiaux lunaires peut être ou n'être pas égal au mouvement moyen des nœuds de la Lune.

(112.) Ayant la valeur de $d\varepsilon$ par les calculs précédens ; on aura de même $d\Pi = Adz + Ddz$ cos. $(K'' + \varkappa - \varepsilon)$ qui, en prenant R pour un angle constant $= K'' - K'$, peut se changer en $Adz \pm Ddz$ cos. $(R + v) = -$

$\frac{dv}{L + E \text{ fin. } v} \times [A + D \text{ cof. } (R + v)] = -$ $\frac{A dv - D dv \text{ cof. } R \text{ cof. } v}{L + E \text{ fin. } v} - \frac{D dv \text{ fin. } R \text{ fin. } v}{L + E \text{ fin. } v} = A dz +$ $\frac{D \text{ cof. } R}{E} d \log. (L + E \text{ fin. } v) + \frac{D \text{ fin. } R dv}{E} +$ $\frac{D L dz \text{ fin. } R}{E}$; d'où l'on voit 1.° que si R n'est pas $= 0$, la valeur de Π renfermera des arcs de cercle, quand même A feroit $= 0$; ce qui s'accorde avec ce qui a déjà été remarqué dans l'*article 87 ci-dessus:* 2.° que si $L + E$ fin. v est $= 0$, c'est-à-dire si L^2 est $=$ ou $< E^2$, la valeur de Π contiendra le logarithme de 0, & par conséquent une quantité infinie. L'axe s'approchera donc continuellement, en ce cas, du plan de l'écliptique, & par conséquent on ne pourra supposer que Π soit à peu-près constant, si ce n'est pendant un certain nombre de révolutions plus ou moins considérable.

(113.) L'équation $dz = -\frac{dv}{L + E \text{ fin. } v}$, ou en général $dz = \frac{G dv}{L + E \text{ fin. } v + F \text{ cof. } v}$ peut être représentée de la manière suivante par le mouvement d'un corps dans une section conique; on mettra d'abord $2\vartheta'$ au lieu de v, ce qui donnera $dz =$ $\frac{2 G d\vartheta'}{L + E \text{ fin. } 2\vartheta' + F \text{ cof. } 2\vartheta'} = \frac{2 G \times d\vartheta'}{L + 2 E \text{ fin. } \vartheta' \text{ cof. } \vartheta' + F(\text{cof. } \vartheta'^2 - \text{fin. } \vartheta'^2)}$. Or $\frac{2G}{L + 2 E \text{ fin. } \vartheta' \text{ cof. } \vartheta' + F(\text{cof. } \vartheta'^2 - \text{fin. } \vartheta'^2)}$ peut représenter le quarré du rayon vecteur d'une section conique, dont les coordonnées normales x, y feront telles que $\frac{x}{y} = \frac{\text{cof. } \vartheta'}{\text{fin. } \vartheta'}$; car on pourra supposer $xx + yy$ (quarré du rayon vecteur) $= \frac{2G}{L + \frac{2Exy}{xx + yy} + \frac{Fx^2 - Fyy}{xx + yy}}$, ce qui donnera évidemment une équation du second degré entre x & y, & par conséquent à une section conique; on aura donc, en appelant r le rayon

vecteur, $dz = rr\,d\vartheta'$, équation dont le second terme est proportionnel à un secteur de section conique, & par conséquent peut représenter le mouvement dans cette section pendant le temps dt, durant lequel l'arc dz est supposé parcouru uniformément; la force centrale dans cette section seroit dirigée au centre commun des rayons r.

(114.) Il est aisé de voir que si $L + E$ sin. v + F cos. v ne peut jamais être $= 0$, c'est-à-dire si $L^2 > E^2$, (en supposant pour simplifier $F = 0$) la section conique sera une ellipse; que si $L + E$ sin. v + F cos. v peut être $= 0$, mais jamais négatif, c'est-à-dire si $L^2 = E^2$, la section conique sera une ligne droite; qu'enfin si $L + E$ sin. v + F cos. v peut devenir égal à zéro & négatif, c'est-à-dire si $L^2 < E^2$, la section conique sera une hyperbole: or en y faisant attention, on remarquera facilement que ces trois cas retombent dans les trois cas distingués ci-dessus; celui de $L^2 > E^2$, dans lequel $L + E$ sin. v ne peut jamais être négatif, celui de $L^2 = E^2$, dans lequel $L + E$ sin. v peut être $= 0$ lorsque sin. $v = +$ ou $- 1$, mais jamais négatif; enfin celui de $L^2 < E^2$, dans lequel $L + E$ sin. v peut être zéro & négatif.

(115.) Nous remarquerons aussi en passant, à cette occasion, que si on avoit $dz = \frac{G\,dv}{\sqrt{(L + E \text{ sin. } v + F \text{ cos. } v)}}$, équation analogue à celle de *l'article 34* qui représente la libration, on pourroit construire cette équation par le moyen d'une courbe dont les rayons seroient proportionnels aux racines des rayons r, & qui se construiroit par conséquent avec facilité par le moyen de la section conique de *l'article précédent*; les temps z de la révolution dans les arcs v seroient ici proportionnels à $\int \rho\rho\,dv$, en prenant ρ pour le rayon vecteur, & par conséquent à $\int r\,dv$ ou à $\int \frac{dv}{\sqrt{(L + E \text{ sin. } v + F \text{ cos. } v)}}$, la force centrale étant toujours dirigée vers le centre commun des rayons r ou ρ.

(116.) Nous n'avons point eu égard dans les calculs des *§. VIII & IX*, à l'altération que la libration ou la valeur de θ

peut apporter aux valeurs de Π & de ϵ. Pour déterminer l'influence qu'elle peut y avoir, suppoſons, afin de ſimplifier le calcul, ſin. $2\gamma - 2U = 0$, $a = 180$ degrés, & θ peu conſidérable; les quantités ſin. $a - 2\gamma + 2U - 2\theta$ & coſ. $a - 2\gamma + 2U - 2\theta$, qui entrent dans les valeurs de Π & de ϵ, deviendront 2θ & 0; & comme alors $\theta = Q$ ſin. $z\sqrt{(\frac{6\mathfrak{C}}{\int G'ff})}$, il en réſultera dans la valeur de Π un terme de la forme $\frac{Q \text{ coſ. } z\sqrt{(\frac{6\mathfrak{C}}{\int G'ff})}}{\sqrt{(\frac{6\mathfrak{C}}{\int G'ff})}}$. Or en nommant ζ le rapport de $n - \epsilon$ à z, il eſt évident que le terme dont il s'agit ici ſera très-comparable à ceux des *articles 86 & 89*, ſi $\frac{Q \text{ coſ. } \Pi}{\sqrt{(\frac{6\mathfrak{C}}{\int G'ff})}}$ n'eſt pas très-petit par rapport à $\frac{m}{\zeta}$; ce qui dépend abſolument de la valeur de $\mathfrak{C}$. *Voyez ſur cela les articles 67 & 68.*

(117.) De plus, ſi $\sqrt{(\frac{6\mathfrak{C}}{\int G'ff})}$ eſt tel que $n - \epsilon - 2\theta$ ou plutôt $n - \epsilon \pm z\sqrt{(\frac{6\mathfrak{C}}{\int G'ff})}$ ſoit beaucoup plus petit par rapport à z que $n - \epsilon$, en ce cas il faudra encore avoir égard dans le calcul à la quantité θ dans les termes qui contiennent $n - \epsilon - 2\theta$, & il pourra même arriver que les termes qui en réſulteront, ſoient après l'intégration plus grands que les autres.

(118.) Ces obſervations auront lieu principalement dans les cas où l'on pourra employer la méthode du *§. IX*, en intégrant les équations qui donnent les valeurs de Π & de ϵ; car ſi on emploie la méthode de *l'article 96 & des ſuivans*, on ne ſauroit avoir égard à la valeur de θ, ſans rendre les intégrations plus difficiles.

§. XI.

Analyſe encore plus exacte des Équations du §. VIII.

(119.) Intégrons maintenant d'une manière encore plus exacte les

les équations des *articles 71 & 75*, & mettons d'abord le premier membre de l'équation de *l'article 71* sous cette forme $A\,dz^2$ sin. $\lambda' z + B\,dz^2$ cos. $\lambda' z + C\,dz^2$, en supposant que dz soit constant, & que $n - \varepsilon$ soit à peu près $=$ à $\lambda' z$, $\lambda' z$ étant un très-petit nombre: dans cette hypothèse, le premier membre de l'équation de *l'article 75*, sera, par les mêmes raisons, $A' dz^2$ sin. $\lambda' z + B' dz^2$ cos. $\lambda' z + C' dz^2$; & le second membre de la première équation (*article 72*), se changera en celui-ci, $dd\varepsilon$ cos. $\Pi^2 (\int G' \lambda\lambda + \frac{\int G' ff}{2} - \int G' ff$ cos. $2X'')$ $- 2\,d\varepsilon\,d\Pi$ cos. $\Pi \times$ sin. $\Pi \int G' \lambda\lambda + 2\,d\varepsilon\,dP$ cos. $\Pi^2 \times \frac{\int G' ff}{2}$ sin. $2X'' + dP\,d\Pi$ cos. $\Pi \times (-\int G' ff - \int G' ff$ cos. $2X'')$, en négligeant les termes $+ (d\varepsilon^2$ sin. Π cos. Π^2 $- dd\Pi$ cos. $\Pi) \frac{\int G' ff}{2}$ sin. $2X''$, termes qui sont excessivement petits, à cause de cos. Π très-petit & de $\int G' ff$ sin. $2X''$, aussi très-petit, ainsi que $d\varepsilon^2$.

(120.) Donc, en mettant pour dP sa valeur $- dz - d\varepsilon$; & faisant attention que $\int G' \lambda\lambda = \frac{\int G' ff}{2}$ à très-peu près, on aura, en négligeant les termes très-petits par rapport aux autres; $dd\varepsilon$ cos. $\Pi^2 \times 2\int G' \lambda\lambda - 4\,d\varepsilon\,d\Pi$ cos. Π sin. $\Pi \int G' \lambda\lambda$ $- 2\,dz\,d\Pi \times$ cos. $\Pi \int G' \lambda\lambda = (A$ sin. $\lambda' z + B$ cos. $\lambda' z + C)$ dz^2; d'où l'on tire, en supposant $d\varepsilon = \mu\,dz$ & $\Pi = \Pi' + \alpha = \Pi'$ lorsque $z = 0$, l'équation suivante, $d\varepsilon$ cos. $\Pi^2 \times 2\int G' \lambda\lambda$ $- \mu\,dz$ cos. $\Pi'^2 \times 2\int G' \lambda\lambda - 2\,dz \int G' \lambda\lambda \times ($sin. $\Pi -$ sin. $\Pi') = [\frac{A}{\lambda'}(1 -$ cos. $\lambda' z) + \frac{B \text{ sin. } \lambda' z}{\lambda'} + Cz]\,dz$; donc $d\varepsilon = \mu\,dz + \frac{2\mu\alpha\,dz \text{ sin. } \Pi'}{\text{cos. } \Pi'} + \frac{\alpha\,dz}{\text{cos. } \Pi'} + \frac{dz}{\text{cos. } \Pi'^2}$ $\times [\frac{A}{\lambda'}(1 -$ cos. $\lambda' z) + \frac{B \text{ sin. } \lambda' z}{\lambda'} + Cz] \times \frac{1}{2\int G' \lambda\lambda}$.

(121.) Le second membre de l'équation de *l'article 75*, se

réduira de même & par les mêmes raisons, à $dd\alpha \times 2\int G'\lambda\lambda$ $+ 2\,d\varepsilon\,dz\int G'\lambda\lambda \times \text{cos.}\,\Pi$, en négligeant les quantités très-petites; & si on met au lieu de $d\varepsilon$ sa valeur, l'équation deviendra $dd\alpha + \alpha dz^2 + 2\mu\alpha dz^2 \text{ sin.}\,\Pi' + \mu dz^2 \text{ cos.}\,\Pi' +$ $\frac{dz^2}{\text{cos.}\,\Pi'\int 2\,G'\lambda\lambda} \times [\frac{A}{\lambda'}(1 - \text{cos.}\,\lambda' z) + \frac{B}{\lambda} \text{ sin.}\,\lambda' z + Cz]$ $= \frac{dz^2}{2\int G'\lambda\lambda} \times (A' \text{ sin.}\,\lambda' z + B' \text{ cos.}\,\lambda' z + C')$.

(122.) Donc, en supposant que $\alpha = 0$ lorsque $z = 0$ & que $\frac{d\alpha}{dz} = \nu$ lorsque $z = 0$, & faisant, pour abréger, $1 + \mu \text{ sin.}\,\Pi' = k^2$, on aura la valeur de α par les méthodes connues; & l'on se souviendra que k est peu différent de l'unité; car μ est fort petit, puisqu'autrement α ne pourroit pas être fort petit, comme on le suppose.

(123.) Dans cette valeur de α, il est aisé de voir, 1.° que les termes qui ont pour diviseur λ' dans la différentielle, resteront après l'intégration beaucoup plus grands que les autres; 2.° que le terme qui renferme l'angle z, c'est-à-dire Cz, donnera un terme à très-peu près de même forme dans l'intégrale, & que ce terme renfermant l'angle z, ne pourra être négligé, en sorte qu'on aura, en ne conservant que les termes principaux, $\alpha = [\frac{A}{\lambda'}(1 - \text{cos.}\,\lambda' z) + \frac{B \text{ sin.}\,\lambda' z}{\lambda'} + Cz] \times \frac{1}{2\int G'\lambda\lambda \text{ cos.}\,\Pi'}$ à très-peu près, précisément comme il résulteroit de l'équation de *l'article 80* $- 2\,dz\,d\alpha \text{ cos.}\,\Pi \times \int G'\lambda\lambda = (A \text{ sin.}\,\lambda' z + B \text{ cos.}\,\lambda' z + C)\,dz^2$.

(124.) Maintenant, si on reprend la valeur de $d\varepsilon$ tirée de *l'article 120*, & qu'on y mette pour α sa valeur tirée de l'intégration indiquée ci-dessus, on verra facilement que les termes qui renferment λ' au dénominateur, ceux qui contiennent μ, & le terme où est l'angle z, seront détruits ou à très-peu près par des quantités contraires, & qu'il ne restera que $d\varepsilon = \frac{dz}{2 \text{ cos.}\,\Pi' \int G'\lambda\lambda}$

$\times (A' \text{ ſin. } \lambda' z + B' \text{ coſ. } \lambda' z + C')$, équation ſemblable à celle qui réſulte de *l'article 83*, les termes qui contiendront ſin. ou coſ. kz dans la valeur $d\varepsilon$ devant être négligés, comme devant être beaucoup plus petitts que les autres après l'intégration.

(125.) On voit aſſez par ce qui précède, comment il arrive que les réſultats des deux ſolutions s'accordent à peu près, quoique la première ne donne pas les valeurs de $d\varepsilon$ & de $d\Pi$ égales à zéro lorſque t ou $z = 0$; ſoit, pour le faire ſentir, $\varepsilon = Az - \frac{A \text{ ſin. } pz}{p} + \frac{B}{\lambda'} (\text{coſ. } \lambda' z - 1)$, il eſt aiſé de voir que $d\varepsilon$ & ε ſeront $= 0$ lorſque $z = 0$; cependant ſi λ' eſt beaucoup plus petit que p, & que A & B ſoient fort petits, la valeur de ε pourra être cenſée égale à $Az + \frac{B}{\lambda'} (\text{coſ. } \lambda' z - 1)$; de même, ſi la valeur de Π eſt $\Pi' + \frac{D \text{ ſin. } pz}{p} - \frac{D}{\lambda'} \text{ ſin. } \lambda' z$, il eſt clair que la valeur de $d\Pi$ ſera $= 0$ lorſque $z = 0$, & que cependant on pourra ſuppoſer $\Pi = \Pi' - \frac{D}{\lambda'} \text{ ſin. } \lambda' z$.

(126.) Il eſt aiſé de voir que ſi C n'eſt pas $= 0$, la valeur de α renfermera des arcs de cercle, & qu'ainſi la ſuppoſition que α ſoit très-petite, n'aura lieu que pour un certain nombre de révolutions plus ou moins grand: or pour que C ſoit $= 0$, il eſt évident que ſin. $2U - 2\gamma$ doit être $= 0$, c'eſt-à-dire $U - \gamma = 0$, ou 90^d.

(127.) La même remarque que nous avons faite ci-deſſus *(art. 116 & 117)*, ſur l'effet que la valeur de θ doit produire dans la première ſolution, aura également lieu dans celle-ci, dont le réſultat à cet égard ne différera pas ſenſiblement du réſultat de la première. Mais la plus grande différence entre les réſultats des deux ſolutions, doit venir de l'équation du centre de la Lune : je m'explique. Dans les calculs précédens, nous n'avons conſervé que les termes qui contiennent l'angle $n - \varepsilon$, par la raiſon qu'ils deviennent par l'intégration beaucoup plus grands que les autres, & nous avons négligé les autres termes,

ceux par exemple qui contiennent $2v$ ou $2\zeta - 2\varepsilon$, quoique le coëfficient très-petit m ne ſe trouve point affecter ces termes, ce qui devroit, toutes choſes égales, les rendre plus grands: or ſi dans ces termes, on met au lieu de ζ ſa valeur $Z - \alpha'$ ſin. $N.Z$, tirée de l'équation du centre de la Lune, il en réſultera des termes qui contiendront des quantités de cette forme coſin. ou ſin. $(2 - N)Z$; & comme $2 - N$ diffère très-peu de l'unité, & que le coëfficient $1 + 2\mu$ ſin. Π de α dans l'équation de *l'art. 121*, en diffère auſſi très-peu, il eſt évident que les termes dont il s'agit pourront devenir conſidérables par l'équation intégrée de *l'art. 121*, au lieu qu'ils fuſſent reſtés très-petits par rapport aux autres, ſi on ſe fût contenté pour déterminer α de la méthode & des calculs du §. *IX.*

(128.) On peut même remarquer que ſi l'impulſion primitive μ étoit telle que $1 + 2\mu$ ſin. Π' fût preſque $= 2 - N$, les termes dont il s'agit pourroient être d'une grandeur conſidérable: or comme cette impulſion primitive eſt arbitraire, & pour ſa valeur abſolue, & pour ſa direction, & que $N =$ à peu près $1 - \frac{3n^2}{2}$; il eſt clair que ſi μ étoit à peu près égal à $\frac{3n^2}{4}$; les termes dont il s'agit pourroient être très-conſidérables, & même aſſez pour altérer beaucoup la valeur de Π, en ſorte que α ne pourroit plus être regardé comme très-petit.

(129.) En général, le rapport entre les termes dont il s'agit & ceux auxquels on a eu égard en négligeant l'équation du centre, dépend, comme il eſt aiſé de le voir par nos formules, du rapport entre $\frac{\text{coſ.}\,\Pi.\alpha'(\int G'\lambda\lambda - \frac{\int G'ff}{2})}{3n^2 - 2\mu}$ & $\frac{m\mathfrak{G}}{\zeta}$; & comme nous avons vu ci-deſſus, que $\int G'\lambda\lambda - \frac{\int G'ff}{2}$ peut être beaucoup plus grand que $\mathfrak{G}$ (*art. 68*), & que $3n^2 - 2\mu$ peut être beaucoup plus petit que ζ, puiſque μ eſt arbitraire, il s'enſuit que l'équation du centre de la Lune peut influer très-conſidérablement dans le mouvement de l'axe de cette planète,

& qu'en ayant égard à cette considération essentielle, le résultat de la seconde solution, qui est le véritable, peut différer beaucoup du résultat de la première.

(130.) Afin de rendre aussi exacte qu'il est possible la méthode que nous venons de donner pour déterminer α & ε, il faudra supposer $\varepsilon = \mu' z$, ou même plus exactement encore, $\varepsilon = \mu' z + \omega$, ou plutôt $\varepsilon = \mu' Z + \omega$, Z exprimant le mouvement moyen de la Lune, μ' étant un coëfficient inconnu & constant, & ω une quantité inconnue composée de sinus & de cosinus, & qui doit être peu considérable; on auroit une valeur de α, dans laquelle entreroit l'indéterminée μ', & cette valeur donneroit celle de ε, dans laquelle il entreroit aussi un terme de cette forme βz, β étant un coëfficient composé de μ' & de connues: ce coëfficient β étant fait égal à μ', on auroit la valeur de μ', & la quantité ω devroit être à peu près égale au reste de la valeur de ε. Mais pour que cette solution soit exacte, il est nécessaire que dans les approximations successives, la valeur de μ' soit exprimée par une série très-convergente, ou qui le soit au moins suffisamment, sans quoi on retomberoit dans l'inconvénient de *l'article 95 ci-dessus:* cet inconvénient, ce me semble, doit avoir lieu lorsqu'on ne pourra employer la méthode du *§. IX* pour trouver les valeurs approchées de Π & de ε, c'est-à-dire lorsqu'on sera forcé, même en négligeant les termes où se trouve $dd\Pi$, d'avoir recours à la méthode du *§. X*, méthode d'où l'on ne sauroit déduire une valeur de ε exprimée de cette sorte $\varepsilon = Dz + \sigma$, D étant un coëfficient constant, & σ une quantité composée de sinus & de cosinus: or cette valeur de ε n'aura lieu que lorsque la plus grande valeur de v dans l'équation $-\frac{dv}{L + E\,\text{sin.}\,v} = dz$, ne passera pas un petit nombre de degrés, ou bien encore lorsque E sera très-petit par rapport à L; sans l'une ou l'autre de ces conditions, on ne pourra pas exprimer par une approximation assez exacte la valeur de σ en z; on aura seulement celle de z en σ.

MÉMOIRE

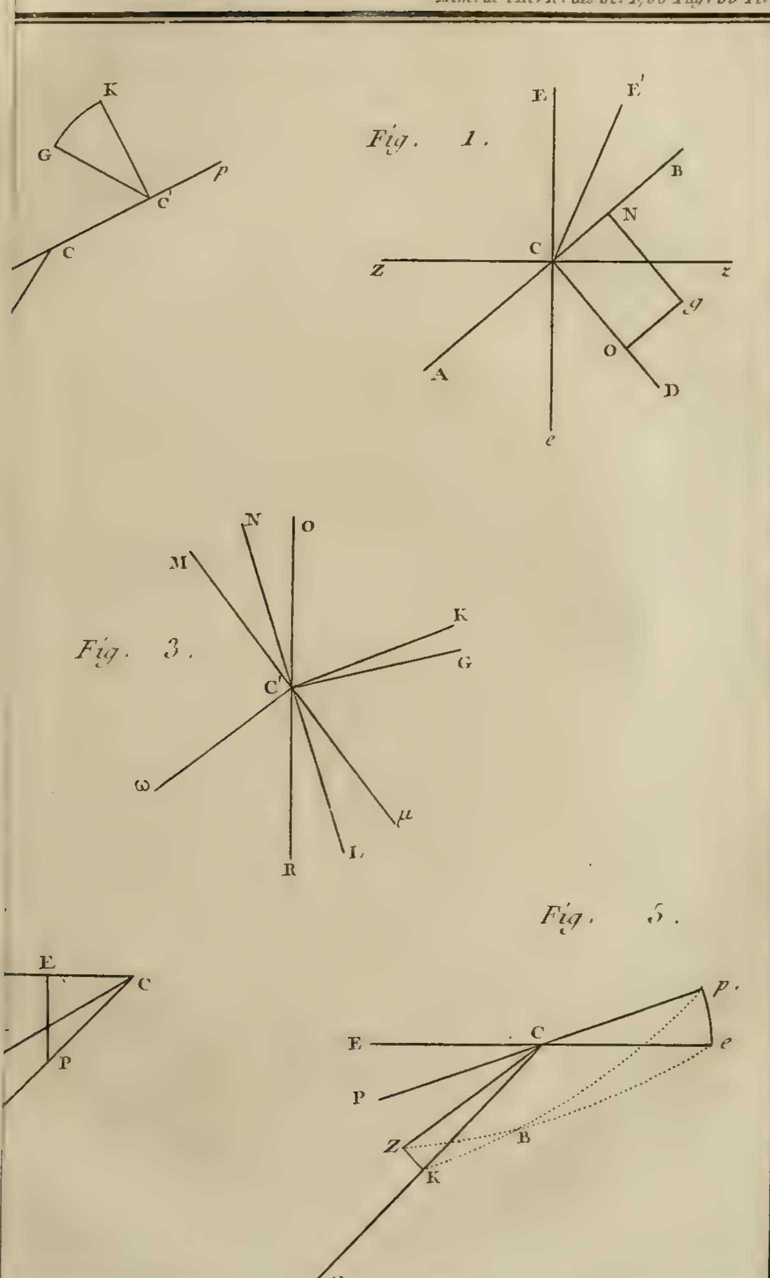
Sur le Froid de l'hiver de 1767 à 1768, ſur la Débâcle des glaces, & ſur un moyen propre à en rendre les ſuites moins fâcheuſes.

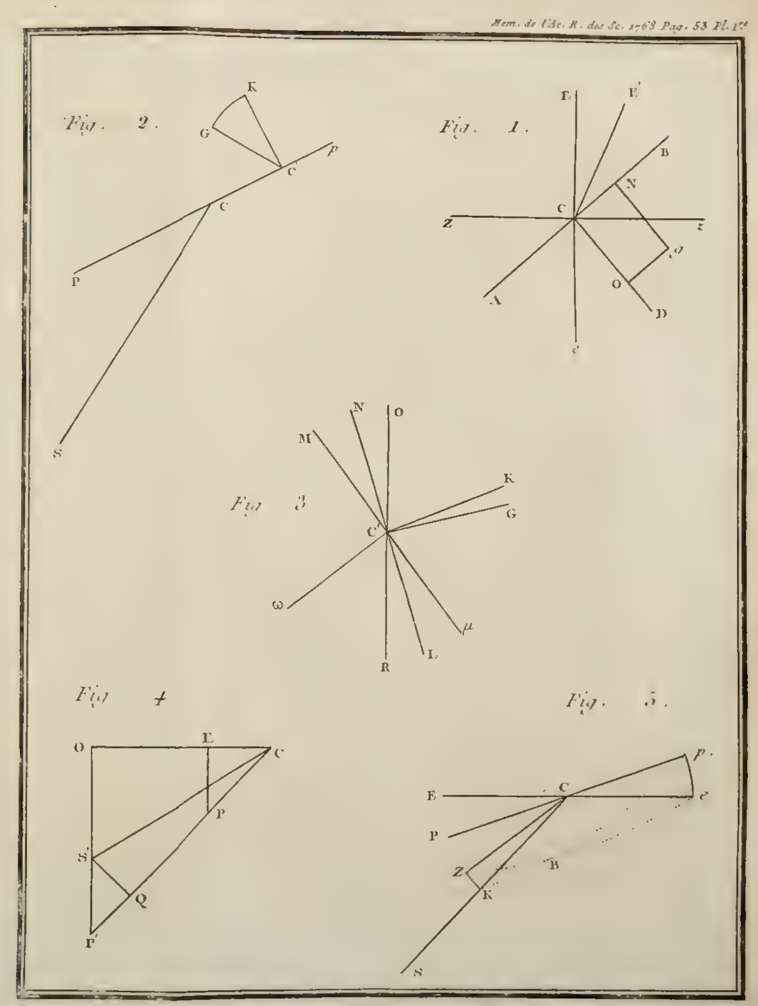
Par M. DEPARCIEUX.

13 Avril 1768.

TOUT le monde ſait que le froid que nous venons d'éprouver cet hiver, a été le plus fort qui ſe ſoit fait ſentir à Paris depuis l'année 1709 : le thermomètre de M. de Reaumur, placé à l'Obſervatoire, au même endroit où étoit en 1709 celui de M. de la Hire, a été obſervé par M. l'abbé Chappe le 5 Janvier dernier à 7 heures du matin, & marquoit 13 degrés $\frac{2}{3}$; & l'on ſait par une longue ſuite de marches comparées du thermomètre de M. de la Hire à celui de M. de Reaumur, placés l'un à côté de l'autre, que ce dernier auroit marqué 15 degrés $\frac{1}{2}$, s'il avoit été connu en 1709 & placé où il eſt.

Nous avons entendu dire il y a deux ans, que le thermomètre de M. de Reaumur étoit deſcendu de 15 degrés en Auvergne & dans la haute Bourgogne, & cela peut bien être, ces deux pays étant les plus élevés du Royaume : on a encore dit cette année qu'il étoit deſcendu au-deſſous de 15 degrés à Saint-Germain-en-Laie. M. Léveillard, propriétaire des nouvelles eaux minérales de Paſſy, où il demeure, a vu le ſien à 15 degrés le 5 Janvier ſuivant, avant le lever du ſoleil; mais nous ne ſavons pas où ſeroit deſcendu celui de M. de Reaumur en 1709, ni en Auvergne, ni en Bourgogne, ni à Saint Germain-en-Laie, ni à Paſſy : nous ne ſavons pas non plus par qui ont été faits les thermomètres avec leſquels ces degrés de froid ont été obſervés; mais on peut compter ſur la comparaiſon des froids éprouvés à Paris; les lumières des Obſervateurs & la bonté des inſtrumens ſont connues.


K
G
p
C'
C
Fig. 1.
E
E'
B
N
C
Z
z
g
O
A
D
e
N
O
M
K
Fig. 3.
G
C'
ω
μ
L
R
Fig. 5.
E
C
P
p.
E
C
e
P
Z
B
K
S


Fig. 1.
E
E'
B
N
C
Z
z
g
O
A
D
e
Fig. 2.
K
G
p
c
C
P
S
Fig. 3
N
O
M
K
G
C
ω
μ
L
R
Fig. 4
O
E
C
P
S
Q
P'
Fig. 5.
p.
C
E
e
P
Z
B
K
S

J. I. del et sc

Il y a néanmoins dans le froid de cette année une ſingularité bien digne d'être remarquée, parce qu'on ne trouve nulle part que le froid de 1709 ait produit rien de ſemblable; cette ſingularité tendroit à faire croire le froid de cette année plus fort que celui de 1709, ſi les thermomètres n'aſſuroient pas le contraire.

Nous ſavons par M. du Hamel, de cette Académie, qu'un puits à Aſcou près de Denainvilliers, de 50 pieds de profondeur, de 6 pieds de diamètre à la margelle, & de 11 dans le bas, a gelé de 2 à 3 lignes d'épaiſſeur; pluſieurs autres puits du voiſinage, mais moins profonds & plus étroits, ont auſſi gelé, mais beaucoup plus fort.

Le père Cotte, de l'Oratoire, réſidant à la maiſon de Montmorency, nous a appris que la ſurface de l'eau d'un puits qui a 30 pieds de profondeur de la margelle à l'eau, a auſſi gelé, & cependant le thermomètre étoit moins bas qu'à Paris, n'y étant deſcendu qu'à 13 degrés $\frac{1}{2}$.

La même ſingularité a été obſervée à Menars chez M. le Marquis de Marigny, à Alais en Languedoc, & ſans doute en d'autres endroits que j'ignore. Le puits du château de Menars a 55 pieds de profondeur & 12 de diamètre, mais il eſt à moitié couvert de poutres & de planches; il a néanmoins gelé d'un pouce d'épaiſſeur: deux autres puits dans le Bourg, l'un de 16 pieds de profondeur, & l'autre de 20, & ſeulement de 2 pieds $\frac{1}{2}$ de diamètre, & entièrement couverts d'une calotte de maçonnerie, en forme de niche cylindrique, ont également gelé; & aucun des vieillards du Pays ne ſe ſouvient d'avoir vu, ni entendu dire, que la même choſe fût arrivée en 1709.

M. l'abbé de Sauvages, de la Société Royale des Sciences de Montpellier, qui réſide ordinairement à Alais, m'a mandé, qu'un puits public dans le faubourg de la Roque, de cette ville, qui ne gela pas non plus en 1709, ſuivant pluſieurs perſonnes âgées du quartier, a gelé cette année; & néanmoins le thermomètre de M. l'abbé de Sauvages, bien expoſé, n'eſt deſcendu qu'à 9 degrés $\frac{1}{2}$. La marche de ſon thermomètre qu'il tient de M. l'abbé Chappe, a été comparée à celle du thermomètre de M. de Reaumur, par M. de Reaumur même, il y a vingt ans. Quelle eſt la cauſe

qui fait qu'un degré de froid moins fort qu'un autre produit plus d'effet ? ou la même chose est-elle arrivée en 1709, sans qu'on en ait fait mention ?

Quoi qu'il en soit, le progrès du froid de cette année a été prompt ; le thermomètre n'étoit qu'à la congélation le 21 Décembre 1767, & dès le 23 à 8 heures du soir, les Gardes de la Patache du Mail s'aperçurent que la Seine commençoit à charier une crème de glace, ou de très-petits glaçons ; c'est ce que les gens de rivière appellent *butiner.* La rivière a continué à charier en augmentant toujours le 24 & le 25 ; & le samedi 26 elle a été arrêtée à 9 heures du matin ; & ce qu'il y a encore en ceci d'assez singulier, & qui montre bien l'âpreté du froid, c'est qu'elle a arrêté au moins en trois endroits différens presque à la fois.

Le milieu de la rivière resta libre ou non couvert de glaçons, depuis le Pont-royal jusque vers Chaillot ou les Bons-hommes ; les glaçons ayant été d'abord arrêtés au pont de Sèves, comme cela arrive presque toutes les fois que la rivière charie, à cause de l'étroit des passages qui ne peuvent avoir que la longueur ou portée des poutres ; ce qui fait que le courant à l'aval du pont de Sèves est aussi toujours à découvert, si ce n'est par les côtés.

Ce vide à l'aval du Pont-royal resta tel, parce qu'avant que le dessous fût plein ou couvert, les glaçons formèrent un engorgement ou une voute couchée à la seule arche du Pont-royal, par laquelle ils passoient encore le 26 au matin, les autres ayant été fermées les jours précédens ; & la même chose arriva au Pont-neuf presqu'en même-temps, car il ne vint de glaçons que pour couvrir le courant jusque vis-à-vis le grand guichet ou environ, de sorte que le milieu du courant resta encore à découvert depuis ce guichet jusqu'au Pont-neuf, sur peut-être 10 à 12 ou 15 toises de largeur plus ou moins ; depuis le Pont-neuf en montant, la rivière fut entièrement couverte, peut-être jusqu'à Corbeil ou Melun, ainsi que la Marne, à moins qu'il ne se soit formé d'autres obstructions au-dessus, avant que le dessous fût plein.

La même chose arriva en 1709 ; le milieu de la Seine resta à découvert

à découvert dans Paris par quelques engorgemens formés au Pont-marie & au pont de la Tournelle ou au-dessus : on peut voir sur cela l'Histoire de l'Académie de cette année, ou la Dissertation sur la glace, par M. de Mairan.

La glace qui forme les deux côtés de ce courant, s'étend bien peu à peu, & elle couvriroit le tout à la fin, si le froid duroit assez long-temps pour cela, ou que le courant fût peu rapide; mais elle s'étend d'autant plus lentement que l'eau coule plus vîte au milieu, & l'eau coule plus vîte à mesure que le canal diminue par l'augmentation de la glace des côtés, en étendue & en épaisseur.

Dans l'hiver de 1762 à 1763, dont le froid fut assez considérable, les glaçons furent arrêtés par les ponts de Paris, en sorte que le courant d'au-dessous resta libre & sans glace, à l'exception de celle qui se forme toujours sur les bords; quand ces bords sont de la grève, où l'eau a peu d'épaisseur & de vîtesse, le milieu de la rivière continue à couler à découvert, jusqu'à ce que de nouveaux glaçons se soient formés sur la surface de l'eau, (comme l'explique très-bien M. l'abbé Nollet dans un Mémoire lû en 1743) & qu'ils aient marché assez long-temps pour se grossir au point de faire prendre la rivière à quelque pont ou autre passage étroit & resserré; ou bien que la rivière se trouvant moins rapide en certains endroits qu'en d'autres, la glace qui commence à se former sur les bords, s'étendant peu à peu, se joigne enfin au milieu de la rivière; ce qui arriva, en 1763, vis-à-vis Passy, entre les Bons-hommes & le château de Passy: M. Léveillard, déjà cité, qui a sa maison vis-à-vis, m'a assuré qu'on patinoit en cet endroit dans toute la largeur de la rivière.

Il est aisé de concevoir que les piles des ponts en général, & plus dans Paris qu'ailleurs, sont la principale cause qui fait prendre la rivière; l'eau ayant moins de vîtesse à ses bords qu'au milieu, & d'autant moins que tous les bateaux qui sont sur les ponts la retardent, les arches des côtés se trouvent bouchées les premières; il se forme alors deux grandes lisières de glace, une à chaque côté, depuis le pont de la Tournelle & le Pont-marie jusqu'au Pont-royal, excepté néanmoins au pont Notre-Dame du côté

de Saint-Denys-de-la-Chartre, à caufe que la rivière eft plus profonde de ce côté-là que de l'autre, & que tout le courant s'y porte, l'autre côté étant barré par une digue, & le milieu par les pompes; néanmoins cette année la lifière de glace a été du côté de Saint-Denys-de-la-Chartre comme de l'autre.

Les moulins fur bateau, & les bateaux chargés de marchandifes, reftent chacun à leur place jufqu'à ce que la rivière commence à charier: les Meuniers & les Bateliers fe mettent bien alors en devoir de ranger leurs bateaux; mais quand le froid augmente auffi rapidement qu'il a fait cette année, la force de la glace déjà formée fur les bords de la rivière, & encore plus l'embarras des glaçons qui fe fuccèdent empêchent de caffer la glace des bords, & de fe ranger auffi-bien qu'on le pourroit faire, fi on n'étoit pas inquiété par ces glaçons; les bateaux de marchandifes reftent pris, placés les uns devant les autres, & les moulins reftent encore loin des bords de la Seine par l'embarras de leurs aubes & des glaces, & parce qu'on eft obligé d'agir précipitamment.

La voie des glaçons fe rétréciffant de plus en plus, ceux qui font en mouvement fe touchent, & s'ils fe trouvent difpofés pour cela, ils forment une voûte couchée, dès qu'ils trouvent deux points folides pour s'appuyer, & ils arrêtent tout ce qui fuit.

Il eft aifé de concevoir que la caufe qui fait prendre la rivière plus tôt eft la même qui ne la laiffe débâcler que plus tard, toutes les piles des ponts de Paris font autant de points d'appui qui retiennent les voûtes formées par les glaçons, & les empêchent de fe rompre en ne leur permettant aucun mouvement, à moins que la rivière ne hauffe ou ne baiffe affez confidérablement pour que les voûtes fe caffent.

Ce que je dis du retard des débâcles me femble être de la dernière évidence; il fera bon néanmoins de prouver que le fait y eft conforme. Ce que je vais dire m'a été affuré par M. Guerin, Brigadier des Gardes de la patache du Mail, & confirmé par toute la Brigade: toutes ces perfonnes qui veillent la nuit & le jour par devoir pendant toute l'année, veilloient de plus alors pour leur propre falut; plufieurs autres faits m'ont été commu-

niqués ou confirmés par M. le Curé de Conflans, ou par le ſieur Bouvier, bien connu de l'Académie par différentes inventions ingénieuſes, habitant actuellement à la Rapée, par les gardiens de la pompe du pont Notre-Dame, & autres.

Dès le 8 Janvier, dans la journée, le thermomètre monta au-deſſus de la congélation, & n'eſt plus deſcendu au-deſſous que long-temps après la débâcle: dans le même temps la rivière commença à croître peu à peu; en ſorte que du 8 au 12 au matin elle avoit crû de 19 pouces; & du 12 au 13 au matin, elle crût encore de 9 pouces.

Cette augmentation d'eau élevant & caſſant les glaces, détermina la débâcle qui commença à l'aval du pont de Corbeil le 12 à 8 heures du ſoir: la rivière d'Eſſonne qui ne gèle pas ordinairement, qui n'a gelé que très-peu cette année, & qui entre dans la Seine à Corbeil, peut auſſi avoir été cauſe de ce que la débâcle commença en cet endroit plus tôt qu'ailleurs; le mouvement des glaces ſe communiquant peu à peu, arriva au bac de Ris vers les 9 heures, & à la patache du Mail à 2 heures après minuit; la patache marcha avec les glaçons d'un mouvement preſque inſenſible pendant 36 à 37 minutes, & le tout s'arrêta; ce premier choc n'ayant pu faire partir les glaces du dedans de Paris, les glaces & la patache ne marchèrent que de 7 à 8 toiſes, dans cet intervalle de temps de 36 à 37 minutes; mais le mouvement avoit été beaucoup plus grand par le haut, & ſeulement par la Seine: la Marne n'avoit point crû, & d'ailleurs le pont de Charenton & le nombre d'îles que la Marne a dans ſon cours ſont bien capables d'en retarder la débâcle.

Le mouvement des glaces dans le haut fut ſi conſidérable que dès 11 heures ½ ou minuit, la rivière étoit libre au bac de Ris, l'eau & les glaces y avoient monté ſi haut vers les 10 heures du ſoir qu'elles portèrent le bac ſur une île qui eſt au-deſſous; & elles ne commencèrent à croître à Paris que vers les 8 ou 9 heures du matin du 13; le bateau dans lequel on devoit filtrer les eaux, établi vis-à-vis le port à l'Anglois, fut amené 7 à 800 toiſes plus bas, vis-à-vis le château de Berci, où il étoit tout briſé & fracaſſé; en ſorte qu'on n'en voyoit plus que le

haut, que les habitans de Berci & de la Grande-pinte dépeçoient & emportoient pièce à pièce, lorſque la débâcle repartit vers les 11 heures $\frac{1}{2}$ du matin du même jour 13.

Les piles des ponts de Paris qui tenoient, pour ainſi dire, la glace clouée ſur la rivière, & ſur-tout le pont Notre-Dame, par tout ce dont il eſt embarraſſé, comme je le dirai plus expreſſément ci-après, ne permirent pas aux voûtes couchées de ſe rompre; ce premier mouvement ou reſſerrement des glaces, que les gens de rivière appellent *renchарge*, ne peut ſe faire ſans déranger beaucoup les glaçons, les faire entaſſer & culbuter, en ſe dirigeant de tous les ſens, horizontalement, verticalement, paſſant les uns ſur les autres ou coulant par-deſſous, &c.

On ſent encore aiſément que tous ces glaçons amenés & amoncelés en plus grande quantité ſur chaque place, chargeoient davantage ſur la ſurface de l'eau, s'y enfonçoient & diminuoient d'autant ſon paſſage; alors l'eau s'accumula de proche en proche du côté d'en haut vers Choiſi, Ablon, &c. & d'autant plus qu'il avoit plu un peu en Bourgogne quelques jours auparavant, ce qui avoit cauſé dans la rivière la petite augmentation d'eau dont j'ai parlé.

Ce que j'avance de cette retenue d'eau faite de proche en proche, du côté d'amont, par l'accumulation des glaces qui en diminuoient le paſſage, a été prouvé par la diminution ſubite de la rivière ſurvenue après la débâcle; car à l'échelle du Pont-royal l'eau étoit à 18 pieds le 13 Janvier au ſoir; & à 18 pieds 6 pouces le 14 au matin: le 18 elle n'étoit plus qu'à 10 pieds 6 pouces, ayant diminué de 8 pieds en quatre jours.

Ce qui augmenta auſſi conſidérablement le volume total dans la rivière, étoit peut-être plus le volume des blocs de glace, épais comme ils étoient, que celui de l'eau; celle-ci les lavant continuellement & avec vîteſſe, en paſſant par les interſtices, les fondoit peu à peu, & le volume total diminuoit d'autant les jours ſuivans.

Cette quantité d'eau & de glace accumulée de proche en proche en remontant, ſe fit à la fin paſſage, & ſouleva plus rapidement les glaces dans Paris; de ſorte qu'à 10 heures du matin du même

jour 13, la rivière étoit déjà d'environ 2 pieds plus haute qu'elle n'étoit à 8 heures; l'eau croiſſant toujours, les voûtes couchées appuyées contre les piles des ponts, caſsèrent enfin à 11 heures $\frac{1}{3}$ ou environ, & la débâcle partit; l'eau étant au Pont-royal à environ 12 pieds $\frac{1}{2}$; mais bientôt elle monta plus vîte.

Les glaçons s'étoient tellement accumulés à l'entrée & au-deſſus de Paris, que quoique ce qui commençoit à partir ne pût aller auſſi vîte que ce qui étoit déjà en mouvement, il y en avoit tant d'amoncelés qu'il y en avoit de quoi couvrir tout le courant, & encore une épaiſſeur conſidérable ſous ceux-là; ils marchoient ſans laiſſer le moindre eſpace vide; le courant alloit comme s'il n'eût été compoſé que d'un ſeul glaçon; pluſieurs étoient retenus & menés verticalement entre les autres, tant ils étoient ſerrés: on ſent par-là combien ils devoient être enſoncés dans l'eau.

Dès que l'obſtacle fut vaincu dans Paris, la partie d'amont qui avoit déjà cheminé dans la nuit ne tenoit plus enſemble, & tendoit à pouſſer ce qui étoit en avant; mais le chemin n'étoit pas frayé du côté d'aval; il falloit que ce qui arrivoit mît en mouvement ce qu'il rencontroit: les ponts de Sèves, de Saint-Cloud & de Neuilly, ne livroient que des paſſages encore plus étroits que ceux de Paris.

M. Perronet a vu au pont de Sèves, ſur-tout vers les culées, les glaçons accumulés juſqu'aux poutres, ſaillans hors de l'eau de 4 à 5 ou 6 pieds, ce qui ne pouvoit être, qu'ils ne portaſſent ſur d'autres qui devoient porter eux-mêmes au fond de la rivière, l'eau paſſoit entre les glaces & les fondoit peu à peu: on doit être étonné que le pont ait réſiſté à cet effort.

Le courant étoit moins rapide en aval qu'en amont; ce qui faiſoit croître la rivière preſque à vue d'œil; de ſorte qu'à 2 heures après midi elle étoit à environ 16 pieds à l'échelle du Pont-royal, tandis qu'elle n'étoit la veille au ſoir qu'à 8 pieds 4 pouces, les glaçons venant de plus en plus, & le courant n'étant établi que par deux arches du Pont-royal; ces deux arches s'obſtruèrent de nouveau à 2 heures & demi, & ſi bien que quoique l'eau montât encore de 2 pieds avant la nuit, elle ne put faire repartir les glaces; le Pont-royal étant bouché, le reſte de la

rivière dans Paris & au-dessus, fut bientôt couvert de glaçons amoncelés & bouleversés de tous les sens, spectacle affligeant par l'idée du mal qu'il faisoit craindre.

Ce fut dans ce même-temps que l'Académie assemblée, toujours attentive à tout ce qui peut tendre au bien de la Société, ou à diminuer les maux, nous chargea, M. Buache & moi, d'examiner & de suivre le progrès de l'inondation; le présent Mémoire est le résultat de tout ce que j'ai pu apprendre à ce sujet, & des remarques que j'ai eu occasion de faire.

L'eau étoit à 18 pieds le 13 à 4 heures $\frac{1}{2}$ du soir, elle augmenta de 5 à 6 pouces pendant la nuit; en sorte qu'elle étoit à 18 pieds $\frac{1}{2}$ le jeudi matin 14, & la glace lâcha au Pont-royal vers les 8 à 9 heures du même jeudi matin; mais elle tint au Pont-neuf & au-dessus, tout le jeudi & tout le vendredi, & elle partit pour la dernière fois dans la nuit du 15 au 16.

Si pendant le temps que les glaces ont été arrêtées du 13 au 15, le froid eût repris, comme on devoit le craindre (car il n'est pas ordinaire, après un froid si vif, de le voir cesser si subitement dès le 8 Janvier, qui est communément le temps de nos plus grands froids), les glaçons accumulés comme ils étoient, aussi épais & en aussi grande quantité, se seroient soudés les uns aux autres; ce qui auroit formé une glace de 7, 8 ou 9 pieds d'épaisseur ou davantage, & eût pu causer les plus grands malheurs: aussi les Magistrats, toujours attentifs à la sûreté & à la conservation des Citoyens & de leurs biens, avoient-ils ordonné aux habitans de dessus les Ponts, de déménager avec leurs effets les plus précieux.

C'est la Seine seule qui a produit tout ce mal & tout le dégât dont je vais parler; la Marne n'a débâclé que le 18 à 9 heures du soir.

A moins qu'il n'y ait des pluies en Champagne pendant le temps que les rivières sont prises, la Marne est communément la dernière à débâcler; le Pont & les Isles de Charenton en sont sans doute la cause: on sent aisément que c'est un avantage pour Paris; car si la débâcle de la seule rivière de Seine a fait tant de dommages, qu'auroit-ce été si la Marne avoit débâclé en même-temps?

C'eſt la débâcle du 13 Janvier qui a fait la plus grande partie des dommages qu'il y a eu ſur les ports de Paris: j'ai déjà dit que l'eau étoit à 12 pieds $\frac{1}{2}$ à l'échelle du Pont-royal; à 11 heures $\frac{1}{2}$, lorſque la débâcle partit; cette élévation de la rivière, formée par l'accumulation d'eau & de glaces qui s'étoit faite au-deſſus de Paris, facilita la prompte deſcente des glaces d'amont, dès que le paſſage fut ouvert: cette abondance de glaçons qui arrivoient en foule, non-ſeulement à la ſurface de la rivière, mais entremêlés dans l'eau, entraînoit tout ce qu'elle rencontroit; elle amena dans le premier quart-d'heure un fort bateau Marnois dans l'arche du Pont Notre-Dame, où eſt la machine à gauche: ce bateau étant dirigé obliquement, comme les glaçons le menoient, ſa pointe alla s'appuyer contre une des palées de la machine; le bateau étoit fort, il réſiſta aux efforts des glaçons, garantit la machine qui auroit été en très-grand danger ſans lui, & rendit cette arche inutile au paſſage de la débâcle; quelques gros glaçons ſe préſentant à la fois devant la machine de la droite, qui ne laiſſe, non plus que l'autre, que 24 pieds de largeur de paſſage dans ſon milieu, firent route & en bouchèrent le courant: les glaçons n'eurent alors de débouché que par les arches de droite & de gauche, & ils n'en auroient eu que par les deux ſeules arches de la gauche, ſi la rivière n'étoit devenue auſſi haute qu'elle le devint en très-peu de temps; la digue qui barre le devant des deux arches de la droite les eût rendues inutiles à la débâcle.

Les glaçons arrivant en foule, & plus vîte qu'ils ne pouvoient paſſer par ces deux détroits, les derniers pouſſoient les premiers de côté & d'autre en avançant toujours; ils caſſoient les cables, entraînoient les bateaux, grands & petits, ou les pouſſoient contre les maiſons ou contre les quais, les faiſoient entrer les uns dans les autres, les flancs des plus foibles cédant aux plus forts, &c.

La Samaritaine fut garantie comme la pompe du Pont Notre-Dame, par trois bateaux de blanchiſſeuſes, & autant de moulins que les glaçons pouſſèrent ſur les bateaux devant l'arche de cette machine; trois bateaux & deux moulins y ont péri; on ne les a enlevés que pièce à pièce.

Il y eut en cet endroit peu après le commencement de la débâcle, un ſpectacle bien triſte & bien effrayant, je ne puis me le rappeler ſans frémir. Deux filles ſe trouvèrent entraînées dans un bateau de blanchiſſeuſes tout fracaſſé, qui, heureuſement pour elles, vint ſe loger dans l'arche de la Samaritaine, non loin d'un moulin qui venoit d'y être coulé à fond, & leur bateau étoit prêt à en faire autant. Les glaçons entaſſés, les moulins & les bateaux briſés en cet endroit ne leur permettoient aucun paſſage: elles croyoient être à leur dernier moment, lorſque quelques perſonnes ſecourables leur deſcendirent une corde de deſſus le parapet; l'une des deux, celle à qui j'ai parlé, s'en ſaiſit, la paſſe ſous ſes aiſſelles, la noue elle-même, & on l'enlève; mais quelle fut ſa frayeur? Quelque nœud ſe reſſerrant lui fit croire que la corde caſſoit; elle arriva évanouie en haut; on ſecourut enſuite l'autre. Un charbonnier au même endroit ne fut pas auſſi heureux, il tomba entre un bateau & des glaçons, & diſparut.

Ce n'eſt pas ſeulement dans Paris que l'accumulation des glaçons qui s'étoit faite pendant la nuit, a été funeſte; dès que le courant fut ouvert dans Paris, cette maſſe énorme de glaçons, entaſſés en amont, peut-être juſqu'à Villeneuve-Saint-George, ou encore plus haut, entremêlés d'eau, & par conſéquent très-prêts à marcher au moindre mouvement qui ſe feroit par en bas, ſe mirent en marche de proche en proche; la moindre vîteſſe avec une telle maſſe ne pouvoit produire que des effets terribles; pluſieurs bateaux de charbon de bois & de terre, périrent au bas de Conflans: la rivière étoit ſi haute qu'elle porta un train de groſſes pièces de charpente deſtinées pour la Marine dans un jardin de Bercy, en faiſant marcher le parapet devant le train de bois; l'eau étoit dans cet endroit 2 pieds plus haute que le parapet, ce que j'ai reconnu aux marques faites aux arbres par les glaces: cette hauteur de l'eau porta & répandit une quantité prodigieuſe de glaçons dans les plaines d'Ivry, de Maiſons, de Choiſi, de Villeneuve-Saint-George, &c. qui ont été autant de moins pour le paſſage dans Paris: l'eau entra dans le faubourg Saint-Antoine par la rue Traverſière, qui fut remplie de glaçons juſqu'au de-là de la rue de Charenton.

Toutes

Toutes ces pertes causèrent une désolation affreuse sur tous les bords de la rivière, mais sur-tout depuis le Pont-neuf en haut, & encore plus à la Grève & au Port-aux blés, qu'ailleurs; ce qui ne seroit vraisemblablement pas arrivé, si les deux arches du milieu du Pont Notre-Dame, qui sont les plus grandes, & celles qui se présentent naturellement au fort du courant, avoient été libres, comme elles devroient l'être; d'autant plus que dans ces momens fâcheux & terribles, les glaces n'ont de débouché que par ce bras de la rivière: celui de l'Hôtel-Dieu étant plus petit, plus embarrassé & ayant moins d'eau, débâcle presque toujours le dernier, & ne peut fournir qu'un petit débouché. Il y a grande apparence que la plupart des malheurs dont parle l'Histoire de Paris, sont dûs à de semblables accumulations de glaces.

Entre les personnes qui pourront lire ce Mémoire, plusieurs n'auront peut-être jamais occasion de voir le Pont Notre-Dame, dont je parle, pour en juger par elles-mêmes; je crois, par cette raison, devoir en décrire le dessous plus particulièrement, pour mieux faire sentir combien les ouvrages qu'on a appuyés contre ce Pont, depuis qu'il est construit, nuisent au passage des grandes eaux, & encore plus à la débâcle des glaces; je le dois d'autant plus, qu'il y a dans Paris bien des personnes qui n'y ont sûrement jamais fait attention.

Le Pont Notre-Dame est placé sur le principal bras de la Seine, & presque le seul par lequel se font les débâcles, comme je viens de le dire; il a six arches, les deux du milieu n'ont que 55 pieds de diamètre chacune; les autres vont en diminuant de côté & d'autre, comme à tous les anciens Ponts. On sent aisément, sans l'avoir vu, que les deux arches du milieu sont celles qui se présentent naturellement au fort du courant, & celles qui devroient former le passage le plus libre; telle étoit l'intention de l'Architecte, qui a fait ces arches plus grandes que les autres; & c'est précisément à l'aval de ces deux arches que sont placées les deux machines qui élèvent le peu d'eau qui est distribué dans Paris.

Tout l'entre-deux de ces deux machines est occupé & entièrement barré par le puisard des pompes, qui sert de base à la

tour où elles élèvent l'eau; les palées qui portent les logemens de ces machines, les ailerons & les pieux des guides des roues, occupent ou barrent les côtés, & ne laissent que 24 pieds de passage libre, répondans au milieu de chaque arche où sont placées les roues; & pour envoyer plus d'eau à ces machines, on a de plus construit une digue qui barre le devant des deux arches de la droite jusqu'à une certaine hauteur, ce qui empêche tout passage d'eau & de glaces tant que les eaux sont moyennes ou basses, & gène également le cours des eaux lors des inondations, en les soutenant plus élevées qu'elles ne le seroient sans cette digue: cette gêne du cours des eaux est encore augmentée par les piles du quai de Gèvres, construit contre toute raison sur la rivière même en 1642, malgré les justes & sages représentations du bureau de la Ville: ouvrage qui ne produit aucune décoration dans cette capitale, & qui au contraire est nuisible, puisqu'il empêche de jouir de la vue de la rivière. Il n'est presque d'aucune commodité au public, & sera toujours un obstacle de plus à la démolition des maisons de dessus les ponts, parce qu'on ne peut pas supprimer celles du Pont-au-change & du pont Notre-Dame, qu'on ne supprime celles qui sont sur le quai de Gèvres jusqu'à la rue de ce nom.

Quelqu'un dira peut-être que je me plains des embarras du pont Notre-Dame, & que l'obstruction du 13 Janvier, à deux heures & demie, s'est faite au Pont-royal: cela est vrai, le hasard a amené à la fois à ce dernier pont des glaçons disposés à former deux voûtes couchées de 70 à 75 pieds de diamètre, qu'il pouvoit bien plutôt former aux deux arches libres du pont Notre-Dame, qui n'ont que 54 & 48 pieds de diamètre; cela est sensible.

L'on voit d'après cela que toute la navigation montante & descendante, tant qu'elle est praticable, ne peut se faire que par les deux arches de la gauche du pont Notre-Dame, où le courant se trouve très-rapide à cause du barrage ou exclusion des quatre autres: ce n'est pas tout encore; lorsque les eaux ne sont que moyennes ou basses, temps où la navigation devroit être la moins gênée, deux moulins sur bateaux se placent dans

ces deux arches afin d'en diminuer le grand courant & d'envoyer plus d'eau aux machines: il eſt vrai que celui des deux moulins qu'on met dans la dernière arche à gauche, n'a cette permiſſion qu'à condition de livrer le paſſage certains jours de la ſemaine; c'eſt une Loi à laquelle doivent ſe conformer les Marchands de rivière: ſi les marchandiſes demandent plus de célérité, il faut aller demander un ordre au bureau de la Ville, ce qui, comme l'on voit, eſt encore un ſurcroît de gêne pour la navigation; & cela, pour donner dans Paris 90 à 100 pouces d'eau, tandis qu'il en faudroit 1000 à 1200 pour le moins, le produit de ces deux machines n'étant guère au-delà de ce qu'il en faut aux habitans de cette grande ville pour leur boiſſon. Si je parlois de ſemblables ouvrages faits à mille lieues de Paris, on croiroit que j'exagère, mais tout le monde peut connoître la vérité de ce que j'avance; à Dieu ne plaiſe cependant que je veuille par-là blâmer la mémoire des Magiſtrats qui ont fait établir ces pompes: deux bonnes raiſons les excuſent; ils ne connoiſſoient pas d'autre moyen pour avoir de l'eau, & avant les pompes le même établiſſement exiſtoit; c'étoient deux moulins à farine; on ne fit qu'en changer les mouvemens.

Il faut eſpérer qu'à préſent qu'on connoît un moyen ſûr pour avoir toute l'eau néceſſaire, eau que ſept Chimiſtes du premier ordre, Mrs Hellot, Macquer, Majault, Poiſſonnier, de la Rivière, Roux & d'Arcet, atteſtent & ſignent être auſſi ſalubre que l'eau de la Seine, & plus légère que celle d'Arcueil & de Ville-d'Avray; il faut eſpérer, dis-je, que l'on cherchera les moyens les plus convenables pour la faire venir dans tous les quartiers de cette grande ville, qui en ont tous le plus grand beſoin, & que l'on débarraſſera enſuite la rivière & les ponts de tout ce qui gêne le cours de l'eau: n'eſt-il pas triſte, je dirai même humiliant, que la capitale du plus beau royaume de l'Europe ſoit fournie d'eau par des tonneaux traînés ſur des charrettes, ou par des hommes qui la portent ſur leurs épaules du milieu de la ville juſqu'à ſes extrémités: les ſources d'Arcueil ſont actuellement réduites à 2 pouces $\frac{1}{2}$ ou 3 pouces d'eau au plus, au lieu de 50 à 60 qu'elles donnoient communément: il y a deux ans

que les fauxbourgs Saint-Jacques & Saint-Marceau n'en ont eu qu'un petit filet à la fontaine Pot-de-fer: le pauvre peuple n'a que de l'eau de puits pour tous ſes uſages; l'Aſſemblée qui me fait l'honneur de m'entendre, voudra bien me pardonner cette petite digreſſion; je reviens à mon ſujet.

Les machines & la digue du pont Notre-Dame ſont, comme je crois l'avoir aſſez fait ſentir, la principale cauſe du retard des débâcles, parce qu'elles occupent les paſſages qui donneroient le plus de facilité ſi elles ne les occupoient pas: ces machines & ces digues ſont donc auſſi la cauſe de l'accumulation des glaces avant la débâcle; elles gênent l'écoulement quand la débâcle eſt commencée; par-là elles ſont la cauſe de la pouſſée de droite & de gauche, & elles ont par conſéquent grande part aux pertes faites ſur le Port-aux-blés & à la Grève, ſi même elles n'en ſont pas l'unique cauſe, d'autant plus que le courant qui vient par le Pont-rouge tend à porter plus du côté de la digue que de l'autre.

On voit d'après tout cela, combien il eſt à deſirer pour le bien public, & en particulier pour celui des Marchands de rivière, que ces machines & la digue faite pour leur envoyer de l'eau ſoient démolies: la machine de la Samaritaine eſt bien dans le même cas ou à peu près; elle & ſa digue bouchent deux arches, & par-là elles ſont cauſe, ainſi que les machines du pont Notre-Dame & le quai de Gêvres, que tout ce côté de la rivière ne fournit aucun débouché dans les débâcles, ou n'en fournit que fort peu, ſans néanmoins que les moulins & les bateaux qui y ſont ſoient plus en ſûreté, les glaçons faiſant effort par les côtés, par la raiſon que leur paſſage eſt diminué.

L'on peut voir clairement à préſent, que le mal en général vient de deux cauſes, qu'il faut bien méditer & bien ſentir; la première & la principale eſt l'accumulation des glaces faite à l'entrée de Paris & au-deſſus, laquelle doit avoir lieu fort ſouvent, ſi elle ne l'a pas toujours, peu ou beaucoup; ce qui prouve qu'elle l'a au moins fort ſouvent, c'eſt qu'on lui a donné le nom de *rencharge;* M. Guerin m'a dit avoir remarqué la même choſe il y a deux ou trois ans, & encore une autre année auparavant,

mais il ne se souvient pas laquelle: on sent au reste que la chose doit être ainsi plus ou moins sensiblement; & c'étoit un point essentiel à remarquer, pour tâcher d'y apporter remède; remarque que personne n'avoit faite, & qu'il est de la plus grande importance de connoître. 2.° Une autre source du mal, est que le passage pour l'arrivée des glaçons est très-libre quand l'obstacle est vaincu, & celui de leur traversée dans Paris & de leur sortie très-gêné: voici un moyen que je crois propre à remédier à ces deux causes.

MOYEN.

Le milieu du courant resté libre en 1709, & en deux endroits cette année-ci, sans parler de bien d'autres hivers, nous montre que s'il y avoit un moyen de faire prendre la rivière au-dessus de Paris, dès qu'elle commence à *butiner*, pour me servir du terme des Mariniers, tout le dessous restant sans glaçons, on auroit toute la liberté d'y manœuvrer à tout ce qui seroit nécessaire; les propriétaires des moulins & des bateaux vides ou chargés de marchandises, auroient la liberté de les placer à leur volonté où ils les jugeroient le plus en sûreté; il seroit aisé à chacun de casser la glace qui se formeroit chaque jour autour des bateaux; un croc de marinier ou une perche suffiroit pour cela, ou un batelet que trois ou quatre hommes feroient balancer le long des bateaux ou des bords de la rivière; en faisant cette manœuvre une fois par jour, la glace n'auroit pas le temps d'acquérir de la force, ce seroit l'affaire de peu de temps pour chacun; & avec fort peu de dépense, la Ville tiendroit les arches des ponts toujours libres: au lieu que dès que la rivière charie, personne ne peut aller dessus; les arches des côtés se bouchent, & les débâcles ne se font que par les deux ou trois ou quatre arches du milieu de chaque pont, au moins dans le commencement; & c'est presque toujours dans ces premiers momens que le mal est fait: chacun pourroit sans doute, dans l'état actuel, casser la première glace qui se forme autour des bateaux ou sur le bord de la rivière; mais voyant qu'elle va charier, & qu'elle remplira bientôt tous les intervalles avec ses glaçons, on sent que ce seroit de la

peine perdue; & par cette raiſon perſonne ne caſſe la glace qui ſe forme autour de ſon bateau ou de ſon moulin, & elle acquiert toute la force que le degré de froid qu'il fait peut lui donner. Cette année, la glace formée dans les endroits tranquilles & ſans mouvement, avoit 9 à 10 pouces d'épaiſſeur: arrivée à ce degré de force, elle n'eſt pas aiſée à caſſer; il faut la piocher preſque comme la pierre dans une carrière, & tout ce qui ſe trouve enchâſſé dans une telle glace, bateaux, moulins & marchandiſes, eſt fort en danger lorſque la débâcle arrive, d'autant plus que tous les intervalles ſont alors pleins d'une pareille glace, & que le courant eſt plus gêné par les arches bouchées; au lieu que s'il eſt poſſible, comme je le crois, de faire prendre la rivière au-deſſus de Paris, & la Seine ſéparément de la Marne, avec la liberté de débâcler à la moindre crûe ou au moindre abaiſſement qui déterminera la glace à ſe rompre, il ne pourra jamais s'y former aucune rencharge ou accumulation de glaçons, qui eſt le point eſſentiel à conſidérer; lorſque la débâcle arrivera, les glaçons paſſant, pour ainſi dire, du plein au vide, ayant une longueur de rivière de 3000 toiſes à remplir, ils ſe diſperſeront ou ſe ſépareront un peu les uns des autres; venant à rencontrer les premiers ponts, ils ſe briſeront, s'ils ne l'ont fait dans les 3000 toiſes qu'ils auront à parcourir avant d'arriver aux premiers ponts; trouvant enſuite dans la ville le baſſin de la rivière bien libre, ainſi que toutes les arches des ponts, il eſt vraiſemblable qu'ils paſſeront ſans faire de dégât, ni former d'obſtruction aux ponts, à moins que ce ne ſoit à la pompe du pont Notre-Dame, qu'on ne peut pourtant ôter, qu'on n'ait fait arriver l'Yvette.

Il me ſemble voir clairement que les glaces de la Seine venant ainſi de loin, ſans qu'il y ait eu aucune accumulation ou rencharge, & trouvant la traverſée de Paris libre, doivent y paſſer ſans cauſer de dommage, comme y paſſe la débâcle de la Marne, qui ſe faiſant preſque toujours après celle de la Seine, & trouvant tous les paſſages ouverts, ne fait jamais de mal, au moins que je ſache, comme n'en a pas fait cette année la débâcle de tout ce qui étoit en amont du pont de Corbeil, qui ne débâcla que dans la nuit du 15 au 16: c'étoient les glaçons qui paſsèrent dans Paris

le 16 au soir, ils étoient tellement dispersés & distans les uns des autres, qu'ils étoient hors d'état de faire aucun mal.

Voyons à présent s'il est possible de faire prendre la rivière où l'on voudra.

Avant de passer au moyen que j'ai à proposer, je ferai remarquer un fait qui est sous les yeux de tout le monde, & qui servira à prouver que ce que je vais proposer aura plus que la force nécessaire.

On nomme *bièles* à la machine de Marli, & par-tout où il y en a de semblables, des pièces de bois qui tiennent par un bout aux manivelles des roues, & qui mènent par l'autre les leviers droits ou courbes qui font jouer les pistons ou les chaînes le long de la montagne : il y en a cinq entr'autres, à la machine de Marli, de 8 pouces sur 6 d'écarrissage, & de 14 à 15 pieds de long, armées de fer par les deux bouts, lesquelles tirent & poussent alternativement & continuellement, en faisant un effort de seize à dix-sept milliers pesant.

Cela considéré, je propose de placer sur la rivière une chaîne flottante faite avec de forts madriers de sapin de 6 pouces d'épaisseur réduite, sur 12 à 15 pouces de largeur, & de 20 à 24 pieds de longueur, armés de fer par les deux bouts, comme les bièles de la machine de Marli ; ces armatures prenant les madriers en biais en venant aboutir à deux angles d'un même côté du madrier, comme le montre la *figure 1*re, & mariés les uns aux autres par de forts crochets de fer, on aura un moyen d'arrêter les glaçons, l'obstacle sera capable d'une très-grande résistance, & plus que suffisante pour faire prendre la rivière.

Je ne ferois nulle difficulté de me charger de faire prendre la Seine à la Rapée, quoiqu'elle y soit fort large ; mais il sera plus avantageux de faire prendre la Marne & la Seine séparément, afin que la débâcle de l'une ne détermine pas celle de l'autre, & il sera plus facile de les faire prendre par plusieurs chaînes plus courtes, & par conséquent plus maniables, comme de 25 à 30 toises de long, que l'on placera sur l'eau, lorsque le froid est à la veille de faire charier la rivière, que de la faire prendre

par une ſeule chaîne de 130 à 140 toiſes de long; il faut pour cela ſe former des points d'appui.

Le canal de la Seine, quand elle ſe réunit à la Marne ou un peu au-deſſus, a environ ſoixante-dix à quatre-vingts toiſes de largeur, ſelon le plan de M. l'abbé de la Grive, & un plan que m'a communiqué M. Moreau, Architecte de la Ville: je propoſe de planter aux deux bords de la Seine, avant qu'elle ait reçu la Marne, & là où elle eſt la plus étroite, deux rangées ou palées de pieux, comme pour faire deux piles d'un pont de bois, mais beaucoup moins larges que ceux de Sèves ou de Neuilly; on plantera deux autres rangées de pieux, entre-deux, dans la rivière même, de ſorte que la largeur du canal ſoit diviſée en trois parties égales par ces rangées de pieux; on les moiſera & conſolidera avec autant de ſoin que ſi c'étoient réellement des piles pour un pont; c'eſt à ces palées de pieux qu'on amarrera les chaînes de madriers; on ne fera ces palées de pieux que de la hauteur néceſſaire, pour que les Mariniers puiſſent les voir, tant que la rivière eſt navigable.

On auroit peut-être demandé il y a cinquante à ſoixante ans; d'où ſavez-vous que la rivière eſt à la veille de charier? mais depuis qu'on ſait faire des thermomètres comparables, qui faits à Paris, à Londres ou à Lyon, marquent le même degré lorſqu'ils ſont enſemble, on ſait à ne pas s'y méprendre, ſi la rivière eſt près de charier, ou ſi elle en eſt encore éloignée. M. l'abbé Nollet a obſervé pluſieurs fois, qu'elle ne commence à charier, que quand le thermomètre de M. de Reaumur eſt entre 6 & 7 degrés au-deſſous de la congélation: on placera donc ces chaînes ſur l'eau, lorſqu'on verra le thermomètre arriver à 5 degrés au-deſſous de la congélation, en les lâchant de 20 à 30 toiſes plus haut, & les tenant en retraite par deux cordages qu'on laiſſera filer autour de deux pieux plantés pour cet effet, ſur les bords de la rivière; on amènera les chaînes à leur place, & on les amarrera avec deux bonnes chaînes de fer, aux palées de pieux dont il vient d'être parlé: ces chaînes laiſſées un peu lâches flotteront ſur l'eau, prenant la forme de la chaînette, & s'y enfonceront de 4 à 5 pouces, quoique la peſanteur ſpécifique du ſapin

ſapin ne ſoit guère que la moitié de celle de l'eau ; mais il s'imbibera peu à peu & deviendra par-là plus peſant, & le poids ſera augmenté de plus par les armatures de fer des deux bouts de chaque madrier.

Voyons maintenant, ſi une de ces chaînes réſiſtera aux efforts de l'eau & des glaces, en cavant au plus fort, & pour cela au lieu de 70 à 80 toiſes que la Seine a de largeur en cet endroit, ſuppoſons-en 90 ; chacune des trois chaînes préſentera 30 toiſes de longueur au courant ou 180 pieds; ſuppoſons notre chaîne enfoncée de 8 pouces dans l'eau, ou préſentant au courant une ſurface de 180 pieds de long ſur 8 pouces de hauteur, à cauſe d'un peu de glace qui s'y formera; elle oppoſera 120 pieds carrés de ſurface au courant; ſuppoſons ce courant également rapide dans toute ſa largeur, ce qui n'eſt pas, & donnons-lui trois pieds de vîteſſe par ſeconde, ce qui n'eſt jamais à moins que la rivière ne ſoit un peu haute, & alors il n'y a pas à craindre qu'elle prenne, quand même elle charieroit: un tel courant fait un choc de 11 livres au plus contre une ſurface d'un pied carré; l'effort total contre la chaîne ſera donc de 1320 livres, dont la moitié, de 660 livres, eſt l'effort que chaque point d'appui ou chaque chaîne de fer aura à ſoutenir; & c'eſt ce même effort qui tendra à ſéparer les madriers, ou à les déchirer, en tirant ſuivant leur longueur; ce qui n'eſt pas la vingt-quatrième partie de l'effort que font les bièles de la machine de Marli; le ſapin n'eſt pas auſſi fort que le chêne, mais il y a ici une fois & demie autant de bois.

L'effort qui tendra à rompre chaque chaînon ou madrier, ſuppoſé de 24 pieds de long, & en agiſſant comme s'il le portoit à ſon milieu, étant poſé de champ ſur ſes deux bouts, ne ſeroit que de 176 livres; il n'eſt pas beſoin de prouver que chaque madrier poſé ſur ſon champ, peut réſiſter à un effort beaucoup plus grand, à bien plus forte raiſon s'il n'a que 20 pieds de long.

Mais, dira quelqu'un, le choc des glaçons tout formés ſera plus grand que celui de l'eau ; tout ſon effort ſe fait dans un ſeul point ; au lieu que l'effort de l'eau ſe diviſe ſur toute l'étendue du

madrier; & quand il y aura beaucoup de glaçons accumulés, leur effort rompra la chaîne.

Je conviens, que si plusieurs gros glaçons tout formés, de 12 à 15 ou 20 pieds de diamètre, venoient à la fois heurter cette chaîne, ils pourroient peut-être l'endommager, encore cela est-il douteux; mais j'ai dit qu'on doit placer cette chaîne, avant que la rivière charie, & on ne l'a jamais vu mener de gros glaçons, en commençant, pas même de médiocres; lorsqu'elle commence à butiner, ce n'est d'abord qu'une crême ou bousin, sans consistance, ou des glaçons très-petits, qui, ayant peu de masse, feront peu d'effet sur la chaîne, & d'autant moins qu'il se sera bientôt formé une espèce de matelas, de ce bousin arrêté par la chaîne, contre lequel les premiers petits glaçons viendront heurter & s'arrêter; leur effort sera d'autant moins d'effet qu'ils frapperont contre ce bousin sans consistance; les premiers glaçons arrêtés, serviront de matelas aux seconds; ainsi leur choc ne pourra faire aucun effet fâcheux sur la chaîne.

Si, malgré ce que j'avance que la rivière ne mène jamais de gros glaçons quand elle commence à charier, on veut supposer qu'il en vienne quelqu'un dès le commencement & avant qu'il y ait aucune autre glace contre la chaîne, ce glaçon n'en fera pas plus de mal: il ne pourra jamais donner de coup sec; le madrier frappé cèdera moelleusement, parce que le total des madriers formant une courbe, ceux des côtés cèderont en se redressant, ce qui permettra au madrier frappé un petit mouvement en aval suffisant pour amortir le coup.

Les premiers glaçons arrêtés contre la chaîne étant en repos, ne feront d'autre effet contre elle que celui qu'ils recevront par le choc de l'eau qui choquera contre les derniers glaçons arrivés, au lieu de frapper contre la chaîne, y en eût-il un quart de lieue de long; tout ce qu'il pourroit y avoir de plus que le choc de l'eau contre les derniers glaçons arrivés, ce sera le choc de l'eau contre les inégalités du dessous de la glace.

Les deuxième, troisième, quatrième, &c. glaçons qui viendront frapper contre ceux qui seront déjà arrêtés par la chaîne, feront d'autant moins d'effet qu'ils frapperont contre des corps capables

de céder un peu au choc ainſi qu'eux-mêmes; ces glaçons ſe ſouderont entr'eux, & bientôt la rivière ſera priſe & la chaîne inutile.

On n'aura aucune inquiétude ſur la force ou la réſiſtance de cette chaîne, ſi on conſidère qu'un cable de bac bien moins fort que notre chaîne, beaucoup plus long & plus tendu, réſiſte au choc de l'eau contre le bac, lequel préſente toujours plus de ſurface au courant que ne feront nos chaînes; que ce cable réſiſte lorſque le courant eſt rapide, comme quand il eſt lent; que l'effort du bac contre le cable ſe fait en un ſeul point, & que celui de l'eau ou des glaçons ſera répandu dans toute la longueur de la chaîne; enfin le bac eſt en mouvement, & ſon effort contre le cable eſt augmenté par un nombre de petites ſecouſſes plus ou moins ſenſibles, & par le choc du courant contre les deux parties du cable qui ſont dans l'eau, au lieu que les glaçons ſeront en repos contre la chaîne de madriers, ainſi que la chaîne: on barrera de la même manière les arches du pont de Charenton, en amarant les chaînes aux piles du pont.

Il pourra bien arriver qu'il paſſera d'abord quelque petit glaçon ſous la chaîne, y en ayant de moins ſpongieux que les autres; mais ce ne ſera guère que dans le commencement. Dès qu'il y aura quelque étendue de la rivière qui ſera couverte de glaçons, ceux qui plongeront ſous les autres venant à remonter vers la ſurface, vu qu'ils ſont toujours plus légers que l'eau, ſeront arrêtés par les inégalités de ceux qui couvriront la rivière.

Trois ou quatre jours après que les deux rivières ſeront priſes; ou plus tard ſi l'on veut, on ira avec des bateaux & des haches ou pioches, caſſer la glace qui touche la chaîne, on ôtera celle qui ſe ſera formée dans les joints & autour des madriers, on lâchera un des bouts de la chaîne, en faiſant partir une clavette diſpoſée pour cela, la chaîne ira ſe ranger le long de l'autre bord, & l'on en ôtera les madriers un à un, que l'on ſerrera dans un magaſin à portée pour s'en ſervir une autre année.

Ce moyen me paroît devoir produire l'effet pour lequel je le propoſe; je le ſoumets aux lumières de l'Académie, & à la ſageſſe des Miniſtres & des Magiſtrats, qui veillent ſans ceſſe à

la conſervation des Citoyens & de leurs biens: il n'eſt pas coûteux, eu égard à l'objet important pour lequel il eſt propoſé, & il me ſemble qu'il mérite au moins qu'on en faſſe l'eſſai.

On m'objectera peut-être que cette chaîne nuira à la deſcente ou à la montée des coches & bateaux; je réponds qu'on ſaura toujours à Paris quand la chaîne ſera miſe, & qu'ainſi on ne ſe mettra plus en marche pour monter: quant aux bateaux ou coches qui deſcendront, s'il en venoit dans l'intervalle du temps entre la chaîne poſée & la rivière priſe, ils ne feroient en paſſant ſur la chaîne que l'enfoncer dans l'eau ſans aucun danger.

Mais il y auroit un meilleur parti à prendre, qui ſeroit de défendre à tous Voituriers par eau, d'au-deſſus de Paris, de ſe mettre en marche plus tard que le temps qu'il leur faut pour avoir paſſé Charenton avant le 10 Décembre, & pour le paſſer avant le 20 de Janvier, quand même la rivière n'auroit ni pris ni charié entre ces deux termes. Je crois qu'on a rarement vu charier la Seine avant le 10 Décembre, & qu'on l'a rarement vu prendre paſſé le 20 de Janvier, ſi même cela eſt jamais arrivé; & alors le pis-aller n'eſt pas dangereux: il me ſemble me rapeler qu'en 1733, elle charia vers le 14 ou le 15 de Décembre.

Une pareille Ordonnance ne feroit aucun tort au commerce; dès que cette défenſe ſeroit connue, on ſe précautionneroit pour arriver avant le terme fixé: ſi la rivière étoit priſe, il faudroit bien qu'on ſe paſſât de ſon ſecours ou que l'on prît une autre voie; au lieu que la loi étant faite, tout ce qui devroit arriver, arriveroit ſûrement avant le terme preſcrit: la loi n'étant pas faite, on temporiſe, on eſpère avoir encore ſept ou huit jours plus ou moins; la rivière charie & prend dans cet eſpace de temps, & on ſe voit trompé dans ſes eſpérances.

Il réſultera de cette manière de faire prendre les rivières, que la glace, quand elles viendront à débâcler, n'en ſera jamais à beaucoup près auſſi épaiſſe qu'elle l'eſt actuellement; elle ne ſera formée que par de petits glaçons encore minces, pris dans leur naiſſance, & formés lentement par les premiers froids, qui ne ſe heurteront & ne ſe ſurmonteront les uns les autres qu'à proportion de leur maſſe;

la glace formée de la ſorte, n'aura guère que la force de celle qui ſe forme dans un baſſin tranquille; au lieu que quand la rivière prend, comme elle a fait juſqu'à préſent, elle ne prend que par la force & la grandeur des glaçons qui ſe ſont groſſis & épaiſſis par un plus grand contact de l'air, par les bouſins qui ſe ſont formés autour par leurs chocs réciproques, bouſins qui deviennent à la fin glace compacte, par l'eau qui en remplit peu à peu les interſtices, & qui y gèle dès qu'elle y eſt en repos; ils ſe heurtent & ſe briſent, à proportion de leurs chocs, toutes les fois qu'ils ſe rencontrent, & ils ſe groſſiſſent de leurs débris: tout le monde a pu voir, comme moi, à la Grève, à la Rapée & ailleurs, après la débâcle dernière, des glaçons bien liés de 3 à 4 pieds d'épaiſſeur; & l'on m'a dit en avoir vu de 5 & 6 pieds, tandis que la glace qui s'étoit formée ſur les bords de la même rivière, dans des endroits tranquilles, n'avoit que 9 à 10 pouces.

La rivière étant priſe de la ſorte par les premiers glaçons encore peu épais, la glace totale en ſera plus uniforme par-tout; elle ſe conſolidera par le temps que la rivière auroit employé à charier, ou que le grand froid durera, elle ſera comme unie en deſſous, & l'eau en diminuera davantage l'épaiſſeur dès qu'il ceſſera de geler, juſqu'à ce que la débâcle arrive, à moins qu'elle ne ſoit occaſionnée plutôt par quelque crûe ou diminution d'eau.

L'opération que je propoſe pour faire prendre les rivières au-deſſus de Paris, produira deux grands avantages comme je l'ai déjà dit: 1.° qu'il ne s'y fera jamais d'accumulation de glaces; les débâcles partiront toujours dès le premier mouvement qui ſe fera ſentir: 2.° on aura dans Paris la liberté de manœuvrer ſur la rivière pour la tenir libre de glaces par-tout, & conſéquemment toutes les arches des ponts.

Ce premier & principal moyen n'eſt ni coûteux ni de difficile exécution, & paroît bien propre à diminuer les dommages que les débâcles ordinaires occaſionnent: néanmoins les embarras des ponts pouvant encore occaſionner quelque arrêt de débâcle, & faire encore quelques dommages, voici un dernier moyen qui ſuppoſe le premier; mais ces deux moyens réunis enſemble mettront certainement à l'abri de tout malheur.

Ce ſecond moyen eſt un peu plus coûteux que le premier; mais il ne le ſera pas à proportion de l'avantage qu'il procurera; il conſiſte à faire une Gare dans Paris.

Tout le monde ſait aſſez que la Gare que l'on conſtruit au-deſſus de l'Hôpital, n'eſt deſtinée que pour y garder en ſûreté nombre de marchandiſes qu'on a beſoin d'avoir en réſerve, & qu'on ne peut pas mettre tout-à-la-fois en vente ſur les ports; elle eſt demandée depuis long-temps par les Marchands, qui ne veulent pas amener leurs marchandiſes s'ils n'ont un emplacement où elles ſoient en ſûreté contre les inondations & les débâcles: la même Gare ſervira pourtant à toutes les autres marchandiſes, blés, avoines, vins, bois, &c. qu'on voudra y réfugier, ſi elles ſe trouvent dans le voiſinage de la Gare lorſque les glaces ou les inondations pourroient ſe faire craindre: tous bateaux montans & deſcendans dans ces momens auront la liberté d'y entrer; mais aucun bateau chargé de marchandiſes, déjà arrivé dans les ports de Paris, n'y remontera; 1.° les frais en ſeroient trop conſidérables, y ayant douze cents toiſes du port Saint-Paul à la Gare; 2.° il n'y auroit pas aſſez de moyens aiſés & prompts pour y monter tout ce qui eſt à la Grève, au Port-aux-blés & au-deſſus; 3.° il y a impoſſibilité entière d'y monter rien de ce qui eſt ſous le Pont-neuf; 4.° enfin quand toutes ces raiſons ne ſubſiſteroient pas, en voici une qui ſuffit: on ne craint les glaces que quand la rivière commence à charier, & les inondations que lorſque la rivière eſt déjà très-haute; il eſt alors impoſſible dans l'un & l'autre cas de remonter les bateaux à la Gare.

Les marchandiſes qui ſont à la Grève & au Port-aux-blés, toutes celles qui ſont entre le Pont-neuf & le Pont-royal, les moulins ſur bateaux, &c. ſont bien auſſi précieux & méritent autant d'être garés, que tout ce qui pourra entrer dans la Gare de l'Hôpital, & il eſt très-facile de les mettre en ſûreté.

Cette ſûreté dans la ville n'eſt néceſſaire que contre les glaces; car les bateaux ne périſſent jamais dans Paris par les inondations, & le cas eſt au moins bien rare.

Le bras de la Seine qui paſſe par l'Hôtel-Dieu eſt ſi

embarraſſé par les piles de trois à quatre ponts, très-proches les uns des autres, & dont toutes les arches ſont étroites, qu'il ne débâcle ordinairement qu'un jour ou deux après le grand bras, à moins qu'il n'arrive quelque crûe d'eau un peu forte : il eſt donc comme inutile aux débâcles, & ce retard montre qu'on peut s'en paſſer pour le paſſage des glaces, puiſqu'il n'eſt libre que quand il n'en eſt plus beſoin, ſur-tout ſi on fait prendre les rivières au-deſſus de Paris, comme je le propoſe; 1.° parce que les glaçons ne viendront jamais en auſſi grande abondance, n'y ayant aucune cauſe de rencharge, comme il y en a une lorſque la glace eſt arrêtée par les ponts de Paris ; 2.° parce qu'ayant d'abord à remplir & paſſer une longueur de trois mille toiſes, vide de glaçons, entre Conflans & Paris, ils ſe diſperſeront ou ſeront moins ſerrés; 3.° enfin parce que ces glaçons ne ſeront jamais auſſi épais à beaucoup près, que quand la rivière prend par une multitude de gros glaçons.

Je voudrois par cette raiſon que ce bras ſervît de Gare aux bateaux pleins ou vides qui ſont dans Paris; on défendroit l'entrée aux glaçons à la pointe du *Terrein*, ſoit par une eſtacade de pieux ſemblable à celle de l'île Louviers, ſoit par quelqu'autre moyen qu'il ſeroit aiſé de trouver, & qui laiſſeroit ce paſſage libre le reſte de l'année.

L'eau n'ayant point de cours dans ce bras, il ſe comble peu à peu, ce qui contribue à ſoutenir les eaux au-deſſus dans le temps des inondations : tout le temps que les eaux ſont très-baſſes, ce canal eſt hideux à voir à cauſe de toutes les infections qu'il reçoit de l'Hôtel-Dieu, & le mal ira en augmentant de plus en plus, ſi on n'y apporte remède.

Ce bras de la rivière a environ 550 toiſes de longueur depuis la pointe du *Terrein* juſqu'à ſa réunion au grand bras ſous le Pont-neuf; on peut le creuſer de 25 toiſes de largeur réduite, ce qui donera une ſuperficie de 13750 toiſes, capable de contenir, quand la profondeur y aura été donnée, 400 à 450 bateaux grands ou petits: cette étendue étant creuſée de deux pieds au plus dans ſon milieu, avec la hauteur d'eau qu'il y a déjà, ſera plus que ſuffiſante pour recevoir les moulins & autres forts bateaux qui ſont dans Paris.

Si on garnit suffisamment d'anneaux, de crochets & de cordages; les murs des quais des deux côtés du bras de la Seine qui passe par le Pont-rouge, lequel bras de la Seine n'a que 140 toises de long; la rivière ne chariant plus de glaçons, il seroit aisé d'amener par-là dans le bras de l'Hôtel-Dieu, tout ce qu'il y a de bateaux & de marchandises entre le pont Marie & le pont Notre-Dame; on amèneroit dans le même bras de l'Hôtel-Dieu, tous les bateaux du port de la Tournelle, & mettant enfin dans le bras de l'île Louviers, tout ce qui est au port Saint-Paul jusqu'au pont Marie, tous les bateaux & marchandises de la partie d'en haut de Paris seroient complettement en sûreté.

Il ne seroit pas plus difficile d'amener dans le bras des Augustins tout ce qu'il y a de moulins & de bateaux entre le Pont-au-Change & le Pont-royal; au moyen de quoi tout ce qu'il y a sur la rivière dans Paris, se trouveroit hors de danger.

Quelqu'un dira peut-être, qu'à vue de pays, cette dépense seroit fort considérable; voyons-le plus attentivement, & cavons toujours au plus fort.

J'ai dit ci-devant que la superficie du canal à former, seroit de 13750 toises; il n'y aura à creuser de profondeur réduite, que 4 pieds au plus, ce qui ne fait que 9166 toises cubes de terre à enlever; mettons dix mille toises, & que la toise cube coûte 30 livres à creuser & enlever: c'est donc une affaire de cent mille écus, somme modique, eu égard à l'objet.

En procurant cet avantage au commerce, par la rivière, on en obtiendra un autre qui vaut bien la peine d'être considéré: on donnera un débouché de plus à l'eau pour le temps des inondations, n'y ayant qu'un pied & demi ou deux pieds à creuser dans les endroits les plus profonds; on ne doit avoir aucune inquiétude pour les fondations des piles des ponts, qui sont certainement beaucoup plus basses.

Pour ne rien hasarder par moi-même sur la dépense qu'exigeroit ce que je propose, j'ai consulté d'abord M.rs Mouchet & Camus de Mézières, habiles Experts; ils conviennent tous deux que j'ai cavé au plus fort, tant pour la dépense que pour la profondeur de la fouille; enfin pour n'avoir aucune espèce de doute sur la

possibilité

poſſibilité de ce que je croyois voir clairement, j'ai communiqué le tout à M. Perronet, de cette Académie, & premier Ingénieur des Ponts & Chauſſées, un des hommes les plus capables de juger d'un pareil projet : il eſt en tout de mon avis, & en conſéquence je crois pouvoir le propoſer en toute ſûreté.

Entre les perſonnes de mérite, auxquelles j'ai communiqué le fond de ce Mémoire, pour leur demander leur avis & leurs objections, une ſeule s'eſt formé quelques craintes ſur l'exécution de ce que je propoſe, ſur ſon effet & ſur ſes ſuites; je ſuis en état de faire voir que ſes craintes ſont mal-fondées : le ſujet eſt ſi intéreſſant que je dois faire tout ce qui dépendra de moi pour mettre ce que je propoſe dans tout ſon jour; je recueillerai donc toutes les objections, & les réponſes que j'y ferai ſeront le ſujet d'un Mémoire pour la rentrée de la Saint-Martin, ſi l'Académie le juge à propos.

Le ſujet que je viens de traiter, quoique des plus importans, eſt encore tout neuf; ſi j'y avois penſé plus tôt j'aurois pu faire un plus grand nombre d'obſervations, qui aſſureroient mieux les différens points ſur leſquels je fonde mon projet, ou qui les contrediroient : j'exhorte les perſonnes qui aiment le bien public à obſerver pendant pluſieurs années tout ce qui peut avoir rapport à l'objet de ce Mémoire, & à publier leurs obſervations, ſoit qu'elles confirment ce que je propoſe, ſoit qu'elles y ſoient contraires en quelque point : on aura le mérite, toujours très-eſtimable, de travailler pour l'avantage de ſes Concitoyens, & on remplira en même-temps les vues de l'Académie.

Le point eſſentiel eſt de s'aſſurer s'il y a rencharge de glaçons forte ou foible au-deſſus de Paris, toutes les fois que la rivière prend; c'eſt-à-dire ſi la rivière débâcle plus tôt à Corbeil qu'à Paris, & de combien de temps; il faut pour cela être bien ſûr de l'heure de la débâcle ou du commencement de la marche des glaçons dans tous les endroits compris entre Corbeil & Paris : tous les rapports ne ſeront pas exacts, mais en les comparant on parviendra toujours à une concluſion vraie.

MÉMOIRE

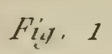
Sur un Moyen de teindre la Soie en un rouge vif de Cochenille, & de lui faire prendre plusieurs autres couleurs plus belles & plus solides que celles qu'on a faites jusqu'à présent.

Par M. MACQUER.

DE toutes les matières colorantes dont on se sert dans l'art de la Teinture, il n'en est aucune qui produise des nuances plus belles & plus solides que la Cochenille: on peut faire, avec cette précieuse matière, toutes les teintes imaginables de rouge depuis le giroflé le plus brun jusqu'au couleur de feu le plus éclatant; mais ce n'a été que successivement & à mesure que l'art s'est perfectionné, qu'on est parvenu à tirer de la cochenille des couleurs plus brillantes que ne l'est celle de l'amarante, qu'elle donne naturellement.

Drebel, chimiste Hollandois, a imaginé d'employer, dans la teinture de cochenille, de la dissolution d'étain faite par l'eau-régale, & dès-lors on a obtenu le plus vif & le plus éclatant de tous les rouges dont l'art, & même la Nature, nous aient donné l'idée; je veux dire l'écarlate couleur de feu, qui a porté d'abord le nom d'*écarlate de Hollande*, parce que c'est dans ce pays que les premières manufactures en ont été établies, & ensuite d'*écarlate des Gobelins*, après que, par les soins de M. Colbert, on fut parvenu à faire à Paris, dans la Manufacture royale des Gobelins, cette couleur encore plus belle que celle de Hollande.

L'écarlate étant une fois trouvée, il fut facile de faire, d'après le même principe, un grand nombre d'autres belles teintes de rouge du même genre, mais par nuances dégradées, telles que les couleurs de fleurs de grenade, de coquelicot, de cerises, de roses, &c. lesquelles, quoique moins pleines, n'en sont pas moins précieuses par leur éclat & par l'agréable variété qu'elles procurent à nos étoffes: mais une chose bien remarquable, c'est que toutes ces belles couleurs n'ont pu jusqu'à présent se faire avec la cochenille que sur la laine ou sur d'autres matières animales du même



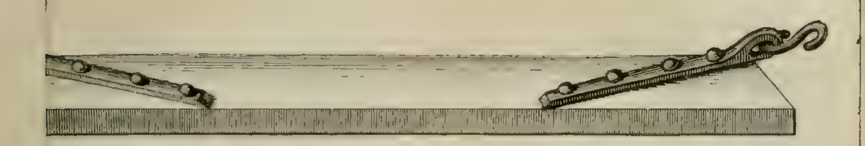
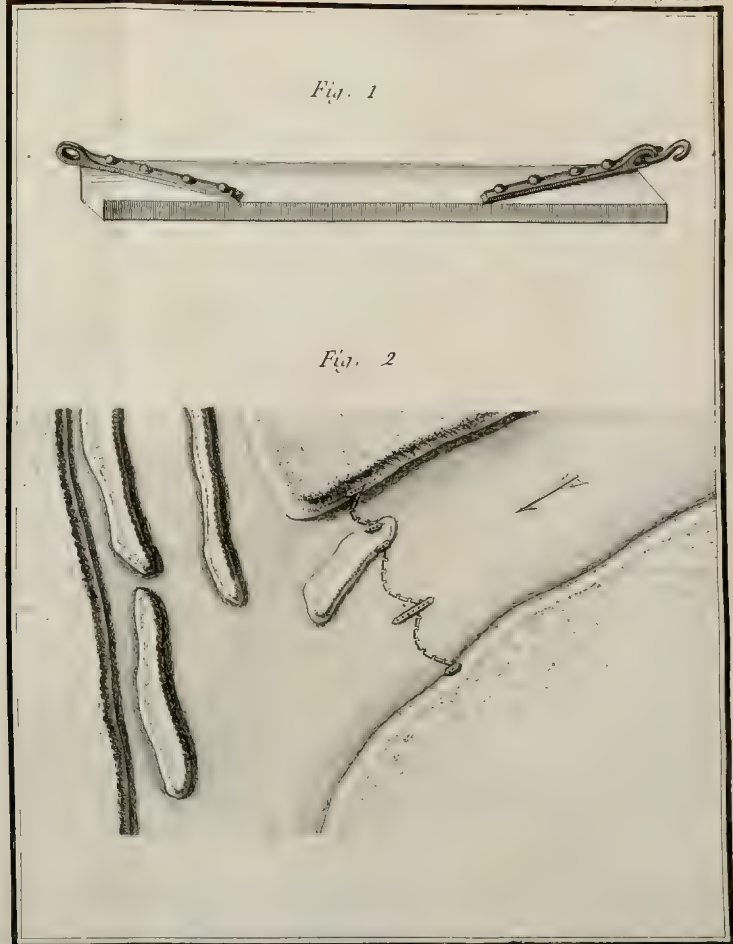


Fig. 2


Fig. 1
Fig. 2

genre. Comme la ſoie ſe teignoit, ainſi que la laine, en fort beau cramoiſi de cochenille, par le moyen de l'alun, avant l'invention de l'écarlate, on ne peut douter qu'auſſitôt après la découverte de cette magnifique couleur, on n'ait eſſayé de la donner à la ſoie, de même qu'à la laine; mais l'on a dû voir, avec beaucoup d'étonnement, qu'en employant les mêmes ingrédiens & les mêmes manipulations, on avoit des réſultats qui ne ſe reſſembloient en rien, car le même bain de cochenille dans lequel la laine ſe teint en un rouge écarlate plein de feu & très-ſolide, ne peut en effet faire prendre à la ſoie qu'une couleur de pelure d'oignon ou de lie-de-vin fort terne, & qui n'a pas même aſſez de ſolidité pour réſiſter à un ſimple lavage dans l'eau.

C'eſt-là un de ces phénomènes qui déconcertent les ſimples artiſans & qui les découragent entièrement après qu'ils ont fait tout au plus quelques expériences au haſard & ſans ſuccès : mais il n'en eſt pas de même des Phyſiciens; plus un fait eſt imprévu & paroît contraire à ceux qui lui ſont analogues, plus il pique leur curioſité & leur fait faire d'efforts pour en découvrir la vraie cauſe. Auſſi Mrs du Fay & Hellot, l'un & l'autre de cette Académie, chargés ſucceſſivement par le Miniſtère de travailler à la perfection de l'art de la Teinture, ſe ſont-ils beaucoup occupés du phénomène ſingulier dont je viens de faire mention: M. du Fay l'a tiré de l'eſpèce d'oubli où il étoit tombé, en en faiſant mention dans ſes Mémoires ſur la Teinture; & M. Hellot en a examiné tous les détails & très-bien décrit toutes les circonſtances. Occupé moi-même de recherches ſemblables à celles qui avoient été confiées à ces deux illuſtres Phyſiciens, je n'ai pu mieux faire que de les imiter, & de travailler principalement aux objets qui avoient le plus attiré leur attention.

Après avoir vérifié le fait ſingulier dont il s'agit, & avoir obſervé, comme M. du Fay, que le coton, ainſi que les fils de lin & de chanvre, plongés dans le bain d'écarlate, n'en tirent pas même la foible & mauvaiſe couleur qu'il donne à la ſoie, il me parut certain que, comme le coton & le fil ſont des matières purement végétales; que la laine au contraire eſt purement animale, & que la ſoie participe en même temps de la nature animale & de la nature végétale relativement à ſes propriétés, dont j'ai parlé dans

l'avant-propos de l'art de la Teinture; il me parut, dis-je, certain que les ſubſtances ſont d'autant plus diſpoſées à ſe teindre en écarlate de cochenille, qu'elles participent davantage du caractère des matières animales, & réciproquement qu'elles y ſont d'autant moins propres, qu'elles ſe rapprochent plus de celui des végétaux.

D'après ce principe, qui eſt très-vrai, quoique ce ne ſoit cependant pas lui qui m'ait conduit à mon but, j'eſſayai d'augmenter le caractère animal de la ſoie, ſoit en l'imprégnant de différens ſucs animaux & en la faiſant ſécher alternativement & à pluſieurs repriſes, ſoit en la décruant avec des ſavons compoſés d'alkali & de différentes matières graſſes animales; & cela avec d'autant plus de confiance, que c'eſt en analyſant le coton par des procédés de ce genre qu'on parvient à lui faire prendre les beaux rouges de garence, connus ſous le nom de *rouges d'Andrinople :* mais lorſque j'eſſayois à teindre en écarlate la ſoie ainſi préparée, elle ne m'en paroiſſoit pas (du moins aſſez ſenſiblement) plus diſpoſée à prendre cette couleur. Ce fut ſans plus de ſuccès que j'eſſayai de varier d'une infinité de manières les doſes de la diſſolution d'étain, ou que j'y ſubſtituai les diſſolutions de tous les autres métaux & demi-métaux blancs; la ſoie ne prit dans toutes ces expériences que ſes mêmes couleurs de lie-de-vin, à la vérité plus ou moins pleines, mais toujours ternes & ſans éclat. Je ſentis, après toutes ces tentatives infructueuſes, que la réuſſite, ſi on pouvoit l'eſpérer, dépendoit de quelqu'autre circonſtance que je n'avois pu ſaiſir; & pour tâcher de la découvrir, je réſolus d'examiner avec le plus grand ſoin tout ce qui ſe paſſoit dans la teinture en écarlate : je fis pour cela les obſervations & expériences ſuivantes.

Je verſai quelques gouttes de diſſolution d'étain, bien claire, dans de l'eau diſtillée très-limpide; peu de temps après, la liqueur ſe troubla, devint laiteuſe, & laiſſa dépoſer un ſédiment blanc, qui n'étoit autre choſe que la terre de l'étain dépouillée par l'eau de la plus grande partie des acides, ſans leſquels elle ne peut reſter en diſſolution : cette expérience me fit connoître qu'il en eſt de la diſſolution d'étain, dans l'eau-régale, comme de beaucoup d'autres diſſolutions de matières métalliques, qui ſe décompoſent quand on les mêle avec une grande quantité d'eau, en ſorte que le métal ſe précipite, uni ſeulement, avec trop peu

d'acide pour pouvoir demeurer diſſous dans la liqueur.

Je verſai de la même diſſolution d'étain bien claire, dans une décoction de cochenille filtrée & très-limpide; cette addition fit prendre auſſitôt à la liqueur, le rouge vif de l'écarlate, comme cela arrive toujours; mais cette teinture perdit auſſitôt ſa limpidité; elle ſe troubla comme avoit fait l'eau pure; & il s'y fit de même un précipité d'étain, avec cette différence, qu'au lieu d'être blanc, il étoit teint en un rouge écarlate des plus éclatans, & que la liqueur ſurnageante après qu'elle fut redevenue limpide, avoit perdu de l'intenſité de ſa couleur, à proportion de ce qui en avoit été employée à teindre le précipité : une nouvelle addition de diſſolution d'étain, produiſit les mêmes effets; il ſe forma une nouvelle quantité de précipité écarlate, & la liqueur ſurnageante en fut décolorée à proportion: enfin, par de nouvelles additions ſucceſſives de diſſolution d'étain, toute la couleur de la teinture de cochenille, s'appliqua tellement ſur la terre de l'étain, que la liqueur qui ſurnageoit le précipité rouge, étoit auſſi blanche & auſſi limpide que de l'eau la plus pure, & qui n'auroit jamais été teinte de la moindre couleur.

J'agitai auſſitôt la liqueur pour y remêler le précipité, & j'y mis de la laine & de la ſoie pour les teindre enſemble; la laine prit fort bien la couleur d'écarlate, mais la ſoie ne ſe teignit pas mieux qu'à ſon ordinaire.

Ces expériences me firent voir clairement tout ce qui ſe paſſe dans la teinture en écarlate; la chaux d'étain a une aptitude ſingulière à ſe ſaiſir de la couleur de la cochenille, elle la retient fortement & ſe précipite avec elle, & à l'aide de la portion d'acide dont elle reſte imprégnée, elle forme un précipité ou laque écarlate ſuſceptible de s'appliquer ſur la laine, & de s'y incorporer d'une manière très-intime, tandis que la même laque ne peut en aucune manière adhérer à la ſoie, au coton, au fil & aux autres matières du même genre; il ſuit de-là, que dans la teinture en écarlate, il n'y a réellement que la chaux d'étain qui ſoit teinte; & que la laine & les autres ſubſtances qui ſont ſuſceptibles de prendre cette couleur, ne la reçoivent que ſecondairement; c'eſt-à-dire, qu'elles ne peuvent prendre la couleur d'écarlate, qu'autant qu'elles ſont capables de ſaiſir & de retenir fortement la chaux

d'étain, déjà teinte elle-même en cette couleur; cela eſt encore confirmé par une expérience de M. Hellot, qui ayant eſſayé de teindre de la laine en écarlate de cochenille, ſans employer de diſſolution d'étain, mais ſeulement des acides, n'a pu réuſſir à obtenir cette couleur.

Ces vérités étant bien conſtatées, il en réſultoit que s'il y avoit quelque moyen de faire prendre l'écarlate à la ſoie, ce moyen devoit être tout différent de celui qu'on emploie pour la teinture de la laine; & que dès-lors qu'il étoit certain que la laque de cochenille par l'étain, étant une fois formée, n'eſt plus ſuſceptible de s'appliquer ſur la ſoie, il falloit faire en ſorte que le précipité d'étain ſe formât ſur la ſoie même, & non dans le bain de cochenille deſtiné à fournir la couleur.

D'après cette idée, j'ai fait une *compoſition* ou diſſolution d'étain, avec huit onces d'étain de Melac grenaillé que j'ai fait diſſoudre peu à peu, & fort lentement, dans une livre d'eau régale, compoſée d'une partie d'eſprit de ſel, & de deux parties d'eſprit de nitre; cette diſſolution étoit claire & limpide, & il eſt néceſſaire qu'elle ait cette limpidité pour la réuſſite de l'opération; je l'ai affoiblie avec deux parties d'eau pure, quantité qui n'eſt pas ſuffiſante pour faire précipiter l'étain d'une pareille diſſolution, quand elle a été bien faite, c'eſt-à-dire, avec la lenteur convenable *: j'ai

* Pour réuſſir à bien faire cette diſſolution, il ne faut mettre d'abord qu'environ la douzième partie de l'étain, & la laiſſer diſſoudre preſqu'en entier; enſuite continuer à ajouter le reſte de l'étain par petites parties, en prenant garde que la liqueur ne s'échauffe trop; il ne faut pas qu'elle s'échauffe à plus de 45 ou 50 degrés. Lorſqu'il ne reſte plus guère d'étain à diſſoudre, il faut laiſſer refroidir la diſſolution totalement, & y rajouter après cela ce reſte d'étain tout-à-la-fois. La diſſolution achèvera de ſe ſaturer en corrodant peu à peu cet étain ſans preſque s'échauffer, & prendra une couleur ambrée aſſez foncée. Si les acides dont on s'eſt ſervi ne ſont pas bien forts, il pourra reſter de l'étain non diſſous, mais cela eſt indifférent: le plus ſûr pour obtenir une belle couleur, eſt d'employer cette diſſolution pure & ſans l'affoiblir par de l'eau: comme je ne l'ai fait que parce que mes acides étoient très-concentrés, il n'eſt point à craindre que cette diſſolution, quoique pure, endommage la ſoie, parce que quand elle eſt bien faite, les acides ſont ſuffiſamment émouſſés & ſaturés par l'étain. Enfin une circonſtance encore eſſentielle à la réuſſite des nouvelles couleurs, c'eſt que la ſoie, après avoir été imprégnée du mordant, n'en ſoit point trop dépouillée par un fort lavage avec *batture*; il faut qu'il reſte dans la ſoie un peu du mordant, même ſurabondant, qui ſe répandant enſuite dans le bain de teinture, lui fait prendre une nuance de rouge vif qui contribue infiniment à la beauté de la couleur.

trempé dans cette liqueur, la ſoie que je deſtinois à être teinte; en un inſtant elle en a été pénétrée intimement, & je l'ai retirée après avoir reconnu qu'elle étoit mouillée exactement & uniformément dans toutes ſes parties; l'ayant enſuite exprimée fortement, je l'ai lavée à pluſieurs repriſes, dans une grande quantité d'eau pure, après quoi je l'ai fait teindre dans un bain de cochenille pure, & qui n'étoit avivé que par un ſeizième du poids de la cochenille de crème de tartre; la ſoie a tiré fortement toute la couleur de ce bain, & s'eſt teinte en un rouge plein, vif & d'un fort bel œil: cette couleur a ſoutenu tous les lavages ordinaires, ſans ſe ternir ni ſe décharger, & a réſiſté aux mêmes épreuves & débouillis que l'écarlate ſur laine: j'ai donc été aſſuré dès-lors que la méthode que j'avois employée étoit propre à faire prendre à la ſoie, le rouge de cochenille exalté par la diſſolution d'étain; en effet, ayant réitéré cette expérience nombre de fois, & même en grand, elle a toujours eu le même ſuccès; j'ai conſtamment obtenu des rouges fort beaux, bien pleins & bien ſolides, toutes les fois que je mettois la diſſolution d'étain ſur la ſoie même, & point du tout dans le bain de la cochenille.

Il eſt facile de ſe faire une idée de ce qui ſe paſſe dans ce procédé, & de ſentir en quoi il diffère de celui par lequel on teint la laine en écarlate; car lorſqu'on plonge la ſoie dans la diſſolution d'étain affoiblie, mais claire & limpide; les parties du métal, dans une diviſion extrême & unies avec la quantité d'acide néceſſaire pour les tenir dans une diſſolution parfaite, ſont portées par ces mêmes acides dans toute la ſubſtance de la ſoie, qu'elles pénètrent intimément & de toutes parts: mais lorſqu'on vient à faire le lavage deſtiné à emporter la partie ſurabondante de la diſſolution, celle qui ne fait que mouiller la ſoie, ſans lui adhérer, la portion qui s'eſt en quelque ſorte combinée avec ſa ſubſtance, ſe trouvant délayée par une très-grande quantité d'eau, ſe décompoſe & ſe précipite, comme cela lui arrive toujours en pareille occaſion; mais avec cette différence, que quand cette précipitation ſe fait en liberté dans un fluide tel que l'eau ou la décoction de cochenille, les molécules de l'étain, dès qu'elles ſont ſéparées de l'acide, ſe réuniſſent pluſieurs enſemble, & forment auſſitôt des eſpèces de flocons capables à la vérité de s'attacher ſur la laine, mais trop

grossières pour adhérer de même à la soie, dont la substance est apparemment beaucoup plus lisse & plus compacte; au lieu que quand la dissolution se trouve sur la soie même, lorsque la précipitation vient à se faire, chaque particule infiniment petite d'étain est toute placée, & comme fixée dans l'endroit où elle a commencé à adhérer, & n'est que plus capable, par sa petitesse même, de rester fermement unie à l'endroit où elle a été forcée de prendre la forme de précipité.

La soie après ce lavage se trouve donc toute pénétrée & enduite d'un précipité d'étain qui lui est incorporé & lui adhère intimément: or, lorsqu'avec cette préparation, on la plonge dans le bain de cochenille, la terre de l'étain, qui, comme on l'a vu, a une très-grande disposition à s'unir à la teinture de cet ingrédient, s'en saisit & la retient avec force, en exaltant beaucoup sa couleur par la portion d'acide qu'elle retient avec elle, & il résulte de-là que la soie est teinte en un rouge de cochenille, solide & fort éclatant, ce à quoi je n'ai pas connoissance qu'on puisse parvenir par aucun autre procédé.

L'espèce d'écarlate de cochenille qu'on peut faire sur la soie, par la méthode que je viens d'exposer, n'a cependant pas le ton orangé qui contribue infiniment à donner du feu à l'écarlate sur la laine; celle de la soie est, en termes de teinture, d'un ton plus *rosé;* elle revient à la nuance que donne à cette substance la teinture du *carthame* ou *safran bâtard,* & que l'on nomme *cerise;* il faut donc, si l'on veut lui donner la vraie teinte couleur de feu, user du même expédient que l'on emploie pour faire cette couleur sur la soie par le carthame, & même quelquefois pour aviver celle de cochenille sur la laine; cet expédient consiste à donner d'abord à la soie une première teinte de jaune, tirant sur l'orangé; c'est le *raucou* dont on se sert ordinairement pour cela: on applique ensuite par-dessus ce jaune le rouge du carthame, & il en résulte la nuance qu'on nomme *couleur de feu* ou *ponceau fin,* qui est la seule qu'on ait pu trouver jusqu'à-présent pour imiter sur la soie l'écarlate de cohenille: on obtient précisément la même nuance avec la cochenille, traitée comme je l'ai dit, en donnant d'abord à la soie la teinte de jaune-orangé du raucou, ou de quelqu'autre ingrédient capable de fournir un pareil jaune, & comme

comme le rouge de la cochenille eſt beaucoup plus ſolide & plus durable que celui du carthame, il s'enſuit que la nouvelle couleur eſt auſſi, ſans aucune comparaiſon, de meilleur teint; ſa ſupériorité à cet égard, ſe démontre d'une manière bien ſenſible par l'expoſition au ſoleil, qui eſt la plus ſûre & la plus forte de toutes les épreuves pour les teintures; car dans l'eſpace de cinq ou ſix jours, le ponceau fin perd preſque tout ſon rouge, & devient de couleur de feuille-morte, au lieu que la nouvelle couleur ne fait pendant ce même temps que ſe roſer un peu & prendre du fond, comme cela arrive à l'écarlate ſur la laine.

Je dois prévenir encore ici, que pour avoir des couleurs de feu & de ceriſes bien pleines par la méthode que je publie, il ne faut point épargner la cochenille, & qu'il en faut trois & même quatre onces par chaque livre de ſoie; & comme cet ingrédient eſt fort cher, il s'enſuit que ces couleurs belles & ſolides ſont néceſſairement d'un aſſez haut prix, mais il y a pluſieurs obſervations importantes à faire à ce ſujet.

Premièrement, les beaux ponceaux ſur ſoie en couleur de carthame, quoique beaucoup moins ſolides que les nouveaux rouges, ne ſont pas d'un moindre prix, à cauſe du grand nombre de bains, de la main-d'œuvre conſidérable & de la valeur des drogues dont on a beſoin pour faire ces couleurs qui ſont les plus chères qu'on connoiſſe en teinture.

En ſecond lieu, il faut obſerver que ſi la ſoie exige une plus grande quantité de cochenille que la laine, pour ſe teindre en couleur de feu par la nouvelle méthode, cela vient principalement de ce quelle eſt pénétrée de la couleur juſque dans ſon intérieur, ce qui eſt d'un très-grand mérite en teinture.

Enfin une conſidération qui eſt encore aſſez importante, c'eſt que les nouveaux rouges augmentent le poids de la ſoie environ d'un quart, ce que ne font point les rouges de carthame, il eſt bien vrai que la ſoie n'eſt pas pour cela capable de fournir une quantité d'étoffe plus conſidérable & proportionnée à cette augmentation de poids; mais cela n'empêche pas que les étoffes fabriquées avec une pareille ſoie ne paroiſſent & ne ſoient en effet plus pleines & plus garnies; ce qui leur donne de l'avantage à la vente.

J'ai annoncé dans le titre de ce Mémoire, un procédé pour faire prendre à la soie plusieurs couleurs plus belles & plus solides que celles qu'on connoît jusqu'à présent; en effet, la méthode que je viens de publier ne se borne point à teindre la soie en rouges vifs de cochenille, la dissolution d'étain appliquée sur cette matière de la manière que j'ai indiquée, la rend capable de tirer avec avantage, presque toutes les couleurs *extractives* dans lesquelles je comprends, comme je l'ai dit dans l'avant-propos de l'art de la Teinture en soie, toutes celles dont l'eau se charge facilement sans le secours d'aucun sel ni d'aucune préparation de la part de l'ingrédient colorant, & qui exigent au contraire que la matière à teindre soit imprégnée du seul vrai mordant connu jusqu'à présent, c'est-à-dire de l'alun.

La dissolution d'étain doit se mettre, ainsi que je l'ai dit, non dans le bain de la teinture, mais sur la soie même, avant de la teindre, de même qu'on y applique l'alun; par ce moyen, cette dissolution devient comme l'alun une espèce de mordant général pour toutes les teintures qui exigent l'alunage, & peut être substituée à l'alun avec un très-grand avantage dans bien des cas, & singulièrement pour les couleurs rouges ou qui tirent sur le rouge, auxquelles elle donne beaucoup plus d'éclat & de solidité que ne peut faire l'alun; les bois d'Inde & de Bresil, par exemple, qui ne donnent sur la soie alunée à l'ordinaire que des couleurs fausses & du plus mauvais teint, font prendre à cette matière, lorsqu'elle est imprégnée du nouveau mordant, des nuances beaucoup plus belles chacune dans leur genre & qui résistent à l'épreuve du vinaigre comme le cramoisi & le ponceau fins.

Je m'abstiens, pour ne point trop alonger ce Mémoire, de faire mention ici de plusieurs détails de pratique, nécessaires à la vérité pour bien réussir, mais qui sont suffisamment connus des gens de l'art, & auxquels ils suppléeront facilement. Ce sera à eux à voir désormais quel avantage ils pourront tirer de la nouvelle méthode de teindre la soie, toutes mes vues seront remplies si elle peut être utile à nos Manufactures.

OBSERVATIONS ET CALCULS
POUR L'OPPOSITION
DE JUPITER AVEC LE SOLEIL,
DU 6 AVRIL 1768.

Par M. JEAURAT.

LES Obſervations que je donne ici, ſont, comme j'ai lieu de le croire, les dernières que je ferai dans un lieu qui n'a pas toute la ſolidité convenable, & dont j'ai donné la deſcription dans les Mémoires de l'Académie, *année 1763, page 252:* car l'Académie ſait que je ſuis à la veille de jouir, à l'École militaire, d'un Obſervatoire commode qu'on m'y fait conſtruire, & dont la bâtiſſe eſt des plus avancées. Je ſerai alors, grâces à la générosité du Conſeil de l'École militaire, en poſſeſſion d'un bâtiment deſtiné uniquement aux obſervations aſtronomiques, qui aura, j'oſe l'aſſurer, toute la ſolidité & la commodité deſirables: mais quoique le lieu dans lequel j'ai juſqu'à préſent obſervé n'ait pas, à beaucoup près, les avantages de celui qu'on me prépare, néanmoins on peut compter ſur une exactitude ſuffiſante & ſur celle des réſultats que voici. Ils ſont déduits des obſervations par leſquelles je terminerai ce Mémoire, & réduits au Méridien de Paris. 3 Août 1768.

L'oppoſition de Jupiter avec le Soleil eſt arrivée le 6 Avril 1768 à.......	$18^h\ 29'\ 16''$, Temps vrai.
	18. 31. 18, Temps moyen.
Jupiter avoit alors une longitude héliocentrique obſervée...	dans l'écliptique, de $6^s\ 17^d\ 56'\ 15''$.
	dans ſon orbite, de 6. 17. 56. 5.
Et une latitude boréale	géocentrique obſervée de..... 1. 34. 54.
	héliocentr. déduite de l'obſervat. 1. 17. 20.
De plus, dans ce cas où l'anomalie moyenne de Jupiter étoit...	ſelon les Tables de M. Caſſini, de $0^s\ 8^d\ 6'\ 46''$.
	ſelon les Tables que j'ai publiées, de 0. 7. 56. 18.

L'erreur en longitude est { pour les Tables de M. Cassini, de — 1' 20". / pour les Tables que j'ai publiées, de + 3. 17.

N. B. On trouvera *(Mémoires de l'Académie, année 1766, page 100)* la réunion de la totalité des oppositions observées de Jupiter, & la détermination des erreurs observées des Tables de M. Cassini, ainsi que des miennes, qui ont été insérées par M. Bailly, dans son Essai sur la Théorie des Satellites de Jupiter.

OBSERVATIONS faites à l'École Royale Militaire, pour l'Opposition de JUPITER du 6 Avril 1768.

ANNÉE, MOIS & JOURS.	PASSAGES PAR LE MÉRIDIEN. TEMPS DE LA PENDULE. α de L'HYDRE.	Centre de JUPITER.	TEMPS VRAI. Centre de JUPITER.	CALCULS des Observations DE JUPITER. Ascensions droites de JUPITER.	Déclinaisons de JUPITER.
	H. M. S.	H. M. S.	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.
23 Mars 1768	9. 0. 15	12. 58. 32	13. 0. 47	198. 47. 49	A. 6. 15. 58
24 Mars....	8. 56. 14	12. 54. 3	12. 56. 41	198. 40. 49	6. 13. 4
27 Mars....	8. 44. 13½	12. 40. 42	12. 44. 25	198. 20. 29	6. 4. 24
29 Mars....	8. 36. 17½	12. 31. 51	12. 36. 15	198. 6. 42	5. 58. 37
1.er Avril..	8. 24. 17	12. 18. 26	12. 23. 58	197. 45. 38	5. 49. 57
6 Avril.....	8. 4. 15	11. 56. 4	12. 3. 32	197. 10. 33	5. 35. 45
8 Avril....	7. 56. 13½	11. 47. 8	11. 55. 21	196. 56. 31	

Position apparente de l'étoile α de l'HYDRE, pour le 6 Avril 1768.

Longitude..........................	4ˢ 24ᵈ 3' 40".
Latitude australe..........................	22. 23. 48.
Ascension droite..........................	139. 3. 34.
Déclinaison australe..........................	7. 40. 31



MÉMOIRE
SUR L'OPPOSITION DE JUPITER, OBSERVÉE EN 1768 DANS SA LIMITE MÉRIDIONALE.

Par M. DE LA LANDE.

CETTE Oppoſition de Jupiter étoit une des plus importantes qu'on eût obſervée depuis pluſieurs années, parce que Jupiter étant à peu-près à 90 degrés de ſes nœuds, les obſervations devoient ſervir à conſtater l'inclinaiſon de ſon orbite : elles ont prouvé en effet que cette inclinaiſon ne s'écarte pas ſenſiblement de la quantité $1^d\ 19'\ 10''$ qui ſe trouve dans les Tables de M. Halley, de laquelle il y auroit ſeulement 6 ſecondes à ôter ; ces Tables ont cependant donné la longitude trop grande de $7'\ 52''$. 20 Avril 1768.

Parmi un grand nombre d'obſervations qui ont été faites pendant plus de trois ſemaines au Collége Mazarin, avec la lunette méridienne de 40 pouces, & le ſextant de 6 pieds de rayon, dont M. l'abbé de la Caille ſe ſervoit, je rapporterai celles du 2 Avril, du 4, du 6, du 11 & du 13, avec les réſultats que j'en ai tirés, en ſuppoſant l'aſcenſion droite de l'épi de la Vierge $198^d\ 15'\ 50''$.

	OBSERVATIONS.		
	Le 2 Avril	Le 4 Avril	Le 6 Avril
Temps vrais	à $12^h\ 19'\ 52''$.	à $12^h\ 11'\ 39''$.	à $12^h\ 3'\ 25''$.
Différences des paſſages obſervés	$0^h\ 2'\ 29''\frac{1}{2}$	$0^h\ 3'\ 25''\frac{1}{2}$	$0^h\ 4'\ 22''$
Diſtances au zénith du bord ſupérieur	54^d 36. 17	54. 30. 26	54. 24. 37
Aſcenſions droites du centre de Jupiter	197. 38. 26	197. 24. 19	197. 10. 10
Déclinaiſons auſtrales du centre de Jupiter	5. 46. 28	5. 40. 37	5. 34. 48
Longitudes obſervées	6^s 18. 28. 1	6^s 18. 12. 47	6^s 17. 57. 33
Latitudes auſtrales obſervées	1. 35. 34	1. 35. 36	1. 35. 40
Longitudes calculées	6. 18. 35. 44	6. 18. 20. 41	6. 18. 5. 19
Latitudes auſtrales calculées	1. 35. 27	1. 35. 40	1. 35. 40
Erreur des Tables en longitude	− 7. 43	− 7. 54	− 7. 46
Erreur des Tables en latitude	+ 0. 7	− 0. 4	0. 0
Longitudes vraies du Soleil	0. 13. 45. 43 ½	0. 15. 43. 6	0. 17. 40. 29

En employant les deux dernières obſervations, on trouve le temps moyen de l'oppoſition le 4 Avril, $18^h\ 15'\ 12''$ à Paris; la longitude de Jupiter en oppoſition, $6^s\ 17^d\ 55'\ 35''$; & la latitude géocentrique en oppoſition, $1^d\ 35'\ 40''$ boréale.

Voici actuellement deux obſervations faites après l'oppoſition le 11 & le 13 du même mois, par leſquelles on peut trouver les mêmes élémens, en ſuppoſant l'aſcenſion droite apparente de ζ ♍ $200^d\ 44'\ 9''$.

	RÉSULTAT DES OBSERVATIONS.	
Temps vrais	Le 11 Avril à $11^h\ 42'\ 48''\frac{1}{4}$.	Le 13 Avril à $11^h\ 34'\ 31''$.
Différences des paſſages obſervés. .	α ♍ $0^h\ 6'\ 44''$	ζ ♍ $0^h\ 17'\ 32''\frac{3}{4}$
Diſtances au zénith du bord ſupérieur	54^d 10. 0	54^d 4. 30
Aſcenſ. droites du centre de Jupiter.	196. 34. 33	196. 20. 15½
Déclinaiſons auſtrales	5. 20. 10	5. 14. 40
Longitudes obſervées.	6^s 17. 19. 9	6^s 17. 3. 55
Latitudes auſtrales obſervées.	1. 35. 40	1. 35. 19
Longitudes calculées	6. 17. 26. 59	6. 17. 11. 48
Latitudes auſtrales calculées.	1. 35. 33	1. 35. 26
Erreur ſouſtractive en longitude. . .	— 7. 50	— 7. 53
Erreur des Tables en latitude. . . .	+ 0. 7	— 0. 7
Longitudes vraies du Soleil	0. 22. 33. 26	0. 24. 30. 25

En partant de ces deux Obſervations, je trouve le temps de l'oppoſition vraie le 6 Avril 1768 à . . . . $17^h\ 58'\ 35''$, Temps moyen.

La longitude de Jupiter en oppoſition $6^s\ 17^d\ 55'\ 22''$.

Et ſa latitude en oppoſition . . . . 1. 35. 49.

Pour avoir une plus grande exactitude dans le réſultat de cette oppoſition, j'ai cherché, par un milieu entre quinze obſervations, l'erreur des Tables en longitude & en latitude, que j'ai trouvée pour la longitude de $7'\ 52''$ ſouſtractive, & de $7''$ auſſi ſouſtractive pour la latitude géocentrique calculée par les Tables de M.

Halley *; j'ai corrigé les Tables de cette même quantité, & avec ces corrections, j'ai trouvé que le temps de l'opposition résultant des quinze observations est le 6 Avril 1768 à 18^h 13′ 11″, temps moyen à Paris; la longitude de Jupiter en opposition, 6^s 17^d 55′ 29″; & sa latitude géocentrique, 1^d 35′ 37″ australe; ce qui donne l'inclinaison de Jupiter 1^d 19′ 4″, plus petite de 6″ que dans les Tables de M. Cassini.

* Voyez mon Astronomie, première édition, *page 1529.*



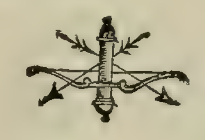
OBSERVATION DE L'ÉCLIPSE DE LUNE DU 4 JANVIER 1768.

Par M. l'abbé CHAPPE D'AUTEROCHE.

13 Janvier 1768.

J'AI fait cette Obſervation avec M. Caſſini le fils; il l'a obſervée avec une lunette de 7 pieds, & moi avec une lunette de 9 pieds. Nous nous étions propoſé d'obſerver les immerſions & les émerſions des taches avec le plus grand ſoin, mais une eſpèce de brume a beaucoup nui à l'exactitude de quelques-unes de nos obſervations.

Temps vrais des Obſervations,	*Lunette de 9 pieds.*	*Lunette de 7 pieds.*
Commencement de l'Éclipſe.	$3^h\ 25'\ 19''$	$3^h\ 25'\ 45''$
Tycho entre dans l'ombre mal terminée. . .	3. 35. 36	3. 35. 15
Mare humorum entre dans l'ombre mal terminée.	3. 40. 36	3. 39. 44
Gaſſendus entre dans l'ombre mal terminée.	3. 51. 32	3. 50. 53
Gaſſendus ſort de l'ombre mal terminée. . .	4. 26. 57	
Mare humorum ſort de l'ombre mal terminée.	4. 47. 34	
Tycho commence à ſortir de l'ombre, obſervation exacte.	5. 12. 1	5. 12. 21
Tycho ſorti de l'ombre, obſervation exacte.	5. 13. 36	5. 13. 47
On voit obſcurément le diſque de la Lune.	5. 43. 26	
Fin de l'Éclipſe exactement.	5. 44. 28	5. 44. 9



NOUVELLES

NOUVELLES MÉTHODES ANALYTIQUES *POUR* *CALCULER LES ÉCLIPSES DE SOLEIL, LES OCCULTATIONS DES ÉTOILES FIXES ET DES PLANÈTES PAR LA LUNE;*

Et en général pour réduire les Observations de cet Astre, faites à la surface de la Terre, au lieu vu du centre.

SIXIÉME MÉMOIRE,

Dans lequel on applique à la solution de plusieurs Problèmes astronomiques, les Équations démontrées dans les Mémoires précédens.

Par M. DU SÉJOUR.

POUR l'intelligence de ce qui suit, le Lecteur se rappellera

(1.) Que dans toutes mes équations;

r exprime le demi-petit axe de la Terre, que je suppose d'ailleurs égal au rayon des Tables.

ρ le demi-grand axe.

ϖ l'arc de 15^d rectifié.

θ le sinus, ψ le cosinus de l'inclinaison de l'orbite corrigée.

Cette inclinaison se détermine par l'équation suivante;

Tangente de l'inclinaison de l'orbite corrigée $=$

$$\frac{r^2}{206265''} \times \frac{\text{mouv. hor. de la ☾ en latit. évalué en secondes de degré}}{\text{sin. (mouv. hor. de la ☾ en longit. — mouv. hor. du ☉)}}.$$

ζ le cosinus de la latitude de la Lune à l'instant de la conjonction, vue du centre de la Terre.

b le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant pour lequel on calcule.

1764. s le finus / c le cofinus } de la latitude corrigée de l'Obfervateur (*2.d Mém. §. 20, Table I*), c'eft-à-dire d'un angle qu'il faut fubftituer à la latitude vraie, & qui fe conclut de cette latitude.

g le finus / h le cofinus } de l'angle horaire du Soleil.

p le finus / q le cofinus } de la déclinaifon du Soleil à l'inftant pour lequel on calcule.

Ω le cofinus de l'obliquité de l'écliptique.

$\chi = \sqrt{(q^2 - \Omega^2)}$.

ω le finus / t la tang. / φ le cofinus } de l'angle de l'orbite relative de la Lune avec le fil parallèle ou équatorial * de l'Obfervateur fuppofé au centre de la Terre. Cet angle fe détermine par l'équation fuivante,

$$\omega = \frac{\theta\,\Omega}{q} + \frac{\psi\,\chi}{q}.$$

π le finus de la parallaxe horizontale polaire de la Lune à l'inftant pour lequel on calcule.

π' le finus de la parallaxe horizontale du Soleil.

$$\zeta = r - \frac{\pi'\xi}{\pi}.$$

$$l = r \times \frac{\text{fin. de la lat. de la ☾ à l'inft. de la conj. vue du centre de la Terre}}{\text{fin. de la parall. horiz. polaire de la ☾ à l'inftant de la conjonction}}$$

$$\gamma = \xi \times \frac{\text{fin. verfe (mouv. hor. de la ☾ en longit. — mouv. horaire du ☉)}}{\text{fin. de la parall. horiz. polaire de la ☾ à l'inftant de la conjonction}}$$

$$\varkappa = \frac{r\xi}{\psi} \times \frac{\text{fin. (mouv. horaire de la ☾ en longit. — mouv. horaire du ☉)}}{\text{fin. de la parall. horiz. polaire de la ☾ à l'inftant de la conjonction}}$$

(2.) Que dans toutes les équations, j'ai fuppofé que les quantités précédentes étoient pofitives; qu'il pouvoit arriver cependant que quelques-unes de ces quantités devinffent négatives.

(3.) Que dans toutes les Éclipfes de Soleil les quantités r, ϱ, υ, ψ, ξ, c, q, Ω, φ, π, π', ζ, γ, $\varkappa$, étoient effentiellement pofitives; que par conféquent le changement de leurs valeurs abfolues ne pouvoit faire varier le figne des termes dans lefquels elles entroient.

(4.) Qu'il n'en étoit pas de même des quantités θ, b, s, g, h, p, χ, t, ω, l.

* Dans les premiers Mémoires, j'avois appelé *fil horaire* ce que l'on nomme ordinairement *fil parallèle* ou *équatorial;* je reprends la définition adoptée par les Aftronomes.

Que la quantité l devenoit négative, lorſque la latitude de la Lune, vue du centre de la Terre, étoit auſtrale à l'inſtant de la conjonction.

Que la quantité θ devenoit négative, lorſque l'Éclipſe arrivoit dans le nœud deſcendant.

Que b devenoit négatif, lorſque l'inſtant pour lequel on calcule précédoit l'inſtant de la conjonction.

Que s devenoit négative, lorſque la latitude de l'Obſervateur étoit auſtrale.

Que g devenoit négatif, lorſque l'heure donnée étoit entre minuit & midi.

Que h devenoit négative, lorſque l'heure étoit entre ſix heures du ſoir & ſix heures du matin.

Que p devenoit négatif, lorſque la déclinaiſon du Soleil étoit auſtrale.

Que χ devenoit négatif, lorſque le Soleil étoit dans les ſignes deſcendans.

Que le ſigne de ω, & de t qui en eſt une conſéquence, étoit déterminé par la formule du §. 1.er

(5.) J'ai ſuppoſé que pour l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, on avoit les Élémens ſuivans.

Heure de la conjonction à Paris, $10^h\ 31'\ 23''$ du matin,

Dans	12^d	$9'$	$56''$	du Bélier.
Mouvement horaire du Soleil	0.	2.	27,7	
Mouvement horaire de la Lune en longitude.	0.	29.	39	
Latitude de la Lune à l'inſtant de la conjonction.	0.	39.	36	boréale.
Mouvement horaire de la Lune en latitude.	0.	2.	44	{ Éclipſe dans le nœud aſcendant. }
Parallaxe horizontale polaire de la Lune	0.	54.	1,5	
Obliquité de l'Écliptique	23.	28.	21	
Déclinaiſon du Soleil à l'inſtant de la conjonction.	4.	48.	50	boréale.
Parallaxe horizontale du Soleil	0.	0.	10	
Demi-diamètre du Soleil	0.	16.	0,5	

$$\text{ſinus (demi-diam, horizont. de la ☾)} = \frac{900}{3288} \times \text{ſinus (parallaxe horizont. polaire)};$$

D'où j'ai conclu

		Logarithme...
$r = +\ 100000.$		$r = 10{,}0000000.$
$\rho = +\ 100565.$		$\rho = 10{,}0024467.$
$\upsilon = +$ arc de 15^d rectifié.		$\upsilon = 9{,}4179686.$
$\theta = +$ sinus. $5^d\ 44'\ 26''$		$\theta = 9{,}0001044.$
$\psi = +$ cosin. 5. 44. 26.		$\psi = 9{,}9978165.$
$\xi = +$ cosin. 0. 39. 36.		$\xi = 9{,}9999711.$
$p = +$ sinus. 4. 48. 50.		$p = 8{,}9238624.$
$q = +$ cosin. 4. 48. 50.	Logarithme...	$q = 9{,}9984653.$
$\Omega = +$ cosin. 23. 28. 21.		$\Omega = 9{,}9624884.$
$\chi = +\ 38936.$		$\chi = 9{,}5903565.$
$\omega = +$ sinus. 28. 44. 30.		$\omega = 9{,}6820198.$
$\varphi = +$ cosin. 28. 44. 30.		$\varphi = 9{,}9428989.$
$t = +$ tang. 28. 44. 30.		$t = 9{,}7391209.$
$\pi = +$ sinus. 0. 54. 1,5.		$\pi = 8{,}1963030.$
$\pi' = +$ sinus. 0. 0. 10.		$\pi' = 5{,}6855749.$
$\zeta = +\ 99692.$		$\zeta = 9{,}9986603.$

Logar. { sin. de la latitude de la Lune à l'instant de la conjonction.... = 8,0614117.
sin. verse (mouv. hor. de la ☾ en long. — mouv. hor. du ☉) = 5,4972284.
sin. (mouv. hor. de la ☾ en longit. — mouv. hor. du ☉) = 7,8981334.

		Logarithme...
$l = +\ 73301.$		$l = 9{,}8651087.$
$\gamma = +\ 200.$		$\gamma = 7{,}3008965.$
$n = +\ 50581.$	Logarithme...	$n = 9{,}7039847.$
$\frac{nr}{\zeta} = +\ 50737.$		$\frac{nr}{\zeta} = 9{,}7053244.$

Logarithme $3600'' = 3{,}5563025.$

(6.) Je suppose également que le Lecteur a présent à l'esprit ce que j'ai dit (*§. 28 du 3.e Mem.*) sur la relation entre le nombre de chiffres dont chaque quantité qui se trouve dans les formules, doit être composée, & la caractéristique de son logarithme.

Année 1765.

Qu'il se rappelle l'exception relative au nombre de secondes, soit d'heure, soit de degré.

Qu'il n'a pas oublié la division du disque du Soleil en quatre angles égaux, établie par l'*article III du même Mémoire*, & la manière de déterminer dans lequel de ces angles l'Observateur rapporte le centre de la Lune. *Année 1765.*

Qu'il a présent à la mémoire la manière de distinguer chacun des termes d'une équation, en le surmontant d'un chiffre & d'une lettre; d'une lettre, pour signifier la quantité dans l'expression de laquelle se trouve le terme en question; d'un chiffre pour indiquer le rang de ce terme.

Qu'il se rappelle la méthode détaillée dans l'*article VI du troisième Mémoire*, pour convertir le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction, en expression de la longitude du lieu.

(7.) Je suppose enfin que le Lecteur n'a pas oublié que par la latitude d'un lieu, j'entends sa latitude corrigée. Cette latitude est réductible à la latitude vraie; ou réciproquement, la latitude vraie est réductible à la latitude corrigée, par la première Table du *§. 20* de mon second Mémoire. *Année 1764.*

Ces suppositions admises, je passe à la solution de plusieurs problèmes.

ARTICLE PREMIER.

Discussion de plusieurs points importans de la courbe des plus courtes distances des centres.

(8.) J'ai donné *(cinquième Mémoire)* une méthode pour déterminer rigoureusement sur la surface de la Terre les différens points de notre Globe, pour lesquels la plus courte distance des centres du Soleil & de la Lune, est d'une certaine quantité assignée: je me propose de discuter maintenant plusieurs points importans de cette courbe. *Année 1767.*

Soit λ la tangente de la diſtance des centres aſſignée.

μ la tangente, m le coſinus, de l'angle de la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune à l'inſtant de la plus grande phaſe, avec la perpendiculaire à l'orbite relative de la Lune.

Année 1767. J'ai démontré *(5.e Mém. §. 35)* que l'on a les équations ſuivantes,

$$\frac{\lambda m\xi}{\zeta\pi} - \frac{\lambda mps}{\zeta r^2} - \frac{\lambda mc\rho qh}{\zeta r^4} - \frac{\psi l}{\zeta} + \frac{qs\varphi}{r^2} - \frac{cg\rho\omega}{r^3} - \frac{chp\rho\varphi}{r^4} = 0;$$

$$\frac{\mu n r^6}{\zeta v} - \mu cp\rho\omega g - \mu c\rho\varphi rh - cp\rho\varphi rg + c\rho\omega r^2 h = 0.$$

Examinons ſommairement quelques cas particuliers de ces équations.

SECTION PREMIÈRE,

Dans laquelle on examine ce que deviennent les équations précédentes, lorſque $\mu = 0$, & $m = r$.

(9.) Si l'on ſuppoſe $\mu = 0$, & $m = r$, on aura

$$\frac{\lambda\xi r}{\zeta\pi} - \frac{\lambda ps}{\zeta r} - \frac{\lambda c\rho qh}{\zeta r^3} - \frac{\psi l}{\zeta} + \frac{qs\varphi}{r^2} - \frac{cg\rho\omega}{r^3} - \frac{chp\rho\varphi}{r^4} = 0;$$

$$p\varphi g - \omega rh = 0.$$

De la ſeconde équation, on tire (à cauſe de $\omega r = \varphi t$) tangente de l'angle horaire correſpondant au phénomène $= \frac{tr}{r}$.

D'où je conclus d'abord que l'heure que l'on compte dans le lieu à l'inſtant du phénomène, ne dépend ni de la latitude du lieu, ni de la phaſe: quelles que ſoient ces deux quantités, l'heure ſera abſolument la même.

(10.) Il eſt une autre remarque qui ne doit pas échapper; c'eſt l'identité de cette heure avec celle qui réſout le problème de Année 1765. *l'article VII du 3.me Mémoire.* Après avoir conſtaté que tous les lieux ſitués ſous le même parallèle n'obſervent pas la même plus grande phaſe, on ſe propoſoit la queſtion ſuivante. *Determiner celui de tous les lieux ſitués ſous le même parallèle terreſtre, qui obſerve le* maximum maximorum, *ou le* minimum minimorum

de phases. Le calcul nous a appris (*3me Mém. §. 87*), que ce *maximum* ou ce *minimum* est observé dans le point du parallèle qui voit la plus grande phase à l'heure déterminée par l'équation

$$\text{tangente de l'angle horaire} = \frac{tr}{p}.$$

L'heure qui résout la question proposée dans la présente section, est la même; la phase donnée est donc un *maximum maximorum* ou un *minimum minimorum* de phases, relativement au parallèle terrestre que le calcul détermine.

Supposons que la distance des centres assignée soit un *minimum minimorum* de phases, relativement au parallèle terrestre que le calcul détermine, & que cette distance des centres soit égale, par exemple, à la somme des demi-diamètres du Soleil & de la Lune; tous les lieux situés sous le même parallèle observeront une distance des centres plus grande: ils ne verront donc pas l'Éclipse; le lieu déterminé par l'équation sera donc la *limite de l'Éclipse.*

Supposons, au contraire, que la distance des centres assignée soit un *maximum maximorum* de phases, relativement au parallèle terrestre que le calcul détermine, tous les lieux situés sous le même parallèle observeront une plus petite distance des centres, & le lieu déterminé par l'équation sera un *maximum* de latitude, par rapport à la phase donnée.

Ces réflexions suffisent pour montrer ce que cette section peut avoir de remarquable.

(11.) Soit $\left\{\begin{array}{l} g' \text{ le sinus} \\ h' \text{ le cosinus} \end{array}\right\}$ de l'angle horaire particulier, déterminé par l'équation du §. 9.

$$G = \overset{(G\,1)}{\frac{\lambda\xi r^2}{\pi\zeta\rho}} - \overset{(G\,2)}{\frac{\psi l r}{\zeta\rho}}$$

$$H = \overset{(H\,1)}{\frac{\lambda p r}{\zeta\rho}} - \overset{(H\,2)}{\frac{q\varphi}{\rho}}$$

$$K = \overset{(K\,1)}{\frac{\lambda q h'}{\zeta r}} + \overset{(K\,2)}{\frac{p\varphi h'}{r^2}} + \overset{(K\,3)}{\frac{\omega g'}{r}}.$$

L'équation du §. 8 deviendra

$$Hs \pm Kc - Gr = 0.$$

Soit maintenant P le ſinus, & Q le coſinus d'un angle aigu N; tel que l'on ait $\frac{Pr}{Q} = \frac{Kr}{H}$; c'eſt-à-dire, dont la tangente égale $\frac{Kr}{H}$. Dans l'équation $Gr - Hs - Kc = 0$; ſubſtituons $\frac{KQ}{P}$ à H, elle deviendra

$$\frac{Qs + Pc}{r} = \frac{GP}{K}.$$

Mais $\frac{Qs + Pc}{r}$ eſt le ſinus de la ſomme de l'angle connu N & de la latitude du lieu pour lequel la plus courte diſtance aſſignée arrive dans la ſuppoſition de $\mu = 0$, & $m = r$; donc

$$\text{ſinus (latitude demandée + angle connu } N) = \frac{GP}{K}.$$

(12.) Puiſqu'un même ſinus appartient à deux angles différens; la ſomme de la latitude demandée, & de l'angle connu N, a deux valeurs; il y a donc deux latitudes différentes qui ſatisfont à la queſtion; au reſte l'on n'oubliera pas que les latitudes données par le calcul, ſont des latitudes corrigées, réductibles en latitudes vraies par le moyen de la première Table du *§. 20 du* Année 1764. *ſecond Mémoire.*

(13.) Au lieu de chercher quel lieu de la Terre obſerve une certaine plus courte diſtance des centres aſſignée; ſi l'on cherche quel point de la Terre obſerve l'attouchement des limbes du Soleil & de la Lune; il ſuit de ce que j'ai démontré; Année 1767. *(5.me Mém. §. 46 & ſuiv.)* que ſi l'on ſuppoſe

ſinus (demi-diam. horiz. de la ☾) $= \frac{a'}{b'}$ ſinus (parall. horiz. polaire).

$\eth$ = coſinus (ſomme du demi-diam. du ☉ & du demi-diam. horiz. de la ☾).

$\eth'$ = coſinus (différ. du demi-diam. du ☉ & du demi-diam. horiz. de la ☾).

ρ = ſinus } demi-diamètre du Soleil.
τ = coſinus }

τ' = coſinus (demi-diamètre horizontal de la Lune).

$\delta = \frac{a'}{b'} \times \frac{\pi}{r} \times$ coſinus (parallaxe horizontale polaire).

ϑ = le nombre de ſecondes de degré dont on ſuppoſe infléchis les rayons ſolaires qui raſent le limbe de la Lune.

On aura

On aura pour réſoudre la queſtion,

Contacts extérieurs.

Attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune.

$$G = + \overset{(G\,1)}{\frac{\sigma\tau'\xi r^2}{\partial\pi\zeta\rho}} + \overset{(G\,2)}{\frac{\delta\tau r^2}{\pi\zeta\rho}} - \overset{(G\,3)}{\frac{\psi l r}{\zeta\rho}}.$$

$$H = + \overset{(H\,1)}{\frac{\sigma\tau' p r}{\partial\zeta\rho}} - \overset{(H\,2)}{\frac{q\varphi}{\rho}}.$$

$$K = + \overset{(K\,1)}{\frac{\sigma\tau' q k'}{\partial\zeta r}} + \overset{(K\,2)}{\frac{p\varphi k'}{r^2}} + \overset{(K\,3)}{\frac{\omega g'}{r}}.$$

Attouchement du limbe auſtral du Soleil & du limbe boréal de la Lune.

$$G = - \overset{(G\,1)}{\frac{\sigma\tau'\xi r^2}{\partial\pi\zeta\rho}} - \overset{(G\,2)}{\frac{\delta\tau r^2}{\pi\zeta\rho}} - \overset{(G\,3)}{\frac{\psi l r}{\zeta\rho}}.$$

$$H = - \overset{(H\,1)}{\frac{\sigma\tau' p r}{\partial\zeta\rho}} - \overset{(H\,2)}{\frac{q\varphi}{\rho}}.$$

$$K = - \overset{(K\,1)}{\frac{\sigma\tau' q k'}{\partial\zeta r}} + \overset{(K\,2)}{\frac{p\varphi k'}{r^2}} + \overset{(K\,3)}{\frac{\omega g'}{r}}.$$

Dans ces deux cas, ſi l'on veut avoir égard à l'inflexion des rayons ſolaires, on ſuppoſera $\sigma =$ ſin. (demi-diam. du Soleil $- \vartheta$).

Contacts intérieurs.

Attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe boréal de la Lune.

$$G = + \overset{(G\,1)}{\frac{\sigma\tau'\xi r^2}{\partial'\pi\zeta\rho}} - \overset{(G\,2)}{\frac{\delta\tau r^2}{\pi\zeta\rho}} - \overset{(G\,3)}{\frac{\psi l r}{\zeta\rho}}.$$

$$H = + \overset{(H\,1)}{\frac{\sigma\tau' p r}{\partial'\zeta\rho}} - \overset{(H\,2)}{\frac{q\varphi}{\rho}}.$$

$$K = + \overset{(K\,1)}{\frac{\sigma\tau' q k'}{\partial'\zeta r}} + \overset{(K\,2)}{\frac{p\varphi k'}{r^2}} + \overset{(K\,3)}{\frac{\omega g'}{r}}.$$

Attouchement du limbe auſtral du Soleil & du limbe auſtral de la Lune.

$$G = - \overset{(G\ 1)}{\frac{\sigma \tau' \xi r^2}{\partial' \pi \zeta \rho}} + \overset{(G\ 2)}{\frac{\delta \tau r^2}{\pi \zeta \rho}} - \overset{(G\ 3)}{\frac{\psi l r}{\zeta \rho}}.$$

$$H = - \overset{(H\ 1)}{\frac{\sigma \tau' p r}{\partial' \zeta \rho}} - \overset{(H\ 2)}{\frac{q \varphi}{\rho}}.$$

$$K = - \overset{(K\ 1)}{\frac{\sigma \tau' q h'}{\partial' \zeta r}} + \overset{(K\ 2)}{\frac{p \varphi h'}{r^2}} + \overset{(K\ 3)}{\frac{\omega g'}{r}}.$$

Dans ces deux cas, ſi l'on veut avoir égard à l'inflexion des rayons ſolaires, on ſuppoſera $\sigma =$ ſin. (demi-diam. du Soleil + ϑ).

(14.) Rien de plus ſimple d'après les remarques des *§. 49*
Année 1767. *& 50 de mon 5.ᵉ Mémoire*, auquel je renvoie, de réſoudre par les équations précédentes, les queſtions analogues que l'on peut ſe propoſer relativement au nombre de doigts éclipſés du diſque ſolaire.

(15.) En partant de l'équation

$$Hs + Kc - Gr = 0,$$

on eſt parvenu *(§. 11)* aux réſultats ſuivans,

$$\text{ſinus (latitude demandée + angle } N) = \frac{GP}{K}.$$

Mais il eſt ſenſible que les quantités G, H, K peuvent changer de ſignes relativement aux différentes Éclipſes & aux diverſes diſtances des centres. Pour éviter toute incertitude ſur cette matière, je vais épuiſer les différentes combinaiſons de ſignes qui peuvent affecter les termes de l'équation du *§. 11*; & preſcrire pour chaque combinaiſon, l'opération indiquée par l'analyſe: il ne s'agira que de conſtater d'après les réflexions du *§. 4*, quelle combinaiſon de ſignes a lieu pour le cas particulier dans lequel on eſt.

(16.) Les différentes combinaisons qui peuvent affecter les termes de l'équation $Hs + Kc - Gr = 0$, se réduisent à quatre.

$Hs + Kc - Gr = 0$ . . . . 1.er CAS.

$Hs + Kc + Gr = 0$ . . . . 2.e CAS.

$Hs - Kc - Gr = 0$ . . . . 3.e CAS.

$Hs - Kc + Gr = 0$ . . . . 4.e CAS.

PREMIER CAS.

Déterminez l'angle qui a pour tangente $\frac{Kr}{H}$, & que je nomme N, en observant de le supposer toujours aigu & positif, quel que soit le signe de K & de H.

Évaluez les deux angles qui ont pour sinus $\frac{G \times \text{sinus } N}{K}$, & que je nomme D, D', en observant de les supposer toujours moindres que 180 degrés, & de les regarder comme positifs.

Vous aurez alors,

$$\text{Latitudes demandées} = \left\{ \begin{matrix} D - N \\ D' - N \end{matrix} \right\}$$

DEUXIÈME CAS.

Déterminez l'angle qui a pour tangente $\frac{Kr}{H}$, & que je nomme N, en observant de le supposer toujours aigu & positif, quel que soit le signe de K & de H.

Évaluez les deux angles qui ont pour sinus $\frac{G \times \text{sinus } N}{K}$; & que je nomme D, D', en observant de les supposer toujours moindres que 180 degrés, & de les regarder comme positifs.

Vous aurez alors,

$$\text{Latitudes demandées} = \left\{ \begin{matrix} -D - N \\ -D' - N \end{matrix} \right\}$$

TROISIÈME CAS.

Déterminez l'angle qui a pour tangente $\frac{Kr}{H}$, & que je nomme N, en obſervant de le ſuppoſer toujours aigu & poſitif, quel que ſoit le ſigne de K & de H.

Évaluez les deux angles qui ont pour ſinus $\frac{G \times \text{ſinus } N}{K}$, & que je nomme D, D', en obſervant de les ſuppoſer toujours moindres que 180 degrés, & de les regarder comme poſitifs.

Vous aurez alors,

$$\text{Latitudes demandées} = \left\{ \begin{matrix} + D + N \\ + D' + N \end{matrix} \right\}$$

QUATRIÈME CAS.

Déterminez l'angle qui a pour tangente $\frac{Kr}{H}$, & que je nomme N, en obſervant de le ſuppoſer toujours aigu & poſitif, quel que ſoit le ſigne de K & de H.

Évaluez les deux angles qui ont pour ſinus $\frac{G \times \text{ſinus } N}{K}$, & que je nomme D, D', en obſervant de les ſuppoſer toujours moindres que 180 degrés, & de les regarder comme poſitifs.

Vous aurez alors,

$$\text{Latitudes demandées} = \left\{ \begin{matrix} - D + N \\ - D' + N \end{matrix} \right\}$$

(17.) Dans l'uſage de ces formules, on peut trouver des latitudes de quatre eſpèces.

Des latitudes poſitives, depnis 0^d juſqu'à 90^d
Des latitudes poſitives, depuis 90 juſqu'à 180.
Des latitudes négatives, depuis 0 juſqu'à 90.
Des latitudes négatives, depuis 90 juſqu'à 180.

Car l'on obſervera que ſi l'on avoit, par exemple, une latitude poſitive ou négative plus grande que 180 degrés, on la réduiroit

à une latitude de l'eſpèce précédente, en prenant avec un ſigne contraire ſon ſupplément à 360 degrés.

Pour entendre ces ſolutions, on remarquera que l'équation $\omega r h - p \varphi g = 0$ qui (§. 9) déſigne l'heure du phénomène, appartient également à deux angles horaires, qui diffèrent entr'eux de 180 degrés. Rien ne détermine lequel des deux angles horaires réſout la queſtion; les valeurs de K (§. 11 & 13), auront cependant un ſigne différent ſuivant que l'on emploiera dans le calcul, l'un des deux angles plus tôt que l'autre. En effet, ſi l'on prend, par exemple, les ſuppoſitions de l'écliple du 1.er Avril 1764, les deux angles horaires, donnés par l'équation

$$\omega r h - p \varphi g = 0,$$

ſont $\left\{ \begin{matrix} + 81^d\ 18'\ 0'' \\ - 98.\ 42.\ 0. \end{matrix} \right\}$ correſpondant à $\left\{ \begin{matrix} 5^h\ 25'\ 12'' \text{ du ſoir.} \\ 5.\ 25.\ 12 \text{ du matin.} \end{matrix} \right\}$

Dans la première ſuppoſition, les valeurs de g' & de h', ainſi que celle de K ſont poſitives; elles ſont négatives dans la ſeconde ſuppoſition: comme donc l'on n'eſt guidé par aucune conſidération particulière ſur le choix de l'angle horaire, on prendra arbitrairement l'un des deux angles; & alors les latitudes poſitives ou négatives depuis 0 degré juſqu'à 90 degrés, détermineront les lieux pour leſquels la phaſe aſſignée arrive à l'heure déterminée par l'angle horaire que l'on a choiſi arbitrairement; & les latitudes poſitives ou négatives depuis 90 degrés juſqu'à 180 degrés (ou plutôt, les ſupplémens de ces latitudes) indiqueront les lieux pour leſquels la phaſe aſſignée arrive à l'heure déterminée par l'autre angle horaire, que l'on auroit pu également choiſir; bien entendu, que les latitudes poſitives ſont des latitudes boréales, & les latitudes négatives ſont des latitudes auſtrales.

L'on n'oubliera pas que ſi $\frac{G \times \text{ſinus } N}{K}$ ſurpaſſe le rayon, les latitudes ſont imaginaires.

(18.) Puiſque dans le cas que je diſcute $\mu = 0$; il eſt évident par ce qui a été dit (5.me Mémoire, §. 36), que ſi l'on ſuppoſe Année 1767.

$$F = \overset{(F1)}{\frac{\theta l}{\zeta}} - \overset{(F2)}{\frac{q s \omega}{r^2}} - \overset{(F3)}{\frac{c g' p \varphi}{r^3}} + \overset{(F4)}{\frac{c h' p p \omega}{r^4}}.$$

On aura pour déterminer le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant du phénomène.

(b 1)

$$b = - \frac{3600'' \zeta}{nr} \times F.$$

Lorsque l'on connoîtra le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant du phénomène, & l'heure que l'on compte dans le lieu ; la détermination de la longitude *Année 1765.* *(3.e Mémoire article VI)* n'a plus aucune difficulté.

TABLE des quantités constantes de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, relatives à la présente recherche.

G.

(G 1,)

$$\text{Log.}\ \frac{\xi r^2}{\pi \zeta \rho} = + 1{,}8025611.$$

(G 2,)

$$\text{Log.}\ \frac{r^2}{\pi \zeta \rho} = - 8{,}1974100.$$

(G 3)

$$\frac{\psi l r}{\zeta \rho} = 72748.$$

H.

(H 1,)

$$\text{Log.}\ \frac{pr}{\zeta \rho} = - 1{,}0772446.$$

(H 2)

$$\frac{q\varphi}{\rho} = 86879.$$

K.

(K 1,)

$$\text{Log.}\ \frac{qh'}{\zeta r} = - 0{,}8204685.$$

(K 2)

$$\frac{p \varphi h'}{r^2} = 1113.$$

(K 3)

$$\frac{\omega g'}{r} = 47533.$$

F.

(F 1)

$$\frac{\theta l}{\zeta} = 7354$$

(F 2,)

$$\text{Log.}\ \frac{q \omega}{r^2} = - 0{,}3195149.$$

(F 3,)

$$\text{Log.}\ \frac{\rho \varphi g'}{r^3} = - 0{,}0596804.$$

(F 4,)

$$\text{Log.}\ \frac{p \rho \omega h'}{r^4} = - 2{,}2119446.$$

$$\text{Log.}\ \frac{3600'' \zeta}{nr} = - 6{,}1490213.$$

EXEMPLE.

(19.) *On demande la plus grande & la plus petite latitude des lieux qui ont pu voir l'attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe austral de la Lune le 1.er Avril 1764.*

SOLUTION. Lors de cette Éclipse, le demi-diamètre du Soleil étoit de 16′ 0″,5, le demi-diamètre horizontal de la Lune de 14′ 47″,2. Si donc on suppose une inflexion de 4″,5, on aura

$\vartheta = 4'',5$

$\sigma =$ sinus, $\tau =$ cosinus 15′ 56″; $\tau' =$ cosinus 14. 47,2; $\partial =$ cosinus 30. 43,2; $\delta = 430$. Logarithme...

$\sigma = 7,6660312.$
$\tau = 9,9999954.$
$\tau' = 9,9999960.$
$\partial = 9,9999826.$
$\delta = 7,6335601.$
$\delta\tau = 17,6335555.$
$\frac{\sigma\tau'}{\partial} = 7,6660446.$

d'ailleurs puisque les deux angles horaires donnés par l'équation $\omega r h - p \varphi g = 0$, sont

$+ 81^d\ 18'\ 0''$; $- 98.\ 42.\ 0$ correspondant à $5^h\ 25'\ 12''$ du soir. ; $5.\ 25.\ 12$ du matin.

& qu'il est indifférent d'employer l'un ou l'autre de ces angles, je calculerai pour $5^h\ 25'\ 12''$ du soir.

TYPE du Calcul...... $5^h\ 25'\ 12''$ *du soir.*

$g' = +$ sinus $81^d\ 18'\ 0''$.... $h' = +$ cosinus $81^d\ 18'\ 0''$.

$G = + (G\ 1) + (G\ 2) - (G\ 3)$....... $(G\ 3) = 72748.$

(G 1)
$+ 7,6660446$... log. $\frac{\sigma\tau'}{\partial}$.
$+ 1,8025611.$
$9,4686057$... log. 29417.

(G 2)
$+ 17,6335555$... log. $\delta\tau$.
$- 8,1974100.$
$9,4361455$... log. 27299.

$G = - 16032.$ Logarithme $G = 9,2049877.$

$H = + (H\,1) - (H\,2) \ldots\ldots\ldots (H\,2) = 86879.$

$(H\,1)$

+ 7,6660446 . . . log. $\frac{\sigma\tau'}{\partial}$.
− 1,0772446.
6,5888000 . . . log. 39.

$H = -86840 \ldots \log. H = 9{,}9387198.$

$K = + (K\,1) + (K\,2) + (K\,3) \ldots (K\,2) = 1113 \ldots (K\,3) = 47533.$

$(K\,1)$

+ 7,6660446 . . . log. $\frac{\sigma\tau'}{\partial}$.
− 0,8204685.
6,8455761 . . . log. 70.

$K = +48716 \ldots \log. K = 9{,}6876715.$

Maintenant, puiſque dans l'exemple particulier que je diſcute, G & H ſont négatifs & K poſitif, l'équation $Hs + Kc - Gr = 0$ devient $Hs - Kc - Gr = 0$; on eſt donc dans la troiſième ſuppoſition du *§. 16.*

+19,6876715 . . . log. Kr.
− 9,9387198 . . . log. H.
9,7489517 . . . log. tang. N.
$N = 29^d\ 17'\ 30''$.

+ 9,6895358 . . . log. ſinus N.
+ 9,2049877 . . . log. G.
18,8945235.
− 9,6876715 . . . log. K.
9,2068520 . . . log. ſinus $\left\{ \begin{matrix} D \\ D' \end{matrix} \right\}$

$D = 9^d\ 15'\ 56''$ $\qquad$ $D' = 170^d\ 44'\ 4''$

+ 9^d 15′ 56″ . . . D'.
+ 29. 17. 30 . . . N.
Lat. cor. = 38. 33. 26.
0. 9. 26. (*S.* 7)
Lat. vr. = 38. 42. 52. Boréale

+ 170^d 44′ 4″ . . . D'.
+ 29. 17. 30 . . . N.
Lat. vr. { + 200. 1. 34.
− 159. 58. 26 (ſup. à 360^d)
20. 1. 34 (ſup. lat. cor.)
0. 6. 13. (*S.* 7)
Lat. vr. = 20. 7. 47. Auſtrale.

(20.)

(20.) Conformément au §. 17, je remarque que la première des deux latitudes est une latitude boréale, & que l'heure que l'on comptoit dans le lieu, étoit celle désignée par l'angle horaire de $+ 81^d\ 18'\ 0''$, c'est-à-dire $5^h\ 25'\ 12''$ du soir, puisque la latitude a été donnée sous une forme positive, & qu'elle est comprise entre 0^d & 90^d.

Quant à la seconde latitude, je remarque que cette latitude s'étant présentée d'abord sous une forme positive plus grande que 180^d, il a fallu la soustraire de $- 360^d\ 0'\ 0''$, ce qui l'a rendue négative, & a conséquemment indiqué une latitude australe: j'observe enfin que l'heure que l'on comptoit dans le lieu étoit celle désignée par l'angle horaire de $- 98^d\ 42'\ 0''$, c'est-à-dire $5^h\ 25'\ 12''$ du matin, puisque le calcul a donné une latitude comprise entre 90^d & 180^d.

Calcul de la Longitude.

Latitude vraie $= 20^d\ 7'\ 47''$ australe. Latitude corrigée $= 20^d\ 1'\ 34''$.

Heure du phénomène $5^h\ 25'\ 12''$ du matin.

$$\left.\begin{matrix} s = - \text{sinus}\ 20^d\ 1'\ 34'' \\ c = + \text{cosin.}\ 20.\ 1.\ 34 \end{matrix}\right\} \text{Logarithme} \left\{\begin{matrix} s = 9{,}5345951. \\ c = 9{,}9729138. \end{matrix}\right.$$

$F = + (F\ 1) + (F\ 2) + (F\ 3) - (F\ 4) \ldots\ldots (F\ 1) = 7354.$

(F 2)	(F 3)	(F 4)
9,5345951 ... s.	9,9729138 ... c.	9,9729138 ... c.
— 0,3195149.	— 0,0596804.	— 2,2119446.
9,2150802 ... log. 16409.	9,9132334 ... log. 81890.	7,7609692 ... log. 5771

$F = + 105076$ Log. $F = 10{,}0215040.$

$b = - (b\ 1)$

$$\begin{array}{r} 10{,}0215040. \\ -\ 6{,}1490219. \\ \hline 3{,}8724821 \ldots \text{log. } 7456''. \end{array}$$

$\beta = - 31^d\ 4'\ 0''.$

$$\text{Longitude} = \left\{\begin{matrix} + 22^d\ 9'\ 15'' \ldots \text{Angle constant} \\ + 31.\ 4.\ 0 \ldots \text{Angle } \beta. \\ - 98.\ 42.\ 0 \ldots \text{Angle horaire} \end{matrix}\right\} = -45^d\ 28'\ 45''.$$

Le lieu étoit donc plus occidental que Paris de $45^d\ 28'\ 45''$.

(21.) On conclura par un calcul entièrement semblable, que le lieu qui avoit une latitude boréale de $38^d\ 42'\ 52''$, étoit un point de la Terre plus oriental que Paris, de $76^d\ 47'\ 30''$.

(22.) Cette dernière recherche présente un objet de curiosité assez remarquable : en effet, elle apprend qu'aucun pays situé par-delà le parallèle austral de $20^d\ 7'\ 47''$, n'a pu voir l'Éclipse; que la ligne d'attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe austral de la Lune, s'est étendue entre le parallèle austral de $20^d\ 7'\ 4''$ & le parallèle boréal de $38^d\ 42'\ 52''$; qu'enfin tous les pays situés par-delà le parallèle boréal de $38^d\ 42'\ 52''$, ont vu l'Éclipse.

La solution que je viens de donner, est une solution purement géométrique, qui fait abstraction de toutes les circonstances physiques capables de modifier le résultat. Ainsi donc, dans l'exemple particulier que nous considérons, il ne faut pas conclure que tous les Pays situés par-delà le parallèle boréal de $38^d\ 42'\ 52''$, ont réellement observé l'Éclipse. Il est arrivé pour un très-grand nombre de points de ces parallèles, que quoique les centres du Soleil & de la Lune, & l'œil de l'Observateur, aient nécessairement eu dans un certain instant assignable une position relative propre à laisser voir le disque du Soleil entamé par la Lune; l'épaisseur de la Terre a néanmoins empêché de jouir du phénomène.

Si l'on calcule l'arc semi-diurne pour la latitude australe de $20^d\ 7'\ 47''$, on trouvera que le lieu donné par l'analyse, pour la limite de l'Éclipse dans l'hémisphère austral, étoit dans ce dernier cas.

(23.) En appliquant aux méthodes précédentes les remarques
Année 1767. des *§. 49 & 50 de mon 5.me Mémoire*, je suis parvenu à construire la Table suivante.

TABLE des Parallèles entre lesquels se sont étendues, lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, les lignes des Doigts éclipsés du disque du Soleil.

NOMBRE DE DOIGTS éclipsés.	LATITUDES.	LONGITUDES.	LATITUDES.	LONGITUDES.
Attouchement des limbes boréal du ☉ & austral de la ☾..	20^d 7′ 47″A.	45^d 28′ 45″*oc.*	38^d 42′ 52 B.	76^d 47′ 30″*or.*
	Côtes du Bresil.		*Désert du grand Tibet.*	
Trois doigts de la partie boréale du ☉	11. 23. 11	46. 30. 0	47. 22. 27	77. 51. 0
	Intérieur du Bresil.		*Grande Tartarie.*	
Six doigts de la partie boréale du ☉	2. 6. 3	48. 17. 0	56. 33. 4	79. 40. 15
	Maragnan.		*Tartarie Russienne.*	
Neuf doigts de la partie boréale du ☉	8. 2. 4 B.	51. 0. 15	66. 33. 12	82. 24. 45
	Mer Atlantique.		*Sibérie.*	
Attouchement des limbes boréal du ☉ & boréal de la ☾.	15. 46. 28	53. 52. 0	74. 19. 25	84. 57. 45
	Mer Atlantique.		*Nord de la Sibérie.*	
Attouchement des limbes austral du ☉ & austral de la ☾.	19. 52. 7	55. 50. 0	78. 15. 56	86. 32. 0
	Mer Atlantique.		*Mer Glaciale.*	
Neuf doigts de la partie australe du ☉	29. 47. 12	59. 8. 30	88. 11. 46	90. 39, 30
	Mer Atlantique.		*Mer Glaciale.*	
Six doigts de la partie australe du ☉	Imaginaire.	Imaginaire.	Imaginaire.	Imaginaire.
La ligne de six doigts éclipsés de la partie australe du Soleil a passé au-delà de la Terre.				

SECTION SECONDE.

Détermination du maximum *des plus grandes phases visibles sur la Terre.*

Année 1765. (24.) Dans le *IVme article du 3.me Mémoire*, j'ai déterminé la plus courte distance des centres, relativement aux différens lieux situés sous un même parallèle terrestre; dans le *VIIme article du même Mémoire*, j'ai déterminé quel point particulier de ce parallèle observe le *maximum maximorum* de distances des centres; mais il est sensible que ces *maxima maximorum* varient suivant les différentes latitudes terrestres : le *maximum maximorum* que l'on observe, par exemple, sous le parallèle austral de $20^d\ 7'\ 47''$, n'est pas le même que celui que l'on observe sous le parallèle austral de $11^d\ 23'\ 11''$; la latitude du parallèle terrestre influe donc sur ces quantités. Je vais chercher maintenant le *maximum* de ces *maxima;* cette recherche du genre de *maximis maximorum maximorum*, donnera la limite des plus grandes phases visibles sur la Terre.

(25.) Les équations de la section précédente fournissent une méthode bien facile pour résoudre cette dernière question : en effet, on a vu (*§. 11*) que si l'on suppose

$P =$ sinus, $Q =$ cosinus $\Big\{$ d'un angle aigu N tel que $\frac{Pr}{Q}$ égale $\frac{Kr}{H}$; c'est-à-dire dont la tangente égale $\frac{Kr}{H}$;

$$G = \frac{\lambda\xi r^2}{\pi\zeta\rho} - \frac{\psi l r}{\zeta\rho},$$

$$H = \frac{\lambda p r}{\zeta\rho} - \frac{q\varphi}{\rho};$$

$$K = \frac{\lambda q H'}{\zeta r} + \frac{p\varphi H'}{r^2} + \frac{\omega g'}{r}.$$

On a l'équation suivante,

$$\text{sinus (latitude demandée} + \text{angle } N) = \frac{GP}{K}.$$

J'ai remarqué de plus (*§. 17*), que si $\frac{GP}{K}$ surpasse le rayon,

les latitudes deviennent imaginaires; la ſuppoſition de $\frac{GP}{K} = r$ eſt donc le paſſage des latitudes réelles aux latitudes imaginaires, & par conſéquent le cas des dernières valeurs de λ qui puiſſent entier dans l'expreſſion de la latitude.

(26.) On a donc pour réſoudre la queſtion propoſée dans la préſente ſection,

$$GP - Kr = 0,$$
$$PH - KQ = 0,$$
$$P^2 + Q^2 - r^2 = 0.$$

Des équations précédentes, on tire

$$G^2 - H^2 - K^2 = 0,$$

ou (en éliminant les quantités G, H, K par le moyen des équations du §. 25)

$$\pi^2 \rho^2 (\lambda q r h' + p \varphi \zeta h' + \omega \zeta r g')^2 + \pi^2 r^4 (\lambda p r - q \varphi \zeta)^2 - r^6 (\lambda \xi r - \psi l \pi)^2 = 0.$$

(27.) Puiſque le Probleme que je diſcute n'eſt qu'ũn cas particulier du Problème de la ſection précédente, l'heure du phénomène eſt donnée par l'équation du §. 9. On a donc

$$p g' - t h' = 0.$$

De plus, $g'^2 + h'^2 - r^2 = 0$. Dans l'équation du §. 26, on peut donc éliminer les valeurs de g' & de h'; & l'équation du Problème, en ſuppoſant

$$C = \frac{\xi^2 r}{\pi^2} - \frac{p^2}{r} - \frac{p^2 q^2 \rho^2}{r^3 (p^2 + t^2)},$$

$$D = \left(\frac{\psi l \xi}{\pi r} + \frac{p q \varphi \zeta \times (\rho + r) \times (\rho - r)}{r^5}\right) \times \frac{r}{C},$$

$$E = \left(\frac{q^2 \varphi^2 \zeta^2}{r^5} + \frac{\varphi^2 \rho^2 \zeta^2 \times (p^2 + t^2)}{r^7} - \frac{\psi^2 l^2}{r^3}\right) \times \frac{r}{C},$$

ſera $$\lambda^2 - 2 \lambda D - E r = 0.$$

(28.) Rien de plus facile que d'avoir les latitudes correſpondantes aux deux valeurs de λ déterminées par le *paragraphe précédent:* cette queſtion n'eſt qu'un cas particulier du Problème

de la première section du présent Mémoire; il faudra (conformément à ce qui est détaillé dans le *§. 16*) déterminer, relativement à chacune des valeurs de λ, le signe & la valeur des quantités G, H, K, pour fixer d'abord laquelle des suppositions du *§. 16* a lieu; bien entendu que dans l'évaluation de K, on pourra employer arbitrairement l'un ou l'autre des deux angles horaires donnés par l'équation du *§. 9*. On aura donc l'angle N. Quant aux angles D, D', puisque (*§. 25*) l'expression $\frac{GP}{K}$ de leur sinus égale r, ils coïncident & sont égaux à 90^d; on connoîtra donc la latitude: on saura de plus par la forme de la solution (*§. 17*) si la supposition de l'angle horaire que l'on aura choisi arbitrairement satisfait au Problème, ou si c'est l'autre angle horaire qu'il auroit fallu choisir. On déterminera enfin le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction (*§. 18*) par le moyen de l'équation

$$b = -\frac{3600''\zeta}{nr} \times F.$$

(29.) Dans l'Éclipse du 1.er Avril 1764, on avoit

$$\left.\begin{array}{l} C = +\ 404889000. \\ D = +\ 1146{,}21. \\ E = +\ 11{,}4743. \end{array}\right\} \text{Logarithme} \left\{\begin{array}{rl} C = & 13{,}6073362. \\ D = & 8{,}0592650. \\ E = & 6{,}0597243. \\ \sqrt{(Er)} = & 8{,}0298622. \end{array}\right.$$

Puisque D, E sont des quantités positives, l'équation qui résout le Problème est $\lambda^2 - 2\lambda D - Er = 0$; si je compare cette équation avec les équations générales du second degré (*4.e Mém.* Année 1766. *§. 40 & suiv.*), je remarque que l'on est dans le quatrième cas de ces équations, & que par conséquent l'on a

$$\text{Tang.}\left\{\begin{array}{c} B \\ B' \end{array}\right\} = \frac{r\sqrt{(Er)}}{D}$$

$$\lambda = \text{tang.}\ \frac{B}{2}\ \frac{\sqrt{(Er)}}{r} \qquad \lambda = \text{tang.}\ \frac{B'}{2} \times \frac{\sqrt{(Er)}}{r};$$

J'obſerve de plus que l'angle B eſt entre 90^d & 180^d, & l'angle B' entre 270^d & 360^d; que l'angle $\frac{B}{2}$ eſt par conſéquent moindre que 90^d, & ſa tangente poſitive; que l'angle $\frac{B'}{2}$ eſt entre 90^d & 180^d, & ſa tangente négative; des deux valeurs de λ la première eſt donc poſitive & l'autre négative.

TYPE du Calcul.

$+ 18,0298622 \ldots$ log. $r\,\sqrt{(E\,r)}$.
$- 8,0592650 \ldots$ log. D.

$9,9705972 \ldots$ log. tang. $\left\{ \begin{matrix} B \\ B' \end{matrix} \right\}$

$B = 136^d\ 56'\ 18''$

$\frac{B}{2} = 68.\ 28.\ 9$

$10,4039180 \ldots$ log. tang. $\frac{B}{2}$.
$+ 8,0298622 \ldots$ log. $\sqrt{(E\,r)}$.
$8,4337802 \ldots$ log. λ.

λ poſitif.

$B' = 316^d\ 56'\ 18''$

$\frac{B'}{2} = 158.\ 28.\ 9$

$9,5960820 \ldots$ log. tang. $\frac{B'}{2}$.
$+ 8,0298622 \ldots$ log. $\sqrt{(E\,r)}$.
$7,6259442 \ldots$ log. λ.

λ négatif.

Les deux dernières diſtances des centres viſibles ſur la Terre étoient donc une diſtance boréale de $1^d\ 33'\ 18''$ & une diſtance auſtrale de $14'\ 32'',5$; la ſeule dernière diſtance donnoit une Éclipſe.

CALCUL *de la Latitude du lieu qui a obſervé la diſtance auſtrale de 14' 32'',5.*

$\lambda = -$ tang. $14'\ 32'',5 \ldots\ldots\ldots\ldots$ log. $\lambda = 7,6259442$.

Angle horaire choiſi arbitrairement, conformément à la remarque du *paragraphe 17*,

$+ 81^d\ 18'\ 0''$.

$$\left.\begin{array}{l} g' = + \text{ finus } 81^d\ 18'\ 0'' \\ h' = + \text{ cofin. } 81.\ 18.\ 0 \\ H = -\ 86914. \\ K = +\ 48582. \\ G = -\ 99570. \end{array}\right\} \qquad \text{Logarithme}\left\{\begin{array}{l} g' = 9{,}9949740. \\ h' = 9{,}1797265. \\ H = 9{,}9390897. \\ K = 9{,}6864754. \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Angle } D = \\ \text{Angle } D' = \end{array}\right\} 90^d\ 0'\ 0''.$$

Maintenant, puifque G & H font négatifs & K pofitif, l'équation qui réfout le Problème eft $Hs - Kc - Gr = 0$; on eft donc dans la troifième fuppofition du *§. 16.*

$$\begin{array}{rl} +19{,}6864754 \ldots & \text{log. } Kr. \\ -\ \ 9{,}9390897 \ldots & \text{log. } H. \\ \hline 9{,}7473857 \ldots & \text{log. tang. } N. \\ N = 29^d\ 12'\ 13''. & \end{array}$$

$$\begin{array}{lrrrl} & +\ 90^d & 0' & 0'' & \text{Angle}\left\{\begin{array}{l}D.\\D'.\end{array}\right. \\ & +\ 29. & 12. & 13 & \text{Angle } N. \\ \hline \text{Lat. cor.} = & 119. & 12. & 13. & \\ \hline & 60. & 47. & 47. & \text{fupl. lat. cor.} \\ & 0. & 8. & 14. & \\ \hline \text{Lat. vr.} = & 60. & 56. & 1 & \text{Boréale.} \end{array}$$

Attendu que le calcul a donné la latitude fous la forme d'un angle compris entre 90^d & 180^d, je conclus que l'angle horaire qui fatisfaifoit au Problème n'étoit pas l'angle de $+\ 81^d\ 18'\ 0''$; mais l'angle de $-\ 98^d\ 42'\ 0''$; on comptoit donc dans le lieu $5^h\ 25'\ 12''$ du matin à l'inftant du phénomène.

Je conclus enfin de l'équation $b = -\frac{3600''\zeta}{nr} \times F$, que le nombre de fecondes horaires écoulées depuis la conjonction étoit de $-\ 550''$, & que par conféquent la longitude du lieu étoit une longitude occidentale de $74^d\ 15'\ 15''$.

(30.) Dans les paragraphes précédens, j'ai déterminé la limite des plus grandes phafes vifibles fur la Terre, & j'ai remarqué *(§. 24)* que cette recherche étoit du genre *de maximis maximorum maximorum;* mais cette limite eft différente fuivant les différentes Éclipfes; elle peut donc être fufceptible elle-même d'un *maximum*, fi l'on compare entr'elles toutes les Éclipfes poffibles : cette nouvelle queftion va faire l'objet de mes recherches.

Rien

Rien de plus ſimple que la ſolution de ce Problème; en effet il eſt aiſé de voir que ſi l'on conſerve toutes les dénominations du §. 27, on a

$$\lambda = D \pm \sqrt{(D^2 + Er)}.$$

Dans cette équation, ſi l'on ſuppoſe $D^2 + Er$ moindre que zéro, les valeurs de λ ſeront imaginaires; la ſuppoſition de $D^2 + Er = 0$, exprime donc la dernière relation poſſible entre les conſtantes propres à donner le *maximum maximorum maximorum* de λ.

Cette ſuppoſition ne donne que des rapports imaginaires entre les conſtantes, pour toutes les Planètes qui compoſent notre ſyſtème; elle ne peut avoir lieu que pour des Aſtres qui ſeroient très-proches de la Terre; il faudroit que l'on pût avoir l'équation ſuivante,

$$\left(\frac{p^2+t^2}{\rho^2}\right) \times \left(\frac{\varphi q \zeta \xi}{\pi r^2} - \frac{\psi l p}{r^2}\right)^2 + \left(\frac{r q \psi l}{r^3} + \frac{\varphi \zeta \xi \times (p^2+t^2)}{\pi r^3}\right)^2 - \frac{p^2 \zeta^2}{\varphi^2} = 0,$$

qui n'eſt autre choſe que l'équation $D^2 + Er = 0$, dans laquelle on a ſubſtitué à D, E, leurs valeurs tirées du §. 27.

On voit donc que dans notre ſyſtème planétaire la limite des plus grandes phaſes viſibles ſur notre globe, n'eſt pas ſuſceptible d'un véritable *maximum* géométrique. Au reſte, la ſolution n'en eſt pas moins remarquable; c'eſt un réſultat analytique qui ne ſe trouve exclus que par des conſidérations aſtronomiques particulières: imaginons d'autres Aſtres, & le Problème pourra avoir lieu.

SECTION TROISIÈME.

Quelle doit être la relation entre la latitude de la Lune à l'inſtant de la conjonction, ſa parallaxe horizontale polaire, l'inclinaiſon de l'orbite corrigée, & la déclinaiſon du Soleil, pour que l'on puiſſe obſerver une Éclipſe de Soleil ſur la Terre!

(31.) Perſonne n'ignore que le Soleil n'eſt point éclipſé à chaque nouvelle Lune. Lorſqu'à l'inſtant de la conjonction, la

Lune, à raiſon de ſa trop grande latitude, ſe projette au-delà du diſque du Soleil, cet aſtre n'eſt éclipſé pour aucun point de la Terre; il y a donc une relation néceſſaire entre la latitude de la Lune à l'inſtant de la conjonction, ſa parallaxe horizontale polaire, l'inclinaiſon de l'orbite corrigée & la déclinaiſon du Soleil, pour que le Soleil puiſſe être éclipſé par la Lune; je vais déterminer cette relation.

Le Problème réſolu dans la ſeconde ſection de ce Mémoire, conduit naturellement à la ſolution de la queſtion préſente; en effet, il eſt ſenſible que la détermination de la dernière relation poſſible entre la déclinaiſon du Soleil, la latitude de la Lune & les autres élemens lunaires qui donnent une éclipſe de Soleil ſur notre globe, ſe réduit à l'énoncé ſuivant.

Étant données la parallaxe horizontale polaire de la Lune, l'inclinaiſon de l'orbite corrigée & la déclinaiſon du Soleil; déterminer quelle doit être la latitude de la Lune à l'inſtant de la conjonction, pour que l'on ne puiſſe obſerver l'attouchement du limbe boréal de la Lune & du limbe auſtral du Soleil, ou du limbe auſtral de la Lune & du limbe boréal du Soleil, que dans un ſeul point de la Terre!

Or il eſt évident, par la nature de la queſtion, que cet attouchement eſt une plus grande phaſe du genre de celles déterminées dans la ſeconde ſection de ce Mémoire, c'eſt-à-dire, du genre de *maximis maximorum maximorum* de phaſes; ſi donc on donne à G, H, K des valeurs convenables, on aura (*§. 26*)

$$G^2 - H^2 - K^2 = 0,$$

ou (ce qui revient au même)

$$G \pm \sqrt{(H^2 + K^2)} = 0.$$

(32.) Pour déterminer les valeurs de G, H, K, j'obſerve que je dois réſoudre deux queſtions: en effet, il y a également éclipſe lorſque l'attouchement du limbe boréal de la Lune & du limbe auſtral du Soleil, ou du limbe auſtral de la Lune & du limbe boréal du Soleil eſt la dernière phaſe viſible ſur la

Terre; les valeurs de G, H, K sont cependant un peu différentes dans les deux hypothèses.

(33.) Soit

sin. (demi-diam. horiz. de la ☾) $= \frac{d'}{b'} \times$ sinus (parallaxe horiz. polaire).

$\partial =$ cosinus (somme du demi-diam. du ☉ & du demi-diam. horiz. de la ☾).

$\sigma =$ sinus } demi-diamètre du Soleil.
$\tau =$ cosin. }

$\tau' =$ cosinus (demi-diamètre horizontal de la Lune).

$\delta = \frac{d'}{b'} \times \frac{\pi}{r} \times$ cosinus (parallaxe horizontale polaire).

$\vartheta =$ le nombre de secondes de degré dont on suppose infléchis les rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune.

$g' =$ sinus } de l'angle horaire particulier déterminé par l'équation du §. 9.
$k' =$ cosin. }

J'ai fait voir (§. 13) que l'on a les équations suivantes.

Attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe austral de la Lune.

$$G = + \frac{\sigma\tau'\xi r^2}{\partial\pi\zeta\rho} \mp \frac{\delta\tau r^2}{\pi\zeta\rho} - \frac{\psi l r}{\zeta\rho}.$$

$$H = + \frac{\sigma\tau' p r}{\partial\zeta\rho} - \frac{q\varphi}{\rho}.$$

$$K = + \frac{\sigma\tau' q k'}{\partial\zeta r} + \frac{p\varphi k'}{r^2} + \frac{\omega g'}{r}.$$

Attouchement du limbe austral du Soleil & du limbe boréal de la Lune.

$$G = - \frac{\sigma\tau'\xi r^2}{\partial\pi\zeta\rho} - \frac{\delta\tau r^2}{\pi\zeta\rho} - \frac{\psi l r}{\zeta\rho}.$$

$$H = - \frac{\sigma\tau' p r}{\partial\zeta\rho} - \frac{q\varphi}{\rho}.$$

$$K = - \frac{\sigma\tau' q k'}{\partial\zeta r} + \frac{p\varphi k'}{r^2} + \frac{\omega g'}{r}.$$

On ne doit point oublier que si l'on veut avoir égard à l'inflexion des rayons solaires, il faut supposer

$\sigma =$ sinus (demi-diamètre du Soleil $- \vartheta$).

Je remarque que dans les équations précédentes, l & ξ dépendent de la latitude de la Lune (*§. 1.er*), ξ est le cosinus de la latitude de la Lune à l'instant de la conjonction, &

$$l = r \times \frac{\text{sinus de la latitude de la Lune à l'instant de la conjonction}}{\pi};$$

si donc l'on suppose

$$f = \sqrt{(p^2 + t^2)},$$

que l'on élimine g' & h' par le moyen des équations

$$th' - pg' = 0, \quad g'^2 + h'^2 - r^2 = 0,$$

& que l'on substitue à ξ & à l leurs valeurs,

On aura (*§. 31 & 33*)

Pour déterminer la latitude de la Lune correspondante au dernier attouchement possible du limbe boréal du Soleil & du limbe austral de la Lune,

$$G = \frac{\sigma\tau' r^2}{\partial\pi\zeta\rho} \times \text{cos. (lat. de la ☾)} - \frac{\psi r^2}{\pi\zeta\rho} \times \text{sin. (lat. de la ☾)} + \frac{\delta\tau r^2}{\pi\zeta\rho}.$$

$$H = + \frac{\sigma\tau' p r}{\partial\zeta\rho} - \frac{q\varphi}{\rho}.$$

$$K = \pm \frac{\sigma\tau' p q}{\partial\zeta f} \pm \frac{\varphi f}{r}.$$

$$\frac{\psi}{\tau'} \times \text{sin. (lat. de la ☾)} - \frac{\sigma}{\partial} \times \text{cosin. (lat. de la ☾)} - \frac{\delta\tau}{\tau'} \pm \frac{\pi\zeta\rho}{\tau' r^2} \sqrt{(H^2 + K^2)} = 0.$$

Pour déterminer la latitude de la Lune correspondante au dernier attouchement possible du limbe austral du Soleil & du limbe boréal de la Lune,

$$G = - \frac{\sigma\tau' r^2}{\partial\pi\zeta\rho} \times \text{cos. (lat. de la ☾)} - \frac{\psi r^2}{\pi\zeta\rho} \times \text{sin. (lat. de la ☾)} - \frac{\delta\tau r^2}{\pi\zeta\rho}.$$

$$H = - \frac{\sigma\tau' p r}{\partial\zeta\rho} - \frac{q\varphi}{\rho}.$$

$$K = \mp \frac{\sigma\tau' p q}{\partial\zeta f} \pm \frac{\varphi f}{r}.$$

$$\frac{\psi}{\tau'} \times \text{sin. (lat. de la ☾)} + \frac{\sigma}{\partial} \times \text{cosin. (lat. de la ☾)} + \frac{\delta\tau}{\tau'} \pm \frac{\pi\zeta\rho}{\tau' r^2} \sqrt{(H^2 + K^2)} = 0.$$

(34.) Rien de plus ſimple que la ſolution de ces deux équations; ſoit en effet

$$M = \frac{\delta\tau}{r} + \frac{\pi\zeta\rho}{r^3} \times \sqrt{(H^2 + K^2)}.$$

$$M' = \frac{\delta\tau}{r} - \frac{\pi\zeta\rho}{r^3} \times \sqrt{(H^2 + K^2)}.$$

$P =$ ſinus } d'un angle aigu & poſitif N, tel que $\frac{Pr}{Q} = \frac{\sigma\tau' r}{\psi\partial}$,
$Q =$ coſin. } c'eſt-à-dire dont la tangente $= \frac{\sigma\tau' r}{\psi\partial}$.

Dans les équations précédentes, ſubſtituons à $\frac{\sigma}{\partial}$ ſa valeur $\frac{P\psi}{Q\tau'}$, ces équations deviendront

Attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune.

$$\frac{Q \times \text{ſin. (lat. de la ☾)} - P \times \text{coſin. (lat. de la ☾)}}{r} = \frac{M}{\psi} \times \text{coſinus } N.$$

$$\frac{Q \times \text{ſin. (lat. de la ☾)} - P \times \text{coſin. (lat. de la ☾)}}{r} = \frac{M'}{\psi} \times \text{coſinus } N.$$

Attouchement du limbe auſtral du Soleil & du limbe boréal de la Lune.

$$\frac{Q \times \text{ſin. (lat. de la ☾)} + P \times \text{coſin. (lat. de la ☾)}}{r} = -\frac{M}{\psi} \times \text{coſinus } N.$$

$$\frac{Q \times \text{ſin. (lat. de la ☾)} + P \times \text{coſin. (lat. de la ☾)}}{r} = -\frac{M'}{\psi} \times \text{coſinus } N.$$

Donc

Attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune.

Sinus (latitude de la Lune − angle N) $= \frac{M}{\psi} \times$ coſinus N.

Sinus (latitude de la Lune − angle N) $= \frac{M'}{\psi} \times$ coſinus N.

Attouchement du limbe auſtral du Soleil & du limbe boréal de la Lune.

Sinus (latitude de la Lune + angle N) $= -\frac{M}{\psi} \times$ coſinus N.

Sinus (latitude de la Lune + angle N) $= -\frac{M'}{\psi} \times$ coſinus N.

(35.) Puiſque le même ſinus appartient à deux angles différens, ſupplément l'un de l'autre, chacune des équations donne deux latitudes lunaires; il y a donc quatre latitudes pour chaque attouchement des limbes.

Dans l'uſage de ces formules, on peut trouver des latitudes lunaires de quatre eſpèces. Je ſuppoſe que l'on n'emploie dans les calculs que des angles poſitifs ou négatifs moindres que 180^d. Car ſi l'on avoit, par exemple, une latitude poſitive ou négative plus grande que 180 degrés, on la réduiroit à une latitude de l'eſpèce précédente, en prenant avec un ſigne contraire, ſon ſupplément à 360 degrés. Les latitudes peuvent donc être compriſes entre 0^d & 90^d, entre 90^d & 180^d; & chacune de ces quantités peut être poſitive ou négative.

Les latitudes poſitives ou négatives entre 0^d & 90^d appartiennent au Problème; elles indiquent les plus grandes ou les plus petites latitudes de la Lune qui donnent un attouchement des limbes. Quant aux latitudes poſitives ou négatives entre 90^d & 180^d, elles apprennent que la Terre eſt ſituée entre le Soleil & la Lune; elles n'appartiennent donc pas proprement aux Écliptes de Soleil: leur ſupplément indique quelle devroit être la latitude de la Lune lors de l'oppoſition, pour que la droite menée, du limbe boréal du Soleil au limbe auſtral de la Lune, ou du limbe auſtral du Soleil au limbe boréal de la Lune, paſſât par l'œil de l'Obſervateur.

(36.) Lors de l'Écliptſe du 1.er Avril 1764, on avoit, en ſuppoſant une inflexion de $4'',5$ dans les rayons ſolaires qui raſent le limbe de la Lune,

$$\left.\begin{array}{r} \text{Angle } N = 0^d\ 16'\ 1'' \\ f = +\ 55481. \end{array}\right\} \quad \text{Logarithme} \left\{\begin{array}{l} \text{cofin. } N = 9,9999953. \\ f = 9,7441413. \end{array}\right.$$

Attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune.

$$\begin{array}{l} M = +\ 1998,7. \\ M' = -\ 1138,7. \end{array} \quad \text{Logarithme} \left\{\begin{array}{l} M = 8,3007436. \\ M' = 8,0564053. \end{array}\right.$$

$$\frac{M \times \text{cofin. } N}{\psi} = \text{fin.} \left\{\begin{array}{l} +\ \ 1^d\ 9'\ 4'' \\ +178.\ 50.\ 56. \end{array}\right. \qquad \frac{M' \times \text{cofin. } N}{\psi} = \text{fin.} \left\{\begin{array}{l} -\ \ 0.\ 39.\ 20. \\ -179.\ 20.\ 40. \end{array}\right.$$

Attouchement du limbe austral du Soleil & du limbe boréal de la Lune.

$$M = +1999{,}8. \qquad M' = -1139{,}8. \qquad \text{Logarithme} \begin{cases} M = 8{,}3009816. \\ M' = 8{,}0568247. \end{cases}$$

$$-\frac{M \times \text{cosin.}\,N}{\psi} = \text{sin.} \begin{cases} -\ 1^d\ 9'\ 5'' \\ -178.\ 50.\ 55. \end{cases} \qquad -\frac{M' \times \text{cosin.}\,N}{\psi} = \text{sin.} \begin{cases} +\ 0^d\ 39'\ 21'' \\ +179.\ 20.\ 39. \end{cases}$$

Lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, on avoit donc les résultats suivants.

Attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe austral de la Lune.

$$\text{Latitude de la Lune} = \left\{ \begin{array}{l} +\ 1^d\ 9'\ 4'' \\ +\ 0.\ 16.\ 1. \\ \hline +\ 1.\ 25.\ 5. \end{array} \right. \qquad \text{Latitude de la Lune} = \left\{ \begin{array}{l} -\ 0^d\ 39'\ 20'' \\ +\ 0.\ 16.\ 1. \\ \hline -\ 0.\ 23.\ 19. \end{array} \right.$$

$$\text{Latitude de la Lune} = \left\{ \begin{array}{l} +178^d\ 50'\ 56'' \\ +\ 0.\ 16.\ 1. \\ \hline +179.\ 6.\ 57. \end{array} \right. \qquad \text{Latitude de la Lune} = \left\{ \begin{array}{l} -179^d\ 20'\ 40'' \\ +\ 0.\ 16.\ 1. \\ \hline -179.\ 4.\ 39. \end{array} \right.$$

Ces deux dernières valeurs (§. 35) n'appartiennent pas proprement aux éclipses de Soleil.

Attouchement du limbe austral du Soleil & du limbe boréal de la Lune.

$$\text{Latitude de la Lune} = \left\{ \begin{array}{l} -\ 1^d\ 9'\ 5'' \\ -\ 0.\ 16.\ 1. \\ \hline -\ 1.\ 25.\ 6. \end{array} \right. \qquad \text{Latitude de la Lune} = \left\{ \begin{array}{l} +\ 0^d\ 39'\ 21'' \\ -\ 0.\ 16.\ 1. \\ \hline +\ 0.\ 23.\ 20. \end{array} \right.$$

$$\text{Latitude de la Lune} = \left\{ \begin{array}{l} -178^d\ 50'\ 55'' \\ -\ 0.\ 16.\ 1. \\ \hline -179.\ 6.\ 56. \end{array} \right. \qquad \text{Latitude de la Lune} = \left\{ \begin{array}{l} +179^d\ 20'\ 39'' \\ -\ 0.\ 16.\ 1. \\ \hline +179.\ 4.\ 38. \end{array} \right.$$

Ces deux dernières valeurs (§. 35) n'appartiennent pas proprement aux éclipses de Soleil.

(37.) On voit donc que l'on auroit pu observer sur notre globe, l'attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe

auſtral de la Lune, tant que la latitude de la Lune auroit été compriſe entre les limites ſuivantes.

Latitude de la Lune = $\begin{cases} 1^d\ 25'\ \ 5''\ \text{Boréale.} \\ 0.\ 23.\ 19\ \text{Auſtrale.} \end{cases}$

On auroit pu également obſerver l'attouchement du limbe auſtral du Soleil & du limbe boréal de la Lune, tant que la latitude de la Lune auroit été compriſe entre les limites ſuivantes.

Latitude de la Lune = $\begin{cases} 1^d\ 25'\ \ 6''\ \text{Auſtrale.} \\ 0.\ 23.\ 20\ \text{Boréale.} \end{cases}$

On doit donc conclure qu'avec les données du 1.er Avril 1764, on auroit obſervé l'éclipſe de Soleil ſur quelques points de notre globe, tant que la latitude de la Lune auroit été compriſe entre les limites ſuivantes.

Latitude de la Lune = $\begin{cases} 1^d\ 25'\ \ 5''\ \text{Boréale.} \\ 1.\ 25.\ \ 6\ \text{Auſtrale.} \end{cases}$

(38.) Quoique je n'aie parlé, dans les *§. précédens*, que des contacts extérieurs des limbes du Soleil & de la Lune, attendu que cette phaſe m'a paru la plus remarquable, il eſt ſenſible que le Problème n'en eſt pas moins réſolu par une phaſe quelconque; il ne s'agit que d'évaluer convenablement les quantités G, H. K, M, M' & l'angle N, en y appliquant les remarques du *§. 14 du préſent Mémoire*, & celles des *§. 49 & 50 de mon 5.e Mémoire*. *Année 1767.*

SECTION QUATRIÈME.

Quelle doit être la relation entre la latitude de la Lune à l'inſtant de la conjonction, ſa parallaxe horizontale polaire, l'inclinaiſon de l'orbite corrigée, & la déclinaiſon du Soleil, pour que l'on puiſſe obſerver une éclipſe de Soleil ſous un parallèle terreſtre aſſigné.!

(39.) Quoique l'Éclipſe puiſſe être obſervée dans quelques points de notre globe, il eſt cependant un grand nombre de parallèles

parallèles terrestres pour lesquels ce phénomène n'est pas visible; j'ai fait voir, par exemple, que lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, ce phénomène n'avoit pas été observé par-delà le parallèle austral de $20^d\ 7'\ 47''$: il y a donc une relation nécessaire entre la latitude de la Lune à l'instant de la conjonction, sa parallaxe horizontale polaire, l'inclinaison de l'orbite corrigée, & la déclinaison du Soleil, pour que l'on puisse observer une Éclipse sous un parallèle terrestre assigné. Je vais déterminer cette relation.

(40.) Le Problème résolu dans la première section de ce Mémoire, nous conduit naturellement à la solution de la question présente: en effet, il est sensible que la détermination de la dernière relation possible entre la déclinaison du Soleil, la latitude de la Lune & les autres élémens lunaires, qui donne une éclipse de Soleil sous un parallèle terrestre assigné, se réduit à l'énoncé suivant.

Étant données la parallaxe horizontale polaire de la Lune, l'inclinaison de l'orbite corrigée & la déclinaison du Soleil; déterminer quelle doit être la latitude de la Lune à l'instant de la conjonction, pour que l'on ne puisse observer l'attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe austral de la Lune, ou du limbe austral du Soleil & du limbe boréal de la Lune que dans un seul point du parallèle terrestre assigné!

Il est évident par la nature de la question, que le parallèle assigné a la propriété d'être un *maximum* ou un *minimum* de latitude terrestre, relativement au contact des limbes que l'on considère; ce contact est donc une plus grande phase du genre de celles déterminées dans la première section de ce Mémoire; si donc on donne à G, H, K des valeurs convenables, on aura (§. 11)

$$Hs + Kc - Gr = 0.$$

(41.) Pour résoudre cette dernière équation, j'emploierai une analyse entièrement semblable à celle dont j'ai déjà fait usage (§. 33) du présent Mémoire; ou plutôt, pour éviter des répétitions inutiles, je me contenterai de donner le résultat. Je suppose que l'on se rappelle les définitions du §. 13.

Soit donc, comme dans les §. 33 & 34,

$$f = \sqrt{(p^2 + t^2)};$$

N un angle aigu & positif dont la tangente $= \frac{\sigma\tau' r}{\psi\partial}$;

Contact du limbe boréal du Soleil & du limbe austral de la Lune.	*Contact du limbe austral du Soleil & du limbe boréal de la Lune.*
$H = + \frac{\sigma\tau' p r}{\partial\zeta\rho} - \frac{q\varphi}{\rho}$;	$H = - \frac{\sigma\tau' p r}{\partial\zeta\rho} - \frac{q\varphi}{\rho}$;
$K = \pm \frac{\sigma\tau' p q}{\partial\zeta f} \pm \frac{\varphi f}{r}$;	$K = \mp \frac{\sigma\tau' p q}{\partial\zeta f} \pm \frac{\varphi f}{r}$;
$M = + \frac{\delta\tau}{r} - \frac{\pi\zeta\rho}{r^3} \times \frac{(Hs + Kc)}{r}$;	$M = + \frac{\delta\tau}{r} + \frac{\pi\zeta\rho}{r^3} \times \frac{(Hs + Kc)}{r}$;

on aura,

Pour déterminer la latitude de la Lune correspondante au dernier contact possible du limbe boréal du Soleil & du limbe austral de la Lune sous un parallèle terrestre assigné,

$$\text{Sinus (latitude de la Lune} - \text{angle } N) = \frac{M}{\psi} \times \text{cosinus } N.$$

Pour déterminer la latitude de la Lune correspondante au dernier contact possible du limbe austral du Soleil & du limbe boréal de la Lune sous un parallèle terrestre assigné,

$$\text{Sinus (latitude de la Lune} + \text{angle } N) = - \frac{M}{\psi} \times \text{cosinus } N.$$

(42.) Puisque le même sinus appartient à deux angles différens, supplément l'un de l'autre, chacune des équations donne deux latitudes lunaires; de plus, chaque valeur de M est double pour chaque parallèle terrestre, puisque la quantité K a deux valeurs: il y a donc pour chaque parallèle quatre latitudes lunaires correspondantes à chaque contact des limbes. On observera, conformément au §. 35, que les latitudes lunaires données sous la forme d'un angle positif ou négatif plus grand que 90 degrés, n'appartiennent pas proprement aux éclipses de Soleil.

(43.) *TABLE des quantités constantes de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, relatives à la recherche présente.*

Angle $N = 0^d\ 16'\ 1''$......log. cosin. $N = 9,9999953$.

$$\frac{\delta \tau}{r} = 430,09.$$

$$\text{Logarithme} \begin{cases} \dfrac{\text{cosinus } N}{\psi} = + \ 0,0021788. \\ \dfrac{\pi \zeta \rho}{r^3} = - \ 1,8025900. \end{cases}$$

Contact du limbe boréal du Soleil & du limbe austral de la Lune.		*Contact du limbe austral du Soleil & du limbe boréal de la Lune.*	
$H = -\ 86840.$ $K = \pm\ 48716.$	Log. $\begin{cases} H = 9,9387198. \\ K = 9,6876715. \end{cases}$	$H = -\ 86918.$ $K = \pm\ 48576.$	Log. $\begin{cases} H = 9,9391097. \\ K = 9,6864217. \end{cases}$

J'ai supposé que les rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune éprouvent une inflexion de 4″,5.

EXEMPLE.

(44.) *On demande entre quelles limites la latitude de la Lune a dû être comprise le 1.er Avril 1764, pour que l'on ait pu observer un contact du limbe boréal du Soleil & du limbe austral de la Lune sous le parallèle boréal de $48^d\ 51'$!*

SOLUTION. Puisque la latitude vraie est de $48^d\ 51'$, la latitude corrigée *(§. 7)* est de $48^d\ 41'\ 25''$; on a donc

$$\left.\begin{matrix} s = + \text{ sinus } 48^d\ 41'\ 25'' \\ c = + \text{ cosin. } 48.\ 41.\ 25 \end{matrix}\right\} \text{Logarithme} \begin{cases} s = 9,8757280. \\ c = 9,8196289. \end{cases}$$

Donc

$$\frac{Hs}{r} = -\ 65230.$$

$$\frac{Kc}{r} = \pm\ 32159.$$

$$\frac{Hs + Kc}{r} = \begin{cases} -\ 33071. \\ -\ 97389. \end{cases}$$

$$\frac{\pi\zeta\rho}{r^3} \times \left(\frac{Hs + Kc}{r}\right) = \begin{cases} -\ 521,02 \\ -\ 1534,3 \end{cases}$$

Premières valeurs.

$$M = +\ 951,12\ldots\ \frac{M \times \text{cofin.}\,N}{\psi} = \text{fin.} \begin{cases} +\ \ 0^d\ 32'\ 51'' \\ +179.\ 27.\ \ 9. \end{cases}$$

Secondes valeurs.

$$M = +\ 1964,4\ldots\ \frac{M \times \text{cofin.}\,N}{\psi} = \text{fin.} \begin{cases} +\ \ 1.\ \ 7'\ 52. \\ +178.\ 52.\ \ 8. \end{cases}$$

Donc

$$\text{Latitude de la Lune} = \begin{cases} +\ \ 0^d\ 32'\ 51''. \\ +\ \ 0.\ 16.\ \ 1. \\ \hline +\ \ 0.\ 48.\ 52. \end{cases} \quad \text{Latitude de la Lune} = \begin{cases} +\ \ 1^d\ \ 7'\ 52''. \\ +\ \ 0.\ 16.\ \ 1. \\ \hline +\ \ 1.\ 23.\ 53. \end{cases}$$

$$\text{Latitude de la Lune} = \begin{cases} +179.\ 27.\ \ 9. \\ +\ \ 0.\ 16.\ \ 1. \\ \hline +179.\ 43.\ 10. \end{cases} \quad \text{Latitude de la Lune} = \begin{cases} +178.\ 52.\ \ 8. \\ +\ \ 0.\ 16.\ \ 1. \\ \hline +179.\ \ 8.\ \ 9. \end{cases}$$

Ces deux dernières valeurs *(§. 35 & 42)* n'appartiennent pas proprement aux éclipses de Soleil.

On voit donc que le 1.er Avril 1764, on auroit pu obſerver ſous le parallèle boréal de $48^d\ 51'$ un contact du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune, tant que la latitude de la Lune auroit été compriſe entre les limites ſuivantes.

$$\text{Latitude de la Lune} = \begin{cases} 1^d\ 23'\ 53''\ \text{Boréale.} \\ 0.\ 48.\ 52\ \ \text{Boréale.} \end{cases}$$

(45.) On trouveroit par les mêmes méthodes que l'on auroit pu obſerver un contact du limbe auſtral du Soleil & du limbe boréal de la Lune, tant que la latitude de la Lune auroit été compriſe entre les limites ſuivantes.

$$\text{Latitude de la Lune} = \begin{cases} 0^d\ 22'\ \ 7''\ \text{Boréale.} \\ 0.\ 12.\ 47\ \ \text{Auſtrale.} \end{cases}$$

On doit donc conclure qu'avec les données du 1.er Avril 1764, on auroit pu observer l'éclipse de Soleil dans quelques points du parallèle boréal de $48^d\ 51'$, tant que la latitude de la Lune auroit été comprise entre les limites suivantes.

$$\text{Latitude de la Lune} = \left\{\begin{array}{l} 1^d\ 23'\ 53'' \text{ Boréale.} \\ 0.\ 12.\ 47 \text{ Australe.} \end{array}\right\}$$

SECTION CINQUIÈME.

Détermination de la plus grande latitude de la Lune qui puisse donner une éclipse de Soleil sous un parallèle terrestre assigné.

(46.) Si l'on suppose donnés la latitude de la Lune, sa parallaxe horizontale polaire, l'inclinaison de l'orbite corrigée, le demi-diamètre du Soleil, & que sous un certain parallèle terrestre assigné l'on ait observé une éclipse de Soleil avec ces élémens, ce seroit une conclusion précipitée d'affirmer qu'avec les mêmes élémens on observera une Éclipse un jour quelconque de l'année; la déclinaison du Soleil influe beaucoup sur le résultat : on peut donc (toutes choses d'ailleurs connues) supposer variable la déclinaison du Soleil, & demander pour un parallèle terrestre quelconque, *quel jour de l'année la Lune peut avoir la plus grande ou la plus petite latitude, avec la condition que l'éclipse de Soleil ne soit visible que dans un seul point du parallèle!* Je vais m'occuper de cette recherche.

Pour ne pas compliquer la question, je me contenterai de résoudre le Problème pour l'attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe austral de la Lune : bien entendu que l'analyse s'applique au contact du limbe austral du Soleil & du limbe boréal de la Lune, & en général à une phase quelconque; il ne s'agit que d'évaluer un peu différemment les connues du Problème, ainsi que je l'ai déjà remarqué *(§. 38)* relativement à une question analogue.

(47.) Les équations de la section précédente fournissent une méthode facile pour résoudre la question proposée.

Soit en effet

$$f = \sqrt{(p^2 + t^2)}.$$

N un angle connu dont la tangente $= \frac{\sigma\tau' r}{\psi\partial}$;

$$H = + \frac{\sigma\tau' p r}{\partial\zeta\rho} - \frac{q\varphi}{\rho}.$$

$$K = \pm \frac{\sigma\tau' p q}{\partial\zeta f} \pm \frac{\varphi f}{r}.$$

$$M = + \frac{\delta\tau}{r} - \frac{\pi\zeta\rho}{r^3} \times \left(\frac{Hs + Kc}{r}\right).$$

J'ai démontré (§. 41) que pour déterminer la latitude de la Lune correſpondante au dernier contact poſſible du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune ſous un parallèle terreſtre aſſigné, on a l'équation ſuivante,

$$\text{Sinus (latitude de la Lune} - \text{angle } N) = \frac{M}{\psi} \times \text{coſinus } N.$$

Puiſque l'angle N, ψ & coſinus N ſont des quantités connues, la méthode *de maximis & minimis* apprend que l'on a pour condition du Problème propoſé dans la préſente ſection,

$$dM = 0,$$

ou (attendu que δ, τ, r, π, ζ, ρ, s & c ſont donnés)

$$s\,dH + c\,dK = 0.$$

(48.) Puiſque

$$H = + \frac{\sigma\tau' p r}{\partial\zeta\rho} - \frac{q\varphi}{\rho},\ K = \pm \frac{\sigma\tau' p q}{\partial\zeta f} \pm \frac{\varphi f}{r},$$

on a

$$dH = + \frac{\sigma\tau' r\,dp}{\partial\zeta\rho} - d\left(\frac{q\varphi}{\rho}\right).$$

$$dK = \pm \frac{\sigma\tau' q\,dp}{\partial\zeta f} \pm \frac{\sigma\tau' p\,dq}{\partial\zeta f} \mp \frac{\sigma\tau' p q\,df}{\partial\zeta f^2} \pm d\left(\frac{\varphi f}{r}\right).$$

Soit

θ le ſinus } de l'inclinaiſon de l'orbite corrigée.
ψ le coſinus }

ω le sinus, φ le cosinus, t la tangente } de l'angle de l'orbite relative avec le fil parallèle ou équatorial de l'Observateur, supposé au centre de la Terre.

Ω le cosinus de l'obliquité de l'écliptique.

$\chi = \sqrt{(q^2 - \Omega^2)}$.

Et conservons d'ailleurs toutes les autres dénominations du présent Mémoire.

J'ai démontré dans le cours de cet Ouvrage, que l'on a les équations suivantes :

$$t = r \times \frac{\theta\Omega + \psi\chi}{\psi\Omega - \theta\chi},$$
$$\Phi^2 t^2 = r^4 - \varphi^2 r^2,$$
$$\varphi q = \psi\Omega - \theta\chi,$$
$$q\omega = \theta\Omega + \psi\chi,$$
$$\theta q = \omega\Omega - \varphi\chi,$$
$$\varphi f = \sqrt{(r^4 - q^2\varphi^2)}.$$

Donc puisque Ω, θ & ψ sont des quantités connues,

$$d\,(\varphi q) = -\theta d\chi = -\frac{\theta q dq}{\chi};$$
$$d\,(\varphi f) = -\frac{q\varphi \times (\varphi dq + q d\varphi)}{\sqrt{(r^4 - q^2\varphi^2)}} = +\frac{\theta q^2 \varphi dq}{\chi\sqrt{(r^4 - q^2\varphi^2)}};$$
$$d\varphi = -\frac{\omega\Omega dq}{q\chi} = -\frac{(\theta q + \varphi\chi)dq}{q\chi};$$
$$\frac{df}{f} = \frac{d\,(\varphi f)}{\varphi f} - \frac{d\varphi}{\varphi} = \frac{\theta r^4 dq}{\varphi\chi \times (r^4 - q^2\varphi^2)} + \frac{dq}{q};$$

d'ailleurs $\qquad p\,dp + q\,dq = 0.$

Donc

$$dH = -\frac{\sigma\tau' r q dq}{\partial\zeta\rho p} + \frac{\theta q dq}{\rho\chi};$$
$$dK = +\frac{\sigma\tau' dq}{\partial\zeta\sqrt{(r^4 - q^2\varphi^2)}} \times \left(\mp\frac{q^2 p}{p} \mp \frac{\theta r^4 n q}{\chi \times (r^4 - q^2\varphi^2)}\right) \pm \frac{\theta q^2 \varphi dq}{r\chi \times \sqrt{(r^4 - q^2\varphi^2)}};$$

on a donc pour équation du Problème,

$$q \times [(r^4 - q^2\varphi^2)^{\frac{3}{2}} \times (\partial\zeta p\theta - \sigma\tau' r\chi) \times rs \pm q\varphi\rho c \times (r^4 - q^2\varphi^2) \times (\partial\zeta p\theta - \sigma\tau' r\chi) \mp \sigma\tau'\theta p^2 r^5 \rho c] = 0.$$

(49.) Puiſque l'équation du *§. précédent* eſt diviſible par la quantité q, on voit que ſi la déclinaiſon du Soleil pouvoit être de 90^d, cette déclinaiſon donneroit un *maximum* de latitude lunaire pour un parallèle terreſtre quelconque, quelle que fût d'ailleurs l'inclinaiſon de l'orbite corrigée.

(50.) L'équation du *§. 48* peut être miſe ſous la forme ſuivante,

$$\frac{rs}{c} = \pm \frac{\sigma\tau'\theta p^2 r^5 \rho}{(r^4 - q^2\varphi^2)^{\frac{1}{2}} \times (\partial\zeta p\theta - \sigma\tau' r\chi)} \mp \frac{q\varphi\rho}{(r^4 - q^2\varphi^2)^{\frac{1}{2}}};$$

La déclinaiſon du Soleil ne pouvant ſurpaſſer l'obliquité de l'écliptique, toutes les valeurs que l'on peut ſuppoſer à p & à q ſont compriſes dans les limites ſuivantes,

$$q = r, \quad p = 0,$$
$$q = \Omega, \quad p = \pm \sqrt{(r^2 - \Omega^2)}.$$

Soit $p = 0$ & $q = r$, on aura

$$\frac{rs}{c} = \mp \frac{\rho}{r} \times \frac{\varphi r}{\omega}.$$

Il eſt aiſé de voir que $\frac{\varphi r}{\omega}$ eſt l'expreſſion de la cotangente de l'angle de l'orbite relative avec le *fil parallèle ou équatorial* de l'Obſervateur ſuppoſé au centre de la Terre. Lors des équinoxes, cet angle peut avoir deux valeurs: en effet, il peut être égal à la ſomme ou à la différence de l'obliquité de l'écliptique & de l'inclinaiſon de l'orbite relative.

Ainſi donc dans notre ſyſtème planétaire, ſi l'on ſuppoſe l'obliquité de l'écliptique de $23^d\ 28'\ 21''$, & l'inclinaiſon moyenne de l'orbite relative de la Lune de $5^d\ 44'\ 26''$, les parallèles terreſtres de $\left\{\begin{matrix} 61^d & 3' & 40'' \\ 72. & 27. & 16 \end{matrix}\right\}$ ont la propriété d'avoir le jour de l'équinoxe pour l'inſtant correſpondant au *maximum* ou au *minimum* de latitude lunaire qui puiſſe donner un contact du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune ſous ces parallèles.

(51)

(51.) Soit $q = \Omega$, $p = \pm \sqrt{(r^2 - \Omega^2)}$,
& par conséquent $\chi = 0$, $\varphi = \psi$,
on aura pour racines de l'équation du §. 50,

$$\frac{rs}{c} = \begin{cases} \pm \frac{\sigma\tau' r^5 \rho \sqrt{(r^2 - \Omega^2)}}{\partial\zeta (r^4 - \psi^2\Omega^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{\psi\Omega\rho}{(r^4 - \psi^2\Omega^2)^{\frac{1}{2}}}; \\ \mp \frac{\sigma\tau' r^5 \rho \sqrt{(r^2 - \Omega^2)}}{\partial\zeta (r^4 - \psi^2\Omega^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{\psi\Omega\rho}{(r^4 - \psi^2\Omega^2)^{\frac{1}{2}}}. \end{cases}$$

Les parallèles terrestres de $\begin{cases} 65^d\ 51'\ 14'' \\ 66.\ 22.\ 10 \end{cases}$ ont donc la propriété d'avoir le jour des solstices pour l'instant correspondant au *maximum maximorum* ou au *minimum minimorum* de latitude lunaire qui puisse donner un contact du limbe boréal du Soleil & du limbe austral de la Lune sous ces parallèles.

(52.) Soit $c = 0$, & $s = r$, l'équation du §. 48 deviendra

$$\partial\zeta p\theta - \sigma\tau' r\chi = 0;$$

d'où l'on tire, à cause de $\chi = \pm \sqrt{(r^2 - p^2 - \Omega^2)}$,

$$p = \pm \frac{\sigma\tau' r \sqrt{(r^2 - \Omega^2)}}{\sqrt{(\sigma^2\tau'^2 r^2 + \partial^2\zeta^2\theta^2)}}.$$

On doit donc conclure que l'instant correspondant au *maximum maximorum* ou au *minimum minimorum* de latitude de la Lune qui puisse donner un contact du limbe boréal du Soleil & du limbe austral de la Lune sous les pôles, est celui où le Soleil a environ $1^d\ 3'\ 35''$ de déclinaison australe ou boréale.

(53.) Pour avoir une idée plus distincte de ce qui se passe dans la Nature, je reprends l'équation du §. 48, & je la mets sous la forme suivante, en observant que $\chi = \pm \sqrt{(r^2 - p^2 - \Omega^2)}$ suivant que le Soleil est dans les signes ascendans ou descendans.

$$\frac{rs}{c} = + \frac{\sigma\tau'\theta p^2 r^5 \rho}{[r^4 - (\psi\Omega - \theta\chi)^2]^{\frac{1}{2}} \times (\partial\zeta p\theta - \sigma\tau' r\chi)} - \frac{\rho(\psi\Omega - \theta\chi)}{[r^4 - (\psi\Omega - \theta\chi)^2]^{\frac{1}{2}}} \quad \left\{ \text{I.}^{\text{ere}} \text{ valeur de } \frac{rs}{c}; \right.$$

$$\frac{rs}{c} = - \frac{\sigma\tau'\theta p^2 r^5 \rho}{[r^4 - (\psi\Omega - \theta\chi)^2]^{\frac{1}{2}} \times (\partial\zeta p\theta - \sigma\tau' r\chi)} + \frac{\rho(\psi\Omega - \theta\chi)}{[r^4 - (\psi\Omega - \theta\chi)^2]^{\frac{1}{2}}} \quad \left\{ \text{II.}^{\text{me}} \text{ valeur de } \frac{rs}{c}. \right.$$

Je ſuppoſerai dans cette recherche l'angle de l'orbite relative avec le cercle de latitude de la Lune, poſitif & conſtamment de $5^d\ 44'\ 26''$; l'obliquité de l'écliptique de $23^d\ 28'\ 21''$, $\sigma =$ ſinus $15'\ 56''$, $\tau' =$ coſinus $14'\ 47''$, $\partial =$ coſinus $30'\ 43''$; bien entendu que ce qui ſera dit ſur ces quantités particulières pourra s'appliquer à toutes autres quantités quelconques. Je conſidérerai donc l'équation comme une courbe qui a pour ordonnées la tangente de la latitude du parallèle terreſtre, & pour abſciſſes le ſinus de la déclinaiſon du Soleil correſpondante à l'inſtant du *maximum maximorum* ou du *minimum minimorum* de latitude lunaire, qui puiſſe donner un contact du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune ſous le parallèle.

Fig. 1 & 2. Si l'on ſuppoſe le Soleil au ſolſtice d'hiver, p eſt négatif, & χ eſt égal à zéro; $\partial \zeta p \theta$ eſt donc une quantité négative; la première valeur de $\frac{rs}{c}$ eſt égale à la ſomme de deux quantités négatives, & la ſeconde valeur de $\frac{rs}{c}$ eſt égale à la ſomme de deux quantités poſitives : j'ai fait voir *(§. 51)* que ces valeurs répondent aux parallèles terreſtres de $\mp\ 66^d\ 22'\ 10''$.

Lorſque le Soleil, après le ſolſtice d'hiver, regagne l'Équateur, la première des deux fonctions qui compoſent l'expreſſion de $\frac{rs}{c}$, diminue de plus en plus, & elle devient nulle le jour de l'équinoxe; les valeurs de $\frac{rs}{c}$, ainſi que je l'ai fait voir *(§. 50)*, répondent à cet inſtant aux parallèles terreſtres de $\mp\ 61^d\ 3'\ 40''$, de ſorte que depuis le ſolſtice d'hiver juſqu'à l'équinoxe du printemps, les parallèles terreſtres qui peuvent obſerver un *maximum maximorum* ou un *minimum minimorum* de latitude lunaire propre à donner un contact du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune, ſont compris entre $\mp\ 66^d\ 22'\ 10''$ & $\mp\ 61^d\ 3'\ 40''$.

Lorſqu'après l'équinoxe du printemps, le Soleil s'avance vers le ſolſtice d'été, la quantité p devient poſitive; d'abord $\partial \zeta p \theta$ eſt moindre que $\sigma \tau' r \chi$, ces deux quantités ſont enſuite égales

lorſque le Soleil a une déclinaiſon boréale de $1^d\ 3'\ 35''$, enfin $\partial\zeta p\theta$ ſurpaſſe $\sigma\tau' r\chi$. Fig. 1 & 2.

Dans le premier cas, la première valeur de $\frac{rs}{c}$ eſt égale à la ſomme de deux fonctions négatives, & la ſeconde valeur de $\frac{rs}{c}$ eſt égale à la ſomme de deux fonctions poſitives; ces valeurs croiſſent avec une très-grande rapidité, de ſorte que depuis l'inſtant de l'équinoxe juſqu'au moment où le Soleil a une déclinaiſon boréale de $1^d\ 3'\ 35''$, les parallèles terreſtres qui peuvent obſerver un *maximum maximorum* ou un *minimum minimorum* de latitude lunaire relatif à la queſtion propoſée, ſont compris entre $\mp 61^d\ 3'\ 40''$ & $\mp 90^d\ 0'\ 0''$.

Si l'on ſuppoſe que le Soleil s'avance toujours vers le tropique du Cancer, la première valeur de $\frac{rs}{c}$ eſt égale à la différence de deux fonctions, l'une poſitive & l'autre négative; & comme la fonction poſitive eſt d'abord plus grande, le réſultat eſt d'abord poſitif; on voit donc que la première valeur de $\frac{rs}{c}$ a paſſé du négatif au poſitif par l'infini; la ſeconde valeur de $\frac{rs}{c}$ paſſe également du poſitif au négatif par l'infini.

Lorſque le Soleil a environ $1^d\ 3'\ 38''$ de déclinaiſon boréale, les deux valeurs de $\frac{rs}{c}$ ſont nulles, de ſorte que depuis l'inſtant où le Soleil a atteint une déclinaiſon boréale d'environ $1^d\ 3'\ 35''$ juſqu'au moment où il a environ $1^d\ 3'\ 38''$ de déclinaiſon pareillement boréale, les parallèles terreſtres qui peuvent obſerver un *maximum maximorum* ou un *minimum minimorum* de latitude lunaire relatif à la queſtion propoſée, ſont compris entre $\pm 90^d\ 0'\ 0''$ & $\pm 0^d\ 0'\ 0''$.

Si l'on ſuppoſe que le Soleil s'avance de plus en plus vers le tropique du Cancer, la première valeur de $\frac{rs}{c}$ redevient négative, & la ſeconde valeur de $\frac{rs}{c}$ redevient poſitive, de ſorte que

Fig. 1 & 2. depuis l'inſtant où le Soleil a $1^d\ 3'\ 38''$ de déclinaiſon boréale juſqu'au ſolſtice d'été, les parallèles terreſtres qui peuvent obſerver un *maximum maximorum* ou un *minimum minimorum* de latitude lunaire propre à donner un contact du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune, ſont compris entre $\mp\ 0^d\ 0'\ 0''$ & $\mp\ 65^d\ 51'\ 14''$.

Au ſolſtice d'été, le Soleil entre dans les ſignes deſcendans; la quantité x devient négative: depuis le ſolſtice d'été juſqu'à l'équinoxe d'automne, la première valeur de $\frac{rs}{c}$ eſt égale à la différence de deux fonctions, l'une poſitive & l'autre négative: & comme la fonction négative eſt plus grande, le réſultat eſt négatif: par une raiſon analogue, la ſeconde valeur de $\frac{rs}{c}$ eſt poſitive. Dans cet intervalle, les parallèles terreſtres qui peuvent obſerver un *maximum maximorum* ou un *minimum minimorum* de latitude lunaire propre à donner un contact du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune, ſont compris entre $\mp\ 65^d\ 51'\ 14''$ & $\mp\ 72^d\ 27'\ 16''$.

Lorſque le Soleil a environ $1^d\ 3'\ 32''$ de déclinaiſon auſtrale, les valeurs de $\frac{rs}{c}$ deviennent nulles, de ſorte que depuis l'équinoxe d'automne juſqu'à cet inſtant, les parallèles terreſtres ſont compris entre $\mp\ 72^d\ 27'\ 16''$ & $\mp\ 0^d\ 0'\ 0''$.

Si l'on ſuppoſe que le Soleil s'avance vers le tropique du Capricorne, la première valeur de $\frac{rs}{c}$ paſſe du négatif au poſitif, & la ſeconde valeur paſſe du poſitif au négatif; ces valeurs croiſſent avec une très-grande rapidité, de ſorte qu'elles ſont infinies lorſque le Soleil a atteint une déclinaiſon auſtrale de $1^d\ 3'\ 35''$; les parallèles terreſtres qui, pendant ce court intervalle de temps, peuvent obſerver un *maximum maximorum* ou un *minimum minimorum* de latitude lunaire propre à donner un contact du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune, ſont compris entre $\pm\ 0^d\ 0'\ 0''$ & $\pm\ 90^d\ 0'\ 0''$.

Si l'on ſuppoſe que le Soleil s'avance de plus en plus vers le

tropique du Capricorne, la première valeur de $\frac{rs}{c}$ redevient négative, & la seconde valeur de $\frac{rs}{c}$ redevient positive; les parallèles terrestres qui, depuis l'instant où le Soleil a une déclinaison australe de $1^d\ 3'\ 35''$ jusqu'au solstice d'hiver, peuvent observer un *maximum maximorum* ou un *minimum minimorum* de latitude lunaire relatif à la question proposée, sont compris entre $\mp 90^d\ 0'\ 0''$ & $\mp 66^d\ 22'\ 10''$. Fig. 1 & 2.

Lorsque l'on aura déterminé la déclinaison du Soleil correspondante à l'instant du *maximum maximorum* ou du *minimum minimorum* de latitude lunaire qui puisse donner un contact du limbe boréal du Soleil & du limbe austral de la Lune sous un parallèle terrestre, on déterminera cette plus grande ou cette plus petite latitude en substituant dans les équations de la section précédente les sinus & cosinus de latitude terrestre & de déclinaison du Soleil correspondantes.

(54.) Si l'on trace la suite de points représentée par l'équation du *§. 53*, on aura une courbe dont toutes les branches seront symétriquement posées relativement à la ligne des abscisses; elle sera telle qu'à chaque abscisse répondront quatre ordonnées, deux positives & deux négatives: on aura donc quatre suites différentes de points de la courbe. Une de ces suites appartient au *maximum maximorum* de latitude lunaire propre à donner un contact du limbe boréal du Soleil & du limbe austral de la Lune lors des éclipses de Soleil; la seconde suite appartient au *minimum minimorum* de latitude: quant à la troisième & à la quatrième suites, elles n'appartiennent pas proprement aux éclipses de Soleil, ainsi que je l'ai remarqué *(§. 35)*, mais elles résolvent un Problème analogue & relatif aux éclipses de Lune.

On ne doit point oublier que dans cette recherche, j'ai fait totalement abstraction à la variation du diamètre du Soleil, que j'ai supposé constant pendant toute l'année. Il est aisé de sentir combien on compliqueroit la question si l'on regardoit cet élément comme variable: en effet, il faudroit avoir l'expression du demi-diamètre du Soleil en sinus de déclinaison de cet Astre, ce qui

eſt du reſſort de l'Aſtronomie-phyſique; d'ailleurs la différenciation ſeroit plus embarraſſée: au reſte, le Problème eſt réſolu même dans toute ſa généralité, relativement aux parallèles pour leſquels le *maximum maximorum* ou le *minimum minimorum* de latitude lunaire, propre à donner un contact du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune, coïncide avec l'inſtant où le Soleil eſt apogée ou périgée. Dans les autres cas, le Problème n'eſt réſolu que par rapport à un Soleil ſictif qui auroit toujours le même diamètre.

SECTION SIXIÈME.

Détermination de la plus grande latitude de la Lune qui puiſſe donner une Éclipſe de Soleil ſur la Terre.

(55.) Après avoir déterminé dans la ſection précédente quel jour de l'année la Lune peut avoir la plus grande latitude poſſible, qui donne une éclipſe de Soleil ſous un parallèle terreſtre quelconque, il reſte à réſoudre la même queſtion relativement à la Terre entière. Pluſieurs auteurs ſe ſont propoſés ce Problème ſous le titre *des limites des Éclipſes*, aucun d'eux n'a conſidéré la Terre comme elliptique; c'eſt ſous ce nouveau point de vue que je vais réſoudre la queſtion.

(56.) Deux queſtions ſe préſentent naturellement à examiner.

Quel jour de l'année la Lune peut-elle avoir la plus grande latitude poſſible qui donne un contact des limbes boréal du Soleil & auſtral de la Lune!

Quel jour de l'année la Lune peut-elle avoir la plus grande latitude qui donne un contact des limbes auſtral du Soleil & boréal de la Lune!

Pour ne pas compliquer la difficulté, je me contenterai de réſoudre le Problème pour l'attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune; bien entendu que l'analyſe s'applique au contact du limbe auſtral du Soleil & du limbe boréal de la Lune, & en général à une phaſe quelconque. Il ne s'agit que d'évaluer un peu différemment les connues du Problème, ainſi que je l'ai déjà remarqué *(§. 38.)*

(57.) Soit, comme dans les *§. 33, 34 & 48,*

$$f = \sqrt{(p^2 + t^2)}.$$

N un angle connu dont la tangente $= \frac{\sigma\tau' r}{\psi\partial}$.

$$H = + \frac{\sigma\tau' p r}{\partial\zeta\rho} - \frac{q\varphi}{\rho}.$$

$$K = \pm \frac{\sigma\tau' p q}{\partial\zeta f} \pm \frac{\varphi f}{r}.$$

$$dH = - \frac{\sigma\tau' r q\, dq}{\partial\zeta\rho p} + \frac{\theta q\, dq}{\rho\chi}.$$

$$dK = + \frac{\sigma\tau' dq}{\partial\zeta(r^4 - q^2\varphi^2)^{\frac{1}{2}}} \times \left(\mp \frac{q^2\varphi}{p} \mp \frac{\theta r^4 p q}{\chi(r^4 - q^2\varphi^2)}\right) \pm \frac{\theta q^2 \varphi\, dq}{r\chi \times (r^4 - q^2\varphi^2)^{\frac{1}{2}}}.$$

$$M = \frac{\delta\tau}{r} + \frac{\pi\zeta\rho}{r^3} \times \sqrt{(H^2 + K^2)}.$$

On a vu *(§. 34)* que la latitude de la Lune correſpondante au dernier contact poſſible du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune eſt donnée par l'équation ſuivante,

$$\text{Sinus (latitude de la Lune} - \text{angle } N) = \frac{M}{\psi} \times \text{coſinus } N.$$

Puiſque l'angle N, ψ & coſinus N ſont des quantités connues, la méthode de *maximis* & *minimis* apprend que l'on a pour condition du Problème propoſé dans la préſente ſection,

$$dM = 0,$$

Ou (attendu que δ, τ, r, π, ζ, ρ ſont donnés)

$$H\,dH + K\,dK = 0.$$

Si, dans cette dernière équation, l'on élimine les quantités H, dH, K, dK, on aura,

$$\left.\begin{array}{l} \left(\frac{\sigma\tau' p r}{\partial\zeta\rho} - \frac{q\varphi}{\rho}\right) \times \left(\frac{\theta q}{\rho\chi} - \frac{\sigma\tau' r q}{\partial\zeta p\rho}\right) + \left(\frac{\sigma\tau' p q}{\partial\zeta f} + \frac{\varphi f}{r}\right) \times \left(\frac{\theta q^2\varphi}{r\chi(r^4 - q^2\varphi^2)^{\frac{1}{2}}}\right. \\ \quad \left. - \frac{\sigma\tau' q^2\varphi}{\partial\zeta p(r^4 - q^2\varphi^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{\sigma\tau'\theta r^4 p q}{\partial\zeta\chi(r^4 - q^2\varphi^2)^{\frac{3}{2}}}\right) \end{array}\right\} = 0,$$

ou (en multipliant l'équation par la quantité χ, & en ſubſtituant à $\sqrt{(r^4 - q^2 \varphi^2)}$ la quantité φf qui lui eſt égale)

$$\left(\frac{\sigma\tau' p r}{\partial\zeta\rho} - \frac{q\varphi}{\rho}\right) \times \left(\frac{\theta q}{\rho} - \frac{\sigma\tau' r q \chi}{\partial\zeta p \rho}\right) + \left(\frac{\sigma\tau' p q}{\partial\zeta\varphi f^2} + \frac{1}{r}\right) \times \left(\frac{\theta q^2 \varphi}{r} - \frac{\sigma\tau' q^2 \varphi \chi}{\partial\zeta p} - \frac{\sigma\tau'\theta r^4 p q}{\partial\zeta\varphi^2 f^2}\right) = 0.$$

on a donc pour équation du Problème

$$\left.\begin{matrix} \frac{\theta q^3\varphi}{r^2} - \frac{\theta q^3\varphi}{\rho^2} - \frac{\sigma\tau' q^3 \varphi r \chi}{\partial\zeta p r^2} + \frac{\sigma\tau' q^2 \varphi r \chi}{\partial\zeta p \rho^2} - \frac{\sigma\tau'\theta p q r (r^4 - q^2\varphi^2)}{\partial\zeta\varphi^2 f^2 r^2} \\ + \frac{\sigma\tau'\theta p q r}{\partial\zeta\rho^2} - \frac{\sigma^2\tau'^2 q^3 \chi r^2}{\partial^2\zeta^2 f^2 r^2} - \frac{\sigma^2\tau'^2 q \chi r^2 f^2}{\partial^2\zeta^2 f^2 \rho^2} - \frac{\sigma^2\tau'^2\theta p^2 q^2 r^4}{\partial^2\zeta^2\varphi^3 f^4} \end{matrix}\right\} = 0.$$

Mais (§. 48) $r^4 - q^2\varphi^2 = \varphi^2 f^2$; & par conséquent $-\frac{\sigma^2\tau'^2 q \chi r^2 f^2}{\partial^2\zeta^2 f^2 \rho^2} = + \frac{\sigma^2\tau'^2 q^3 \chi r^2}{\partial^2\zeta^2 f^2 \rho^2} - \frac{\sigma^2\tau'^2 q \chi r^6}{\partial^2\zeta^2\varphi^2 f^2 \rho^2}$; donc

$$\left.\begin{matrix} q \times [f^2\varphi^3 \times (\rho^2 - r^2) \times (\partial^2\zeta^2 f^2 \theta\varphi p q - \sigma\tau'\partial\zeta f^2 q \varphi r \chi - \sigma\tau\partial\zeta f^2 \theta p^2 r \\ - \sigma^2\tau'^2 p q^2 \chi r^2) - \sigma^2\tau'^2 p r^6 \times (\varphi f^2 \chi r^2 + p^2 q \theta \rho^2)] \end{matrix}\right\} = 0.$$

(58.) Puiſque l'équation du *paragraphe précédent* eſt diviſible par la quantité q, on voit que ſi la déclinaiſon du Soleil pouvoit être de 90 degrés, cette déclinaiſon correſpondroit au *maximum maximorum* de latitude lunaire propre à donner un contact du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune ſur notre globe, quelle que fût d'ailleurs l'inclinaiſon de l'orbite relative.

(59.) Quoique l'équation précédente ſe préſente ſous une forme compliquée, il eſt cependant poſſible de la réſoudre par des conſidérations particulières: je vois en effet que cette équation eſt compoſée de deux parties, l'une, infiniment petite par rapport à l'autre, eſt multipliée par la différence des quarrés des axes terreſtres; on peut donc, du moins comme méthode d'approximation très-convergente, ſuppoſer égaux les axes de la Terre, on aura par ce moyen une équation ſoluble, qui donnera une valeur très-approchée de la déclinaiſon du Soleil, propre à rendre nulle l'équation complette dans l'hypothèſe de la Terre elliptique; un tâtonnement très-ſimple & très-facile fera enſuite connoître la valeur rigoureuſe de cette déclinaiſon.

Si l'on ſuppoſe $\rho = r$, l'équation du §. 57, deviendra

$$p \times (\varphi f^2 \chi + p^2 q \theta) = 0;$$

d'où

d'où je conclus d'abord que la déclinaison du Soleil nulle est une des approximations cherchées.

Pour déterminer maintenant ce qu'indique le second facteur

$$\varphi f^2 \chi + p^2 q \theta = 0,$$

je substitue à f^2 sa valeur $\frac{r^4}{\varphi^2} - q^2$, & ce facteur devient

$$r^4 \chi - \varphi^2 q^2 \chi + p^2 \theta \varphi q = 0,$$

ou (à cause de $\varphi q = \psi\Omega - \theta\chi$, de $\chi^2 = r^2 - \Omega^2 - p^2$, & de $\theta^2 + \psi^2 = r^2$)

$$(p^2\psi - 2\psi r^2 + 2\psi\Omega^2) \times \theta\Omega - \theta^2\Omega^2\chi + \psi^2\Omega^2\chi - \psi^2 r^2\chi = 0.$$

Cette dernière équation peut être mise sous la forme suivante,

$$(\theta\Omega + \psi\chi) \times (p^2\psi - 2\psi r^2 + 2\psi\Omega^2) - p^2\psi^2\chi + \psi^2 r^2\chi - \psi^2\Omega^2\chi - \theta^2\Omega^2\chi = 0$$

ou, à cause de $p^2\psi^2 - \psi^2 r^2 + \theta^2\Omega^2 + \psi^2\Omega^2 = (\theta\Omega + \psi\chi) \times (\theta\Omega - \psi\chi)$,

$$(\theta\Omega + \psi\chi) \times (p^2\psi - 2\psi r^2 + 2\psi\Omega^2 - \theta\Omega\chi + \psi\chi^2) = 0;$$

$\theta\Omega + \psi\chi$ est donc un diviseur exact de l'équation

$$(p^2\psi - 2\psi r^2 + 2\psi\Omega^2) \times \theta\Omega - \theta^2\Omega^2\chi - \psi^2 r^2\chi + \psi^2\Omega^2\chi = 0.$$

(60.) Puisque (*§. 48*) $\omega = \frac{\theta\Omega + \psi\chi}{q}$, la supposition de $\theta\Omega + \psi\chi = 0$ donne $\omega = 0$; mais (*§. 1*) ω est le sinus de l'angle de l'orbite relative de la Lune avec la perpendiculaire à l'intersection du plan de projection & du méridien universel; l'équation $\varphi f^2 \chi + p^2 q \theta = 0$, est donc nulle par la supposition de l'orbite relative de la Lune perpendiculaire à l'intersection du plan de projection & du méridien universel.

Du facteur $p^2\psi - 2\psi r^2 + 2\psi\Omega^2 - \theta\Omega\chi + \psi\chi^2 = 0$, l'on tire $p = r \times \frac{\sqrt{[(r^2 - \Omega^2) \times (\Omega^2 - \psi^2)]}}{\theta\,\Omega}$, quantité imaginaire dans notre système planétaire.

(61.) On peut conclure des paragraphes précédens, que si l'on supposoit constans pendant toute l'année le diamètre du Soleil, l'inclinaison de l'orbite relative de la Lune, sa parallaxe horizontale, & qu'on voulut représenter dans l'hypothèse de la Terre elliptique, les résultats de l'équation du *§. 34*, par une courbe

dont les abſciſſes ſeroient les ſinus de la déclinaiſon du Soleil; & les ordonnées les *maxima* correſpondans de latitude lunaire, propre à donner un contact des limbes boréal du Soleil & auſtral de la Lune, cette courbe ſeroit compoſée de deux eſpèces d'ellipſes ſemblables ſituées de part & d'autre de la ligne des abſciſſes, mais à des diſtances inégales, ainſi qu'on peut le voir dans les Fig. 3 & 4. *figures 3 & 4;* chacune de ces ellipſes auroit un *maximum* & un *minimum* d'ordonnées correſpondans à des inſtans prochains des équinoxes, & deux inflexions dans la direction de la ligne des abſciſſes, vers les points de la courbe qui répondent aux inſtans où l'orbite relative eſt perpendiculaire à l'interſection du plan de projection & du méridien univerſel.

(62.) On ne doit point oublier que le Problème de la préſente ſection, n'eſt réſolu que par rapport à un Soleil fictif, qui auroit toute l'année le même diamètre. Comme les conſidérations elliptiques auxquelles j'ai eu égard, influent beaucoup moins ſur le réſultat que la variation du diamètre du Soleil, le véritable *maximum maximorum* de latitude de la Lune, propre à donner une Eclipſe ſur notre globe, n'arrive pas préciſément aux inſtans déterminés ci-deſſus, mais il a réellement lieu, lorſqu'à l'inſtant du périgée du Soleil, c'eſt-à-dire quelques jours après le ſolſtice d'hiver, la Lune eſt pareillement périgée. Le *minimum minimorum* de latitude a lieu, lorſqu'à l'inſtant de l'apogée du Soleil, c'eſt-à-dire quelques jours après le ſolſtice d'été, la Lune eſt pareillement apogée. Pour réunir toutes les circonſtances favorables, il faut de plus, que l'inclinaiſon de l'orbite corrigée ſoit poſitive dans les deux cas, c'eſt-à-dire, que l'Éclipſe arrive dans le nœud aſcendant.

Je ne dois point paſſer ſous ſilence la remarque ſuivante. Dans notre ſyſtème planétaire, les inſtans du périgée & de l'apogée du Soleil ſont fort éloignés des équinoxes; ces inſtans arrivent quelques jours après les ſolſtices d'hiver & d'été. On voit donc que dans notre ſyſtème planétaire les conditions phyſiques ne coïncident pas avec les conditions elliptiques.

(63.) La détermination du *maximum maximorum* ou du

minimum minimorum de latitude lunaire propre à donner une Éclipse de Soleil sur notre globe dans l'hypothèse du *paragr. 62,* n'est qu'un cas particulier du Problème de la troisième section du présent Mémoire. Si donc l'on veut connoître ce *maximum maximorum* ou ce *minimum minimorum* de latitude, il faudra substituer dans les équations de cette section les valeurs convenables.

SECTION SEPTIÈME.

D'une question du genre de maximis & minimis, *relative aux lignes des phases.*

(64.) J'ai remarqué *(5.e Mem. §. 38),* que le moyen qu'indique l'analyse pour tracer rigoureusement sur la surface de notre globe le lieu géométrique de tous les points de la Terre qui observent une certaine plus courte distance des centres assignée, est de calculer successivement les points de la courbe correspondans aux différens angles de la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune à l'instant de cette plus grande phase, avec la perpendiculaire à l'orbite relative. J'ai fait voir que dans les suppositions astronomiques, qui ont lieu pour la Lune, cet angle ne peut jamais surpasser un grand nombre de degrés, d'où j'ai conclu que l'on épuiseroit bientôt toutes les valeurs des angles qui donnent des latitudes réelles. Comme, toutes choses d'ailleurs égales, les résultats réels répondent toujours aux plus petits angles, j'ai ajouté que l'on ne devoit jamais être embarrassé sur le choix des premières valeurs qu'il falloit employer dans les calculs, & j'ai dit que dans chaque cas particulier, c'étoit à la sagacité du calculateur de prendre ces angles plus près ou plus éloignés entr'eux, suivant qu'il voudra avoir des points de notre globe plus ou moins rapprochés, ou que la phase qu'il calcule passe plus ou moins près du pôle. *Année 1767.*

Les réflexions précédentes suffisent sans doute pour la pratique; mais ne seroit-il pas possible de pousser plus loin ces recherches & de déterminer le dernier angle de la ligne des centres, qui, relativement à une plus grande phase quelconque, donne des résultats réels?

On a pu remarquer que les différentes lignes des phases s'étendent sous plusieurs parallèles. Par exemple, lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, le contact des limbes boréal du Soleil & austral de la Lune *(§. 23)* s'est étendu entre les parallèles de $20^d\ 7'\ 47''$ austral, & de $38^d\ 42'\ 52''$ boreal. Si les lignes des phases ne changeoient point de parallèle, rien ne seroit plus simple que de déterminer le plus grand angle de la ligne des centres qu'il faudroit employer dans les calculs; cet angle coïncideroit avec le plus grand angle correspondant au parallèle terrestre que la ligne des phases suivroit constamment: il seroit donc déterminé *Année 1765.* par la formule du *§. 110 du troisième Mémoire.* Il n'en est pas de même si l'on suppose que la même ligne des phases change de parallèles; le dernier angle que l'on peut employer dans les calculs, & au-delà duquel les résultats sont imaginaires, devient alors beaucoup plus difficile à déterminer, puisque cet angle varie à raison des différens parallèles terrestres sous lesquels s'étendent les lignes des phases, & à raison des heures auxquelles ces lignes coupent les parallèles. Il y a cependant des circonstances où il peut être curieux de connoître ces derniers angles, relativement à chaque phase particulière. Examinons quels secours on peut tirer des équations précédentes pour résoudre cette nouvelle question.

(65.) Soit

λ la tangente de la plus courte distance des centres.

μ la tangente / m le cosinus } de l'angle de la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune à l'instant de la plus grande phase avec la perpendiculaire à l'orbite relative.

$$G = \frac{\lambda m \xi t}{\pi \zeta \rho} - \frac{\psi l r}{\zeta \rho}, \qquad H = \frac{\lambda m p}{\zeta \rho} - \frac{q \varphi}{\rho}, \quad K = \frac{\lambda m q}{\zeta r} + \frac{p \varphi}{r},$$

$$R = \frac{p \varphi}{r} + \frac{\mu p \omega}{r^2}; \qquad L = \omega - \frac{\mu \varphi}{r}, \quad I = \frac{\mu n r^2}{\zeta v \rho},$$

$$M = \frac{KR}{r} + \frac{L\omega}{r}; \qquad N = \frac{GL}{r} + \frac{IK}{r}, \quad Q = \frac{I\omega}{r} - \frac{GR}{r};$$

$$T = \frac{H^2 R^2}{r^3} + \frac{H^2 L^2}{r^3} + \frac{M^2}{r}, \quad P = \frac{HQR}{rT} - \frac{HLN}{rT}, \quad V = \frac{N^2}{T} + \frac{Q^2}{T} - \frac{M^2}{T};$$

J'ai fait voir (*5.e Mém. §. 39*), que pour déterminer la latitude des lieux qui observent successivement la même plus courte distance des centres assignée, on avoit l'équation suivante, Année 1767.

$$S^2 + 2Ps + rV = 0$$

d'où l'on tire

$$S = -P \pm \surd(P^2 - rV).$$

J'observe que les deux valeurs de s deviennent égales lorsque $P^2 - rV = 0$, d'un autre côté le cas d'égalité est le passage des valeurs réelles aux valeurs imaginaires; donc $P^2 - rV = 0$, est la dernière relation possible entre P & V, propre à donner des valeurs de s réelles; elle détermine donc pour chaque plus courte distance particulière les derniers angles de la ligne des centres qui donnent des résultats réels.

(66.) Si dans l'équation $P^2 - rV = 0$, on substitue à P^2 & à rV leurs valeurs tirées du paragraphe précédent, on aura

$$H^2(RN+QL)^2 - H^2R^2M^2 - H^2L^2M^2 - M^4r^2 + M^2N^2r^2 + M^2Q^2r^2 = 0;$$

mais $RN + QL = R \times \left(\frac{GL}{r} + \frac{IK}{r}\right) + L \times \left(\frac{I\omega}{r} - \frac{GR}{r}\right)$,

donc $RN + QL = I \times \left(\frac{KR}{r} + \frac{L\omega}{r}\right) = IM;$

l'équation $P^2 - rV = 0$ devient donc

$$M^2 \times (H^2I^2 - H^2R^2 - H^2L^2 - M^2r^2 + N^2r^2 + Q^2r^2) = 0.$$

Deux suppositions rendent nulle l'équation précédente,

$$M^2 = 0;$$

$$H^2 \times (I^2 - R^2 - L^2) + r^2(N^2 + Q^2 - M^2) = 0.$$

La supposition de $M = 0$ n'appartient pas proprement à la question que j'ai en vue: je vais donc discuter uniquement la seconde supposition.

(67.) L'équation du paragraphe précédent peut être mise sous la forme suivante,

$$(GL + IK)^2 + (I\omega - GR)^2 + H^2 \times (I^2 - R^2 - L^2) = (KR + L\omega)^2$$

ou, ce qui revient au même,

$$(H^2 + K^2 + \omega^2 - G^2) \times (I^2 - R^2 - L^2) + K^2L^2 + \omega^2R^2 + G^2I^2 + 2GKLI - 2GRI\omega - 2KLR\omega) = 0.$$

$$(H^2 + K^2 - G^2 + \omega^2) \times (I^2 - R^2 - L^2) + (KL + GI - \omega R)^2 = 0.$$

J'obſerve que, puiſque les quantités G, H, K, ſont les ſeules grandeurs qui renferment λ, l'équation finale ne ſera que du ſecond degré par rapport à λ; on peut donc réſoudre cette queſtion.

Étant donné un angle quelconque de la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune à l'inſtant de la plus grande phaſe; déterminer par rapport à quelle ligne de phaſes cet angle eſt un maximum?

(68.) Si dans l'équation du paragraphe 67, on élimine les quantités G, H, K, par le moyen de leurs valeurs tirées du *paragraphe 65*, & que l'on ſuppoſe $M' = \frac{L^2}{r} + \frac{R^2}{r} - \frac{I^2}{r}$, on aura

$$\left.\begin{array}{l}
- \left(\frac{\lambda^2 m^2 p^2}{\zeta^2 \rho^2} + \frac{\lambda^2 m^2 q^2}{\zeta^2 r^2} - \frac{\lambda^2 m^2 \xi^2 r^2}{\pi^2 \zeta^2 \rho^2}\right) \times M'r. \\
- \left(\frac{\lambda m p q \varphi}{\zeta r^2} - \frac{\lambda m p q \varphi}{\zeta \rho^2} + \frac{\lambda m \xi \psi l r^2}{\pi \zeta^2 \rho^2}\right) \times 2M'r. \\
- \left(\frac{q^2 \varphi^2}{\rho^2} + \frac{p^2 \varphi^2}{r^2} + \omega^2 - \frac{\psi^2 l^2 r^2}{\zeta^2 \rho^2}\right) \times M'r. \\
+ \left(\frac{\lambda m q L}{\zeta r} + \frac{\lambda m \xi r I}{\pi \zeta \rho}\right)^2 \\
+ \left(\frac{\lambda m q L}{\zeta r} + \frac{\lambda m \xi r I}{\pi \zeta \rho}\right) \times 2\left(\frac{p \varphi L}{r} - \frac{\psi l r I}{\zeta \rho} - \omega R\right) \\
+ \left(\frac{p \varphi L}{r} - \frac{\psi l r I}{\zeta \rho} - \omega R\right)^2
\end{array}\right\} = 0.$$

Soit donc

la tangente de la distance des centres du Soleil & de la Lune.

μ la tangente } de l'angle donné de la ligne qui joint les centres du Soleil
m le cosinus } & de la Lune avec la perpendiculaire à l'orbite relative.

$$R = \overset{(R\,1)}{\frac{p\varphi}{r}} + \overset{(R\,2)}{\frac{\mu p \omega}{r^2}}, \qquad L = \overset{(L\,1)}{\omega} - \overset{(L\,2)}{\frac{\mu\varphi}{r}}, \qquad I = \overset{(I\,1)}{\frac{\mu n r^2}{\zeta \nu \rho}};$$

$$M' = \overset{(M'\,1)}{\frac{L^2}{r}} + \overset{(M'\,2)}{\frac{R^2}{r}} - \overset{(M'\,3)}{\frac{I^2}{r}}, \qquad N' = \overset{(N'\,1)}{\left(\frac{\xi^2 r^3}{\pi^2 \zeta^2 \rho^2} - \frac{p^2 r}{\zeta^2 \rho^2} - \frac{q^2}{\zeta^2 r}\right) \times m^2},$$

$$P' = \overset{(P'\,1)}{\left(\frac{pq\varphi}{\zeta r^3} - \frac{pq\varphi}{\zeta \rho^2 r} + \frac{\psi l \xi r}{\pi \zeta^2 \rho^2}\right) \times mr}, \qquad Q' = \overset{(Q'\,1)}{\frac{q^2 \varphi^2}{\rho^2 r}} + \overset{(Q'\,2)}{\frac{p^2 \varphi^2}{r^3}} + \overset{(Q'\,3)}{\frac{\omega^2}{r}} - \overset{(Q'\,4)}{\frac{\psi^2 l^2 r}{\zeta^2 \rho^2}},$$

$$R' = \overset{(R'\,1)}{\frac{m \xi r I}{\pi \zeta \rho}} + \overset{(R'\,2)}{\frac{m q L}{\zeta r}}, \qquad S' = \overset{(S'\,1)}{\frac{p \varphi L}{r^2}} - \overset{(S'\,2)}{\frac{\psi l I}{\zeta \rho}} - \overset{(S'\,3)}{\frac{\omega R}{r}},$$

$$T' = \overset{(T'\,1)}{\frac{R'^2}{r}} + \overset{(T'\,2)}{\frac{M' N'}{r}}, \qquad V' = \overset{(V'\,1)}{\frac{R' S'}{T'}} - \overset{(V'\,2)}{\frac{P' M'}{T'}},$$

$$X' = + \overset{(X'\,1)}{\frac{S'^2}{T'}} - \overset{(X'\,2)}{\frac{Q' M'}{T'}}.$$

On aura pour déterminer la ligne de phase, relativement à laquelle l'angle donné est un *maximum*,

$$\lambda^2 + 2\lambda V' + rX' = 0.$$

(69.) Dans toutes les recherches, on regardera m comme positive; quant aux valeurs λ & μ, elles peuvent être positives & négatives.

Si l'on suppose μ positif, le centre de la Lune paroîtra dans l'angle *austral précédent*, ou dans l'angle *boréal suivant* du disque du Soleil; il paroîtra dans l'angle *austral suivant* ou dans l'angle *boréal précédent* si μ est négatif.

Si λ eſt donné ſous une forme poſitive, le centre de la Lune, lors de la plus grande phaſe, ſera vu dans *l'hémiſphère boréal* du diſque du Soleil. Il ſera vu dans *l'hémiſphère auſtral* lorſque λ eſt négatif.

Année 1765. (70.) J'ai fait voir *(3.e Mém. §. 117)*, que le plus grand angle de la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune à l'inſtant de la plus grande phaſe, avec l'orbite relative de la Lune, eſt celui qui s'obſerve ſous l'équateur à une certaine heure, que j'ai appris à déterminer ; on peut donc dans la formule du *paragraphe 68*, ſubſtituer tous les angles poſſibles, poſitifs & négatifs depuis 0^d juſqu'à cette valeur particulière, & on ſera toujours ſûr d'avoir un réſultat réel ; par-delà cette valeur les réſultats ſeront imaginaires ; ainſi donc, dans l'exemple particulier de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, on aura des réſultats réels tant que l'on prendra des angles entre $-\ 24^d\ 40'\ 22''$ & $+\ 9^d\ 55^d\ 31''$.

TABLE des quantités conſtantes de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, relatives à la préſente recherche.

(71.) Lors de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, on avoit

R. — **L.** — **I.**

(R 1) $\frac{p\varphi}{r} = 7358.$

(L 1) $\omega = 48086.$

(R 2) $\text{Log.}\ \frac{p\omega}{r^2} = -\ 1{,}3941178.$

(L 2) $\text{Log.}\ \frac{\varphi}{r} = -\ 0{,}0571011.$

(I 1) $\text{Log.}\ \frac{\pi r}{\zeta\rho u} = -\ 9{,}7150905.$

N'. — **P'.**

(N' 1) $\text{Log.}\left(\frac{\xi^2 r^2}{\pi^2\zeta^2\rho^2} - \frac{p^2 r}{\zeta^2\rho^2} - \frac{q^2}{\zeta^2 r}\right) = -\ 6{,}3949861.$

(P' 1) $\text{Log.}\left(\frac{pq\varphi}{\zeta r^2} - \frac{pq\varphi}{\zeta\rho^2 r} + \frac{\psi l\xi r}{\pi\zeta^2\rho^2}\right) = -\ 8{,}3356129.$

Q'.

Q'.	R'.	S'.
$Q' = + 46223.$ $\text{Log. } Q' = 9{,}6648581.$	$\text{Log.}\begin{cases} \frac{\xi r}{\pi\zeta\rho} = - 8{,}1974389. & (R'\ 1.) \\ \frac{q}{\zeta r} = - 10{,}0001950. & (R'\ 2.) \end{cases}$	$\text{Log.}\begin{cases} \frac{p\varphi}{r^2} = - 1{,}1332387\ldots & (S'\ 1.) \\ \frac{\psi l}{\zeta\rho} = - 0{,}1381818\ldots & (S'\ 2.) \\ \frac{\omega}{r} = - 0{,}3179892. & (S'\ 3.) \end{cases}$

EXEMPLE.

(72.) *Lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, on demande quels ont été pour les différentes lignes de phases les* maxima *d'angles de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite relative!*

SOLUTION. Si l'on suppose $\begin{cases} \mu = \pm \text{tangente} \\ m = + \text{cosinus} \end{cases}$ des différens angles compris *(§. 70)* entre $- 24^d\ 40'\ 22''$ & $+ 9^d\ 55'\ 31''$, on déterminera par rapport à quelles lignes de phases ces angles sont des *maxima.*

Soit l'angle de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite relative de $- 4^d\ 5'\ 40''$, on aura

$$\begin{rcases} \mu = - \text{tangente } 4^d\ 5'\ 40'' \\ m = + \text{cosinus } 4.\ 5.\ 40 \end{rcases} \text{Logarithme} \begin{cases} \mu = 8{,}8548125. \\ m = 9{,}9988901. \\ m^2 = 19{,}9977802. \end{cases}$$

Type du Calcul.

$R = + (R\ 1) - (R\ 2)$ .... $(R\ 1) = 7358.$

$(R\ 2)$

$+ 8{,}8548125$ ...log. μ. $R = + 7069$ log. $\begin{cases} R = 8{,}8493580. \\ R^2 = 17{,}6987160. \end{cases}$

$- 1{,}3941178.$

$7{,}4606947$ ...log. 289. $\frac{R^2}{1} = 500.$

$L = + (L\ 1) + (L\ 2) \ldots\ldots\ldots (L\ 1) = 48086.$

(L 2)
+ 8,8548125 . . . log. μ. $L = + 54363$ log. $\begin{cases} L = 9{,}7353034. \\ L^2 = 19{,}4706068. \end{cases}$
— 0,0571011.
8,7977114 . . . log. 6277. $\frac{L^2}{r} = 29553.$

$I = - (I\ 1)$

(I 1)
+ 18,8548125 . . . log. μr. $I = - 13795$ log. $\begin{cases} I = 9{,}1397216. \\ I^2 = 18{,}2794432. \end{cases}$
— 9,7150909.
9,1397216 . . log. 13795. $\frac{I^2}{r} = 1903.$

$M' = + (M'\ 1) + (M'\ 2) - M'\ 3) .. (M'\ 1) = 29553 .. (M'\ 2) = 500 ... (M'\ 3) = 1903.$
$M' = + 28150.$ Logarithme $M' = 9{,}4494784.$

$N' = + (N'\ 1)$

(N' 1)
+ 19,9977802 . . . log. m^2.
— 6,3949861.
13,6027941 . . . log. N'.

$P' = + (P'\ 1)$

(P' 1)
+ 19,9988901 ... log. mr.
— 8,3356129.
11,6632772 ... log. P'.

$Q' = + 46223.$ Logarithme $Q' = 9{,}6648581.$

$R' = - (R'\ 1) + (R'\ 2)$

(R' 1)
+ 9,9988901 . . . log. m.
+ 9,1397216 . . . log. I.
+ 19,1386117.
— 8,1974389.
10,9411728 . . . log. 873319.

(R' 2)
+ 9,9988901 . . . log. m.
+ 9,7353034 . . . log. L.
+ 19,7341935.
— 10,0001950.
9,7339985 . . . log. 54200.

$R' = - 819119.$ Log. $\begin{cases} R' = 10{,}9133470. \\ R'^2 = 21{,}8266940. \end{cases}$ $\frac{R'^2}{r} = 6709558.$

$$S' = + (S'\,1) + (S'\,2) - (S'\,3)$$

(S' 1)
+9,7353034...log. *L*.
−1,1332387.
8,6020647...log. 4000.

(S' 2)
+9,1397216...log *l*.
−0,1381818
9,0015398...log. 10036.

(S' 3)
+8,8493580...log. *R*.
−0,3179802.
8,5313778...log. 3399.

$S' = +\ 10637.$ Logarithme $\begin{cases} S' = 9{,}0268192; \\ S'^2 = 18{,}0536384. \end{cases}$

$$T' = + (T'\,1) + (T'\,2) \ldots\ldots (T'\,1) = 6709558.$$

(T' 2)
∓ 9,4494784...log. *M'*.
+13,6027941...log. *N'*.
13,0522725...log. 112790500.

$T' = +\ 119500058$.........log. $T' = 13{,}0773679$.

$$V' = - (V'\,1) - (V'\,2)$$

(V' 1)
+10,9133470...log. *R'*
+ 9,0268192...log. *S'*
+19,9401662.
−13,0773679...log. *T'*.
6,8627983...log. 72,9.
$V' = -\ 1157{,}8.$

(V' 2)
+11,6632772...log. *P'*.
+ 9,4494784...log. *M'*.
+21,1127556.
−13,0773679...log. *T'*.
8,0353877...log. 1084,9.
Log. $V' = 8{,}0636335$.

$$X' = + (X'\,1) - (X'\,2)$$

(X' 1)
+18,0536384...log. S'^2.
−13,0773679...log. *T'*.
4,9762705...log. 0,947.

(X' 2)
+ 9,6648581...log. *Q'*.
+ 9,4494784...log. *M'*.
+19,1143365.
−13,0773679...log. *T'*.
6,0369686...log. 10,889.

$X' = -\ 9{,}942.$ Log. $\sqrt{(r\,X')} = 7{,}9987369.$

Puiſque T' eſt poſitif, & que V' & X' ſont négatifs, l'équation qui réſout le Problème eſt *(ſ. 68)* $\lambda^2 - 2\lambda V' - rX' = 0$; on a donc *(4.e Mém. ſ. 53)*

$$\text{Tangente} \begin{Bmatrix} B \\ B' \end{Bmatrix} = \frac{r\sqrt{(r\,X')}}{V'};$$

$$\lambda = \frac{\sqrt{(r\,X')}}{r} \times \text{tang.}\ \frac{B}{2}; \qquad \lambda = \frac{\sqrt{(r\,X')}}{r} \times \text{tang.}\ \frac{B'}{2};$$

L'angle B eſt compris entre 90^d & 180^d; l'angle B' eſt compris entre 270^d & 360^d; la première valeur de λ eſt poſitive & la ſeconde valeur eſt négative.

$+17,9987369\ldots\log. r\sqrt{(r X')}$.
$-\ 8,0636335\ldots\log. V'$.

$9,9351034\ldots\log.\text{tang.}\left\{\begin{matrix} B \\ B' \end{matrix}\right\}$

$B = 139^d\ 15'\ 54''$ | $B' = 319^d\ 15'\ 54''$

$\frac{B}{2} = 69.\ 37.\ 57.$ | $\frac{B'}{2} = 159.\ 37.\ 57.$

$+10,4303336\ldots\log.\ \text{tang.} \frac{B}{2}$. | $+\ 9,5696664\ldots\log.\ \text{tang.} \frac{B'}{2}$.

$+\ 7,9987369\ldots\log.\sqrt{(r X')}$. | $+\ 7,9987369\ldots\log.\sqrt{(r X')}$.

$8,4290705\ldots\log.\ \lambda$ | $7,5684033\ldots\log.\ \lambda$.

$\lambda = +\ \text{tang.}\ 1^d\ 32'\ 20''$ | $\lambda = -\ \text{tang.}\ 0^d\ 12'\ 44''$

On voit donc qu'il y a deux lignes de phaſes, relativement auxquelles l'angle de — $4^d\ 50'\ 40''$, eſt un *maximum* d'angle, ſavoir une plus courte diſtance boréale des centres de $1^d\ 32'\ 20''$, & une plus courte diſtance auſtrale de $0^d\ 12'\ 44''$.

(73.) Il eſt une remarque qui ne doit point échapper, c'eſt que les calculs du *paragraphe précédent*, déterminent directement deux plus grandes phaſes, puiſque l'équation du Problème eſt du ſecond degré; mais indépendamment de ces deux phaſes, les mêmes calculs peuvent, avec quelque légère différence, déterminer deux autres diſtances des centres; en effet, au lieu de ſuppoſer $\mu = -$ tang. $4^d\ 5'\ 40''$, ſi l'on ſuppoſe $\mu = +$ tang. $4^d\ 5'\ 40''$; comme la valeur de m (*§. 69*) ne change point de ſigne, les quantités N', P', Q', ſeront rigoureuſement les mêmes; la quantité I changera de ſigne ſans changer de valeur, & les quantités R, L, R', S', T', V', X', s'évalueront aiſément d'après les premiers calculs.

On voit maintenant comment on peut former une Table qui contiendroit, ſous deux colonnes, les différens angles de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite relative, & les lignes de phaſes pour leſquelles ces angles ſeroient des *maxima;* cette Table pourroit être utile ſi l'on ſe propoſoit de calculer un grand nombre de lignes de phaſes.

Parmi les différens angles de la ligne des centres que l'on peut choisir arbitrairement, on remarquera principalement la supposition particulière de $\mu = 0$ & $m = r$; ce cas est remarquable en ce que les lignes de phases correspondantes sont concentrées en un seul point. C'est le cas du *maximum* des plus grandes phases visibles sur la Terre *(§. 24)*.

REMARQUE sur une propriété de l'angle de la ligne des centres correspondant à l'instant de la plus grande phase.

(74.) Je ne dois point passer sous silence une propriété de l'angle de la ligne des centres correspondant à l'instant de la plus grande phase; pour entendre cette propriété, on se rappellera les constructions suivantes.

Si l'on calcule pour un lieu & pour un instant quelconques l'angle de la ligne des centres avec l'orbite relative de la Lune; il est aisé de voir *(3.e Mém. §. 1)* que cet angle que je nomme H est variable, & que si l'on suppose Année 1765.

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{qs\varphi}{r^2} + \frac{cg\rho\omega}{r^3} + \frac{chp\rho\varphi}{r^4};$$

$$F = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{qs\omega}{r^2} - \frac{cg\rho\varphi}{r^3} + \frac{chp\rho\omega}{r^4};$$

il a pour expression de sa tangente

$$\text{Tangente } H = \frac{Ar}{F + b \times \frac{nr}{3600''\zeta}}.$$

(75.) Puisque cet angle est susceptible d'accroissemens & de diminutions successives, on peut demander sa plus grande & sa plus petite valeur pour chaque lieu particulier; la théorie de *maximis* & *minimis* en supposant

$$C = \frac{nr^2}{\zeta v} - \frac{cp\rho\omega g}{r^4} - \frac{c\rho\varphi h}{r^3};$$

$$D = \frac{cp\rho\varphi g}{r^4} - \frac{c\rho\omega h}{r^3},$$

donne pour condition du Problème,

$$AC + D \times \left(F + b \times \frac{nr}{3600''\zeta}\right) = 0;$$

$$\text{Tangente (Angle } H \text{ parvenu au } maximum) = -\frac{Dr}{C}:$$

Année 1765. On a vu *(3.e Mém. §. 58)* que la tangente particulière de l'angle H correſpondant au *minimum* de diſtance des centres pour un lieu quelconque, & que je nomme H' pour le diſtinguer des autres angles, a pour expreſſion

$$\text{Tangente (Angle } H') = \frac{Cr}{D}.$$

On doit donc conclure que ſi l'on donne l'heure que l'on compte dans un lieu L à l'inſtant de la plus grande phaſe, par exemple dix heures du matin, & que l'on calcule l'angle de la ligne des centres avec l'orbite relative de la Lune correſpondant à cette plus grande phaſe, cet angle eſt le complément du plus grand angle que l'on puiſſe obſerver dans un autre lieu L', qui ſitué ſous le même parallèle, compte dix heures du matin à un inſtant phyſique déterminé par l'équation

$$b = -\frac{3600''\zeta}{nr} \times \left(F + \frac{AC}{D}\right).$$

(76.) Nous avons vu *(3.e Mém. §. 58)* que la diſtance de la conjonction à l'inſtant de la plus grande phaſe dans le lieu L, étoit déterminée par l'équation

$$b' = -\frac{3600''\zeta}{nr} \times \left(F - \frac{AD}{C}\right);$$

Donc puiſque l'on compte la même heure dans les lieux L', L; aux inſtans des phénomènes reſpectifs, la différence horaire en

Année 1765. longitude de ces lieux a pour expreſſion *(3.e Mém. art. VI)*

$$\text{Différence en longitude des lieux } L, L' = \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{A(C^2 + D^2)}{CD}.$$

Il eſt ſenſible que ſi $\frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{A(C^2 + D^2)}{CD}$ étoit un multiple de 86400″, c'eſt-à-dire du nombre de ſecondes contenues dans vingt-quatre heures, les lieux L & L' auroient la même longitude. Remarquons pareillement que les tangentes des diſtances des centres correſpondantes au *maximum* d'angle dans le lieu L' & au *minimum* de phaſes dans le lieu L ſont entre elles comme ſinus H', eſt à coſinus H'.

(77.) Je terminerai cette ſection par la remarque ſuivante; j'ai obſervé *(3.e Mém. §. 122)* que ſi le mouvement de la

Planète dans ſon orbite étoit fort lent, relativement au mouvement diurne, le même Obſervateur pourroit voir ſucceſſivement pluſieurs plus grandes phaſes ; quoique ce cas n'ait jamais lieu dans notre ſyſtème planétaire, on peut néanmoins ſe propoſer la queſtion ſuivante.

Quelle doit être la relation entre le mouvement diurne & le mouvement de la Planète dans ſon orbite, pour que l'Obſervateur qui a vu une plus grande phaſe à une certaine heure P', *obſerve une ſeconde plus grande phaſe à une autre heure* P?

Rien de plus ſimple que la ſolution de ce Problème. Soit en effet,

Heure P'.

g' le ſinus, h' le coſinus } de l'angle horaire correſpondant à l'heure P'.

$$A' = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{qs\varphi}{r^2} + \frac{cg'\rho\omega}{r^3} + \frac{ch'p\rho\varphi}{r^4}.$$

$$F' = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{qs\omega}{r^2} - \frac{cg'\rho\varphi}{r^2} + \frac{ch'p\rho\omega}{r^4}.$$

$$C' = \frac{nr^2}{\zeta v} - \frac{cp\rho\omega g'}{r^4} - \frac{c\rho\varphi h'}{r^3}.$$

$$D' = \frac{cp\rho\varphi g'}{r^4} - \frac{c\rho\omega h'}{r^3}.$$

Heure P.

g le ſinus, h le coſinus } de l'angle horaire correſpondant à l'heure P.

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{qs\varphi}{r^2} + \frac{cg\rho\omega}{r^3} + \frac{chp\rho\varphi}{r^4}.$$

$$F = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{qs\omega}{r^2} - \frac{cg\rho\varphi}{r^3} + \frac{chp\rho\omega}{r^4}.$$

$$C = \frac{nr^2}{\zeta v} - \frac{cp\rho\omega g}{r^4} - \frac{c\rho\varphi h}{r^3}.$$

$$D = \frac{cp\rho\varphi g}{r^4} - \frac{c\rho\omega h}{r^3}.$$

X la diſtance des heures P' P évaluée en ſecondes horaires.

m un nombre entier quelconque.

Puiſque l'expreſſion de la diſtance à la conjonction correſpondante aux heures P' P (*3.e Mémoire, §. 58*) eſt

$$b' = \frac{3600'' \zeta}{nr} \times \left(\frac{A'D'}{C'} - F'\right),$$

$$b = \frac{3600'' \zeta}{nr} \times \left(\frac{A\,D}{C} - F\right),$$

il eſt évident que l'on doit avoir ;

$$\frac{3600'' \zeta}{nr} \times \left(\frac{AD}{C} - \frac{A'D'}{C'} - F + F'\right) - X - m \times 86400'' = 0.$$

SECTION HUITIÈME.

Détermination des points de la Terre qui obſervent une plus grande phaſe aſſignée au lever & au coucher du Soleil.

(78.) Parmi la ſuite de points de notre globe qui obſervent une certaine plus courte diſtance des centres aſſignée ; il y en a qui peuvent mériter une attention particulière, ce ſont ceux qui obſervent ce phénomène au léver & au coucher du Soleil : je vais m'occuper de la détermination de ces points.

Soit $L = \frac{\sigma\tau' r\xi}{\pi\zeta\partial'} - \frac{\delta\tau r}{\pi\zeta}$, s'il s'agit d'un contact intérieur.

$L = \frac{\sigma\tau' r\xi}{\pi\zeta\partial} + \frac{\delta\tau r}{\pi\zeta}$, s'il s'agit d'un contact extérieur.

$$f = \frac{\sqrt{(\rho^2 q^2 r^2 - \rho^2 q^2 s^2 - p^2 r^2 s^2)}}{r^2}.$$

$$H = \frac{\rho^2 q^2}{r^3} + \frac{p^2}{r}.$$

Lever du Soleil.	*Coucher du Soleil.*
$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{\varphi s}{q} - \frac{f\omega}{q}.$	$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{\varphi s}{q} + \frac{f\omega}{q};$
$C = \frac{n r^2}{\zeta\psi} + \frac{p\varphi s}{qr} + \frac{fp\omega}{qr}.$	$C = \frac{n r^2}{\xi\psi} + \frac{p\varphi s}{qr} - \frac{fp\omega}{qr};$
$D = \frac{p\omega s}{qr} - \frac{fp\varphi}{qr};$	$D = \frac{p\omega s}{qr} + \frac{fp\varphi}{qr}.$

Chacune des quantités qui entrent dans ces équations ſont définies, ſoit dans le *§. 1*, ſoit dans le *§. 13* de ce Mémoire.

Années 1765 & 1767. On peut conclure de ce que j'ai démontré dans mon *3.ᵉ Mémoire (§. 51 & 66)* & dans mon *5.ᵉ Mém. (§. 46)* que l'on a en général

$$L^2 C^2 - A^2 C^2 - A^2 D^2 = 0;$$

on a donc la relation entre la plus grande phaſe aſſignée & la latitude du lieu qui obſerve cette phaſe au lever & au coucher du

du Soleil. Comme sous cette forme, l'équation délivrée de ses radicaux, est d'un degré trop élevé pour être d'un usage facile, je croirois préférable d'employer une méthode indirecte.

La méthode que je propose est fondée sur les considérations suivantes. Si l'on fait attention à la nature du Problème, on verra facilement que le lieu qui observe une certaine plus grande phase assignée au lever ou au coucher du Soleil, ne doit pas différer beaucoup en latitude de celui qui observe la même phase au lever ou au coucher de cet astre lorsque la ligne des centres est perpendiculaire à l'orbite relative. Il s'agit donc de déterminer d'abord le lieu où l'on peut observer ce dernier phénomène; nous verrons ensuite quelle correction l'on doit faire à ce premier résultat.

Détermination du lieu de la Terre qui observe une phase assignée au lever ou au coucher du Soleil, lorsque d'ailleurs la ligne des centres est perpendiculaire à l'orbite relative.

(*79.*) Rien de plus simple que de déterminer la latitude du lieu qui observe une phase assignée au lever ou au coucher du Soleil, lorsque d'ailleurs la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune, est perpendiculaire à l'orbite relative; on a dans ce cas

$$L \mp A = 0.$$

Si l'on substitue à A ses valeurs tirées du *§. 78*, que l'on élimine la quantité f par le moyen de sa valeur

$$f = \frac{\sqrt{(\rho^2 q^2 r^2 - \rho^2 q^2 s^2 - p^2 r^2 s^2)}}{r^2},$$

& que l'on suppose

$$P = H + \frac{\varphi^2 r}{\omega^2};$$

$$M = + \frac{q}{\omega} \times \left(L - \frac{\psi l}{\zeta}\right), \qquad M' = + \frac{q}{\omega} \times \left(L + \frac{\psi l}{\zeta}\right),$$

$$N = + \frac{\varphi r}{\omega}; \qquad N' = - \frac{\varphi r}{\omega},$$

$$Q = + \frac{MN}{P}, \qquad Q' = + \frac{M'N'}{P},$$

$$R = + \frac{M^2}{P} - \frac{\rho^2 q^2}{Pr^2}; \qquad R' = + \frac{M'^2}{P} - \frac{\rho^2 q^2}{Pr^2},$$

on aura

Pour déterminer la latitude du lieu qui voit la phaſe aſſignée au lever ou au coucher du Soleil, lorſque d'ailleurs la ligne des centres eſt perpendiculaire à l'orbite relative,

$$s^2 + 2Qs + Rr = 0, \quad s^2 + 2Q's + R'r = 0.$$

(80.) On ne doit jamais être embarraſſé pour ſavoir ſi un réſultat appartient au lever ou au coucher du Soleil, à une phaſe auſtrale ou boréale. En effet, on peut conclure de l'équation $L \mp A = 0$, que l'on a en général

Lever du Soleil.	*Coucher du Soleil.*
$M + \frac{Ns}{r} + f = 0.$	$M + \frac{Ns}{r} - f = 0.$
$M' + \frac{N's}{r} - f = 0.$	$M' + \frac{N's}{r} + f = 0.$

Les équations $s^2 + 2Qs + Rr = 0$, $s^2 + 2Q's + R'r = 0$, donnent chacune deux latitudes; on peut donc connoître pour chaque latitude les valeurs numériques de f correſpondantes. Je porte dans les équations précédentes, les valeurs de s données par le calcul avec le ſigne qui leur convient, & les valeurs numériques de f; je vois laquelle des équations du lever ou du coucher du Soleil devient nulle, d'où je conclus à quel inſtant appartient la ſolution. Je conclus pareillement ſi la phaſe eſt auſtrale ou boréale, en voyant laquelle des deux expreſſions $L + A$, ou $L - A$ devient nulle.

(81.) Si l'on applique les calculs à l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, on aura les réſultats ſuivans, en ſuppoſant une inflexion de 4",5 dans les rayons qui raſent le limbe de la Lune.

$H = + 101125$..................Logarithme $H = 10,0048586$.

$M = - 33410$.
$N = + 182339$.
$P = + 433600$.
$Q = - 14050$.
$R = - 20585$.

Logarithme $\begin{cases} M = 9,5238799. \\ N = 10,2608791. \\ P = 10,6370893. \\ Q = 9,1476697. \\ R = 9,3135509. \\ \surd(Rr) = 9,6567754. \end{cases}$

Puisque Q & R sont négatifs, l'équation qui résout le Problème est

$$s^2 - 2Qs - Rr = 0.$$

Si je compare cette équation avec les équations générales du second degré (4.e *Mém. §. 41 & suivans)*, je vois que, dans le cas particulier que je discute, on a

$$\text{Tang.} \begin{Bmatrix} B \\ B' \end{Bmatrix} = \frac{r\surd(Rr)}{Q}.$$

$$s = \text{tang.} \frac{B}{2} \times \frac{\surd(Rr)}{r}, \quad s = \text{tang.} \frac{B'}{2} \times \frac{\surd(Rr)}{r}.$$

L'angle B est entre 90^d & 180^d; l'angle $\frac{B}{2}$ est moindre que 90 degrés, & sa tangente est positive; la valeur de s correspondante est positive.

L'angle B' est entre 270^d & 360^d; l'angle $\frac{B'}{2}$ est entre 90^d & 180^d, sa tangente est négative, ainsi que la valeur de s correspondante.

$M' = + 269803$.
$N' = - 182339$.
$P = + 433600$.
$Q' = - 142836$.
$R' = + 144722$.

Logarithme $\begin{cases} M' = 10,4310467. \\ N' = 10,2608791. \\ P = 10,6370893. \\ Q' = 10,0548365. \\ R' = 10,1605336. \\ \surd(R'r) = 10,0802668. \end{cases}$

Puisque Q' est négatif & R' positif, l'équation qui résout le Problème est

$$s^2 - 2Q's + R'r = 0.$$

Si je compare cette équation avec les équations générales du second degré, je vois que, dans le cas particulier que je discute, on a

$$\text{Sinus} \begin{Bmatrix} B \\ B' \end{Bmatrix} = \frac{r\surd(R'r)}{Q'}.$$

$$s = \text{tang.} \frac{B}{2} \times \frac{\surd(R'r)}{r}, \quad s = \text{tang.} \frac{B'}{2} \times \frac{\surd(R'r)}{r}.$$

Comme $\surd(R'r)$ surpasse Q', on a une expression du sinus des angles B, B', plus grande que le rayon; les racines de l'équation sont donc imaginaires.

$+ 19,6567754$...log. $r\surd(Rr)$.
$- 9,1476697$...log. Q.
$10,5091057$...log. tang. $\begin{Bmatrix} B \\ B' \end{Bmatrix}$

$B = 107^d\ 12'\ 22''$.
$\frac{B}{2} = 53.\ 36.\ 11.$
$+ 10,1324255$...log. tang. $\frac{B}{2}$.
$+ 9,6567754$...log. $\surd(Rr)$.
$9,7892009$...log. s.
s positive.
Latitude corrigée $= 37^d\ 59'\ 8''$.

$B' = 287^d\ 12'\ 22''$.
$\frac{B'}{2} = 143.\ 36.\ 11.$
$+ 9,8675743$...log. tang. $\frac{B'}{2}$.
$+ 9,6567754$...log. $\surd(Rr)$.
$9,5243497$...log. s.
s négative.
Latitude corrigée $= 19^d\ 32'\ 23''$.

Si l'on porte ſucceſſivement dans les équations du §. 80; le ſinus de + 37d 59′ 8″, on verra que cette valeur rend nulles les équations qui répondent au coucher du Soleil & à la phaſe boréale, la ſolution appartient donc au coucher du Soleil & à la phaſe boréale. Par une raiſon ſemblable, la latitude de 19d 32′ 23″ auſtrale, appartient à la phaſe boréale & au lever du Soleil.

(82.) Si le lieu qui obſerve une plus grande phaſe au lever ou au coucher du Soleil, coïncidoit avec celui qui obſerve cette phaſe au lever ou au coucher de cet aſtre, lorſque d'ailleurs la ligne des centres eſt perpendiculaire à l'orbite relative; le Problème propoſé dans cette ſection ſeroit entièrement réſolu, on auroit en nommant S la latitude déterminée par les précédens calculs,

Latitude corrigée qui ſatisfait au Problème $= S$.

Mais cette expreſſion n'eſt pas exacte, il faut donc ajouter un nouveau terme dS, que l'on déterminera de la manière ſuivante.

Pour trouver l'expreſſion de dS, je remarque que j'aurois facilement cette valeur ſi je connoiſſois; 1.° l'excès de la phaſe obſervée ſous le parallèle S au lever ou au coucher du Soleil, ſur la phaſe que je calcule; 2.° la loi qui règne entre la variation de la latitude du parallèle & la variation correſpondante des plus courtes diſtances viſibles au lever ou au coucher du Soleil. Examinons quel ſecours nos méthodes fourniſſent pour réſoudre ces queſtions.

Détermination de la quantité d S.

(83.) Soit

λ la tangente { des plus courtes diſtances des centres viſibles au lever ou au coucher du Soleil.

& conſervons d'ailleurs toutes les autres définitions du §. 78.

Année 1765. J'ai démontré dans mon 3.e *Mémoire*, que l'on a en général

$$\frac{r\xi}{\pi\zeta} \times \lambda = A \times \frac{\sqrt{(C^2 + D^2)}}{C};$$

donc

$$\frac{r\xi}{\pi\zeta}\, d\lambda = dA\, \frac{\sqrt{(C^2 + D^2)}}{C} + \frac{AD}{C^2} \left(\frac{CdD - DdC}{\sqrt{(C^2 + D^2)}}\right).$$

Soit maintenant K un angle tel que tangente $K = \frac{rC}{D}$, & par conséquent

$$\frac{\sqrt{(C^2 + D^2)}}{C} = \frac{r}{\text{finus } K}; \quad \frac{\sqrt{(C^2 + D^2)}}{D} = \frac{r}{\text{cofinus } K};$$

dS' l'accroiffement de la latitude, exprimé en arc de cercle;

dS l'accroiffement de la latitude, exprimé en fecondes de degré;

206265 le nombre de fecondes de degré que contient le rayon du cercle; & par conféquent $rdS - 206265'' dS' = 0$.

Lever du Soleil.	*Coucher du Soleil.*
$X = \frac{\phi c}{q} - \frac{H\omega cs}{fqr}$.	$X = \frac{\phi c}{q} + \frac{H\omega cs}{fqr}$.
$Y = \frac{\omega c}{q} + \frac{H\phi cs}{fqr}$.	$Y = \frac{\omega c}{q} - \frac{H\phi cs}{fqr}$.

Puifque (*Trigon. rectiligne*) $cdS' - rds = 0$, & que d'ailleurs $rfdf + Hsds = 0$;

$$dA = -\frac{XdS'}{r} = -\frac{XdS}{206265''}; dD = \frac{pY}{r} \times \frac{dS}{206265''}; dC = \frac{pX}{r} \times \frac{dS}{206265''};$$

les équations précédentes deviendront

$$\frac{r\xi}{\pi\zeta} \times \lambda - \frac{Ar}{\text{finus } K} = 0,$$

$$206265'' \times \frac{r\xi}{\pi\zeta} d\lambda + dS \left[\frac{rX}{\text{finus } K} - \frac{pA \times \text{cofinus } K}{rC^2} \times \left(\frac{CY}{r} - \frac{DX}{r}\right)\right] = 0.$$

Dans l'évaluation des quantités A, C, D, X, Y, fi l'on emploie les valeurs de c & de s, correfpondantes au parallèle S, & que l'on fubftitue à $\frac{r\xi}{\pi\zeta} d\lambda$ une quantité Δ égale à l'excès de la valeur numérique de $\frac{Ar}{\text{finus } K}$ fur L, on aura

$$dS = \frac{206265'' \Delta}{\frac{pA \times \text{cofinus } K}{rC^2} \times \left(\frac{DX}{r} - \frac{CY}{r}\right) + \frac{rX}{\text{finus } K}};$$

& la latitude corrigée qui fatisfait au Problème propofé dans la fection préfente, aura pour expreffion

Latitude corrigée $= S + dS$.

Lorfque l'on connoît la latitude du lieu qui fatisfait au Problème;

la détermination, de l'heure que l'on compte dans le lieu à l'instant du phénomène, du nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction, & conséquemment de la longitude du lieu, n'est qu'une application particulière du cas général: je renvoie à ce cas général, *3.e Mém. articles 5 & 6.* *Année 1765.*

(84.) Dans l'usage des formules précédentes, on aura soin de donner à A, C, D, X, Y, le signe qui leur convient, relativement aux données pour lesquelles on calcule: je n'ai rien à ajouter à ce que j'ai dit à ce sujet dans les *premiers paragraphes* de ce Mémoire. Je ne dois parler que des nouvelles grandeurs introduites dans les formules.

S doit être positive si le lieu déterminé par l'équation du *§. 79*, est situé dans l'hémisphère boréal; S doit être négative si le lieu est situé dans l'hémisphère austral.

La tangente de l'angle K est déterminée par la fraction $\frac{rC}{D}$. Si C & D sont tous deux positifs, l'angle doit être pris entre 0^d & 90^d, son sinus & son cosinus sont positifs: si C est positif & D négatif, l'angle doit être pris entre 90^d & 180^d, son sinus est positif & son cosinus négatif: si C & D sont tous deux négatifs, l'angle doit être pris entre 180^d & 270^d, son sinus & son cosinus sont négatifs; si C est négatif & D positif, l'angle doit être pris entre 270^d & 360^d, son sinus est négatif & son cosinus positif.

Δ est toujours positif.

dS doit avoir le signe déterminé par l'équation du *§. 83*, qui donne sa valeur.

(85.) Appliquons le calcul à l'Éclipse du 1.er Avril 1764. La première des équations du *§. 79* donnoit deux latitudes; l'une de $19^d\ 32'\ 23''$ australe, appartenoit au lever du Soleil; l'autre de $37^d\ 59'\ 8''$ boréale, appartenoit au coucher de cet astre: nous avons donc deux valeurs différentes de dS à déterminer. Nous nous contenterons de donner le type du calcul pour la latitude australe de $19^d\ 32'\ 23''$.

$$S = -19^d\ 32'\ 23''.$$

$s = -$ sin. $19^d\ 32'\ 23''$

$c = +$ cosin. 19. 32. 23.

$H = +\ 101125.$

$f = +\ 94397.$

$A = +\ 57035.$

$C = +\ 195154.$

$D = -\ 8325.$

$X = +\ 99217.$

$Y = +\ 15766.$

Sin. $K =$ sin. $92^d\ 26'\ 35''$ positif.

Cosin. $K =$ cosin. 92. 26. 35. négatif.

$L = +\ 57037.$

$\frac{Ar}{\text{Sin. } K} = 57087.$

$\Delta = +\ 56.$

$\frac{rX}{\text{Sin. } K} = +\ 99307.$

Log.

$s = 9{,}5243438.$

$c = 9{,}9742400.$

$H = 10{,}0048586.$

$f = 9{,}9749608.$

$A = 9{,}7561414.$

$C = 10{,}2903772.$

$D = 8{,}9203842.$

$X = 9{,}9965861.$

$Y = 9{,}1977214.$

Sin. $K = 9{,}9996050.$

Cos. $K = 8{,}6296790.$

$\Delta = 6{,}7481880.$

$206265''\Delta = 12{,}0626136.$

$$\frac{pA \times \text{cosin.} K}{rC^2} \times \left(\frac{DX}{r} - \frac{CY}{r}\right) = +\ 12.$$

$$\frac{rX}{\text{sinus } K} + \frac{pA \times \text{cosin.} K}{rC^2} \times \left(\frac{DX}{r} - \frac{CY}{r}\right) = +\ 99319.$$

$$\text{Log.}\ \frac{rX}{\text{sinus } K} + \frac{pA \times \text{cosin.} K}{rC^2} \times \left(\frac{DX}{r} - \frac{CY}{r}\right) = 9{,}9970323.$$

$$dS = +\ 1'\ 56''.$$

Latitude corrigée qui satisfait au Problème $= \begin{cases} -19^d\ 32'\ 23'' \\ +\ 0.\ \ 1.\ \ 56 \\ \hline 19.\ 30.\ 27 \end{cases}$

$0.\ \ 6.\ \ 6$ (§. 7).

Latitude vraie $=$ 19. 36. 33 Australe.

On comptoit dans ce lieu $6^d\ 6'\ 48''$ du matin lors du phénomène; sa longitude est de $33^d\ 56'\ 11''$ occidentale.

On trouveroit par un ſemblable calcul, que le lieu qui a obſervé au coucher du Soleil un contact des limbes boréal du Soleil & auſtral de la Lune, cette phaſe étant d'ailleurs un *minimum* de diſtances des centres, eſt ſitué ſous le parallèle boréal de $38^d\ 10'\ 43''$, avec une longitude orientale de $88^d\ 13'\ 12''$.

ARTICLE II.

Comparaiſon ſommaire des réſultats de mes méthodes, avec les réſultats trouvés par les méthodes ordinaires.

(86.) Je dois prévenir des objections que l'on pourroit faire contre quelques-unes de mes méthodes. Pourquoi, dira-t-on, réſoudre avec beaucoup de calcul des Problèmes réſolus plus ſimplement avec une exactitude ſuffiſante. Cette objection eſt-elle auſſi réelle qu'on pourroit ſe le perſuader? La longueur des calculs ne ſeroit-elle pas au contraire tellement inhérente à la queſtion, qu'il eſt impoſſible de l'éluder & de ſe flatter d'avoir réſolu véritablement le Problème. Pour éclaircir cette difficulté, je vais mettre ſous les yeux quelques réflexions tirées du fond même de la ſolution; je joindrai enſuite, relativement à une queſtion que l'on croyoit réſolue, la comparaiſon des réſultats conclus de mes méthodes avec les réſultats trouvés par les méthodes ordinaires.

(87.) Je n'entreprendrai pas de diſcuter ſi dans les Problèmes d'Aſtronomie, la méthode analytique eſt préférable à la méthode trigonométrique: quelques Auteurs ont cru que ce ſeroit rendre ſervice à l'Aſtronomie de la délivrer du beſoin de la Trigonométrie ſphérique; on ſait ce que M.rs de Louville & de Maupertuis penſoient à ce ſujet. Sans entrer dans cette queſtion, j'oſerois preſqu'affirmer que la plupart des Problèmes que j'ai réſolus, & qui n'avoient pas même encore été propoſés, ſe réſoudroient difficilement par les méthodes trigonométriques. Je ſuis parti d'une équation fondamentale qui exprime à un inſtant & pour un lieu quelconques, la diſtance apparente des centres du Soleil & de la Lune; cette équation n'eſt pas plus compliquée dans l'hypothèſe de la Terre elliptique que dans l'hypothèſe de la Terre ſphérique; & s'il manquoit un ſeul terme, il ſeroit aiſé

de

de démontrer *à priori*, que l'équation ne seroit pas complette. Dans chaque cas j'ai employé les transformations les plus simples que la nature du Problème m'a paru indiquer ; j'ai donc de la peine à me persuader que mes formules n'aient pas toute la simplicité dont la question soit susceptible.

(88.) Comparons maintenant mes méthodes avec les méthodes ordinaires, & pour fixer davantage nos idées, arrêtons-nous au problème fondamental de tout calcul d'Éclipse, c'est-à-dire à la détermination de la distance apparente des centres du Soleil & de la Lune pour un lieu & à une heure quelconques : je choisis ce Problème, attendu qu'un petit nombre seulement des questions que j'examine ayant été résolues, j'ai peu d'objets de comparaison. Suivant les méthodes ordinaires, on commence par résoudre le Problème dans l'hypothèse de la Terre sphérique ; on a ensuite des équations de correction pour ramener le résultat à l'hypothèse de la Terre elliptique. Je rends avec plaisir hommage aux Auteurs de ces formules ; elles sont sensiblement exactes, vu le peu d'excentricité du globe que nous habitons, & la distance de la Lune à la Terre ; mais il faut convenir en même-temps qu'elles ne sont pas rigoureuses. Imaginons un autre sphéroïde, ou une planète qui soit plus proche de la Terre que l'Astre qui nous sert de satellite ; toutes ces méthodes de correction deviennent inexactes : mes méthodes au contraire sont rigoureuses dans une hypothèse quelconque d'ellipticité & de distance de la planète à la Terre ; ce mérite doit sans doute entrer en ligne de compte aux yeux du Géomètre. J'ajoute que les méthodes de correction sont absolument inutiles ; en effet, lorsque sans compliquer le calcul, on peut parvenir à un résultat rigoureux, pourquoi chercher un résultat erroné que l'on est ensuite obligé de corriger ? Au reste, abstraction faite de tout raisonnement, si l'on vouloit juger de la plus grande simplicité des méthodes, & comparer calcul à calcul, la justice exigeroit que l'on écartât dans cette comparaison l'usage de ces différentes Tables que l'on trouve dans quelques ouvrages d'Astronomie, & qui ne sont que des résultats trouvés d'avance ; il faudroit au moins examiner si mes formules ne sont pas susceptibles d'un aussi grand nombre de simplifications analogues.

(89.) Le moyen que j'ai employé pour arriver directement à un résultat simple & exact, a été de désigner chaque point du globe, non par sa latitude (cette désignation, toujours employée jusqu'ici, auroit compliqué les calculs), mais par une certaine fonction de la latitude, qui n'avoit encore été considérée par personne. Je dois à cette idée absolument neuve la simplification des méthodes analytiques; j'oserois presque assurer que je suis parvenu par-là à la plus grande simplicité dont le Problème soit susceptible. S'il pouvoit rester quelque doute sur cette assertion, j'inviterois à substituer dans les formules, à ce que j'appelle *la latitude corrigée*, une autre quantité quelconque, & à vérifier si les méthodes ne seroient pas essentiellement plus compliquées. Je donnerai dans la suite de cet ouvrage la démonstration rigoureuse de cette proposition.

(90.) Ce seroit également juger avec précipitation que d'imaginer que l'expression analytique du demi-diamètre de la Lune, que j'emploie dans mes équations, puisse se déduire des méthodes ordinaires. Comme il étoit indispensable de comparer le demi-diamètre de la Lune avec la distance des centres de cet astre & du Soleil, qui se trouve exprimée en élémens solaires; j'ai été obligé de me frayer une route nouvelle, & de déterminer le demi-diamètre de la Lune en élémens du Soleil & en distances des centres du Soleil & de la Lune: j'ai cru cette remarque nécessaire pour faire juger des idées nouvelles qui se trouvent dans cette partie de mon ouvrage.

(91.) Je ne dissimulerai pas qu'il se rencontre dans quelques-unes de mes formules des termes d'une petitesse si infinie, que l'on doit les négliger dans les calculs numériques, & l'on pourroit peut-être sous ce point de vue trouver mes méthodes trop compliquées. Je réponds que quelque petits que soient ces termes, ils appartiennent géométriquement à la question proposée. On n'a donc pas dû les négliger pour avoir une solution applicable à tous les cas possibles; c'est au calculateur à examiner dans chaque circonstance particulière quels termes il peut négliger sans préjudicier à l'exactitude qu'il se propose d'atteindre; ce choix dépend & de la Planète que l'on considère & des circonstances de son

mouvement. C'eſt par un ſemblable artifice que dans les paſſages de Vénus ou de Mercure, ſur le diſque du Soleil, on peut donner à de certaines ſolutions une ſimplicité que la nature du Problème, conſidéré en général, ſemble refuſer.

(92.) On doit encore remarquer une propriété de ma méthode & qui en fait bien ſentir toute la généralité. Mes conſtructions ne ſuppoſent pas eſſentiellement que les méridiens terreſtres ſoient elliptiques. Imaginons que ces méridiens aient une figure quelconque, pourvu que cette figure ſoit ſymétrique, & que l'on puiſſe aſſigner la relation entre l'ordonnée de la courbe & l'angle du rayon oſculateur avec le grand axe, on parviendra toujours à des réſultats. S'il m'étoit permis de haſarder une comparaiſon, je dirois que le problème des Écliſes conſidéré dans cette généralité, eſt le *Problème des trois corps* de l'Aſtronomie ſphérique?

(93.) On pourroit peut-être ſubſtituer des méthodes indirectes à quelques-unes de mes ſolutions. Ces méthodes doivent en général être plus ſimples, autrement on n'auroit aucun avantage à les employer : mais ſans parler de l'eſpèce de peine que ſent tout Géomètre, à ſe ſervir d'une méthode indirecte & inexacte, lorſqu'il peut avoir une ſolution directe & rigoureuſe, il faudroit, ce me ſemble, examiner avant tout, ſi l'uſage néceſſairement multiplié de la méthode que l'on voudroit ſubſtituer, n'entraîne pas plus de calcul que l'uſage non répété de la formule plus compliquée, mais directe & rigoureuſe.

(94.) On pourroit ſous un autre point de vue regarder mes méthodes comme trop compliquées. Soit propoſé, par exemple, une queſtion du genre *de maximis & minimis ;* il eſt ſenſible que l'on parviendroit à un réſultat beaucoup plus ſimple ſi l'on conſidéroit comme conſtantes quelques-unes des variables du Problème, ou du moins ſi l'on ſuppoſoit la loi de leur variation plus ſimple qu'elle ne l'eſt en effet. Mais n'eſt-ce pas éluder la queſtion au lieu de la réſoudre? Eſt-on toujours ſûr que cette ſimplification, que la difficulté ſeule a peut-être ſuggérée, n'influe pas ſenſiblement ſur l'exactitude des réſultats? Pour mettre à portée de prononcer ſur cette matière, je vais donner, relativement à

une question que l'on croyoit résolue en Astronomie, la comparaison des résultats de mes méthodes pour l'Éclipse du 1.er Avril 1764, avec les résultats trouvés par les méthodes ordinaires. Je continuerai cette comparaison dans quelques autres Mémoires.

(95.) *Comparaison des Contacts des limbes boréal du Soleil & austral de la Lune, déterminés par la formule rigoureuse de l'*Article III de mon 5.e Mémoire, *& par les méthodes des Projections.*

Heures correspondantes sous les différens parallèles.

ANGLES de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite relative.	LATITUDES.	HEURES DÉTERMINÉES par les Formules rigoureuses de l'*Article III* du 5.eme *Mémoire.*	HEURES DÉTERMINÉES par les MÉTHODES des Projections.	DIFFÉRENCES.
— 0d 0' 0"	20d 5' 47" A.	5h 25' 12"	5h 25' 12"	0' 0"
Lever du ☉.	19. 36. 33	6. 6. 48 du matin.		
— 4. 0. 0	18. 51. 52	6. 30. 36	6. 32. 36 du matin.	2. 0
— 8. 0. 0	16. 0. 3	7. 24. 45	7. 30. 0	5. 15
— 12. 0. 0	12. 0. 38	8. 12. 21	8. 20. 59	8. 38
— 16. 0. 0	6. 57. 15	8. 57. 36	9. 10. 10	12. 34
— 20. 0. 0	0. 15. 25	9. 47. 3	10. 4. 0	16. 57
— 22. 0. 0	4. 36. 49 B.	10. 20. 2	10. 39. 56	19. 54
— 23. 0. 0	8. 32. 30	10. 46. 22	11. 7. 48	21. 26
— 23. 0. 0	16. 56. 53	11. 46. 6	0. 8. 20 du soir.	22. 14
— 22. 0. 0	20. 24. 48	0. 13. 40 du soir.	0. 34. 57	21. 17
— 20. 0. 0	24. 22. 34	0. 48. 53	1. 8. 2	19. 9
— 16. 0. 0	29. 25. 44	1. 42. 24	1. 57. 30	15. 6
— 12. 0. 0	33. 2. 50	2. 30. 57	2. 41. 20	10. 23
— 8. 0. 0	35. 51. 40	3. 21. 21	3. 27. 42	6. 21
— 4. 0. 0	37. 52. 24	4. 17. 46	4. 20. 7	2. 21
— 0. 0. 0	38. 42. 52	5. 25. 12	5. 25. 12	0. 0
Coucher du ☉.	38. 10. 43	6. 15. 0		

Longitudes correspondantes sous les différens parallèles.

LATITUDES.	LONGITUDES DÉTERMINÉES par mes Méthodes.	LONGITUDES DÉTERMINÉES par les Méthodes des Projections.	DIFFÉRENCES.
20d 5′ 47″ A.	45d 29′ 0″ *occid.*	45d 29′ 0″ *occid.*	0d 0′ 0″
19. 36. 33	33. 56. 11	Lever du Soleil.	
18. 51. 52	27. 20. 35	28. 10. 43	0. 50. 8
16. 0. 3	14. 28. 0	15. 40. 55	1. 12. 55
12. 0. 38	4. 9. 7	5. 59. 16	1. 50. 9
6. 57. 15	4. 20. 15 *orient.*	1. 52. 22 *orient.*	2. 27. 53
0. 15. 25	12. 10. 30	9. 7. 10	3. 3. 20
4. 36. 49 B.	16. 32. 16	13. 21. 25	3. 10. 51
8. 32. 30	19. 38. 2	16. 21. 25	3. 16. 37
16. 56. 53	25. 56. 10	22. 22. 33.	3. 33. 37
20. 24. 48	28. 47. 37	25. 32. 57	3. 14. 40
24. 22. 34	32. 29. 30	29. 36. 13	2. 53. 17
29. 25. 44	38. 44. 2	36. 31. 42	2. 12. 20
33. 2. 50	45. 17. 20	43. 34 3	1. 43. 17
35. 51. 40	53. 4. 27	51. 55. 35	1. 8. 52
37. 52. 24	62. 40. 7	62. 23. 43	0. 16. 24
38. 42. 52	76. 47. 30	76. 47. 30	0. 0. 0
38. 10. 43	88. 13. 12	Coucher du Soleil.	

Distances à la conjonction sous les différens parallèles.

LATITUDES.	DISTANCES À LA CONJONCTION déterminées par mes Méthodes.	DISTANCES À LA CONJONCTION déterminées par les Méthodes des Projections.	DIFFÉR.
20d 5′ 47″ A.	— 2h 4′ 16″	— 2h 4′ 16″	0′ 0″
16. 0. 3	— 2. 8. 46	— 1. 58. 39	10. 7
12. 0. 38	— 2. 2. 26	— 1. 46. 26	16. 0
6. 57. 15	— 1. 51. 18	— 1. 28. 42	22. 36
0. 15. 25	— 1. 33. 2	— 1. 3. 36	29. 26
4. 36. 49 B.	— 1. 17. 30	— 0. 44. 14	33. 16
8. 32. 30	— 1. 3. 33	— 0. 28. 21	35. 12
16. 56. 53	— 0. 29. 2	+ 0. 6. 47	35. 49
20. 24. 48	— 0. 12. 45	+ 0. 21. 22	34. 7
24. 22. 34	+ 0. 7. 32	+ 0. 38. 14	30. 42
29. 25. 44	+ 0. 36. 5	+ 1. 0. 0	23. 55
33. 2. 50	+ 0. 58. 33	+ 1. 15. 41	17. 8
35. 51. 40	+ 1. 17. 42	+ 1. 28. 37	10. 55
38. 42. 52	+ 1. 46. 39	+ 1. 46. 39	0. 0

(96.) On voit par ces calculs que la véritable courbe du contact des limbes boréal du Soleil & auſtral de la Lune, s'eſt étendue depuis les côtes du Breſil juſqu'aux déſerts de la Tartarie: elle a traverſé l'Océan atlantique entre le tropique du Capricorne & l'Équateur, a rencontré l'Afrique vers le nord de la baſſe Guinée, a traverſé l'intérieur de l'Afrique, les déſerts de Geth, la Nubie, la haute Égypte, la partie boréale de la mer rouge & de l'Arabie heureuſe, l'Arabie déſerte, la Perſe, la Tartarie.

(97.) Il eſt aiſé de remarquer que les courbes des contacts, déterminées par mes méthodes & par les méthodes des projections, diffèrent ſenſiblement entr'elles. La véritable courbe eſt extérieure à celle donnée par la méthode des projections, de ſorte que la ſomme des Pays qui peuvent voir l'Écliple, eſt plus grande que ne l'indiquent les méthodes ordinaires; l'heure que l'on compte dans le lieu, l'inſtant phyſique du phénomène, la longitude ſous les divers parallèles terreſtres, tout eſt différent. Sous le dix-ſeptième parallèle boréal, par exemple, les points correſpondans des deux courbes ſont éloignés entr'eux d'environ $3^d\ 30'$, c'eſt-à-dire de plus de 80 lieues. Cette remarque démontre combien on pourroit être induit en erreur par les méthodes des projections.

(98.) La Table du *§. 95* peut encore ſervir à un autre uſage. Rien de plus ſimple en effet que d'avoir tant de points intermédiaires que l'on voudra de la véritable courbe des contacts, au moyen de cette Table.

Soit $\frac{d}{b'} = \frac{\text{ſinus (demi-diamètre horizontal de la Lune)}}{\text{ſinus (parallaxe horizontale polaire)}}$.

∂ = coſinus (ſomme du demi-diam. du ☉ & du demi-diam. horiz. de la ☾),

σ = ſinus } demi-diamètre du Soleil.
τ = coſin. }

τ' = coſinus (demi-diamètre horizontal de la Lune).

$\delta = \frac{c'}{b'} \times \frac{\pi}{r} \times$ coſinus (parallaxe horizontale polaire).

Si l'on veut avoir égard à l'inflexion des rayons ſolaires;

Soit ϑ, la quantité dont on suppose infléchis les rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune, on fera

$$\sigma = \text{sinus} \left(\text{demi-diamètre du Soleil} - \vartheta \right).$$

J'ai fait voir (*5e Mém. §. 46 & 48*), que l'on a pour déterminer l'heure que l'on compte dans les différens points de la Terre qui observent un contact extérieur des limbes, lorsque le centre de la Lune & la projection de l'observateur se trouvent dans la perpendiculaire à l'orbite *Année 1767.*

$$\pm \frac{\sigma\tau'\xi r}{\partial\pi\zeta} \mp \frac{\sigma\tau' p s}{\partial\zeta r} \mp \frac{\sigma\tau' c p q h}{\partial\zeta r^{2}} \pm \frac{\delta\tau r}{\pi\zeta} - \frac{\psi l}{\zeta} + \frac{q s \varphi}{r^2} - \frac{c g \rho\omega}{r^3} - \frac{c h p \rho\varphi}{r^2} = 0;$$

Si l'on suppose

Contact du limbe boréal du Soleil & du limbe austral de la Lune.

$$\overset{(P1,)}{P = \frac{\rho\omega}{r} \times \frac{e}{r}}$$

$$Q = + \overset{(Q1,)}{\left(\frac{p\rho\varphi}{r^2} + \frac{\sigma\tau'\rho q}{\partial\zeta r} \right) \times \frac{e}{r}}$$

$$R = \overset{(R1)}{+ \frac{\sigma\tau'\xi r}{\partial\pi\zeta}} \overset{(R2)}{+ \frac{\delta\tau r}{\pi\zeta}} \overset{(R3)}{- \frac{\psi l}{\zeta}} \overset{(R4,)}{\pm \left(\frac{q\varphi}{r} - \frac{\sigma\tau' p}{\partial\zeta} \right) \times \frac{s}{r}};$$

Contact du limbe austral du Soleil & du limbe boréal de la Lune.

$$\overset{(P1,)}{P = \frac{\rho\omega}{r} \times \frac{e}{r}}$$

$$Q = + \overset{(Q1,)}{\left(\frac{p\rho\varphi}{r^2} - \frac{\sigma\tau'\rho q}{\partial\zeta r} \right) \times \frac{e}{r}}$$

$$R = \overset{(R1)}{- \frac{\sigma\tau'\xi r}{\partial\pi\zeta}} \overset{(R2)}{- \frac{\delta\tau r}{\pi\zeta}} \overset{(R3)}{- \frac{\psi l}{\zeta}} \overset{(R4.)}{\pm \left(\frac{q\varphi}{r} + \frac{\sigma\tau' p}{\partial\zeta} \right) \times \frac{s}{r}};$$

L'équation précédente deviendra

$$Pg + Qh - Rr = 0;$$

d'où l'on tire, en nommant *H* un angle aigu & poſitif dont la tangente égale $\frac{Qr}{P}$,

$$\text{Sinus (angle horaire demandé} + \text{angle } H) = \frac{R \times \text{cofinus } H}{P}.$$

Je ne m'étendrai point ſur l'uſage de cette formule, ſur les attentions qu'il faut avoir en calculant, & ſur les facilités de calcul que l'on peut ſe procurer; je renvoie à ce qui a été dit à ce ſujet dans mon 5.e *Mém. §. 55 & ſuivans.* *Année 1767.*

(99.) Soit propoſé, par exemple, de déterminer ſous l'Équateur le lieu particulier qui a obſervé le contact du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune. Je remarque que tout ſe réduit à déterminer l'heure que l'on comptoit dans le lieu qui a obſervé le phénomène ſous l'Équateur, puiſque *(5.e Mém. §. 67)*, lorſque l'on connoît la latitude & l'heure que l'on compte dans le lieu à l'inſtant du phénomène, rien de plus ſimple que de déterminer la longitude correſpondante. Je cherche en conſéquence dans la Table du *§. 95* les heures déterminées par la formule rigoureuſe pour les deux latitudes, entre leſquelles eſt compris l'Équateur; je calcule pour les mêmes latitudes les heures données par la formule du *paragraphe précédent ;* je détermine les différences de chacun de ces réſultats, & les différences de ces différences ; je calcule enſuite par la même formule l'heure ſous l'Équateur, & je conclus l'heure qui ſeroit donnée par la formule rigoureuſe; un exemple rendra ces procédés ſenſibles.

RÉSULTAT de la Table du §. 95.

LATITUDES.	HEURES DÉTERMINÉES par la FORMULE rigoureuſe.	HEURES DÉTERMINÉES par la FORMULE du *§. 97.*	DIFFÉR.	DIFFÉR. ſeconde.
0^d 15′ 25″ Auſtr.	9^h 47′ 3″	10^h 4′ 0″	16′ 57″	2′ 57″.
4. 36. 49 Bor.	10. 20. 2	10. 39 56	19. 54	

Je

Je vois que ſous le parallèle auſtral de $0^d\ 15'\ 25''$, la formule du §. 98, donne pour l'heure un réſultat trop grand de $16'\ 57''$; que ſous le parallèle boréal de $4^d\ 36'\ 49''$, le réſultat eſt trop grand de $19'\ 54''$; d'où je conclus que ſous l'Équateur, l'heure donnée par la méthode du §. 98 ſurpaſſe de $17'\ 4''$ celle donnée par la formule rigoureuſe; donc, puiſque la méthode du §. 98 donne $10^h\ 6'\ 12''$ ſous l'Équateur, l'on comptoit réellement $9^h\ 49'\ 8''$ du matin dans le lieu, qui ſous ce parallèle a obſervé, lors de ſa plus grande phaſe, un contact du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune; la longitude de ce lieu eſt une longitude orientale de $12^d\ 0'\ 0''$.

Détermination du maximum maximorum *d'erreur de la méthode des projections.*

(100.) Dans les §. 95 & 97 j'ai développé d'une manière bien ſenſible l'erreur de la méthode des projections, relativement au contact du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune. Il me reſte à faire voir qu'il eſt encore des circonſtances plus défavorables à cette méthode que celles de l'écliple de Soleil du 1.er Avril 1764.

Pour le démontrer, je remarque que toutes choſes d'ailleurs égales, la méthode des projections eſt d'autant plus défectueuſe que la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune à l'inſtant de la plus grande phaſe, fait un plus grand angle avec la perpendiculaire à l'orbite relative de la Lune; il faut donc déterminer les circonſtances où cet angle eſt le plus grand poſſible.

(101.) Soit μ la tangente de cet angle

J'ai fait voir (*3.e Mémoire, §. 110 & 117*) que l'on a en général

$$\mu = \frac{\frac{c p \rho \varphi g}{r^3} - \frac{c \rho \omega h}{r^2}}{\frac{n r^2}{\zeta v} - \frac{c p \rho \omega g}{r^4} - \frac{c \rho \varphi h}{r^3}};$$

Que de plus l'heure correſpondante au *maximum* de cet angle ſous chaque parallèle, eſt déterminée par l'équation

$$(\omega r g + p \varphi h) \times n r - c p \rho \zeta v = 0:$$

Qu'enfin dans notre ſyſtème planétaire, quelle que ſoit la déclinaiſon du Soleil, le *maximum maximorum* de l'angle a toujours lieu ſous l'Équateur.

Il ne s'agit donc que de déterminer la déclinaiſon du Soleil correſpondante au plus grand angle poſſible ſous l'Équateur.

(102.) Si l'on ſuppoſe $c = r$, que l'on différentie l'expreſſion de μ du *paragraphe précédent*, en regardant comme variables p, φ, ω, g, h. & que l'on faſſe $d\mu = 0$, on aura (à cauſe de $g\,dg + h\,dh = 0$, $\varphi\,d\varphi + \omega\,d\omega = 0$, $p\,dp + q\,dq = 0$ $d\varphi = -\frac{\omega\Omega\,dq}{q\chi}$).

$$\left.\begin{array}{l}\left[\frac{\rho q g h}{r^2} - \frac{n\varphi g q}{\zeta v} - \frac{p\omega\Omega}{q\chi} \times \left(\frac{n p g}{\zeta v} + \frac{n\varphi r h}{\zeta v\omega} - \frac{p^2\rho g^2}{r^3\omega} - \frac{\rho h^2}{r\omega}\right)\right]\frac{dq}{p} \\ \quad + [(\omega r g + p\varphi h)n - p\rho\zeta v]\,\frac{dg}{\zeta v h}\end{array}\right\} = 0.$$

Mais l'angle de la ligne des centres ne peut être un *maximum maximorum* ſans être un *maximum*, on a donc (*§. 101*)

$$(\omega r g + p\varphi h)n - p\rho\zeta v = 0;$$

les équations qui ſatisfont à la fois à la queſtion propoſée, ſont donc

$$(\omega r g + p\varphi h) \times n - p\rho\zeta v = 0,$$

$$\frac{\rho q g h}{r^2} - \frac{n\varphi q g}{\zeta v} - \frac{p\omega\Omega}{q\chi} \times \left(\frac{n p g}{\zeta v} + \frac{n\varphi r h}{\zeta v\omega} - \frac{p^2\rho g^2}{r^3\omega} - \frac{\rho h^2}{r\omega}\right) = 0.$$

(103.) De la première des deux équations, on tire

$$g = \frac{p\rho\zeta v - n p\varphi h}{n\omega r}.$$

Si l'on porte cette valeur de g dans la ſeconde équation, on aura une troiſième équation qui ſera diviſible par la quantité p; on peut donc conclure que, toutes choſes égales, l'équinoxe eſt l'inſtant le plus déſavorable à la méthode des projections.

On doit donc conclure que les erreurs de la méthode peuvent être encore plus grandes que celles déterminées dans mon *troiſième*
Année 1765. *Mémoire*, *§. 119*, & dans le *préſent Mémoire*, *§. 95*. Si l'on vouloit calculer cette plus grande erreur, il faudroit ſuppoſer des élémens lunaires qui, le jour de l'équinoxe, donneroient un contact extérieur des limbes à midi ſous l'Équateur.

ARTICLE III.

Sur le Paſſage de Vénus ſur le diſque du Soleil.

La célébrité du paſſage de Vénus ſur le diſque du Soleil, que l'on attend le 3 Juin 1769, l'utilité dont il doit être pour fixer un des élémens les plus importans de l'Aſtronomie, *la diſtance du Soleil à la Terre*, l'intérêt général que toutes les Nations ſavantes ont pris à ce phénomène, le dernier de cette eſpèce que la génération préſente pourra obſerver, m'ont fait croire qu'il me ſeroit permis d'offrir à l'Académie l'analyſe de mes recherches ſur ce paſſage. La comparaiſon des réſultats que donne le calcul aſtronomique, avec ceux que trouveront les Obſervateurs dans les différens lieux où ils doivent ſe tranſporter, ne peut manquer d'être agréable au Public; il verra quelle utilité l'Aſtronomie peut retirer de ces ſavantes expéditions.

Je n'ignore pas que pluſieurs Aſtronomes célèbres de France, d'Angleterre, de Ruſſie & généralement de toutes les Nations ſavantes, ſe ſont occupés de recherches analogues aux miennes *; je ſaiſis avec empreſſement l'occaſion de rendre hommage à leurs travaux. J'ai vu avec plaiſir que mes principaux réſultats différoient peu de ceux qu'ils ont donnés. Il ne faut pas croire cependant que mon ouvrage ne ſoit qu'une compilation de leurs recherches. Si l'on compare leurs ſolutions à celles que je donnerai, il ſera aiſé de voir que l'énoncé de la plupart des queſtions, les principes & la forme des ſolutions ſont abſolument différens: leurs méthodes ſont pour l'ordinaire des méthodes graphiques, indirectes & non cohérentes entr'elles; mes méthodes au contraire ſont directes, analytiques, toutes dépendantes d'une ſeule & même équation fondamentale, & elles feront ſuite à ce que j'ai déjà publié ſur les Éclipſes.

Je réſerve pour d'autres Mémoires les détails géométriques de cette partie de mon ouvrage, que l'on peut regarder comme véritablement neuf. Il me ſuffit de dire en général que j'ai cherché à délivrer cette partie de l'Aſtronomie du beſoin de la Trigo-

* M.rs de la Lande, Pingré, Hornſby, Æpinus, Maſclyne, la Grange, &c.

nométrie ſphérique, & à la faire dépendre immédiatement de l'analyſe. J'ajouterai que mes méthodes ſont les ſeules qui réuniſſent l'avantage d'être à la fois directes & rigoureuſes, quelles que ſoient la diſtance de la Planète à la Terre & l'ellipticité de notre globe.

Conſtructions fondamentales.

Pour déterminer les circonſtances du paſſage de Vénus ou de Mercure ſur le diſque du Soleil, j'imagine, comme dans les éclipſes de Soleil, que par le centre de la Planète on faſſe paſſer un plan mobile perpendiculaire à l'écliptique, & dont l'interſection avec l'écliptique ſoit perpendiculaire au rayon vecteur de la Terre; que par le Soleil on faſſe paſſer un cône dont le ſommet ſoit au centre de cet aſtre, & dont la baſe ſoit les différens plans des parallèles terreſtres. Comme chaque Obſervateur attribue au Soleil le mouvement qui lui eſt propre, cet aſtre paroîtra ſe mouvoir dans l'interſection du plan de projection & du cône lumineux, tandis que le mouvement de la Planète paroîtra ſe faire dans la ligne droite, projection de la petite portion de l'orbite relative parcourue par l'aſtre pendant la durée du paſſage.

Sans entrer dans un plus grand détail ſur les conſtructions fondamentales, il eſt aiſé de voir que la ſeule différence qui ſe trouve entre les éclipſes de Soleil & les paſſages de Vénus ou de Mercure ſur le diſque de cet aſtre, conſiſte en ce que dans les éclipſes de Soleil la Planète dont on cherche à déterminer les mouvemens relatifs, a pour centre de ſes mouvemens le centre de la Terre; dans les paſſages de Vénus & de Mercure au contraire, le Soleil eſt le centre des mouvemens de ces Planètes; leurs trajectoires, ainſi que la projection de ces trajectoires ſur le plan de l'écliptique, ſont convexes vers la Terre. Les réflexions précédentes conduiſent naturellement à déterminer les changemens qu'il faut faire aux équations déjà démontrées pour les appliquer aux paſſages de Vénus & de Mercure ſur le diſque du Soleil.

On ſait que l'orbite de Mercure eſt fort excentrique. Quelques Aſtronomes ont remarqué que dans de certaines poſitions de cet aſtre, lorſque ſur-tout le paſſage ſur le diſque du Soleil dure un

temps considérable, les mouvemens héliocentriques de la Planète & les rapports des distances, de la Terre & de la Planète au Soleil, varient d'une manière assez sensible pour entrer en ligne de compte. Je n'ai eu garde de négliger une semblable attention qui n'apporte aucune complication dans les formules. Je fais voir d'après le principe de la *proportionnalité des aires au temps*, qu'il ne s'agit que de changer le coëfficient d'un terme de l'équation; je parviens donc à démontrer l'équation fondamentale de l'ouvrage, ou plutôt je reprends celle des éclipses de Soleil, en y faisant les changemens indiqués par la théorie.

Équation aux lignes des Phases simultanées.

Je commence d'abord par déterminer l'équation aux courbes que j'appelle *lignes des phases simultanées*. J'entends par ces lignes le lieu géométrique qui détermine les différens points de la Terre pour lesquels la distance des centres du Soleil & de la Planète est d'une certaine quantité assignée au même instant physique. La détermination de ces points peut mériter quelqu'attention, sur-tout dans les éclipses de Soleil. Supposons en effet une éclipse avec demeure dans l'ombre; c'est sans doute un objet de curiosité intéressant de connoître à un instant quelconque quels lieux de la Terre sont dans les ténèbres, & de déterminer l'intersection du conoïde variable d'ombre avec notre globe.

La solution du Problème présente des difficultés de plusieurs espèces. En effet, si l'on envisage la question géométriquement, il s'agit d'avoir l'équation à l'intersection d'un conoïde mobile avec notre globe supposé elliptique. La question exige de plus que l'on ait égard à la variation du diamètre de la Lune, relativement à sa hauteur sur les différens horizons: on peut imaginer outre cela que les rayons solaires s'infléchissent en passant près de la Lune. Mais si les difficultés sont grandes, les objets de curiosité sont intéressans, supposons en effet la distance des centres égale à la somme des demi-diamètres du Soleil & de la Lune, la ligne indiquera les différens points de notre globe qui observeront en même temps le contact extérieur des limbes; si l'on

ſuppoſe au contraire la diſtance des centres égale à la différence des demi-diamètres du Soleil & de la Lune, on déterminera rigoureuſement les limites qui comprennent tous les lieux de la terre où l'Éclipſe ſera totale, ou annulaire dans le même inſtant. Quels ſecours de pareilles méthodes, qui réuniſſent l'avantage d'être directes & rigoureuſes, n'offrent-elles pas pour éclaircir les différentes queſtions phyſiques que l'Aſtronomie moderne s'eſt propoſée, relativement à la propagation de la lumière, ſa décompoſition dans l'atmoſphère, ſon inflexion en paſſant près de la Lune?

Si lors des éclipſes de Soleil, il peut être utile d'avoir l'équation aux lignes des *phaſes ſimultanées,* il eſt ſenſible que cette équation n'eſt pas moins intéreſſante pour les paſſages de Vénus & de Mercure ſur le diſque du Soleil. C'eſt avec cette formule que l'on peut tracer rigoureuſement, quelle que ſoit l'ellipticité de la Terre & la diſtance de la Planète, une carte ſemblable à celle que M. de la Lande a publiée ſur le paſſage de Vénus.

L'équation aux lignes des *phaſes ſimultanées* préſente encore un autre objet d'utilité. Pluſieurs Aſtronomes ont remarqué que les éclipſes de Soleil, les paſſages de Vénus & de Mercure, peuvent jeter un grand jour ſur les queſtions phyſiques relatives à la lumière. Les méthodes qu'ils recommandent conſiſtent à comparer la poſition apparente du point du diſque du Soleil qui commence à être entamé par la Lune, Vénus ou Mercure, ou qui ſe dégage le dernier de deſſous ces Planètes, avec la poſition donnée par le calcul. Il eſt donc utile d'avoir une méthode qui donne directement & rigoureuſement tous les lieux de la Terre relativement auxquels l'aſtre doit paroître entamer le Soleil par le même point du diſque, ſoit pour choiſir les lieux les plus favorables aux obſervations, ſoit pour déterminer combien les cauſes phyſiques ont altéré des réſultats qui euſſent été ſemblables. Rien de plus facile que la ſolution de ces problèmes; ce n'eſt qu'un cas particulier des *phaſes ſimultanées.*

Je ne puis paſſer ſous ſilence une attention que la forme des équations aux *phaſes ſimultanées* rend indiſpenſable, ſur-tout lors des paſſages de Vénus & de Mercure ſur le diſque du Soleil.

Ces équations sont composées de deux parties, l'une renferme l'expression de la latitude du lieu, l'autre contient l'expression de la longitude. La donnée du problème (& l'équation me paroît insoluble sous toute autre forme), la donnée, dis-je, est l'angle de la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Planète, avec la perpendiculaire à l'orbite relative. Lors des éclipses de Soleil, cet angle peut, généralement parlant, avoir toutes sortes de valeurs, de manière qu'en supposant arbitrairement un angle quelconque, il est probable que l'on aura une expression réelle de la latitude. Lors des passages de Vénus & de Mercure il n'y a au contraire qu'un petit nombre d'angles qui donne des latitudes réelles; il est donc nécessaire, pour éviter des calculs inutiles, de déterminer à chaque instant physique la limite de ces angles. Tel est l'objet d'un Problème que je résous.

Si l'on détermine les différentes lignes des *phases simultanées* correspondantes aux différens instans physiques, il est aisé de voir que ces courbes sont d'abord imaginaires, puis réelles pendant quelque temps, qu'elles redeviennent ensuite imaginaires, & que lors du passage de l'état imaginaire à l'état réel, elles sont concentrées dans un seul point. Ces points singuliers sont intéressans à connoître, puisque par la nature de la question, ce sont les lieux de la Terre qui observent les premiers & les derniers le phénomène que l'on calcule. La solution du Problème présente des difficultés dans l'hypothèse de la Terre elliptique, qui disparoissent si l'on suppose la Terre sphérique: ces difficultés naissent de deux causes différentes; les rayons terrestres ne sont plus égaux entr'eux, les lignes qui joignent les centres du Soleil & de la Lune à l'instant du phénomène, ne sont plus dirigées vers la projection du centre de la Terre. Pour éviter la longueur des calculs, sans rien perdre de l'exactitude des résultats, je commence par résoudre le Problème dans l'hypothèse de la Terre sphérique; je regarde ce premier calcul comme une simple approximation, propre cependant à déterminer avec une exactitude suffisante, des quantités qui permettent d'employer les formules rigoureuses dans l'hypothèse elliptique.

*Premiers & derniers contacts des limbes lors du passage de Vénus, du 3 Juin 1769 *.*

Le lieu qui verra le premier contact extérieur des limbes du Soleil & de Vénus, est un lieu plus oriental que Paris de $6^d\ 31'\ 59''$, avec une latitude boréale de $46^d\ 21'\ 41''$; le phénomène arrivera au coucher du Soleil, $2^h\ 55'\ 38''$ avant la conjonction, c'est-à-dire lorsqu'il sera à Paris $7^h\ 14'\ 15''$ du soir; ce lieu est situé dans le pays des Grisons vers le mont S.t-Gothard.

Le lieu qui verra le dernier, Vénus entrer sur le Soleil, est un lieu plus occidental que Paris de $171^d\ 46'\ 33''$, avec une latitude australe de $51^d\ 3'\ 39''$; le phénomène arrivera au lever du Soleil, $2^h\ 41'\ 8''$ avant la conjonction, c'est-à-dire lorsqu'il sera à Paris $7^h\ 28'\ 45''$ du soir: ce lieu est situé vers les Terres australes de la mer du Sud.

Le lieu qui verra le premier, Vénus sortir du Soleil, est un lieu plus occidental que Paris de $123^d\ 4'\ 4''$, avec une latitude australe de $21^d\ 3'\ 3''$; le phénomène arrivera au coucher du Soleil, $3^h\ 26'\ 1''$ après la conjonction, c'est-à-dire lorsqu'il sera à Paris $1^h\ 35'\ 54''$ du matin le 4 Juin: ce lieu est situé dans la mer du sud vers les îles de Quiros.

Le lieu qui verra le dernier contact extérieur des limbes, est un lieu plus oriental que Paris de $53^d\ 2'\ 15''$, avec une latitude boréale de $21^d\ 45'\ 42''$; le phénomène arrivera au lever du Soleil, $3^h\ 40'\ 53''$ après la conjonction, c'est-à-dire lorsqu'il sera à Paris $1^h\ 50'\ 46''$ du matin le 4 Juin: ce lieu est situé sur les côtes orientales de l'Arabie.

Comme Paris n'est pas éloigné du point de la Terre, qui verra le premier, Vénus entrer sur le Soleil; cette ville, sans être le mieux située qu'il est possible pour l'observation du passage, l'est très-avantageusement pour observer les premiers contacts extérieurs & intérieurs des limbes. Je fais abstraction de la proximité de l'horizon qui pourra jeter quelqu'incertitude sur cette observation.

* Dans ces calculs j'ai fait usage des données qui se trouvent dans la Connoissance des Temps de 1769.

De

De la durée abſolue de l'Éclipſe ſur la Terre; du rapport de cette durée avec l'ellipticité de notre globe; & de l'heure du commencement & de la fin de l'Éclipſe, vus du centre de la Terre.

Puiſque j'ai déterminé le lieu qui verra le premier & le dernier contact extérieur des limbes, & l'inſtant phyſique de chacun de ces phénomènes, il eſt ſenſible que l'on connoîtra le temps total pendant lequel le Soleil paroîtra éclipſé dans quelques points de notre globe. C'eſt ce temps total que j'appelle *durée abſolue de l'Éclipſe ſur la Terre.* Il eſt également évident que l'ellipticité de la Terre doit influer ſur cette durée; elle doit être plus grande, toutes choſes égales, dans l'hypothèſe de la Terre elliptique, que dans l'hypothèſe de la Terre ſphérique; on peut donc demander combien l'ellipticité du globe augmente cette durée. Quoique dans le cas particulier du 3 Juin 1769, l'ellipticité de la Terre n'ait donné que 5 ſecondes d'augmentation par la durée abſolue du paſſage de Vénus, il n'en eſt pas de même lors des Eclipſes de Soleil. Il eſt des circonſtances où cette durée peut être notablement altérée par la différence des axes terreſtres. J'ai cru qu'il n'étoit pas inutile d'entrer dans quelque détail ſur cet objet, & de donner l'expreſſion du rapport des axes en durée abſolue de l'Éclipſe ſur la Terre.

Les diſcuſſions auxquelles je me ſuis livré, me porteroient à croire, ſans toutefois oſer rien affirmer ſur une matière auſſi délicate, qu'il ne ſeroit peut-être pas impoſſible, en choiſiſſant les circonſtances favorables, de parvenir par le moyen d'une éclipſe de Soleil, à une détermination du rapport des axes terreſtres, auſſi exacte que la peuvent donner les opérations géodéſiques. Je ne diſſimulerai point cependant que cette détermination demande que l'on connoiſſe avec préciſion les élémens de la Lune. Au reſte, on regardera, ſi l'on veut, cette partie de mon Ouvrage, comme purement théorique. Il me ſuffit de démontrer la poſſibilité de la méthode, les limites de ſon exactitude, & les circonſtances qu'il ſaudroit choiſir de préférence,

s'il étoit queſtion de l'employer. C'eſt aux Aſtronomes à prononcer ſur ſon uſage.

Après avoir déterminé la durée abſolue de l'Éclipſe ſur la Terre relativement à des élémens aſſignés, je remarque que l'on peut ſuppoſer ces élémens variables, & demander dans cette nouvelle hypothèſe, quelles ſont les circonſtances particulières qui donnent le *maximum maximorum* de cette durée. L'analyſe apprend que l'orbite relative doit être perpendiculaire au cercle de déclinaiſon du Soleil, & que la latitude de la Lune doit être nulle à l'inſtant de la conjonction. L'entrée & la ſortie de l'ombre ſur la Terre, ont alors lieu par deux points de l'Équateur dont j'aſſigne la longitude: la trace du phénomène traverſe le globe dans le ſens de ſon plus grand diamètre.

Cette dernière analyſe conduit naturellement à la ſolution d'un Problème plus difficile, quoique plus reſtreint en apparence; je parle de la détermination du *maximum maximorum* de durée abſolue de l'Éclipſe pour un parallèle aſſigné. L'analyſe me fait voir que ce Problème a une condition commune avec la dernière queſtion; celle de la perpendicularité de l'orbite relative de la Lune ſur le cercle de déclinaiſon du Soleil; quant à la latitude correſpondante à ce *maximum*, je donne une équation qui la détermine pour chaque parallèle.

Je paſſe enſuite à la détermination de l'inſtant où un obſervateur ſuppoſé au centre de la Terre, verroit une phaſe donnée. Il eſt ſenſible que ce Problème n'eſt qu'un cas particulier des formules démontrées dans cet ouvrage. En effet, puiſque le centre de la Terre coïncide avec le centre de l'Équateur, on peut appliquer à ce point particulier, ce que l'on a démontré en général pour un point quelconque, pris à la ſurface de la Terre, en ſuppoſant nuls dans les formules, la latitude du lieu & le rayon du parallèle.

L'entrée de Vénus ſur le diſque du Soleil, vue du centre de la Terre, arrivera $2^h\ 48'\ 26''$ avant la conjonction, c'eſt-à-dire lorſqu'il ſera à Paris $7^h\ 21'\ 27''$ du ſoir; la ſortie arrivera $3^h\ 33'\ 40''$ après la conjonction, & la plus courte diſtance des centres ſera de $10'\ 7''$, $0^h\ 22'\ 37''$ de temps après la conjonction, c'eſt-à-dire lorſqu'il ſera à Paris $10^h\ 32'\ 30''$ du ſoir le 3 Juin.

L'entrée ſur le diſque, vue à Paris, arrivera à $7^h\ 14'\ 18''$ du ſoir; le milieu & la fin du paſſage ne pourront être obſervés, parce que le Soleil ſera alors ſous l'horizon. Je pars toujours des données de la Connoiſſance des Temps de 1769.

Des Courbes d'illumination.

On connoît en Aſtronomie cette eſpèce de courbes irrégulières, lieux géométriques de tous les points de notre globe, qui voient le commencement ou la fin de l'Éclipſe au lever & au coucher du Soleil, & que l'on nomme indiſtinctement *courbes d'illumination, courbes d'entrée & de ſortie au lever & au coucher du Soleil.* Ces courbes préſentent un objet de curioſité intéreſſant. Suppoſons, par exemple, qu'il ſoit queſtion de la *courbe d'entrée* au coucher du Soleil; tous les lieux ſitués à l'eſt de cette courbe ne verront pas le phénomène, le Soleil ſera couché pour eux lorſqu'il arrivera. Tous les lieux ſitués à l'oueſt au contraire verront le phénomène d'autant plus long-temps avant le coucher du Soleil, qu'ils ſeront plus éloignés de la courbe; cette explication ſuffit pour faire ſentir combien ces courbes ſont importantes à connoître. Pluſieurs Aſtronomes ſe ſont occupés de leur deſcription mécanique; aucun d'eux ne s'eſt propoſé d'en donner l'équation exacte & rigoureuſe; l'irrégularité apparente de leurs contours, la diverſité de leurs formes, qui tantôt reſſemblent à une eſpèce de *huit de chiffre*, tantôt à deux ovales ſéparés, tantôt à deux cercles qui ſe coupent, quelquefois même à un ſeul ovale, pouvoient faire douter avec raiſon qu'elles fuſſent ſuſceptibles d'analyſe. Je donne la ſolution rigoureuſe du Problème: la queſtion eſt réſolue, quelles que ſoient l'ellipticité de la Terre, & la diſtance de notre globe à la Planète qui éclipſe le Soleil. On peut dire ſous ce point de vue, que le Problème n'a pas même encore été tenté.

Les courbes d'*illumination* ne ſont qu'un cas particulier du Problème plus général, par lequel on détermine les lieux de la Terre qui obſervent une certaine phaſe aſſignée lorſque l'on compte dans ces lieux une certaine heure donnée: je commence par le cas général, je donne enſuite l'équation aux courbes d'*illumination*

proprement dites, c'eſt-à-dire, aux courbes qui répondent au lever & au coucher du Soleil. Je fais même voir qu'il eſt facile de faire entrer dans la ſolution, la conſidération des réfractions horizontales.

Propriétés des courbes d'illumination.

Si les *courbes d'illumination* ſont ſuſceptibles d'une infinité de formes, elles ſont également ſuſceptibles d'une infinité de propriétés. Elles peuvent avoir des points doubles de pluſieurs eſpèces; des points de *croix,* de *rebrouſſement,* d'*inflexion;* des *points iſolés.* Leurs ſommets préſentent des objets de curioſité intéreſſans, les interſections de leurs branches donnent la ſolution d'une queſtion importante. Je n'ai eu garde de négliger de pareilles recherches, auſſi curieuſes aux yeux du Géomètre qu'à ceux de l'Aſtronome. Je commence par déterminer les ſommets de ces courbes.

Sommets des courbes d'illumination.

Si l'on trace la *courbe d'illumination* pour une éclipſe quelconque, on verra aiſément que cette courbe ne s'étend pas indiſtinctement ſous toutes les latitudes. Il eſt une infinité de parallèles terreſtres où l'on ne peut obſerver de contacts des limbes au lever ou au coucher du Soleil. Il eſt donc important de connoître les dernières latitudes qui obſervent ce phénomène.

Deux cauſes peuvent empêcher les *courbes d'illumination* de s'étendre ſous une latitude donnée. La première, lorſque les diſtances des centres correſpondantes au lever & au coucher du Soleil pour les différens points du parallèle, ſurpaſſent toutes la diſtance, qui ſeule pourroit faire obſerver le phénomène: la ſeconde, lorſque le Soleil ne ſe lève & ne ſe couche point ſous le parallèle aſſigné. En effet, vainement demanderoit-on quel point du parallèle obſerve le commencement ou la fin de l'ÉcliPſe lorſque le Soleil eſt à l'horizon, ſi cette dernière condition eſt impoſſible.

Cette double analyſe conduit à quatre équations, chacune du ſecond degré. On pourroit donc croire au premier coup d'œil, que les *courbes d'illumination* ont huit ſommets; mais cette

conclusion seroit précipitée. Une légère attention sur la nature des racines, fait voir que quatre de ces valeurs sont essentiellement imaginaires. Les *courbes d'illumination* ne peuvent avoir tout au plus que quatre sommets réels.

Je remarque ensuite que l'inspection de ces racines jette un très-grand jour sur la figure particulière de la *courbe d'illumination*. Elle est totalement différente, suivant que l'une ou l'autre de ces équations a des valeurs réelles ou imaginaires, égales ou inégales. J'entre dans un grand détail sur tous les cas qui peuvent arriver, & je détermine la figure que l'on en doit conclure.

Application de la théorie précédente au passage de Vénus du 3 Juin 1769.

La *courbe d'entrée* sur le disque du Soleil au coucher de cet astre, s'étend depuis 67^d 47′ 8″ de latitude australe, & 111^d 51′ 30″ de longitude occidentale, jusqu'à 67^d 47′ 8″ de latitude boréale, & 71^d 3′ 45″ de longitude orientale, c'est-à-dire depuis les Terres australes de l'Amérique jusqu'au nord de la Tartarie. Elle traverse la mer qui sépare l'Afrique de l'Amérique, rencontre l'extrémité occidentale de l'Afrique, vient raser les côtes orientales de l'Espagne, & les frontières orientales de la France, traverse l'Allemagne du sud-ouest au nord-est, passe au milieu de la mer Baltique & de la Finlande, & va se terminer au nord de la Tartarie.

La *courbe d'entrée* sur le disque du Soleil au lever de cet astre, s'étend depuis 67^d 47′ 8″ de latitude boréale, & 71^d 3′ 45″ de longitude orientale, jusqu'à 67^d 47′ 8″ de latitude australe, & 111^d 51′ 30″ de longitude occidentale, c'est-à-dire depuis le nord de la Tartarie jusqu'aux Terres australes de l'Amérique. Elle traverse la Tartarie Russienne, la partie orientale de la Tartarie Chinoise, l'île d'Yedo, passe à l'est des îles Marianes, coupe l'équateur vers 169^d de longitude occidentale, rencontre la nouvelle Zélande, & va se terminer vers les Terres australes de l'Amérique.

La *courbe de sortie* au coucher du Soleil, s'étend depuis

67^d 47′ 8″ de latitude boréale, & 27^d 1′ 20″ de longitude occidentale, jusqu'à 67^d 47′ 8″ de latitude australe, & 154^d 51′ 0″ de longitude orientale, c'est-à-dire depuis le nord de l'Islande jusqu'aux Terres australes qui sont au sud de la nouvelle Hollande. Elle traverse l'extrémité boréale de la terre de Labrador, la baie d'Hudson du nord-est au sud-ouest, le Canada vers le lac supérieur, la Louisiane du nord-est au sud-ouest, la nouvelle Espagne, la mer pacifique, & va se terminer vers les Terres australes qui sont au sud de l'Asie.

La *courbe de sortie* au lever du Soleil, s'étend depuis 67^d 47′ 8″ de latitude australe, & 154^d 51′ 0″ de longitude orientale, jusqu'à 67^d 47′ 8″ de latitude boréale, & 27^d 1′ 0″ de longitude occidentale, c'est-à-dire depuis les Terres australes qui sont au sud de la nouvelle Hollande, jusqu'au nord de l'Islande. Elle traverse la mer des Indes, vient raser les côtes orientales de l'Arabie, passe dans la Perse, rencontre l'extrémité orientale de la mer Caspienne, passe à l'est de la Pologne, traverse la Livonie & la mer Baltique du sud-est au nord-ouest, & va se terminer au nord de l'Islande.

La totalité du passage pourra être observée dans la plus grande partie de la mer du sud, le nord-ouest de l'Amérique septentrionale, & la partie d'Europe & d'Asie située par de-là le Cercle polaire.

Le passage pourra être observé en partie dans toute l'Amérique méridionale, le nord-est de l'Amérique septentrionale, les colonies Angloises, les Antilles, la mer du Nord, les Açores, les Canaries, les îles du cap Verd, une partie de la mer Atlantique, les côtes d'Afrique, depuis le détroit de Gibraltar jusqu'à la Guinée, la France, l'Espagne, le Portugal, les îles Britanniques, les Pays-bas, les provinces-unies, le Danemarck, la Suède, la Norvège; dans presque toute l'Asie & la partie orientale de la mer des Indes.

Le passage ne sera point du tout visible dans les pays situés par-delà le Cercle polaire antarctique, la totalité presqu'entière de l'Afrique & des mers qui l'environnent; l'Arabie, la Turquie d'Europe & d'Asie, la Méditerranée, la mer Noire, l'Italie, la Hongrie, la Pologne, & la partie orientale & méridionale de l'Allemagne.

Lieux où la durée de l'Éclipse est égale à la durée du jour ou de la nuit.

S'il est intéressant de connoître les sommets des courbes d'illumination, il n'est pas moins curieux de déterminer les intersections de ces courbes sur notre globe; il est sensible que ce sont les lieux de la Terre pour lesquels la durée de l'Éclipse est égale à la durée du jour ou de la nuit.

L'analyse me fait voir d'abord, que pour réduire le Problème à une seule variable, il faudroit avoir la quadrature indéfinie du cercle, ce que la Géométrie n'a encore pu donner. Au défaut d'une méthode directe possible, j'ai recours à une approximation très-convergente. Pour y parvenir, je remarque que si l'on savoit à peu près la latitude du parallèle sous lequel les *courbes d'illumination* se coupent réciproquement, & que l'on connût d'ailleurs sous chaque parallèle la différence en longitude des lieux qui observent le commencement de l'Éclipse au lever du Soleil, & la fin au coucher de cet astre, avec la loi qui règne entre la variation de cette différence en longitude & la variation de la latitude; il seroit aisé d'avoir très-promptement la correction qu'il faudroit faire au premier résultat, pour tomber rigoureusement sur le parallèle qui satisfait à la question. Je commence donc par résoudre généralement ces deux derniers Problèmes. Quant à la première latitude approchée qu'il faut employer dans le calcul; pour la déterminer, j'observe qu'il est impossible que les *courbes d'illumination* aient une intersection dans l'hémisphère austral ou boréal, si les sommets de ces courbes donnés par une certaine équation particulière que j'assigne, sont imaginaires. Ces réflexions jointes à quelques autres remarques sur le rapport de la rotation de la Terre, avec le mouvement de la Lune dans son orbite, sur la rapidité de la variation des arcs sémi-diurnes dans les latitudes voisines des sommets des *courbes d'illumination*, me donnent le moyen de déterminer facilement la première approximation que je dois employer.

Je trouve par cette méthode que le lieu qui observera l'entrée

de Vénus au lever du Soleil, & la ſortie au coucher de cet aſtre, eſt ſitué ſous le parallèle auſtral de 59^d 17′ 31″, avec une longitude occidentale de 158^d 22′ 30″. On ne connoît point de terres dans ces parages.

Le lieu qui obſervera l'entrée de Vénus au coucher du Soleil, & la ſortie au lever de cet aſtre, eſt un lieu plus oriental que Paris de 22^d 7′ 25″, avec une latitude boréale de 58^d 7′ 19″. Ce lieu eſt ſitué près de Riga en Livonie.

De la plus grande largeur des Courbes d'illumination, & des points où leurs branches s'infléchiſſent.

Je paſſe enſuite à la ſolution d'un nouveau Problème. Si l'on calcule les différens points des *courbes d'illumination,* on verra facilement que la diſtance des branches varie d'une manière très-ſenſible ſous les différentes latitudes; cette diſtance n'eſt pas la même ſous l'Équateur que ſous le parallèle de 45 degrés; on peut donc demander ſous quelle latitude cette diſtance eſt un *maximum* ou un *minimum.* Telle eſt la queſtion que je réſous d'abord. Je remarque enſuite qu'il eſt poſſible de s'élever à une queſtion plus difficile. Perſonne n'ignore que les degrés de longitude vont en diminuant, en remontant de l'équateur vers le pôle; ces degrés rectifiés ſont entr'eux comme les rayons des parallèles correſpondans. Le *maximum* & le *minimum* déterminés dans le premier Problème ſont à la vérité le *maximum* ou le *minimum* du nombre de degrés compris entre les branches de la courbe, mais ils ne donnent aucune lumière ſur la diſtance abſolue priſe ſur le parallèle rectifié. Il faut donc une ſolution particulière pour ce Problème, & tel eſt l'objet d'une nouvelle queſtion que je me propoſe.

Il eſt également facile de voir par la ſeule inſpection des *courbes d'illumination*, qu'elles ſont ſuſceptibles d'une eſpèce d'inflexion : je m'explique. Si l'on jette les yeux ſur les différentes longitudes correſpondantes aux différens points de ces courbes, on verra aiſément que les longitudes, après avoir décru juſqu'à une certaine latitude,

latitude, recommencent à croître, & réciproquement. Le point de la courbe où se fait le passage de l'accroissement au décroissement de la longitude, est donc une véritable inflexion géométrique que j'apprends à déterminer.

Relation entre l'accroissement des distances des centres & l'accroissement du temps.

Il est utile dans beaucoup de circonstances, de connoître le rapport entre l'accroissement de la distance apparente des centres du Soleil & de la Planète, & le temps écoulé pendant cet accroissement. Je n'ai eu garde de négliger une semblable question, aussi curieuse qu'intéressante. Je compare l'accroissement de la distance des centres à l'arc de l'Équateur qui mesure le temps correspondant. Je parviens à deux équations différentes; l'une plus simple, mais moins exacte, suppose que le mouvement apparent du centre de la Planète est uniforme; l'autre plus compliquée, mais plus rigoureuse, exige uniquement pour être absolument exacte, que la vîtesse soit uniformément accélérée : cette dernière supposition est sensiblement vraie lorsque l'intervalle de temps que l'on considère n'est pas fort long. J'ai trouvé, par cette méthode, que, le 3 Juin 1769, la quantité moyenne de l'accroissement de la distance des centres du Soleil & de Vénus vers les instans des contacts, est d'environ une seconde de degré en 19″,05 de temps.

On peut employer cette dernière équation à un autre usage également utile; elle peut servir à faire connoître avec beaucoup de précision le diamètre de Vénus ou de Mercure, par la durée de leur entrée sur le Soleil, ou de leur sortie du disque de cet astre. En effet, il est sensible que le diamètre de ces Planètes est égal à la quantité dont les distances des centres varient pendant le temps de leur entrée ou de leur sortie; ce que ma méthode apprend à connoître par la résolution d'une simple équation du premier degré. Il est superflu d'avertir que l'observation doit être exacte, & qu'il faut d'ailleurs avoir égard aux altérations que les causes physiques peuvent apporter. Supposons en effet que les rayons solaires s'infléchissent en passant dans l'atmosphère de

Vénus; comme dans cette hypothèse le premier contact est observé plus tard, & le second contact est observé plus tôt qu'ils n'arrivent véritablement, il est bien évident que les durées totales de l'entrée ou de la sortie sont diminuées d'une manière quelconque. On conclura donc par cette méthode un diamètre plus petit que ne l'est réellement celui de la Planète. Quoique je sois éloigné de rien affirmer sur cette hypothèse, cette remarque est importante pour juger sainement du degré d'incertitude de ces déterminations délicates.

Accroissement de la durée de l'Éclipse, dû au mouvement de rotation de la Terre.

Je résous ensuite un Problème qui peut être regardé comme une question de pure curiosité. Pour chaque Observateur, la durée de l'Éclipse est d'un certain nombre de secondes horaires; cette durée est le résultat du mouvement de la Planète dans son orbite, combiné avec le mouvement diurne de l'Observateur. Supposons qu'au commencement de l'Éclipse, le mouvement de rotation de la Terre soit suspendu, la durée sera alors différente de celle que l'on observera dans la supposition de la Terre en mouvement. Je me propose de déterminer quelle seroit cette durée; je trouve, par exemple, que lors du passage de Vénus, du 3 Juin 1769, si l'on supposoit que lors de l'entrée sur le disque du Soleil le mouvement diurne cessât tout-à-coup, la durée du passage pour Paris seroit de $6^h\ 27'\ 12''$; cette durée sera réellement de $6^h\ 33'\ 48''$, le mouvement diurne augmentera donc de $6'\ 36''$ la durée pour Paris.

Lieux où l'on observe le commencement ou la fin de l'Éclipse, lorsque le Soleil est au Zénith.

Quelques Astronomes ont paru desirer que l'on observât l'entrée ou la sortie de Vénus, à l'instant où le Soleil seroit au zénith, afin d'éviter les erreurs occasionnées par les réfractions. Je n'ai eu garde de négliger cette question, qui n'est qu'un cas particulier des *courbes d'illumination* prises dans un sens étendu; je détermine l'équation aux points de notre globe qui ont cette propriété,

Je trouve, par exemple, que le lieu qui obſervera l'entrée de Vénus ſur le diſque du Soleil, lorſque cet aſtre ſera au zénith, eſt un lieu plus occidental que Paris de $110^d\ 20'\ 0''$, & dont la latitude boréale eſt de $22^d\ 26'\ 35''$; le phénomène arrivera $2^h\ 48'\ 33''$ avant la conjonction, c'eſt-à-dire, lorſqu'il ſera à Paris $7^h\ 21'\ 20''$ du ſoir : ce lieu eſt ſitué entre la Californie & les côtes occidentales du Mexique. On verra dans ce lieu, Vénus ſortir du Soleil, quelques minutes avant le coucher de cet aſtre.

Le lieu où l'on obſervera la ſortie de Vénus, lorſque le Soleil ſera au zénith de l'obſervateur, eſt un lieu plus oriental que Paris de $154^d\ 8'\ 15''$, & dont la latitude boréale eſt de $22^d\ 26'\ 35''$; le phénomène arrivera $3^h\ 33'\ 33''$ après la conjonction, c'eſt-à-dire, lorſqu'il ſera à Paris $1^h\ 43'\ 26''$ du matin, le 4 Juin: ce lieu eſt ſitué en Aſie, au nord-eſt des îles Marianes, l'on obſervera l'entrée de Vénus quelques minutes après le lever du Soleil.

Courbes des élongations iſochrones.

Après avoir donné l'équation aux différentes courbes déjà connues par les Aſtronomes, je m'élève à la conſidération d'un nouveau genre de courbes dont ils ne me paroiſſent pas avoir eu d'idée, & qui déterminent, ce me ſemble, d'une manière plus directe, les différens lieux de la Terre où l'on peut faire les obſervations les plus avantageuſes. Je veux parler des courbes, que je nomme à cauſe de leurs propriétés, *courbes des élongations iſochrones :* ces courbes déterminent ſur notre globe, quels ſont les lieux où l'on obſerve une égale diſtance des centres, lorſque l'on compte dans ces lieux deux heures également éloignées d'une troiſième heure donnée.

Il eſt aiſé de ſentir combien ces nouvelles courbes ſont préférables à celles que l'on a conſidérées juſqu'ici. Suppoſons, en effet, que l'on ait tracé ſur un globe, les lignes des *phaſes ſimultanées;* on verra bien quels lieux de la Terre obſerveront, par exemple, l'entrée ſur le diſque, un certain temps aſſigné avant la conjonction, mais il eſt ſenſible que ce n'eſt pas là le Problème intéreſſant à réſoudre. Qu'importe, en effet, de ſavoir que tel lieu en particulier obſervera l'entrée ſur le diſque, à tel inſtant phyſique

aſſigné, ſi la méthode ne jette aucun jour ſur la durée totale du phénomène. Il eſt vrai que ſi l'on multiplie les lignes des *phaſes ſimultanées*, on pourra ſe former quelqu'idée de la durée de l'Éclipſe, par l'inſpection des points d'interſection de ces courbes; mais plus ces lignes ſeront multipliées, plus il y aura de confuſion ſur la carte où elles ſeront tracées, & conſéquemment plus il y aura de probabilité de confondre les interſections.

La méthode que je propoſe, n'a pas ces inconvéniens, puiſqu'elle donne directement une idée claire & préciſe de la durée du phénomène pour chaque lieu particulier. Il eſt aiſé d'apercevoir que cette nouvelle queſtion renferme des difficultés d'un genre ſupérieur aux Problèmes précédens. En effet, dans ces Problèmes, les racines des équations qui les réſolvent ſont, pour ainſi dire, indépendantes les unes des autres, elles ne ſont pas aſtreintes à appartenir au même point de la Terre: dans la queſtion préſente, au contraire, il faut reſtreindre ces équations à n'avoir que des racines appartenantes au même point de notre globe. Ces difficultés ne m'ont point arrêté; je ſuis parvenu à la ſolution rigoureuſe du Problème, quelles que ſoient l'ellipticité de la Terre, & la diſtance de la Planète qui éclipſe le Soleil. Je n'ai eu aucun égard, dans la ſolution, à la variation de la diſtance apparente des centres dûe au changement de diſtances de l'Obſervateur à l'horizon abſolu; mais je n'ai pas cru devoir ſacrifier la ſolution d'une queſtion intéreſſante à une exactitude chimérique, ſur-tout lorſqu'il s'agit des paſſages de Vénus & de Mercure ſur le diſque du Soleil. D'ailleurs, dans le cas même des éclipſes de Soleil, quoique les diſtances des centres de cet aſtre & de la Lune ne ſoient pas rigoureuſement égales aux deux inſtans pour leſquels on calcule, elles ſont dans un rapport que j'apprends à connoître.

Pour faire ſentir d'une manière frappante l'utilité des courbes *des élongations iſochrones*, prenons l'exemple du paſſage du 3 Juin 1769. Je détermine par un réſultat préliminaire la durée du paſſage, vue du centre de la Terre. Soit cette durée de $6^h\ 22'\ 6''$; je calcule quels lieux de la Terre obſerveront une égale diſtance des centres $3^h\ 11'\ 3''$ avant & après telle ou telle heure aſſignée; l'accroiſſement moyen de la diſtance des centres vers les inſtans

des contacts, comparé à la différence, entre la distance trouvée par le calcul, & celle correspondante à l'entrée & à la sortie de la Planète du disque du Soleil, donne une idée nette & précise de la durée du phénomène pour tous les points de la Terre.

Les savantes recherches des Astronomes qui se sont occupés du passage du 3 Juin 1769, me dispensent de donner le calcul des différentes lignes des *élongations isochrones* correspondantes aux différentes heures; je me contenterai de donner le résultat pour midi & minuit.

De tous les lieux pour lesquels le milieu du passage arrivera à midi ou à minuit, celui où la durée du phénomène sera la plus petite possible, est situé dans la mer Pacifique sous le parallèle austral de 37^d 50′ 50″, avec une longitude occidentale de 158^d 15′ 0″. Pour ce point particulier, la durée sera de 13′ 13″ de temps plus petite que pour le centre de la Terre.

Si l'on se rapproche de l'Équateur en conservant une longitude occidentale de 150^d comptée de Paris, la durée du passage augmentera assez sensiblement, de sorte que sous l'Équateur la durée ne sera que de 10′ 28″ de temps plus petite que pour le centre de la Terre. Vers 53 degrés de latitude boréale, la durée du phénomène sera égale à la durée que l'on observeroit du centre de notre globe: cette durée augmentera ensuite en se rapprochant du pôle boréal, & pour ce point particulier la durée du passage sera de 7′ 45″ de temps plus grande que pour le centre de la Terre.

Si l'on s'éloigne du pôle boréal, en suivant la partie de l'hémisphère boréal opposée à la mer du sud, & que l'on conserve une longitude orientale d'environ 22 degrés, la durée du phénomène augmentera jusqu'au parallèle boréal de 37^d 50′ 50″, où l'on observeroit le plus long passage de Vénus, si le Soleil n'étoit pas alors sous l'horizon; il faudra donc se rapprocher du pôle pour retrouver le Soleil.

En remontant vers le nord, on rencontre la ville de Torneå, que le calcule indique comme un lieu très-favorablement situé; la durée observée du passage y sera de 11′ 30″ de temps plus longue que pour le centre de la Terre. Le zèle qui anime les

Astronomes Suédois, ne laisse aucun lieu de douter qu'il ne se trouve quelqu'observateur dans cette ville, déjà célèbre par la mesure de la Terre.

Détermination du lieu qui observe le maximum *de durée du passage, sous chaque parallèle terrestre.*

Après avoir déterminé ce qui regarde en général les courbes des *élongations isochrones,* j'observe qu'il est des Problèmes relatifs à ces courbes, qui présentent des objets de curiosité intéressans; on peut en effet se proposer la question suivante.

De tous les lieux situés sous le même parallèle, & qui observent le milieu du passage à des heures différentes, on demande quelle doit être l'heure particulière du milieu du passage, pour que la durée totale du phénomène soit un maximum *ou un* minimum?

Si l'on veut résoudre le Problème dans toute la rigueur géométrique, on parvient à une équation, d'où il ne me paroît pas possible de tirer l'expression de l'angle horaire cherché. Une légère attention sur le rapport des coëfficiens de ses différens termes, me fait voir que lorsque la Planète est fort éloignée de la Terre, comme dans le cas de Vénus & de Mercure, il est possible d'appliquer à ces équations les principes du triangle analytique de Newton. Je forme donc une nouvelle équation, dont les résultats ne diffèrent pas sensiblement de ceux que l'on trouveroit par l'équation rigoureuse. Je suis parvenu à démontrer, que le 3 Juin 1769, quel que soit le parallèle terrestre où l'on se propose d'observer, le lieu qui verra le plus long passage, est celui pour lequel le milieu du phénomène arrivera à minuit 54′ 3″; le lieu qui verra le plus court passage, est celui pour lequel le milieu du phénomène arrivera à midi 54′ 3″. On doit donc conclure que pour les Astronomes qui se proposent d'aller dans la mer du sud, les stations les plus favorables sous chaque parallèle, sont les îles situées vers 144^d 30′ de longitude occidentale; & que pour ceux qui iront vers le nord de l'Europe, les stations les plus favorables sont les lieux situés vers 35^d 30′ de longitude orientale.

Courbes des élongations brachiſtochrones.

Si l'on calcule les différentes courbes des *élongations iſochrones* correſpondantes aux différentes heures, il ſera aiſé de remarquer, que relativement à chacune de ces courbes, la durée du paſſage n'eſt pas la même pour toutes les latitudes. La différence des parallèles occaſionne une différence notable dans ces durées. N'eſt-il donc pas poſſible qu'il y ait une certaine latitude au-delà de laquelle les durées, après avoir décru, recommencent à croître, & réciproquement; ces queſtions méritent ſans doute d'être approfondies. Les mêmes difficultés qui m'avoient arrêté dans la détermination du lieu le plus avantageux ſous chaque latitude, ſe repréſentent dans la ſolution de ce nouveau Problème; les mêmes réflexions ſur le rapport des coëfficiens, me conduiſent à des procédés analogues; je parviens enfin à déterminer pour chaque courbe des *élongations iſochrones*, les lieux particuliers qui obſervent le *maximum* & le *minimum* de durée.

Il eſt évident que ſi l'on trace ſur notre globe les différens réſultats de la méthode précédente, on aura une ſuite de points qui auront tous la propriété d'être un *maximum* ou un *minimum* de durée, relativement aux courbes des *élongations* dont ils font partie; ces points formeront un lieu géométrique, que j'appelle, à cauſe de cette propriété diſtinctive, *courbe des élongations brachiſtochrones;* je donne l'équation à cette courbe & je preſcris la manière de la conſtruire.

L'inſpection de l'équation me fait voir qu'il eſt des parallèles terreſtres au-delà deſquels cette courbe ne peut pas s'étendre; il eſt des latitudes où l'on ne peut jamais eſpérer d'obſerver un *maximum* ou un *minimum* de durée du paſſage, quelle que ſoit l'heure du milieu du phénomène. Il eſt ſans doute intéreſſant de connoître ces latitudes, afin de les éviter, ſi l'on a pour objet d'obſerver un *maximum* ou un *minimum* de durée.

Je n'ai eu garde de ne pas m'occuper d'une queſtion auſſi intéreſſante; je détermine quels ſont les derniers parallèles terreſtres que la *courbe des élongations brachiſtochrones* peut atteindre. Il eſt

aiſé de voir, par exemple, que pour le 3 Juin 1769, la courbe *des élongations brachiſtochrones* eſt compoſée de deux parties diſtinctes & ſéparées ; l'une ſituée dans l'hémiſphère auſtral (c'eſt celle des plus courtes durées) s'étend entre $70^d\ 54'$ de longitude occidentale, & $109^d\ 6'$ de longitude orientale; entre $37^d\ 4'\ 15''$ de latitude auſtrale, & le pôle; l'autre ſituée dans l'hémiſphère boréal (c'eſt celle des plus longues durées) s'étend entre $109^d\ 6'$ de longitude orientale, & $70^d\ 54'$ de longitude occidentale; entre $37^d\ 4'\ 15''$ de latitude boréale, & le pôle.

Parmi cette ſuite de points qui compoſent la courbe des *élongations brachiſtochrones,* & qui tous ont l'avantage d'être un *maximum* ou un *minimum* de durée, relativement à la courbe des *élongations iſochrones* dont ils ſont partie, il en eſt qui ont une propriété intéreſſante; ce ſont ceux qui répondent au *maximum maximorum* & au *minimum minimorum* de durée. Rien de plus curieux en effet que de connoître quels lieux obſerveront la plus grande ou la plus petite durée poſſible ſur notre globe. Le calcul fait voir que le lieu qui obſerve ce *maximum* ou ce *minimum* abſolu, a encore l'avantage d'être ſitué ſous la dernière des latitudes que la *courbe brachiſtochrone* puiſſe atteindre. Ce ſont ces points que M. de la Grange* appelle, à cauſe de leur propriété, *pôles de durée*, & qu'il a déterminés par une analyſe abſolument différente de la mienne.

* *Mémoires de l'Académie de Berlin.*

J'ai trouvé par mes formules, que le lieu, qui le 3 Juin 1769 obſervera la plus courte durée abſolue, eſt un lieu plus occidental que Paris de $144^d\ 39'\ 1''$, avec une latitude auſtrale de $37^d\ 4'\ 19''$; le milieu du paſſage arrivera lorſqu'il ſera dans ce lieu, midi $54'\ 3''$; ce lieu eſt ſitué vers les Terres auſtrales de l'Amérique. Il ſeroit à deſirer que l'on put y envoyer des Obſervateurs; on ne connoît pas de Terres dans ces parages.

Le lieu qui obſerveroit la plus grande durée abſolue, ſi le Soleil n'étoit pas ſous l'horizon, lors de l'entrée & de la ſortie de Vénus, eſt un lieu plus oriental que Paris de $35^d\ 25'\ 45''$, avec une latitude boréale de $37^d\ 4'\ 15''$; le milieu du paſſage arrivera lorſque l'on comptera dans ce lieu, minuit $54'\ 3''$; ce lieu eſt ſitué dans la Syrie près d'Alexandrette.

Recherche

Recherche sommaire des points des deux hémisphères les plus favorables aux Observations, pour le 3 Juin 1769.

Il n'est pas indispensablement nécessaire d'aller chercher sous chaque parallèle le point précis que le calcul indique comme le plus favorablement situé. La nature de la question, du genre *de maximis & minimis*, démontre que de part & d'autre de ce point singulier, il doit y avoir sous chaque latitude une certaine zone où la durée du passage ne varie pas à raison du changement en longitude : cette zone est d'environ 12 degrés; dans toute cette étendue à peine trouveroit-on une différence de 6 secondes de temps dans les durées.

Dans l'hémisphère austral, tant que l'on n'aura pas atteint le parallèle de $37^d\ 4'\ 15''$, on pourra toujours faire une observation plus avantageuse en descendant vers cette latitude, sans changer toutefois de longitude. Au lieu de s'approcher du parallèle austral de $37^d\ 4'\ 15''$, ainsi que l'indique la théorie, si l'on est obligé par les circonstances de remonter vers l'Équateur, & que l'on compare la durée du passage sous chaque latitude avec celle observée sous le parallèle de $37^d\ 4'\ 15''$, le calcul apprend que l'on aura une observation moins avantageuse de

0' 8" de temps............ sous le parallèle austral de 30^d.
0. 39.................... sous le parallèle austral de 20.
1. 29.................... sous le parallèle austral de 10.
2. 45.................... sous l'Équateur.
4. 4..................... sous le parallèle boréal de 10.
5. 55.................... sous le parallèle boréal de 20.
8. 9..................... sous le parallèle boréal de 30.

Dans l'hémisphère boréal, si l'on compare la durée du passage sous les différentes latitudes à celle que l'on observeroit sous le parallèle de $37^d\ 4'\ 15''$, le calcul apprend que l'on aura une observation moins avantageuse de

0' 58" de temps........... sous le parallèle boréal de 60^d.
2. 7..................... sous le parallèle boréal de 70.
3. 26.................... sous le parallèle boréal de 80.

Je suppose toujours que l'Observateur ne s'écarte pas de la zone dont j'ai parlé ci-dessus.

Appliquons sommairement ces principes à la détermination géographique des lieux les plus favorables aux observations.

A l'ouest du Chili, vers 34 degrés de latitude australe & 80 degrés de longitude occidentale, on rencontre les îles de Jean Fernandès. On ne pourra pas observer dans ces îles la durée totale du passage, elles ne sont pas assez occidentales. Il en est de même du continent de l'Amérique méridionale, des îles de Saint-Ambroise, de Saint-Félix, de Saint-Paul & de Pâque: dans ces deux dernières îles on pourra observer le contact intérieur des limbes quelque temps avant le coucher du Soleil.

Au nord-ouest de l'île de Pâque, entre 140 & 150 degrés de longitude occidentale, on trouve une suite d'îles qui s'étendent du nord au sud; les plus boréales sont les Marquises de Mendoce, elles sont à environ 10 degrés de l'Équateur; les plus australes sont les îles de Saint-Jean-Baptiste & de l'Incarnation, elles sont à environ 25 degrés de l'Équateur.

Ces îles sont toutes également bien situées relativement à la longitude, elles sont comprises dans la zone dont il a été question ci-dessus; examinons ce qui résulte de la différence des latitudes.

La Dominique, Saint-Pierre, la Magdeleine, étant sous 10 degrés de latitude australe, l'observation du passage y sera moins avantageuse de 25 secondes de temps que dans l'île des Chiens, située sous 15 degrés de latitude; de 50 secondes que dans les Quatre Couronnés, la Conversion de Saint-Paul & l'île de Saint-Elme, qui sont sous 20 degrés de latitude; & d'une minute 6 secondes que dans les îles de l'Incarnation & de Saint-Jean-Baptiste sous le vingt-cinquième parallèle: ces dernières îles sont sans contredit les mieux situées de toutes les terres connues de la mer du sud. L'observation du passage n'y sera que de 23 secondes de temps moins avantageuse que dans le lieu le mieux situé de notre globe.

A l'ouest des Marquises de Mendoce, on rencontre l'Archipel de Salomon: ces îles sont à la fois trop occidentales & trop boréales; on a également à perdre, relativement à la longitude & à la latitude; ajoutons qu'étant plus éloignées des côtes du Chili, le trajet pour s'y rendre sera plus considérable.

Dans la nouvelle Zélande la durée totale du paſſage ne ſera pas viſible.

Examinons maintenant dans quels lieux de l'hémiſphère boréal on pourra faire les obſervations les plus concluantes pour les comparer à celles de la mer du ſud. Je me contenterai de diſcuter cinq poſitions principales, Torneå, Cajanebourg, Abo, Archangel, le cap Wardhus.

Ces lieux, ainſi que preſque tout le nord de l'Europe, ſont également bien ſitués relativement à la longitude; examinons ce qui réſulte de la différence des latitudes.

Torneå, Archangel & Cajanebourg, étant par *65* & *66* degrés de latitude, l'obſervation de la durée y ſera plus avantageuſe d'environ 32 ſecondes de temps que pour le cap Wardhus, ſitué ſous le ſoixante-dixième parallèle; mais cette obſervation ſera moins avantageuſe de 30 ſecondes de temps que pour la ville d'Abo, placée ſous *60* degrés 30 minutes de latitude boréale; l'obſervation du paſſage dans cette dernière ville ne ſera que d'une minute 5 ſecondes de temps, moins avantageuſe que celle qui auroit été faite dans le lieu géométriquement le plus favorable de notre hémiſphère, ſi le Soleil n'eût pas été alors ſous l'horizon. Je conſidère uniquement l'effet de la parallaxe. La grande proximité où le Soleil ſera de l'horizon, doit engager à remonter vers le nord le plus qu'il ſera poſſible.

Si l'on compare les durées obſervées à Abo, & dans les îles de Saint-Jean-Baptiſte ou de la Conception, on aura une différence de 25 minutes 12 ſecondes de temps entre ces durées; cette différence a une relation déterminée avec la diſtance du Soleil à la Terre, c'eſt par elle que l'on peut connoître cet important élément. Je vais tâcher de donner en peu de mots une idée des moyens que préſente l'Aſtronomie pour parvenir à ce but.

La théorie des Planètes nous apprend qu'il y a un rapport déterminé entre la diſtance de la Terre au Soleil, & la diſtance de Vénus au Soleil, ou de Vénus à la Terre. Une de ces quantités étant connue, les deux autres le ſont néceſſairement: il ne s'agit donc que de déterminer la diſtance de Vénus à la Terre lorſque cette Planète paſſe entre le Soleil & notre globe. Mais

pour employer cette méthode, il faut que par des circonſtances heureuſes, le mouvement de Vénus, vû de la Terre, ſe projette ſur le Soleil; autrement, cette Planète nous préſentant alors la partie obſcure de ſon diſque, ſe dérobe à nos regards.

Si la diſtance de Vénus n'eſt pas infinie, relativement à la groſſeur de notre globe, il eſt évident que la route apparente de cette Planète ſur le Soleil, la corde du diſque ſolaire qu'elle paroîtra décrire, ſera différente, & par conſéquent d'inégale longueur, ſuivant que l'Obſervateur verra le phénomène d'un lieu de la Terre plutôt que d'un autre; de la même manière à peu près que deux perſonnes éloignées ne voient pas un corps en mouvement, répondre préciſément aux mêmes points de l'horizon ſenſible. De plus, ces cordes inégales ſeront décrites avec une vîteſſe inégale, ſuivant que le mouvement de l'Obſervateur & celui de Vénus ſeront dans le même ſens ou dans un ſens oppoſé; & ces altérations ſeront d'autant plus ſenſibles, que Vénus paſſera plus près de la Terre. Il eſt donc néceſſaire, pour rendre les obſervations concluantes, que les deux Obſervateurs puiſſent voir la totalité du paſſage, & qu'ils obſervent dans des climats où les durées ſoient le plus différentes qu'il eſt poſſible: le nord de l'Europe & les îles de la mer Pacifique nous offrent cet avantage.

Voyages entrepris pour l'obſervation de Vénus.

On ne peut douter que le nord de l'Europe & de l'Aſie ne ſoit le théâtre d'un grand nombre d'obſervations intéreſſantes: la Ruſſie, la Suède & le Danemarck ſe diſputeront l'honneur de contribuer à l'avancement de l'Aſtronomie; & dans le choix des lieux propres aux obſervations, les Aſtronomes préfèreront ſans doute (toutes choſes d'ailleurs égales) ceux qui ſeront ſitués vers 35 degrés de longitude orientale comptée de Paris.

Déjà les nouvelles publiques nous ont appris que les Ruſſes & les Suédois ſont partis pour cette ſavante expédition, & l'on a lieu d'eſpérer que le phénomène ſera obſervé depuis la mer Glaciale juſqu'aux bords de la mer Caſpienne. Le Père Hell, Aſtronome de Leurs Majeſtés Impériales, a quitté Vienne pour prendre part à ces travaux: les Anglois ont envoyé des Obſervateurs dans

leurs colonies ſeptentrionales de l'Amérique *(a)*, & les Aſtronomes Danois ſe ſont rendus à leurs deſtinations reſpectives, par ordre de leur auguſte Monarque. Un jeune Prince qui, à peine ſur le trône, ſe dérobe aux plaiſirs & aux hommages toujours flatteurs d'une Cour brillante, pour comparer les mœurs, les loix, les uſages des différentes nations de l'Europe; un Prince en un mot, qui a voulu connoître les hommes avant de les gouverner, ne pouvoit être inſenſible à des objets d'un genre différent, mais également dignes d'occuper une ame élevée *(b)*.

M. Pingré doit ſe rendre dans les colonies françoiſes de l'Amérique ſeptentrionale, & M. le Gentil obſervera à Pondichery. Comme cette dernière ville n'eſt pas éloignée du point de la Terre où l'obſervation de la ſortie eſt la plus avantageuſe, il ſera très-utile de la comparer avec les obſervations faites à Paris. Cette comparaiſon exige que l'on connoiſſe exactement la différence en longitude des deux villes. Il ſeroit à ſouhaiter que ces obſervations, & ſur-tout celles de Paris, puſſent être faites à une plus grande hauteur du Soleil ſur l'horizon.

La ſituation avantageuſe des îles de la mer du ſud avoit fait deſirer à l'Académie d'envoyer un Obſervateur dans ces parages; elle avoit trouvé, dans la magnificence de notre auguſte Monarque, & dans l'amour éclairé de ſes Miniſtres pour les Sciences, de ſûrs garans de la réuſſite de ce projet. Des raiſons politiques en ont malheureuſement empêché l'exécution; on ne peut donc ſe flatter d'avoir des obſervations faites dans ces îles, à moins que l'Eſpagne ou l'Angleterre, ainſi que l'ont annoncé quelques nouvelles particulières, n'y envoient des Aſtronomes.

Au défaut de la mer du ſud, M. l'abbé Chappe doit ſe rendre dans la Californie. Il faut convenir que de tous les lieux ſitués dans le continent, cette terre eſt celle où l'on pourra faire avec le plus d'avantage, des obſervations correſpondantes à celles du nord de l'Europe, mais il s'en faut beaucoup que la ſituation ſoit auſſi favorable que celle de la mer du ſud.

(a) M.[rs] Walles & Dymond.

(b) Ce Mémoire a été lû lorſque Sa Majeſté Danoiſe a honoré l'Académie de ſa préſence.

Suppoſons, d'après les nouvelles cartes, que la Californie s'étende entre 20 degrés & 30 degrés de latitude boréale, 115 degrés & 120 degrés de longitude occidentale; le calcul nous fait voir par un réſultat moyen, que ſoit à raiſon de la latitude, ſoit à raiſon de la longitude, on aura une obſervation moins avantageuſe de près de 9 minutes de temps que dans la mer du ſud; ajoutons que cette terre n'étant point ſituée dans la zone où la différence en longitude n'influe pas ſur la durée du paſſage, il ſera néceſſaire de connoître cet élément: on eût été diſpenſé de cette recherche dans les îles de la mer Pacifique. Si l'on conſidère combien la poſition des lieux où l'on obſervera eſt peu connue; combien il faut d'obſervations multipliées pour conclure avec préciſion la longitude d'un point de la Terre, on verra que cette dernière circonſtance n'étoit pas à négliger. J'ajoute que dans la mer du ſud le Soleil eût été fort élevé ſur l'horizon lors de l'entrée & de la ſortie de Vénus; avantage que l'on perdra en partie dans la Californie.

Si l'on compare les obſervations faites dans la Californie; avec celles du nord de l'Europe, & qu'il y ait 15 ſecondes d'erreur ſur le temps pour chacune des durées, on connoîtra la diſtance du Soleil à la Terre à un 30me près: avec les mêmes erreurs, on eût déterminé cette diſtance à un 50me près, par les obſervations de la mer du ſud.

J'ai ſans doute exagéré l'incertitude des obſervations, & l'on a lieu d'attendre une beaucoup plus grande préciſion, de l'habileté des Aſtronomes qui obſerveront le paſſage de Vénus. Puiſſe leur exactitude ne laiſſer aucun regret de n'avoir pas profité de tous les avantages que préſentoit l'Aſtronomie: puiſſent les ſiècles à venir ne jamais reprocher à notre ſiècle, d'avoir laiſſé échapper des circonſtances heureuſes qu'une longue ſuite d'années peut ſeule ramener!



Pla. 1

Cette Figure ainsi que la suivante appartient à l'equation du § 53. Les Abscisses désignent les jours de l'année par la Décl. du ☉ qui leur convient. Les Ordonnées determinent pour chaque jour particulier, le Parallele terrestre correspondant, qui a la proprieté de pouvoir observer ce jour là un maximum ou un minimum de Latitude de la Lune propre à donner une Eclipse de Soleil sous ce Parallele.

tant ou la Décl. du ☉ = 1d. 3′. 32″. jusques à l'instant ou elle est de 1d. 3′. 35″.

Ligne des Ordonnees

Ligne

1d. 3′. 35″

Depuis l'instant ou la Déclinaison du ☉ est de 1d. 3′. 35″. jusques à l'instant ou

Fig. 1

Pla. 1

Cette Figure ainsi que la suivante appartient à l'équation du § 53. Les Abscisses désignent les jours de l'année par la Décl. du ☉ qui leur convient. Les Ordonnées déterminent pour chaque jour particulier, le Parallele terrestre correspondant, qui a la propriété de pouvoir observer ce jour là un maximum ou un minimum de Latitude de la Lune propre à donner une Eclipse de Soleil sous ce Parallele.

Tang. 66ᵈ 22' 10"

♑

Ligne des Abscisses

Depuis le Solstice d'Hyver jusques à l'Equinoxe du Printems

Depuis l'instant ou la Déclinaison du ☉ est de 1ᵈ 3' 35" jusques au Solstice d'Hyver

Tang. 90ᵈ

Depuis l'instant ou la Décl. du ☉ = 1ᵈ 3' 32" jusques à l'instant ou elle est de 1ᵈ 3' 35"

Dep. l'Eq. d'Aut. jusq. Décl. de 1ᵈ 3' 32"

Ligne des Ordonnées

Ligne des Ordonnées

Tang. 67ᵈ 3' 40"

♋

Tang. 22ᵈ 2' 10"

♎

Depuis l'Equin.

du Printems jusques à l'instant ou la Décl. du ☉ = 1ᵈ 3' 35"

Tang. 90ᵈ

Depuis l'instant ou la Déclinaison du ☉ est de 1ᵈ 3' 35" jusques à l'instant ou elle est de 1ᵈ 3' 38"

Depuis l'instant ou la Décl. du ☉ = 1ᵈ 3' 38" jusq. au Solst. d'Eté

Depuis le Solstice d'Eté jusques à l'Equinoxe d'Automne

Ligne des Abscisses

♋

Tang. 66ᵈ 10' 14"

Fig. 1

Pla. II

Depuis l'instant où la Decl. du ⊙ est de 1d 3' 35" jusques au Solstice d'Hiver

de 1d 3' 35"

Ligne

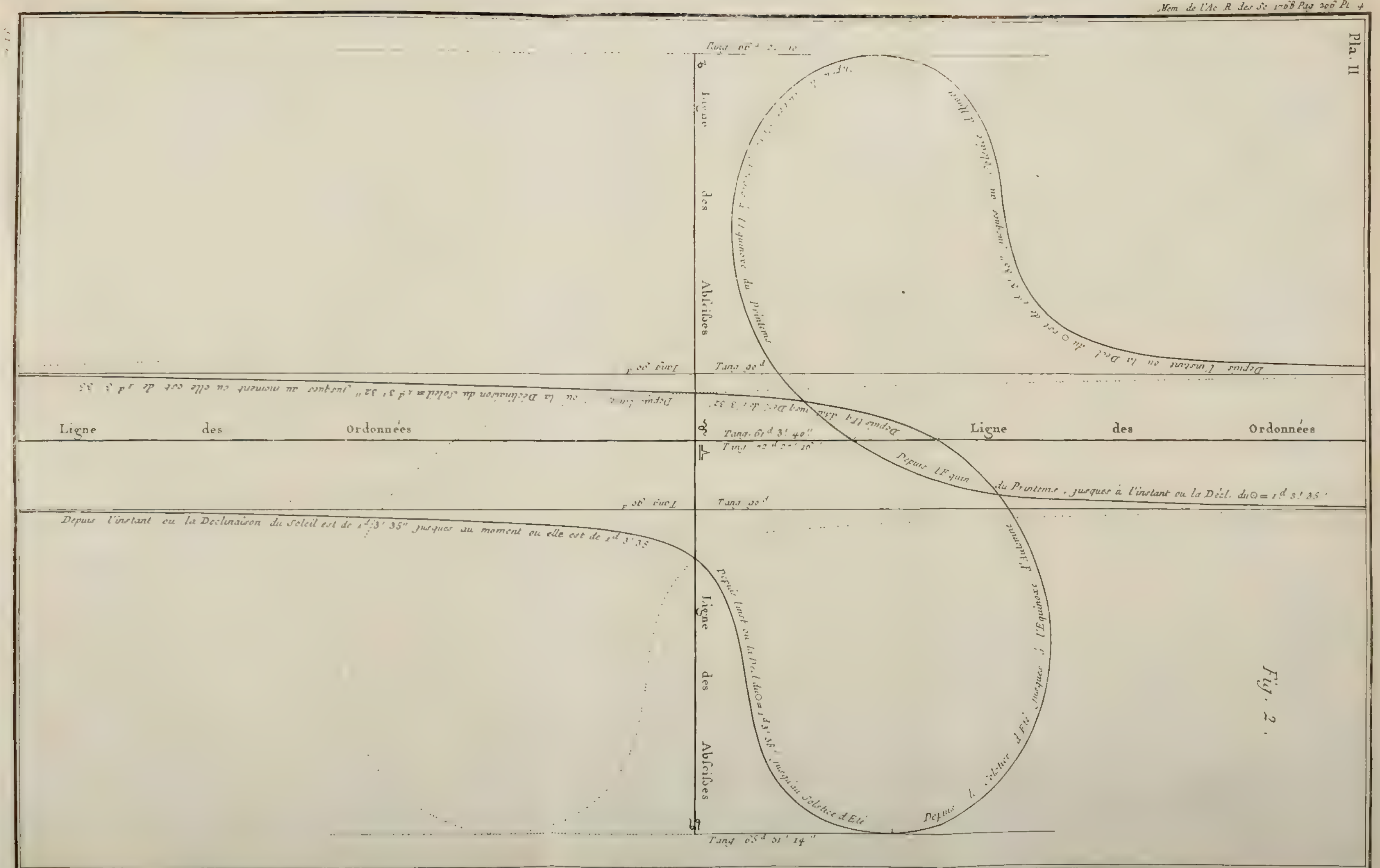
Ligne des Ordonnées

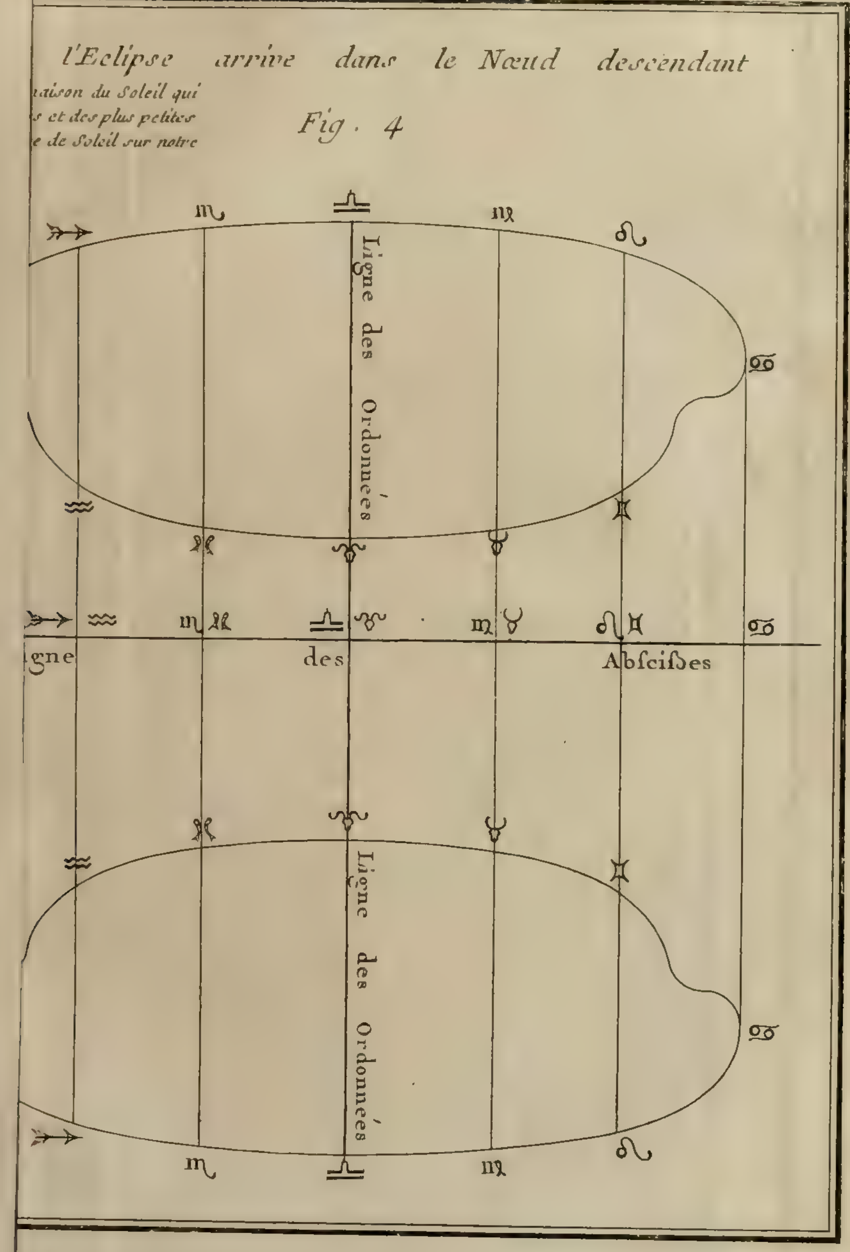
l'Equin. du Printems, jusques à l'instant où la Décl. du ⊙ = 1d 3' 35"

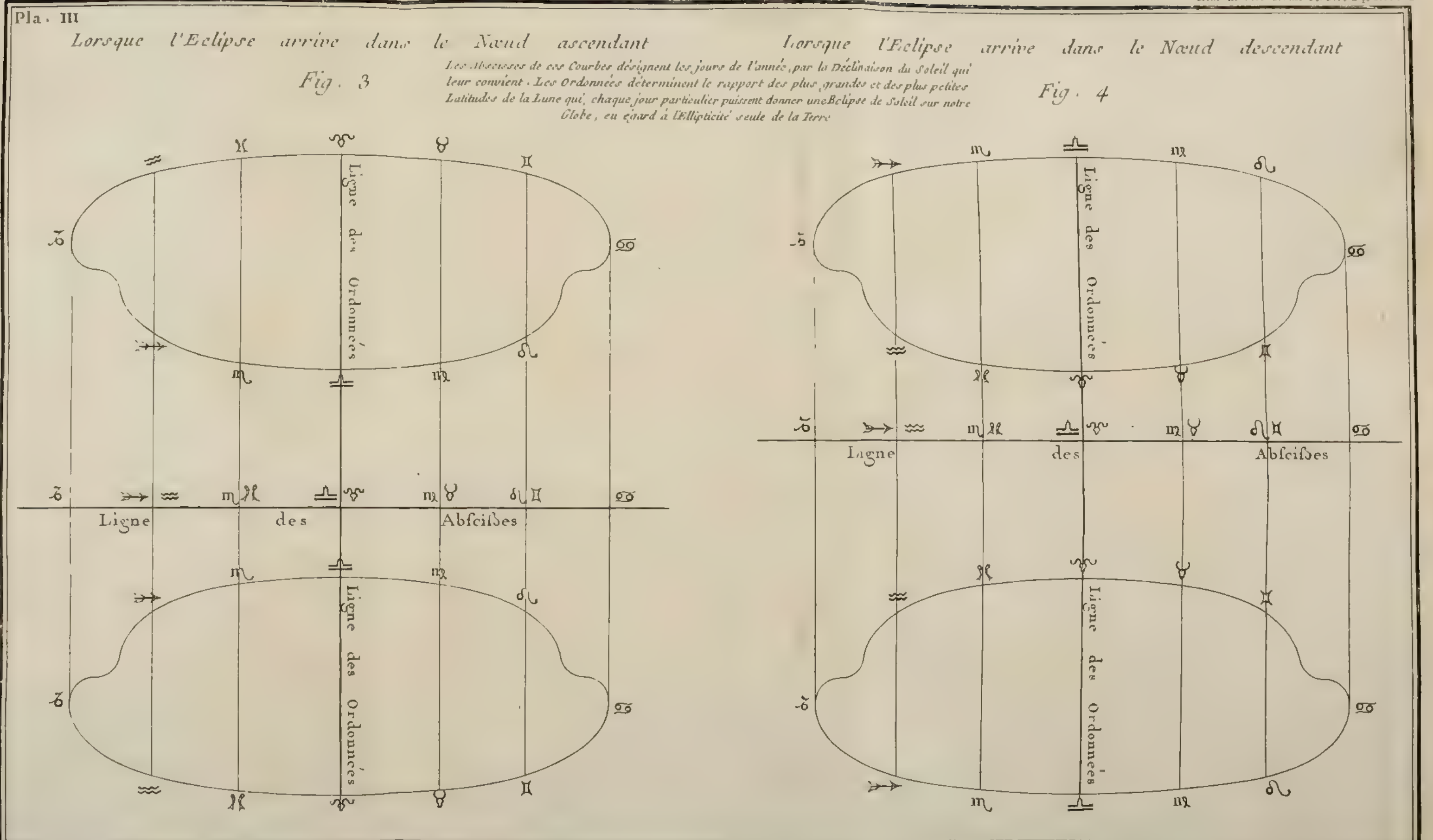
Depuis l'instant

...uis le Solstice d'Eté jusques à l'Equinoxe d'Automne

Fig. 2.


Mem de l'Ac R des Sc 1708 Pag 206 Pl 4
Pla. II
Ligne des Abscisses
Ligne des Ordonnées
Ligne des Ordonnées
Tang 90d
Tang 90d
Tang 61d 3' 40''
Depuis l'Equin du Printems, jusques à l'instant ou la Décl. du☉ = 1d 3' 35''
Depuis l'instant ou la Declinaison du Soleil est de 1d 3' 35'' jusques au moment ou elle est de 1d 3' 35
Ligne des Abscisses
Depuis le Solstice d'Eté
Tang 65d 31' 14''
Fig. 2.


l'Eclipse arrive dans le Nœud descendant
raison du Soleil qui
s et des plus petites
e de Soleil sur notre
Fig. 4
Ligne des Ordonnées
igne
des
Abscisses
Ligne des Ordonnées


Pla. III
Lorsque l'Eclipse arrive dans le Nœud ascendant
Fig. 3
Lorsque l'Eclipse arrive dans le Nœud descendant
Fig. 4
Les Abscisses de ces Courbes désignent les jours de l'année, par la Déclinaison du Soleil qui leur convient. Les Ordonnées déterminent le rapport des plus grandes et des plus petites Latitudes de la Lune qui, chaque jour particulier puissent donner une Eclipse de Soleil sur notre Globe, eu égard à l'Ellipticité seule de la Terre
Ligne des Ordonnées
Ligne des Abscisses
Ligne des Ordonnées
Ligne des Ordonnées
Ligne des Abscisses
Ligne des Ordonnées

MÉMOIRE
SUR LE CAS IRRÉDUCTIBLE.

Par M. DU SÉJOUR.

POUR bien établir l'objet de ce Mémoire,

Soit $x^3 - px + q = 0$, l'équation générale du troisième degré.

Je démontre que dans le cas irréductible, c'est-à-dire, lorsque $4p^3$ surpasse $27q^2$; aucun facteur de la forme $a + b\sqrt{(-1)}$, ne peut diviser l'équation, a & b étant des quantités réelles.

Soit $x^3 - px + q = 0$ l'équation proposée, & $x + a + b\sqrt{(-1)}$ une des racines de cette équation; on aura

$$x = -a - b\sqrt{(-1)},$$
$$x^2 = +a^2 + 2ab\sqrt{(-1)} - b^2,$$
$$x^3 = -a^3 - 3a^2b\sqrt{(-1)} + 3ab^2 + b^3\sqrt{(-1)}.$$

Substituant ces valeurs dans l'équation $x^3 - px + q = 0$, on aura

$$a^3 + 3a^2b\sqrt{(-1)} - 3ab^2 - b^3\sqrt{(-1)} - ap - bp\sqrt{(-1)} - q = 0.$$

Donc (puisque les termes réels doivent être égaux entr'eux, aussi-bien que les termes affectés d'imaginaires)

$$a^3 - 3ab^2 - ap - q = 0,$$
$$3a^2 - b^2 - p = 0;$$

d'où l'on tire

$$p = 3a^2 - b^2,$$
$$q = -2 \times (a^3 + ab^2),$$
$$p^3 = 27a^6 - 27a^4b^2 + 9a^2b^4 - b^6,$$
$$q^2 = 4a^6 + 8a^4b^2 + 4a^2b^4.$$

Mais $4p^3$ surpasse $27q^2$; donc $4p^3 - 27q^2$ surpasse zéro; donc $4p^3 - 27q^2 - 4y = 0$ (y étant essentiellement une quantité positive);

donc

$$\left.\begin{array}{l} +108a^6 - 108a^4b^2 + 36a^2b^4 - 4b^6 - 4y \\ -108a^6 - 216a^4b^2 - 108a^2b^4 \end{array}\right\} = 0;$$

$$81a^4 + 18a^2b^2 + b^4 + \frac{y}{b^2} = 0;$$

$$\text{donc } a^2 = -\frac{b^2}{9} \pm \frac{\sqrt{(-y)}}{9b};$$

Donc si b est une quantité réelle, a est une quantité essentiellement imaginaire; donc a & b ne peuvent être réels à la fois.

Donc dans le cas irréductible du troisième degré, aucun facteur de la forme $a + b\sqrt{(-1)}$, ne peut diviser l'équation, a & b étant des quantités réelles.

Lorsque $4p^3$ est moindre que $27q^2$, y est une quantité négative; a & b peuvent être réels à la fois: l'équation peut donc être divisible par des facteurs de la forme $a + b\sqrt{(-1)}$.

Si l'on rapproche cette proposition, du théorème démontré par M. d'Alembert, que toute racine imaginaire peut se représenter par $a + b\sqrt{(-1)}$, a & b étant essentiellement des quantités réelles; on aura une démonstration purement analytique, que dans le cas irréductible les trois racines de l'équation sont réelles.



MÉMOIRE

Sur un Moyen de dissoudre la Résine Caoutchouc, *connue présentement sous le nom de* Résine élastique de Cayenne, *& de la faire reparoître avec toutes ses qualités.*

Par M. MACQUER.

LES propriétés de cette Résine, qui se trouve en divers lieux de l'Amérique méridionale & de l'Asie, la rendent une des plus singulières productions du règne végétal. Ceux qui, émerveillés de sa grande élasticité, ont avancé qu'un anneau de cette matière pouvoit s'élargir assez pour devenir une ceinture & ensuite reprendre ses premières dimensions d'anneau, ou qu'une boule de cette résine rebondissoit plus haut que le point dont on la laissoit tomber *(a)*, ont fait sans doute en cela une exagération ridicule ou avancé une chose impossible. Mais en s'en tenant à l'exacte vérité, on trouve ses propriétés encore bien capables d'intéresser les Physiciens. Nous ne connoissons aucune matière qui réunisse autant de souplesse avec une si grande élasticité; & d'ailleurs la manière dont elle résiste aux agens les plus puissans de la Chimie, la rend un objet tout-à-fait digne d'attention.

13 Avril 1768.

Nous n'avions sur cette singulière résine que des notions fort vagues & assez imparfaites avant le voyage des Académiciens au Pérou. On en voyoit seulement quelques ouvrages dans les cabinets des Curieux. M. de la Condamine, dont le zèle est connu & qui ne laisse rien échapper de ce qui peut intéresser les Sciences ou l'utilité publique, en a décrit quelques propriétés dans sa *Relation de la rivière des Amazones (b)*; mais il est le premier qui nous ait donné dans les Mémoires de l'Académie, *année 1751*, des détails sur son origine & sur la manière dont on la recueille & dont

(a) Voyez Histoire de Saint-Domingue du P. Charlevoix.
(b) Réimprimée dans les Mémoires de l'Académie, *année 1745*.

on la travaille dans le pays. Ce Mémoire contient auſſi les obſervations & les recherches qu'a faites ſur cette même matière M. Freſneau, Chevalier de Saint-Louis, & ci-devant Ingénieur à Cayenne, à qui nous avons l'obligation d'avoir découvert dans cette colonie même l'arbre qui produit cette matière, qui n'y étoit connue que par les petits ouvrages qu'y apportoient quelquefois les Indiens de la colonie Portugaiſe du Para, & de l'avoir miſe lui-même en œuvre avec ſuccès.

Les recherches de ces Savans nous ont appris que la ſubſtance dont il s'agit, découle d'un arbre de ces contrées par des inciſions qu'on fait exprès, & (ce qui étoit bien eſſentiel à ſavoir) qu'elle n'eſt point alors en liqueur tranſparente, comme la térébenthine & les autres baumes ou matières purement réſineuſes; mais qu'elle ſe préſente ſous la forme d'un lait végétal ou d'une liqueur émulſive. Cette liqueur ſe deſſèche enſuite d'elle-même, prend du corps & ſe change en une ſubſtance qui a l'apparence d'un cuir, & qui conſerve une ſoupleſſe & une élaſticité très-remarquables.

Comme les propriétés de cette réſine donnent la facilité d'en faire, lorſqu'elle eſt encore liquide, des uſtenſiles très-commodes, & même d'une utilité unique dans bien des cas; pluſieurs Phyſiciens ont cherché à la diſſoudre, de manière qu'on pût en former les mêmes uſtenſiles que lorſqu'elle a ſa liquidité primitive. M. Freſneau ſur-tout a fait bien des épreuves pour diſſoudre cette matière; mais elles n'ont ſervi qu'à lui faire connoître qu'elle eſt abſolument indiſſoluble, ſoit par l'eau, ſoit par l'eſprit de vin; que les huiles, & en particulier celles de lin & de térébenthine la diſſolvent à la vérité; mais que quand elle a été une fois diſſoute par ces huiles, elle reſte molle & viſqueuſe, ſans pouvoir jamais reprendre ni ſa conſiſtance ni ſon élaſticité.

Lorſque j'ai entrepris d'eſſayer à mon tour de diſſoudre cette réſine ſingulière, j'ai cru devoir commencer par reconnoître ſa nature, autant qu'il ſeroit poſſible, en la comparant avec les autres matières huileuſes concrètes que nous connoiſſons. J'ai remarqué d'abord, que la réſine élaſtique étant originairement ſous la forme d'une émulſion, elle ne pouvoit être une matière purement huileuſe; mais qu'elle devoit néceſſairement être un

mélange d'huile avec quelqu'autre ſubſtance de nature plus aqueuſe.

En ſecond lieu, le défaut d'odeur aromatique, la privation de tout principe volatil qui puiſſe s'élever au degré de chaleur de l'eau bouillante, & l'indiſſolubilité abſolue dans l'eſprit de vin, qui ſont propres à cette réſine, m'ont démontré que l'huile qu'elle contient, n'eſt point de la nature des huiles eſſentielles, mais de celle des huiles non volatiles qu'on retire de beaucoup de végétaux par la ſeule expreſſion.

Enfin, quoique cette réſine brûle aſſez bien toute ſeule pour qu'on en puiſſe faire des flambeaux qui n'ont pas beſoin de mèche, il s'en faut cependant beaucoup qu'elle s'enflamme avec la même facilité que les huiles volatiles eſſentielles, ou les réſines qui en proviennent; celle-ci, ſemblable à cet égard aux huiles de lin, de noix, à la cire & autres matières de cette nature, ne prend flamme que quand elle commence à être réduite en vapeurs, & il lui faut pour cela un degré de chaleur aſſez conſidérable.

Ces obſervations préliminaires m'ont fait connoître que lorſque la réſine de Cayenne paſſe de ſon état d'émulſion à celui de réſine ou de gomme réſine ſolide, c'eſt principalement par la diſſipation de la partie aqueuſe du mucilage que vraiſemblablement elle contient, & je concevois par-là pourquoi lorſqu'on ne lui applique que des diſſolvans purement huileux, elle reſte molle, ſans pouvoir reprendre enſuite ni ſolidité ni élaſticité; c'eſt que ces diſſolvans n'attaquent que la partie huileuſe qui n'eſt point, ou qui n'eſt que fort peu deſſicative par elle-même, & qui retient d'ailleurs avec beaucoup de force les huiles étrangères auxquelles elle eſt unie.

D'après ces conſidérations, j'avois peu d'eſpérance de toutes les diſſolutions qu'on pourroit faire de cette réſine par des matières purement huileuſes. Néanmoins comme l'expérience dément ſouvent les raiſonnemens les plus ſpécieux, & pour n'avoir pas à me reprocher d'avoir négligé aucune épreuve, je me ſuis aſſuré par moi-même de ce que pourroient faire les différentes huiles & matières purement huileuſes appliquées à cette réſine.

Je l'ai donc fait diſſoudre dans de l'huile de lin, dans l'eſſence de térébenthine, comme avoit fait M. Freſneau, & dans nombre d'autres huiles. Ces huiles l'ont, à la vérité, très-bien diſſoute; mais j'ai remarqué, comme ceux qui avoient fait ces mêmes expériences avant moi, qu'il n'a réſulté de toutes ces diſſolutions que des ſubſtances viſqueuſes, qui n'étoient plus ſuſceptibles de ſe deſſécher convenablement par aucun moyen.

Comme ce défaut de deſſéchement pouvoit venir de ce que les huiles employées à la diſſolution, quoique deſſicatives par elles-mêmes, ne l'étoient cependant pas encore aſſez; j'ai eſſayé l'huile eſſentielle de térébenthine amenée au dernier degré de volatilité par pluſieurs rectifications ſur la chaux vive; mais ç'a été ſans plus de ſuccès. L'huile de lin cuite avec la litharge, que les Peintres emploient pour faire ſécher leurs couleurs, a été auſſi miſe en uſage; cette dernière a fait une diſſolution qui, à la vérité, ſe deſſéchoit mieux que toutes les précédentes; mais ce deſſéchement étoit imparfait & fort lent; & ce qui étoit encore un plus grand inconvénient, c'eſt que lorſque la matière étoit parvenue à ſiccité, elle n'avoit plus aucune liaiſon, & que l'élaſticité de la réſine étoit entièrement perdue. Conſidérant que l'eſſence de térébenthine eſt diſſoluble dans l'eſprit de vin, & que la réſine ſur laquelle je travaillois réſiſte à l'action de ce menſtrue, j'avois conçu l'eſpérance de réſoudre le Problème, en faiſant digérer & même bouillir à pluſieurs repriſes, dans une quantité ſuffiſante d'eſprit de vin bien rectifié, une diſſolution de réſine élaſtique que j'avois faite dans l'eſſence de térébenthine; mais ce moyen n'a pas réuſſi plus que les autres. L'eſprit de vin ne s'eſt chargé que d'une partie de l'huile de térébenthine; le reſte défendu contre l'action de ce diſſolvant par la réſine, eſt demeuré opiniâtrément uni à cette dernière, & l'a empêché de reprendre la conſiſtance & l'élaſticité que je deſirois.

Le camphre, qui eſt la plus volatile de toutes les matières huileuſes concrètes que nous connoiſſions, & la ſeule qui puiſſe s'évaporer entièrement à une douce chaleur, ſans laiſſer aucun réſidu, m'a paru mériter auſſi d'être eſſayé; mais comme il peut à peine ſe fondre ſeul ſans ſe ſublimer, je l'ai liquéfié à l'aide

d'un peu d'esprit de vin : dans cet état il a agi sur la résine, & en a dissous une partie ; mais quoique je fisse ensuite évaporer ce camphre, ou que je l'enlevasse par une grande quantité d'esprit de vin rectifié, la résine qui en étoit séparée, reparoissoit toujours sans élasticité.

Ces diverses tentatives qui n'avoient eu aucun succès, me firent perdre tout espoir de réussir par les dissolvans de nature purement huileuse. Ceux de nature saline ne furent pas plus efficaces. Les alkalis rendus caustiques par la chaux, & les différens acides, ou n'agirent point du tout sur la résine, ou l'altérèrent trop considérablement.

Quoique je fusse bien assuré que l'eau pure, ni l'esprit de vin même le mieux rectifié, ne pourroient dissoudre cette matière ; comme il auroit suffit de la ramollir jusqu'à un certain point pour lui faire prendre ensuite telle forme qu'on auroit voulu, & qu'on parvient, dans le digesteur de Papin, à réduire en gelée, à l'aide de l'eau & de la chaleur, les os les plus durs ; j'ai traité la résine dans cette machine, d'abord avec de l'eau pure, ensuite avec l'esprit de vin très-rectifié. Peut-être dans le temps qu'elle a éprouvé la plus forte chaleur, a-t-elle été en effet ramollie considérablement, mais comme on ne peut dans ce temps ouvrir cette machine sans danger, je ne l'ai vue qu'après qu'elle a été notablement refroidie, & il est certain qu'elle étoit alors plus dure & plus racornie qu'elle ne l'étoit avant d'avoir subi cette épreuve. Je n'ai pas négligé non plus l'effet que pourroit produire sur cette résine une chaleur sèche, incapable de lui faire prendre feu : elle a été assez facilement liquéfiée par cette chaleur ; mais une chose bien remarquable, c'est qu'après cela elle paroissoit être dans le même état que celle qui avoit été dissoute par des huiles ; c'est-à-dire, qu'elle restoit visqueuse, sans pouvoir jamais reprendre sa fermeté, sa sécheresse ni son élasticité.

Je ferois ici une trop longue énumération d'épreuves infructueuses, si je voulois seulement exposer toutes celles que j'ai tentées. Je me contente donc de parler de celle que j'ai entreprise avec le plus de confiance, parce que je la croyois indiquée par la théorie la plus sûre. J'avois recueilli une petite quantité

de ſuc laiteux du tytimale; & l'ayant fait deſſécher, il me paroiſſoit avoir quelque reſſemblance avec la réſine de Cayenne, je lui trouvois même un peu d'élaſticité.

D'après cette obſervation, j'eſpérai que parmi les ſucs laiteux des végétaux de ce pays-ci, il pourroit s'en trouver qui, par leur deſsèchement, formeroient une réſine élaſtique; ou du moins qui étant très-analogue à celle de Cayenne, pourroient la diſſoudre en entier & ſans diminuer notablement aucune de ſes propriétés. M. Bertin, Miniſtre & Secrétaire d'État & l'un des Membres de cette Académie, qui m'avoit engagé à cette recherche & qui avoit la réuſſite fort à cœur, eut la bonté de me procurer une quantité aſſez conſidérable de lait de figuier, avec lequel j'ai eſſayé auſſitôt de diſſoudre la réſine; mais mes eſpérances furent encore trompées; car quoique je le lui appliquaſſe à différens degrés de concentration, elle lui a toujours réſiſté, & je n'ai pu obtenir par ce moyen une diſſolution telle qu'il me la falloit.

Il me paroît démontré par toutes ces expériences, que la réſine élaſtique parvenue au degré de deſsèchement où nous l'avons ici, ne peut être diſſoute convenablement ni par l'eau, ni par les ſubſtances ſalines, ni par les eſprits ardens les mieux rectifiés, ni par aucune matière huileuſe pure, ni même par les diſſolvans mixtes, partie huileux, partie aqueux, tels que le ſont les ſucs laiteux de pluſieurs de nos végétaux. Il ne me reſtoit plus qu'un ſeul menſtrue à eſſayer; mais auquel je n'avois recours qu'à regret à cauſe de ſa cherté, c'étoit l'éther. Cette liqueur eſt, ſuivant le ſentiment de la plupart des Chimiſtes d'une nature moyenne entre celle des eſprits ardens & celle des huiles les plus ſubtiles; elle eſt d'ailleurs la plus volatile & la plus évaporable de toutes les liqueurs que la Chimie nous ait fait connoître; elle eſt auſſi la ſeule qui m'ait réuſſi parfaitement. Il eſt très-eſſentiel d'avertir ici que ce ſeroit en vain qu'on eſſayeroit de ſe ſervir de l'éther ordinaire, même de celui qui ayant été rectifié par la méthode uſitée, eſt réputé très-bon. Cet éther ordinaire appliqué à la réſine élaſtique, eſt abſolument hors d'état de la diſſoudre. M. Beaumé a fait remarquer avec grande raiſon, dans ſa Diſſertation & dans ſes Mémoires ſur l'éther, que lorſque cette liqueur n'a pas touché à

de l'eau & qu'elle a été exactement séparée par la rectification de toute autre liqueur hétérogène, telle que l'esprit-de-vin ou l'acide vitriolique sulfureux, elle est totalement différente de celle qui n'a pas été préparée avec toutes ces attentions; & cette différence est on ne peut pas plus sensible dans la dissolution de la résine dont il s'agit. Pour être assuré d'avoir un excellent éther tel qu'il est absolument nécessaire à cette opération, il faut rectifier à une chaleur très-douce huit ou dix livres de bon éther ordinaire, & mettre à part les deux premières livres qui passent dans cette rectification; cette première portion est l'éther le plus pur qu'on puisse avoir, & c'est peut-être le seul sur lequel on doive compter, quand il s'agit de reconnoître l'action qu'il a, en tant qu'éther, sur une infinité de substances.

Quand donc on a de l'éther d'une qualité parfaite, tel que celui que je viens de désigner, rien n'est plus simple & plus facile que la dissolution de la résine élastique. Il suffit de la couper en petits morceaux: de la mettre dans un matras ou autre bouteille: de verser par-dessus assez d'éther pour qu'il la surnage de deux travers de doigt: de bien boucher ensuite la bouteille & de laisser agir le dissolvant sans le secours d'autre chaleur que de celle de l'air, en se contentant de remuer de temps en temps le matras. Dans l'espace de dix ou douze heures, on voit la résine se gonfler considérablement; l'éther de son côté prend une très-légère couleur jaunâtre, & alors la dissolution est faite.

Cette dissolution n'est point laiteuse comme l'est la résine lorsqu'elle a sa liquidité primitive; elle est claire & transparente; elle a principalement l'odeur de l'éther, mais cette odeur est mêlée de quelque chose de désagréable qui est particulier à la résine; elle est moins fluide que l'éther pur; la résine y est si bien dissoute, & si susceptible de reprendre sa première consistance avec toute son élasticité, que lorsqu'on verse de la dissolution sur un corps solide quelconque, elle y forme en un instant un enduit de résine élastique. Lorsqu'on verse de cette même dissolution dans de l'eau, elle ne forme point une liqueur d'un blanc mat, comme cela arrive toutes les fois qu'on mêle pareillement dans de l'eau la dissolution d'une résine ou d'une huile quelconque faite

par l'eſprit de vin ; mais elle s'étend uniformément à la ſurface de l'eau, & l'on ne peut voir, ſans admiration, qu'un moment après on enlève de deſſus la ſurface de cette eau une membrane déliée, mais ſolide, extrêmement flexible & ſi élaſtique, qu'on peut l'étendre conſidérablement ſans qu'elle ſe déchire, & qu'elle reprend ſes premières dimenſions auſſi-tôt qu'on ceſſe de la tirer.

Je n'entreprendrai point pour le préſent d'expliquer tous les effets remarquables que j'ai obſervés dans les expériences dont je viens de rendre compte; ces effets peuvent ſans doute nous donner de nouvelles connoiſſances ſur la nature de l'éther & ſur celle des ſucs laiteux des végétaux; mais l'explication de toutes ces choſes exigeroit une trop longue diſcuſſion & demanderoit même de nouvelles expériences.

Je me contenterai donc d'indiquer les uſages qu'on peut faire de la diſſolution de cette réſine & la manière de l'employer. Sa ſolidité, ſon élaſticité, & la propriété qu'elle a de réſiſter à l'action de l'eau, des ſels, de l'eſprit de vin & de beaucoup d'autres diſſolvans, donnent la facilité d'en faire des tuyaux flexibles & élaſtiques qui peuvent être néceſſaires dans pluſieurs ouvrages de mécanique. M. Hériſſant, de cette Académie, qui a diſſout cette même réſine, par l'eſſence de térébenthine, a propoſé d'en faire des ſondes, qui, ſi elles avoient d'ailleurs toutes les qualités convenables, épargneroient des douleurs cuiſantes & de longues ſouffrances à ceux qui ont le malheur d'être obligés de porter de ces ſortes d'inſtrumens, que juſqu'à préſent on n'a pu faire qu'avec des métaux. Les Omaguas, nation nombreuſe qui habite les bords de l'Amazone, emploient cette réſine quand elle eſt encore en lait, pour en faire différens uſtenſiles, comme des goblets, des bouteilles, des ſeringues, des bottes, & autres qui ſont proprement travaillés. Ils y réuſſiſſent en formant d'abord avec de la terre graſſe le moule de la choſe qu'ils veulent fabriquer. Ils enduiſent ce moule ſucceſſivement de pluſieurs couches de réſine liquide, qu'ils font ſècher à la fumée, juſqu'à ce qu'ils aient donné à cet enduit l'épaiſſeur convenable, & obſervant de n'appliquer une nouvelle couche qu'après que la précédente eſt aſſez sèche pour ne point s'attacher aux doigts, & lorſque le tout

a la

à la solidité convenable, ils retirent la terre avec un outil *. On pourroit par la même méthode faire les mêmes choses avec la dissolution de résine dans l'éther; mais le moule de terre ne réussiroit pas pour des ustensiles beaucoup plus petits & plus délicats, tels, par exemple, que des tuyaux de la grosseur d'une plume ou même plus menus. Lorsque j'ai voulu en faire de cette espèce, je me suis servi d'un moule de cire; je trempois un pinceau dans ma dissolution de résine, & j'en enduisois promptement toute la surface du moule: mettant ainsi couche sur couche, jusqu'à ce que l'enduit total eût une épaisseur suffisante; alors je jetois le tout dans de l'eau bouillante, au fond de laquelle je l'assujettissois; la cire se fondoit & venoit nager à la surface de l'eau; il me restoit après cela un tuyau flexible & élastique, tel que je le desirois. Cette opération est, comme on le voit, simple & facile; on peut par ce moyen faire non-seulement des tuyaux droits, mais en faire aussi de courbes ou de coudés & en souder plusieurs ensemble, si l'on en a besoin. Je ne dissimulerai cependant point que j'ai trouvé de la difficulté à faire ces tuyaux par-tout d'une égale épaisseur & d'une surface bien lisse & bien unie. Cette difficulté vient de ce que la résine ainsi dissoute par l'éther, se sèche avec une si grande promptitude, qu'elle prend corps avant qu'on ait le temps de l'étendre bien uniformément; mais il est à présumer qu'un homme adroit, expéditif, & qui se seroit exercé à cette sorte d'ouvrage, parviendroit à faire tout ce qu'on voudroit avec l'exactitude & la propreté convenables.

* M. Fresneau, que nous avons déjà cité, a imité avec succès leurs procédés, & M. de la Condamine a présenté à l'Académie une paire de bottes molles ornées de dessins & de fleurs imprimées, de la façon de cet Ingénieur.



OBSERVATIONS

SUR LA

CIRCULATION DE L'AIR DANS LES MINES;

Moyens qu'il faut employer pour l'y maintenir.

PREMIER MÉMOIRE *.

Par M. JARS.

L'EMBARRAS dans lequel j'ai vu plusieurs Entrepreneurs & Directeurs de mines, soit en France, soit en Allemagne, pour introduire de l'air dans les travaux qu'ils dirigeoient, les ouvrages infructueux qu'ils entreprenoient pour y parvenir, m'ont donné envie de connoître comment se faisoit la circulation de l'air dans les souterrains; afin de parvenir à une méthode sûre pour l'y introduire, éviter par-là les ouvrages inutiles qui sont toujours très-dispendieux dans les mines, & chasser le *mauvais air* qui fatigue beaucoup les Mineurs & peut abréger leur vie. Rempli de mon objet, j'en ai parlé à toutes les personnes que je connoissois pour être instruites dans la Géométrie & Physique souterraines; j'ai eu plusieurs entretiens à ce sujet avec des Savans en Saxe. Quelque instructives que fussent ces conversations, elles me laissoient toujours quelque chose à desirer, c'est pourquoi j'ai continué à observer & ai cherché en même-temps à connoître la raison pour laquelle l'air prenoit une route préférablement à une autre; je crois y être parvenu.

Ce Mémoire seroit susceptible d'une très-grande étendue par l'application que l'on pourroit faire des conséquences que j'ai tirées de mes remarques, pour empêcher les appartemens de fumer & pour renouveler l'air dans les Hôpitaux & autres lieux, &c. Mais mes occupations & le voyage que je suis sur le point de

* Ce Mémoire & le suivant ont été lûs par M. Jars les 23 Mai 1764 & 16 Avril 1766, avant qu'il eût été reçu à l'Académie.

faire, ne me permettant d'ici, à quelque temps autre chose, que des observations; je crois devoir faire part à l'Académie des principales que j'ai faites jusqu'à ce jour, & de l'avantage que l'on en peut retirer: il suffira à tout Directeur & Inspecteur de mine intelligent, de connoître les observations suivantes, & l'application que j'en fais pour lui servir de guide dans tous les cas.

J'ai observé pendant l'hiver, en visitant des mines, qu'il y avoit des puits de dix, douze, jusqu'à vingt toises de profondeur perpendiculaire, dans lesquels toute l'eau qui suintoit à travers le rocher & la charpente, se geloit & formoit de la glace dans toute leur hauteur; j'ai observé également que le thermomètre de M. de Reaumur, mis dans une mine à quarante-cinq pas de l'embouchure *(a)* d'une de ses galeries *(b)* se tenoit à zéro; dans l'intervalle de cette distance, j'ai trouvé de la glace, mais en avançant dans la mine la liqueur du thermomètre est montée peu à peu jusqu'à 11 & 12 degrés; c'est-à-dire, 1 & 2 degrés au-dessus de la température des caves de l'Observatoire, qui est la même dans les mines: j'ai attribué les deux degrés au-dessus de la température, à l'air échauffé par les ouvriers, & à la flamme de leurs lampes; il y a encore dans de certaines mines des accidens qui occasionnent souvent une chaleur assez forte, comme des ouvrages où l'on rencontre une espèce de pyrite qui, tombant en efflorescence par le contact de l'air, s'échauffe au point que les ouvriers sont obligés d'y travailler sans chemise & n'y peuvent résister que très-peu de temps. Les mêmes mines où j'ai observé des puits & des galeries dans lesquelles on rencontroit de la glace, avoient d'autres ouvertures où l'on sentoit un air chaud en y entrant; je voyois sortir par ces mêmes ouvertures la fumée de la poudre lorsque l'on avoit tiré un ou plusieurs coups de mines; d'où j'ai conclu que l'air entroit par les ouvrages où j'avois rencontré de la glace & ressortoit par ceux où l'on respiroit un air échauffé.

(a) On nomme *embouchure* d'une galerie ou d'un puits, son ouverture extérieure.

(b) On nomme *galeries* les excavations souterraines horizontales qui aboutissent à d'autres excavations, que l'on fait pour extraire le minéral d'un filon, lesquelles, pour peu que la mine soit un peu considérable, ont ordinairement plusieurs issues extérieures qui sont perpendiculaires, horizontales ou obliques.

J'ai remarqué dans le même temps que tous les ouvrages par où l'air entroit dans la mine, étoient inférieurs ou plus bas que ceux par où il sortoit; ce qui me persuada que l'on auroit d'autant plus d'air dans une mine, que les ouvrages de communication supérieurs seroient plus élevés au-dessus de l'horizontale ou du niveau de ceux pratiqués au pied de la montagne: ces observations m'expliquèrent pourquoi l'on construisoit des tuyaux de cheminées sur certains puits dans des mines de charbon qui étoient exploitées dans un pays plat; j'en avois demandé plusieurs fois la raison, on m'avoit toujours répondu que c'étoit pour introduire de l'air dans la mine, mais j'ignorois toujours pourquoi l'air entroit plutôt par les ouvrages inférieurs que par les supérieurs.

Non-content d'avoir fait pendant l'hiver les observations que je viens de rapporter, je voulus examiner si la circulation de l'air étoit la même dans toutes les saisons; je ne pus rien constater pendant le printemps, on en verra les raisons ci-après: comme mes premières observations avoient été faites lorsqu'il geloit, je choisis dans l'été des jours chauds pour parcourir les différentes ouvertures de la mine de Cheissy en Lyonnois; j'ai fait aussi les mêmes remarques dans d'autres mines. J'entrai d'abord dans la mine par la même galerie inférieure dans laquelle le thermomètre avoit été en hiver à zéro jusqu'à quarante-cinq pas de son embouchure; je sentis de la fraîcheur en entrant; je posai mon thermomètre, dont la liqueur étoit à 20 degrés au-dessus de zéro, à une toise intérieurement de l'embouchure de la galerie; après l'y avoir laissé une demi-heure, la liqueur descendit à 11 degrés; je sentis la même fraîcheur dans toute la mine; je dirigeai ma marche du côté d'un ouvrage en *échelon-montant* * par lequel on sort de la mine, c'étoit alors l'ouverture la plus élevée, je remarquai avec surprise qu'à mesure que j'approchois de l'embouchure, l'air s'échauffoit; je plaçai mon thermomètre à quatre toises de ladite embouchure, il monta à 18 degrés: ces observations répétées plusieurs fois & dans plusieurs mines, m'ont prouvé que l'air qui, dans l'hiver, entroit dans la mine par les ouvrages inférieurs pour

* Ouvrage en *montant* ou *échelon-montant* se dit d'une excavation irrégulière qui se fait de bas en haut, en suivant le filon, pour en extraire le minéral.

ressortir par les supérieurs, prenoit une route contraire pendant l'été. Il ne me suffisoit pas d'être parvenu à connoître parfaitement la façon dont l'air circuloit dans les mines, je voulois encore savoir quelle en étoit la raison & ce qui déterminoit l'air dans une saison à prendre une route préférablement à l'autre: voici le raisonnement que j'en ai tiré, & de quelle façon je le prouve.

Je suppose *AB* une galerie à l'extrémité de laquelle il y a un puits *CB* de dix toises de profondeur, son embouchure *C* est donc dix toises plus élevée que celle *A* de la galerie; *ABC* est un ouvrage souterrain, dont l'air doit être tempéré, c'est-à-dire à 10 degrés: mais l'air de l'atmosphère pendant l'hiver est à zéro & même au-dessous, c'est-à-dire de 10 degrés moins dilaté que celui renfermé dans le souterrain; je dois donc considérer au-dessus du puits *CB* une colonne de toute la hauteur de l'atmosphère, laquelle auroit pour base l'ouverture du même puits, & dont le degré de chaleur est égal à zéro jusqu'à la ligne horizontale *CD*, plus la colonne *CB* qui est à 10 degrés. Je considère de plus sur le point *A* une colonne également de toute la hauteur de l'atmosphère, par conséquent égale à celle qui est sur le puits *CB*, avec la différence que son degré de chaleur est égal à zéro sur toute sa hauteur, tandis que la première a une partie de dix toises *CB* qui est à 10 degrés; donc la colonne de l'atmosphère qui suit la ligne *DA* est plus pesante que celle qui suit la ligne *CB*, puisqu'elle contient beaucoup plus d'air dans un même volume: comme elle presse sur le point *A*, elle obligera l'air contenu dans le souterrain *ABC* de sortir par le puits *C*, ce qui établira le courant d'air dans la mine. Fig. 1.

Si je considère actuellement ce qui arrive pendant l'été, en supposant l'air de l'atmosphère à 20 degrés de chaleur; je dis, la colonne sur *CB* est à 20 degrés de chaleur jusqu'à *CD*, qui est la ligne horizontale; mais *CB* n'est qu'à 10 degrés, laquelle fait partie de toute la colonne de la hauteur de l'atmosphère: donc cette colonne sur *CB* est plus pesante que celle sur le point *A*, puisque cette dernière est dans toute sa hauteur à 20 degrés de chaleur, tandis que la première a une partie de dix toises d'air moins dilaté, & par conséquent plus pesant; d'où il résulte que

pendant l'été la colonne d'air sur le puits *CB,* doit, par son
Fig. 1. propre poids, obliger l'air intérieur à sortir par l'ouverture *A,* & en procurer ainsi la circulation.

J'ai remarqué depuis très-long-temps & je l'ai ouï dire à tous les Mineurs, que l'air circuloit difficilement dans les mines à la pousse & à la chute des feuilles, c'est-à-dire pendant le printemps & l'automne, il est même des ouvrages que l'on suspend alors faute d'air, les chandelles & les lampes ne pouvant brûler qu'avec peine; j'avois toujours cherché inutilement à en connoître la cause, mais le problème est résolu actuellement puisque l'on sait que dans le printemps & l'automne l'air extérieur approche le plus de la température, par conséquent il fait, pour ainsi dire, équilibre avec celui qui est renfermé dans les mines; on doit même sentir toute la difficulté que l'air a à s'établir un courant dans ces saisons où il est tantôt au-dessus & tantôt au-dessous de 10 degrés, sur-tout dans les ouvrages un peu considérables où l'air a beaucoup d'espace à parcourir : comme le degré de chaleur varie plusieurs fois dans la même journée, les colonnes d'air de l'atmosphère pressent alternativement sur les différentes ouvertures des mines, ce qui en rend la circulation fort difficile.

On est en usage dans plusieurs mines, lorsque l'air y manque, d'y descendre des grilles avec du feu; cette méthode est très-bonne & doit réussir certainement au printemps & vers l'automne, dans les travaux qui ont été faits suivant les principes que je viens d'établir; car si toutes les ouvertures d'une mine étoient faites à une même hauteur horizontale, le feu que l'on descendroit dans le fond de la mine, s'y éteindroit ainsi que le font les lampes & les chandelles, à moins que la grille de feu ne fût suspendue au tiers ou au milieu d'un des puits, elle feroit alors l'effet du fourneau décrit dans le *Traité de l'art des mines de M. Lehmann, traduit en françois, page 50, figures 1 & 2, planche III.* J'ai vu ce fourneau exécuté avec succès dans une mine de plomb aux environs de la ville de Freiberg en Saxe; ceci se rapporte toujours à ce qui a été dit plus haut, qui est d'avoir un air plus dilaté dans un endroit que dans un autre. Je donnerai plus bas les moyens

les moins dispendieux pour se procurer de l'air dans les cas principaux qui se rencontrent dans l'exploitation des mines.

Plusieurs personnes sont persuadées que ce n'est qu'en multipliant beaucoup les ouvertures des mines que l'on peut y introduire de l'air, c'est une erreur dangereuse pour un Inspecteur qui est à la tête d'une exploitation. L'on doit sentir que quand même on feroit dix puits sur un même ouvrage souterrain, si leur embouchure est à la même hauteur horizontale, on n'aura pas beaucoup plus d'air que s'il n'y en avoit qu'un, parce qu'alors toutes les colonnes d'air de l'atmosphère étant d'un égal poids, elles font équilibre entre elles, il est impossible qu'il puisse s'établir un courant d'air: cette multiplicité d'ouvertures est très-dispendieuse, sur-tout si les ouvrages sont profonds; en outre, plus l'on fait d'ouvertures dans une montagne, plus on augmente les filtrations d'eau, & par conséquent les dépenses de l'exploitation.

Il en est de même pour les ouvrages horizontaux; voici un exemple dont j'ai été témoin. Ayant fait une galerie qui avoit vingt toises de longueur depuis son embouchure, on creusa sur le filon un puits d'environ dix à douze toises, l'air y manqua, on s'avisa de faire une seconde galerie au même niveau que la première, & qui vint aboutir au même puits, comptant par-là établir un courant d'air, mais lorsqu'elle fut achevée, on n'eut pas plus d'air qu'auparavant, il fallut se déterminer à faire un puits extérieur qui vint répondre au puits souterrain, ce fut alors que l'on eut de l'air suffisamment pour continuer les ouvrages projetés. Le fait que je viens de citer est arrivé en France; en voici un autre d'une plus grande conséquence que j'ai vu dans les mines de Schemnitz en Hongrie, dans l'année 1758. On continuoit les travaux d'une galerie d'écoulement, qui étant achevée aura deux mille trois cents cinquante-neuf toises de longueur, on n'avoit plus alors que sept cents quatre-vingt-deux toises à faire pour l'achever, comme on y travailloit de deux côtés, on espéroit que le percement se feroit au bout de sept ans, ainsi suivant toute apparence, cette galerie sera achevée l'année prochaine *: comme la montagne est d'une hauteur prodigieuse,

* Depuis la lecture de ce Mémoire, les nouvelles publiques nous ont

il a été impossible d'y pratiquer plusieurs puits de respiration, on en a fait un seul dans un vallon; lorsqu'il fut à la profondeur que devoit être la galerie, on mit des ouvriers à droite & à gauche pour accélérer l'ouvrage; dès que l'on eut fait le *percement* avec la partie de la galerie qui venoit du côté de l'embouchure, & que celle qui étoit dirigée du côté de la montagne fut un peu avancée, on y introduisit de l'air à l'aide d'une machine à peu près semblable à celle dont j'ai lû la description à l'Académie, & qui sert à élever l'eau dans les mêmes mines *, on auroit pu lui substituer un soufflet à trompe qui auroit fait le même effet & n'auroit pas coûté la vingtième partie de la dépense de cette machine; mais on pouvoit se passer de l'un & de l'autre comme on le verra ci-après; indépendamment de cette machine, on imagina de commencer depuis ce puits du vallon, une galerie parallèle & au même niveau que la grande, avec l'attention de faire des *percemens* de distance en distance avec la galerie principale pour lui communiquer de l'air, ce que l'on a exécuté, & continué vraisemblablement de faire, c'est cependant une dépense, tout calcul fait, de plus de deux cents mille livres, & qui est fort inutile comme je vais le prouver. Si l'on fait attention que ces galeries sont au même niveau, il est aisé de conclure que les colonnes d'air font équilibre entre elles, par conséquent l'air ne peut se changer, mais afin qu'il puisse le faire, on a fait une porte qui sépare la communication de l'embouchure de la seconde galerie avec le puits du vallon; de cette façon, l'air entre pendant l'hiver par la seconde galerie, passe dans la grande, & vient ressortir par le puits, le contraire arrive pendant l'été; cette seconde galerie ne représente donc qu'un tuyau ou conduit que l'on prolongeroit à mesure que la galerie seroit avancée, ce que l'on auroit pu faire dans cette galerie principale en lui donnant une capacité suffisante pour le passage de l'air nécessaire; cela étoit fort aisé, puisque cette galerie a neuf pieds de haut sur cinq pieds de large dans le bas.

appris que cette galerie étoit communiquée avec les ouvrages souterrains dont on vouloit écouler les eaux.

* Elle est décrite dans le *V.e Volume* des Mémoires présentés à l'Académie.

Il

Il y a des personnes aussi qui pensent que l'on ne peut avoir de l'air dans une galerie commencée au jour, à moins que l'on ne fasse un puits de respiration de cinquante en cinquante toises; la multiplicité de ces puits n'est utile qu'autant que l'on veut accélérer l'ouvrage de cette galerie en travaillant dans plusieurs endroits à la fois, ce qui n'est encore praticable que lorsque la montagne n'est pas trop élevée, & que l'approfondissement des puits n'est ni trop long ni coûteux.

Cette circulation artificielle de l'air, qui fait le sujet d'un Mémoire de M. Triewald, inséré dans les Actes de l'Académie de Suède*, se trouvera comprise dans les exemples que je vais donner sur l'application que l'on peut faire des principes que je viens d'établir. * *Tome I.*

On a commencé une galerie au point *A*, dirigée sous une montagne; je dis que cette galerie peut être continuée sans faire de puits de respiration, jusqu'à ce que le montant *F I* de la galerie *A B* qui est au-dessus de la ligne horizontale *A G*, soit égal à la hauteur *K L* de la galerie, ou plutôt que le point *F* formant le sol de la galerie à son extrémité, soit au même niveau que le point *K* qui en est la partie supérieure à son embouchure *M*; à cet effet, je divise la galerie en deux parties par un plancher *E M*, bouché exactement dans toute sa longueur, afin que l'air n'y ait aucun passage: ce plancher, que les Allemands nomment *treppen-werck*, est nécessaire pour pouvoir rouler la brouette par-dessus & n'être pas incommodé par l'eau qui passe par le canal fait sur le sol de la galerie; il exige dans ce cas-ci d'être fait avec plus de soin que lorsqu'il ne sert qu'à cet usage; on le fait à mesure que l'on avance la galerie: à l'aide de cette séparation on a deux colonnes d'air, dont le poids est différent, puisqu'elles sont inégales en hauteur & en densité; par exemple, en hiver l'air entrera dans la galerie par le canal *A E*, renouvellera l'air au point *E* pour venir ressortir par l'embouchure *M* de la galerie; le contraire arrivera pendant l'été: sur ce principe on peut calculer de quelle longueur peut être faite une galerie sans puits de respiration; par exemple, supposons la galerie *K L* de six pieds, & que l'on veuille donner dix-huit pouces de pente par cent toises, il est évident que ce ne seroit qu'à quatre cents toises que le sol Fig. 2.

de la galerie à ſon extrémité, ſeroit au même niveau que ſa partie ſupérieure à ſon embouchure; qu'alors les colonnes d'air ſeroient en équilibre & qu'il n'y auroit plus de circulation; ceci eſt bon pour la théorie, car je doute fort que cela eût lieu dans la pratique juſqu'à ce point-là; on en ſentira aſſez les raiſons ſans avoir beſoin de les détailler: mais il y a un remède qui n'eſt pas coûteux, c'eſt de faire le puits *C D* & de mettre une porte à l'endroit *N* de la galerie; pour lors, à l'inſpection ſeule de la figure, on verra que l'on met une différence dans la peſanteur de la colonne d'air de toute la hauteur du puits, ſi la montagne n'eſt pas bien élevée: ce puits ſeroit au moins autant néceſſaire pour faciliter l'extraction des matières, que pour la circulation de l'air; mais ſi au contraire la montagne eſt fort élevée, & que, calcul fait, la dépenſe du puits ne fût point compenſée par l'avantage qui en réſulteroit pour extraire les matières, il ſuffira, pour établir le
Fig. 2. courant d'air, de faire le puits *O Q* & la porte *P* proche de l'embouchure de la galerie; pour peu que ce puits ait de la profondeur, on voit qu'il ſera aiſé de pouſſer la galerie fort avant dans la montagne; mais au cas que l'air vînt encore à y manquer par une plus longue continuation de cette galerie, on peut augmenter la hauteur du puits en conſtruiſant ſur le point *O* une cheminée d'autant plus haute que la galerie ſera prolongée plus avant: ſi dans la même galerie *A B*, on veut approfondir le puits *R S*, il ſera facile d'y introduire de l'air en mettant un tuyau ou conduit au canal inférieur de la galerie; il faut qu'il ſoit fermé exactement pour empêcher la communication de l'air, & qu'il ſoit prolongé à meſure que l'on creuſera le puits, comme je l'ai repréſenté par *R T*; la vue ſeule de la figure en facilitera la démonſtration.

Fig. 3. Je ſuppoſe le puits *CD* fait dans un pays plat, du point *D* on pouſſe la galerie *D F*; arrivé au point *F* l'air manque de façon à ne pouvoir pas continuer l'ouvrage; je dirai dans l'exemple ſuivant ce que je penſe que l'on doit faire alors; mais le parti que l'on prend ordinairement, eſt d'approfondir un puits *E F* ſur le point *F*; il n'eſt pas douteux qu'alors on a un peu d'air, par la même raiſon que l'on en a eu par le puits *CD* au point *D*, & dans la galerie *D F*.

On ſait que dans un puits perpendiculaire on a de l'air juſqu'à une certaine profondeur qui ne peut être déterminée.

Mais ce n'eſt point un renouvellement d'air ſuffiſant que l'on ſe procure par le puits *EF,* puiſque les deux embouchures *C, E* des deux puits ſont ſur la même ligne horizontale *AB*, par conſéquent les colonnes d'air font équilibre entr'elles: on continue la galerie *FH;* l'air manque de nouveau lorſque l'on eſt au point *H;* dans ce cas il y a des endroits où l'on eſt en uſage de faire une cheminée *EG* ſur l'embouchure *E* du puits *EF;* il n'eſt pas douteux que par-là on rend le poids des colonnes d'air inégal, & l'on établit la circulation; ceux qui ne connoiſſent pas les cheminées font un nouveau puits ſur le point *H;* à l'aide de la cheminée on peut continuer la galerie *FH* juſqu'à une certaine diſtance, mais on peut la pouſſer plus loin en s'y prenant comme il ſuit: je ferois un plancher ſur la galerie *FH,* pareil à celui du premier exemple; je prolongerois le plancher avec la galerie & ferois une porte au point *I,* par-là, l'air qui entreroit par l'embouchure *C,* eſt obligé de paſſer au point *H* pour venir reſſortir par *G;* de même celui qui entreroit par *G,* ſeroit obligé, toujours en paſſant au point *H*, de reſſortir par *C;* en ſuivant cette même méthode, je puis approfondir un puits au point *H* ou ailleurs, & à telle profondeur qu'il ſera néceſſaire, ſans autre ſecours que celui d'un tuyau, que je conduirois à meſure que j'approfondirois le puits, lequel tuyau ne doit avoir de communication qu'avec le canal qui occupe le ſol de la galerie *FH.* Fig. 3.

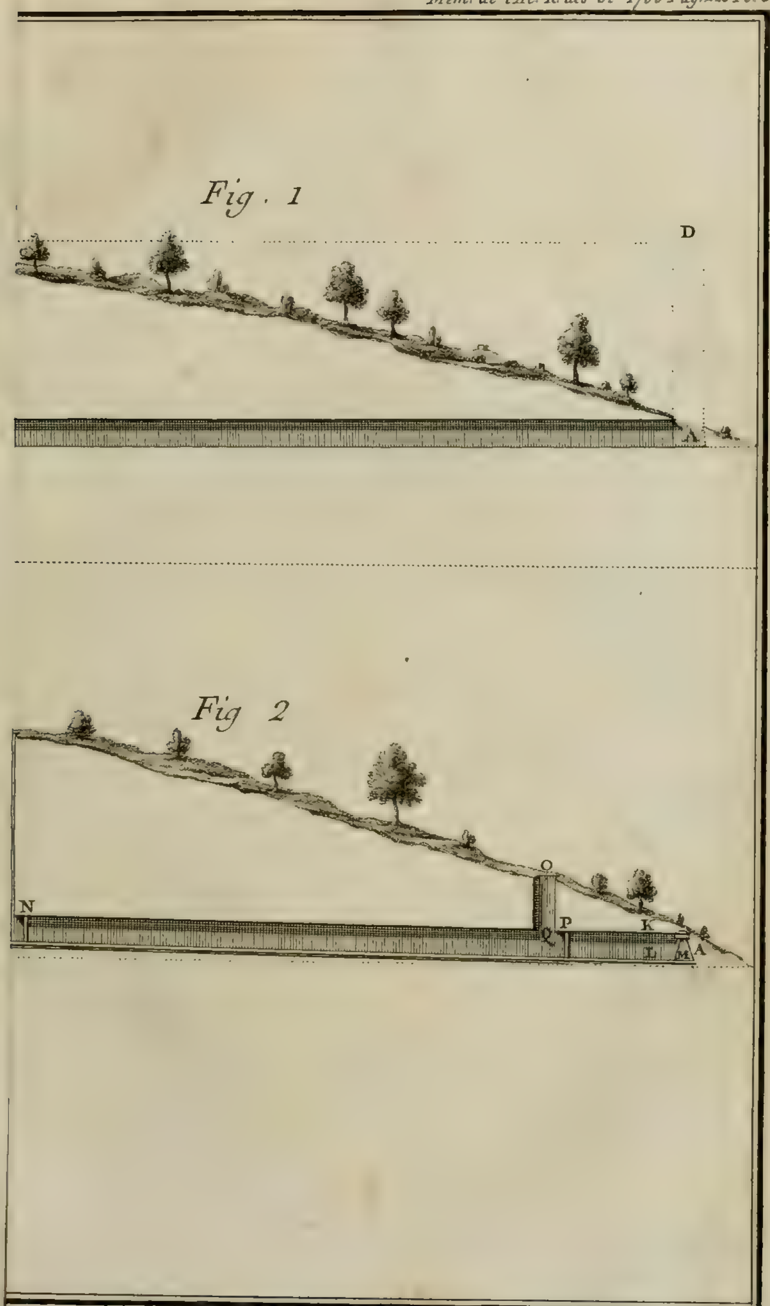
Je dois obſerver qu'il eſt inutile que la cheminée ſoit faite en cône tronqué; ce ſeroit même un inconvénient ſi l'ouverture en étoit trop petite, ce dont on s'apercevroit aiſément en été, que l'air eſt obligé d'entrer dans la mine par cette ouverture.

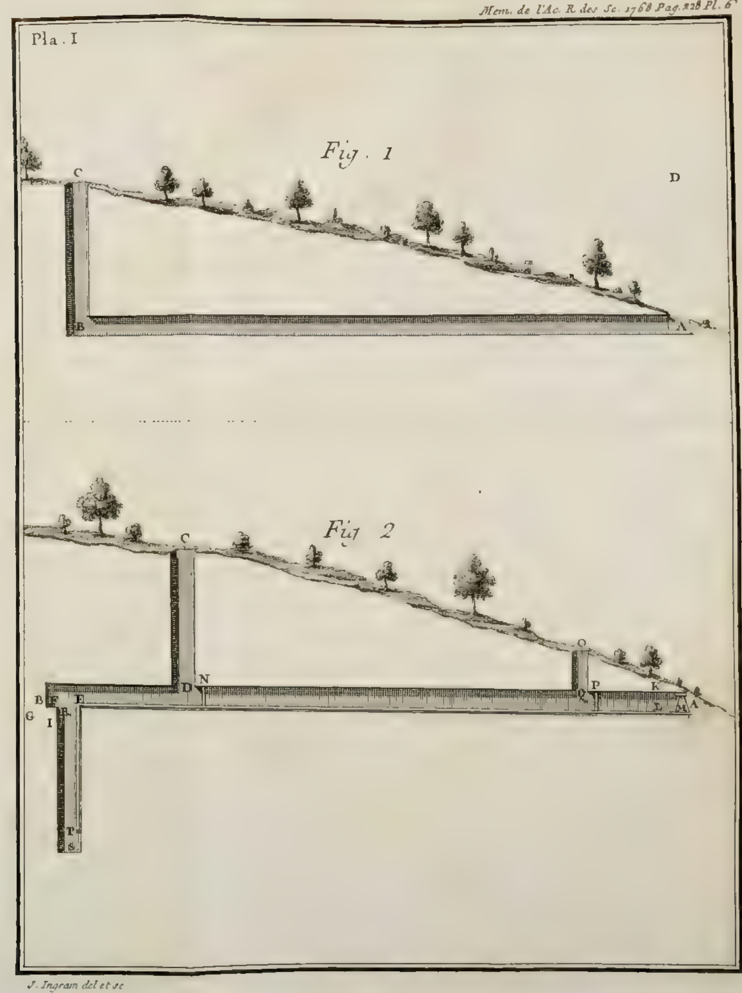
Je ſuppoſe un puits *AB*, au fond duquel je ſuis obligé de faire la galerie *BC* pour ſuivre le filon; *B* eſt l'endroit où l'air a commencé à manquer; pour le renouveler, je fais conſtruire à côté de l'embouchure du puits, le fourneau *E,* décrit par le Traducteur de Lehmann, avec une cheminée *EF,* que l'on élève d'autant plus que l'on veut ſe procurer davantage d'air, je place un tuyau ou canal bien fermé le long d'un des angles du puits, Fig. 4.

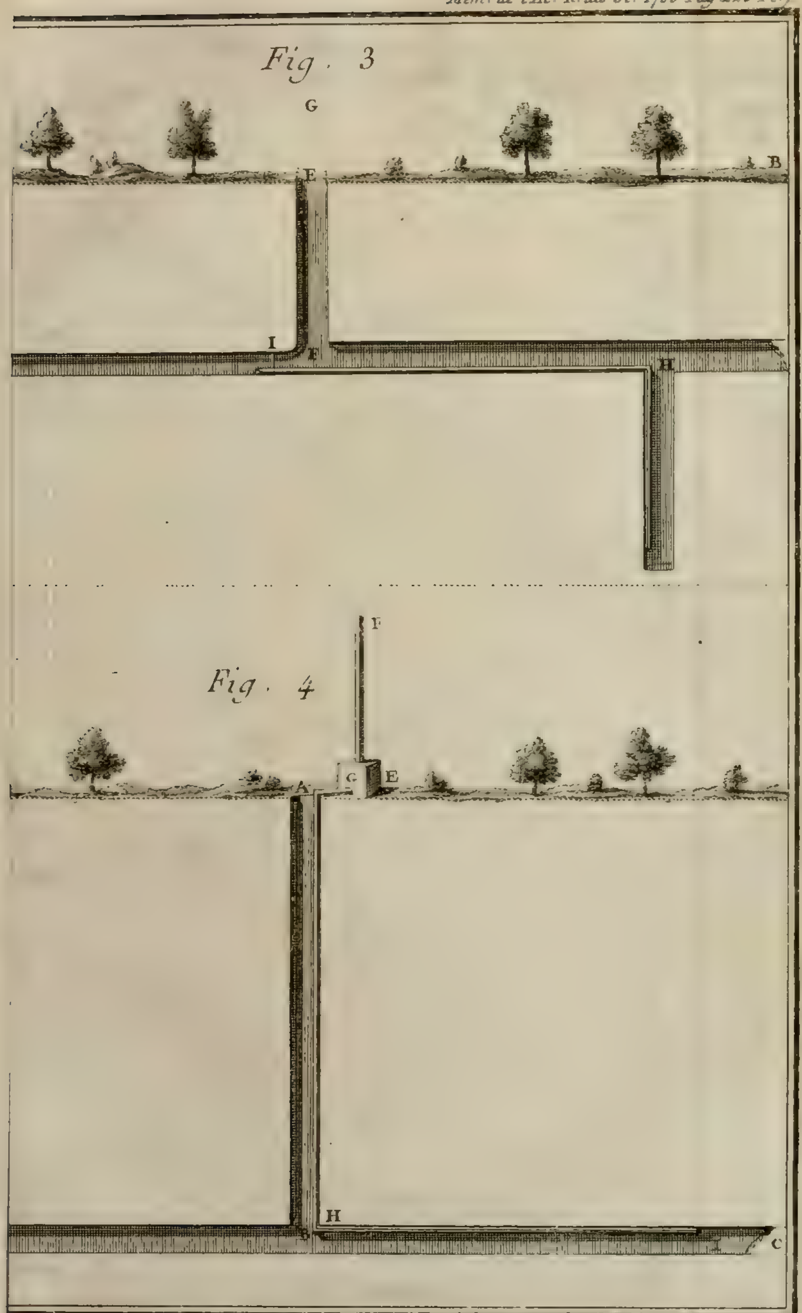
Fig. 4. lequel par une de ſes extrémités *G* entre dans le fourneau, l'autre extrémité du tuyau s'alonge à meſure que les ouvrages avancent, comme de *G* en *H* & de *H* en *I*; on ſe figure aiſément que dans l'hiver & l'été il y aura une circulation d'air naturelle, mais dans le printemps & l'automne il ſera néceſſaire de faire du feu dans le fourneau *E*, à l'aide duquel on dilatera l'air depuis *E* juſqu'en *F*, ce qui rendra la colonne plus légère; alors celle qui eſt ſur le point *A* preſſera vivement de *A* en *B* pour entrer dans le canal *IHG*, & procurera ainſi un renouvellement d'air à l'extrémité *C* de la galerie: ſi l'on veut ſuivre le filon de l'autre côté du puits, comme de *B* en *D*, il ſera facile de faire un autre tuyau de *K* en *H*, qui diviſera le courant d'air en deux branches; il ſeroit néceſſaire alors que le tuyau *GH* fut un peu plus grand que ſi l'on avoit à faire circuler l'air dans une ſeule galerie.

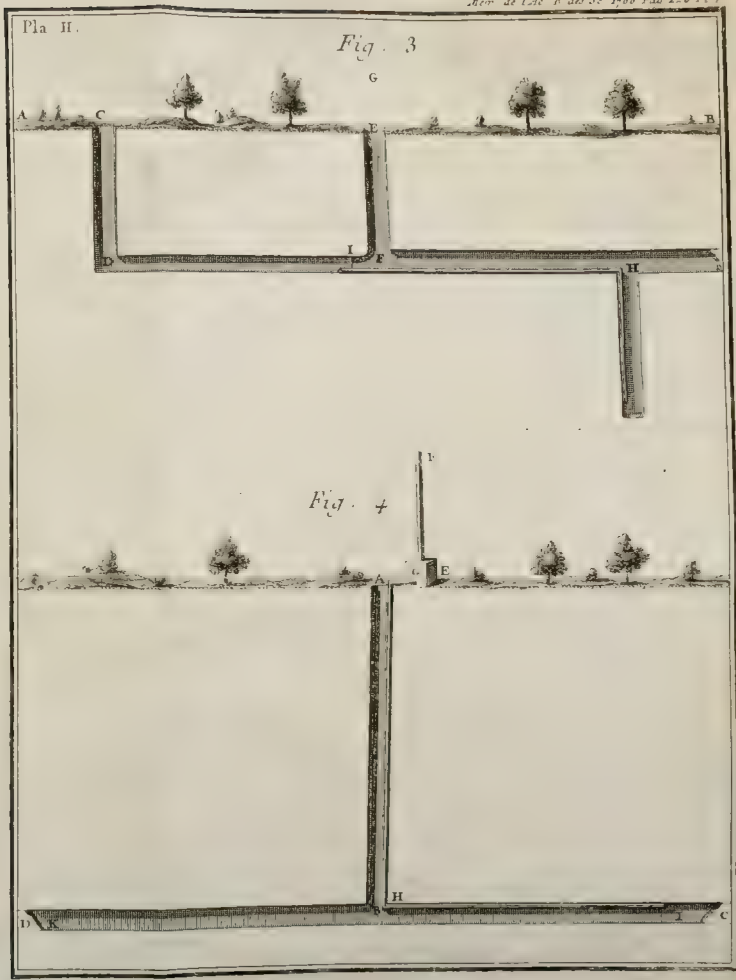
Après tous les exemples que je viens de citer pour ſe procurer un bon & ſuffiſant changement d'air dans les mines, il me reſte à dire, que dans des ouvrages un peu étendus, il ſuffit ſouvent de ſavoir faire placer à propos des portes dans de certains endroits pour avoir une bonne circulation d'air; quelquefois même elles ſont néceſſaires auſſi pour empêcher un trop grand courant d'air qui éteindroit les chandelles & les lampes. Toute perſonne qui poſſédera bien tout ce qui a été dit ci-deſſus, trouvera aiſément des moyens dans tous les cas qui ſe préſenteront.




Fig. 1
D
Fig 2
O
N
P
K
Q
L
M
A


Mem. de l'Ac. R. des Sc. 1768 Pag. 228 Pl. 6
Pla. I
Fig. 1
C
D
B
A
Fig. 2
C
N
D
O
P
Q
K
B
F
E
G
I
R
L
M
A
T
S
J. Ingram del et sc


Fig. 3
G
E
B
I
F
H
F
Fig. 4
G
E
A
H
C



J. Ingram del. et sc.

OBSERVATIONS
SUR LA
CIRCULATION DE L'AIR DANS LES MINES;
Moyens qu'il faut employer pour l'y maintenir.

SECOND MÉMOIRE.

Par M. JARS.

DANS le Mémoire précédent, j'ai établi la théorie de la circulation de l'air dans les Mines, & en ai donné l'application dans tous les cas qui peuvent se présenter : on emploie dans plusieurs endroits de bonnes machines, mais qui seroient souvent fort inutiles à ceux qui feroient usage des vrais principes; ce n'est qu'après beaucoup d'observations, faites en différens temps de l'année dans plusieurs Mines en Europe, que je suis parvenu à trouver ce que je cherchois : quelque persuadé que je fusse alors de leur importance, je n'imaginois pas que la conservation de la vie des hommes y fut autant intéressée, j'en ai été convaincu parfaitement dans le voyage que j'ai fait en Angleterre; on le sera, ainsi que moi, dès qu'on sera instruit des observations que j'y ai faites, & que je vais rapporter.

Moufette ou mauvais air dans les mines de charbon, nommé foul-air *en Angleterre.*

Dans le comté de Cumberland sur les côtes occidentales de l'Angleterre, on exploite, joignant la ville de Whithe-haven, une mine de charbon très-étendue; ses ouvrages sont actuellement à un quart de lieue en avant sous la mer : j'en donnerai la description dans un autre Mémoire, avec mes observations sur les mines de

charbon en Angleterre. Les mines des environs de cette ville & celles de Workington qui en ſont éloignées de huit milles, ont été ſujettes de tout temps à une très-grande quantité de *mouſettes* ou *mauvais air*, d'autant plus dangereux qu'il en a coûté la vie à un très-grand nombre d'ouvriers; un mois & demi avant mon arrivée à White-haven, il y eut ſix ouvriers de bleſſés dangereuſement; & pendant mon ſéjour, il y en eut deux de tués & pluſieurs brûlés dans la mine de Workington, dont je viens de parler.

Ce *mauvais air* s'enflamme avec beaucoup de facilité, & cela le rend d'autant plus dangereux que l'on ne peut en prévoir l'inſtant; la flamme d'une chandelle ou celle d'une lampe l'allume très-aiſément : pour éviter les accidens, on ſe ſert de pluſieurs machines nommées *flint-mill* ou *moulin à ſilex;* ce moulin eſt composé d'un cadre de fer d'environ 15 pouces de long ſur 8 pouces de large, lequel renferme une roue dentée de 7 à 8 pouces de diamètre qui engraine dans un pignon qui en peut avoir un pouce $\frac{1}{2}$ ou 2 pouces, ſur le même axe duquel eſt une petite roue d'acier de 4 à 5 pouces de diamètre, & fort mince: à l'aide d'un de ces moulins, un homme peut éclairer cinq à ſix ouvriers qui ſont au travail, en appuyant cette machine contre ſon ventre d'une part & ſur un endroit fixe de l'autre; d'une main, il tient une pierre à fuſil contre la roue d'acier, & de l'autre, il tourne une manivelle adaptée à l'axe de la grande roue dentée, qui, par ſon engrainement en tournant, fait aller fort vîte la roue d'acier, laquelle donne beaucoup d'étincelles par ſon frottement contre la pierre à fuſil.

Cette machine, quoique moins dangereuſe qu'aucune autre invention connue pour donner de la clarté, n'eſt pourtant pas des plus ſûres, puiſque les étincelles qu'elle produit, ſont capables d'allumer le *mauvais air*, on en a un exemple tout récent, lorſque le feu enflamma la mouſette dans le dernier accident cité ci-deſſus, il n'y avoit d'autre feu, lumière ou clarté dans cet endroit que celle que donnoient les pierres à fuſil. Lorſqu'il n'y a point du tout de circulation d'air & que les mouſettes ſont trop abondantes, les étincelles ne donnent aucune lueur, les ouvriers abandonnent

promptement cet endroit, ſans quoi ils courroient riſque d'y périr, ils en ſont quelquefois extrêmement malades, & tombent ſans connoiſſance; ils y périroient & ſeroient ſuffoqués indubitablement, s'ils n'étoient ſecourus promptement en les tranſportant dans un air frais; pour prévenir un pareil accident, on met toujours pluſieurs ouvriers enſemble pour travailler dans un même endroit, & ils ont la précaution les uns & les autres de s'appeler toutes les cinq à ſix minutes; il n'y a pas de ſemaine où il n'y en ait quelques-uns que l'on eſt obligé de tranſporter à l'air ſans connoiſſance; l'effet du *mauvais air* dans ces cas-là, reſſemble à celui de l'émétique ou d'une purgation très-irritante qui les rend malades pendant pluſieurs jours.

Lorſque le feu prend au *mauvais air*, le plus ſûr moyen pour éviter d'être tué, eſt, lorſqu'on en a le temps, de ſe coucher à terre ſur le ventre & de mettre la tête en terre le plus avant qu'il eſt poſſible.

Dans le nombre de ceux qui ſont tués, il y en a qui à peine ont des marques de brûlures, d'autres qui ſont entièrement rôtis, d'autres enfin qui n'ont aucune bleſſure extérieure; les effets de ce *mauvais air* ſont fort ſinguliers, je crois pouvoir les comparer à ceux de la poudre qui ſeroit renfermée dans un endroit où il n'y auroit point de circulation d'air & qui prendroit feu tout-à-coup, les perſonnes qui ſe trouvent à portée de la flamme ſont rôties ou ſimplement brûlées, les autres ſouffrent par la prompte & grande dilatation d'air qui ſe fait tout-à-coup, mais ſont ſuffoquées immanquablement ſi elles ne ſe mettent à l'abri de la ſubite condenſation & compreſſion de l'air qui lui ſuccède; elles y parviennent en mettant le viſage dans la boue: on m'a aſſuré que lorſqu'il y a une exploſion du mauvais air, il y a plus d'ouvriers tués par ce que l'on nomme *retour de l'air* & que je nomme condenſation, que par le feu. J'ai parlé à un maître Mineur qui a été brûlé quatre à cinq fois, & qui en porte des marques bien apparentes ſur le viſage & ſur les mains, il m'a dit avoir toujours évité le retour du *mauvais air* en ſe jetant à terre ſur le ventre & le viſage dans la boue; les deux ouvriers qui furent tués les deux jours avant que je fuſſe ſur la mine, & avec

lesquels étoit le maître Mineur dont je viens de parler, ont été tués par le *retour de l'air* & n'étoient pas du tout brûlés, tandis que tous ceux qui étoient avec eux étoient brûlés, mais sans le moindre danger de perdre la vie.

On m'a dit une chose fort singulière, c'est que les ouvriers suffoqués par l'air, conservoient de la chaleur dans toutes les jointures de leur corps, & n'étoient roides qu'au bout de deux ou trois jours. Il est étonnant qu'avec des accidens aussi fréquens, on n'emploie pas tous les moyens imaginables pour sauver ces malheureux, qui vraisemblablement ne meurent que long-temps après la suffocation.

On exploite plusieurs couches de charbon dans la mine de Workington, la couche supérieure n'est point travaillée actuellement, mais elle renferme dans ses anciens ouvrages une très-grande quantité de *mauvais air;* depuis ces vieux travaux jusqu'au jour, on a conduit un petit tuyau dont l'embouchure n'a pas plus d'un pouce $\frac{1}{2}$ d'ouverture, il en sort continuellement du *mauvais air,* lequel, lorsqu'on y met le feu, brûle perpétuellement & fait un jet de flamme au-dessus de l'ouverture du tuyau d'environ un pied de hauteur; on l'éteint aisément en y donnant un coup de chapeau: en mettant ensuite le doigt dans l'embouchure, on sent un air frais qui en sort. J'ai présenté une chandelle allumée au moins à 6 pouces au-dessus de l'ouverture, l'air y a pris feu promptement, en donnant une flamme bleuâtre & de la couleur de celle de l'esprit-de-vin: il paroît extraordinaire que le feu ne communique pas par ce tuyau dans le fond de la mine où répond le tuyau, & où il seroit de la plus grande imprudence d'entrer avec une lumière. Il y a peu de temps qu'il y avoit un pareil tuyau au-dessus des mines de White-haven, mais actuellement tous les ouvrages d'où partoient ces tuyaux sont ouverts, & il y a pleine circulation d'air; le Directeur proposa alors aux Magistrats de la ville de White-haven de conduire depuis la mine différens tuyaux dans la ville, en montrant que par ce moyen on pourroit éclairer toutes les rues pendant la nuit. Lorsque l'explosion du *mauvais air* met le feu au charbon (ce qui n'arrive pas communément) le plus sûr moyen que l'on met en

usage

ufage eft d'arrêter la machine à feu & de laiffer monter les eaux de la mine jufqu'à l'endroit où eft le feu.

Il y a plufieurs conduits faits en planches & beaucoup de portes dans les mines de White-haven pour introduire & renouveler l'air dans plufieurs ouvrages, ils y font un très-bon effet, ce qui fert de nouvelle preuve à la théorie que j'ai établie dans le Mémoire précédent & à l'application que j'en ai donnée : il ne faut pas être fort habile Phyficien pour être convaincu qu'au moyen des principes précédemment établis, il ne foit fort aifé de chaffer le mauvais air des endroits dangereux, il n'arrive des accidens que parce que l'air n'eft pas renouvelé, & qu'il fe raréfie par une matière inflammable bitumineufe & très-fubtile qui s'évapore continuellement de la couche de charbon ; ce qui en eft une preuve, c'eft qu'après une explofion, on peut travailler pendant plufieurs jours dans le même endroit fans aucun danger. J'ai parcouru plufieurs fouterrains des mines de White-haven où il y a eu nombre d'ouvriers de tués, mais il n'y a pas le moindre danger, actuellement qu'il y a une entière circulation d'air ; les mines de White-haven font très-commodes par leur difpofition pour y procurer naturellement un renouvellement d'air, puifqu'il y a des puits dont les embouchures font de beaucoup plus élevées les unes que les autres. Il n'en eft pas de même pour les mines de Workington, dont les ouvertures font prefque au même niveau, mais à l'aide d'un conduit un peu large dont une des extrémités fe prolongeroit dans la mine à mefure que l'on avanceroit les ouvrages, & l'autre viendroit répondre dans le fourneau de la machine à feu, on établiroit un courant d'air très-fuffifant pour mettre les ouvriers en fûreté.

Il eft de la dernière importance de faire obferver ici que lorfque l'on pratiquera ou conftruira des tuyaux dans les mines pour la circulation de l'air, on aura attention de donner à ces tuyaux le plus de capacité qu'il fera poffible ; plus on augmentera la furface de fa bafe, plus on donnera de pefanteur à la colonne d'air de l'atmofphère, cela eft d'autant plus néceffaire que les tuyaux pour la conduite de l'air auront plus de longueur,

& que par conſéquent l'air éprouve un plus grand frottement le long des parois deſdits tuyaux, lequel peut venir au point de détruire ou abſorber totalement l'effort de la colonne de l'atmoſphère ; je dois encore obſerver, pour mieux faire ſentir l'importance de ce que j'avance, qu'il eſt des temps de l'année où l'air extérieur eſt preſque en équilibre avec l'intérieur; que par conſéquent la différence ne peut être ſenſible qu'autant que la colonne de l'atmoſphère eſt plus peſante par ſon volume ou par ſa denſité.

Les mines de charbon ne ſont pas les ſeules qui ſoient ſujettes aux effets du *mauvais air*, j'ai viſité une mine de plomb ſituée dans la partie de Abſtoumorre ſur les limites du Cumberland & du Northumberland, dans laquelle le mauvais air a été funeſte à pluſieurs ouvriers; quoiqu'il ne ſoit point ſujet à s'enflammer comme celui des mines de charbon, il ne laiſſe pas que de ſuffoquer les ouvriers au point que s'ils ne ſont pas ſecourus promptement en les tranſportant dans un air frais, ils en périſſent & avec les mêmes effets que ceux qui ſont ſuffoqués dans les mines de charbon dont j'ai fait mention ci-deſſus; il ſeroit fort aiſé de chaſſer ce mauvais air par des tuyaux de communication d'un ouvrage à l'autre ſi les Directeurs de cette mine entendoient bien la théorie de la circulation de l'air dans les mines, car les embouchures extérieures de pluſieurs ouvrages, diffèrent très-conſidérablement pour les hauteurs.

Depuis que j'ai quitté le nord de l'Angleterre, il y a eu un exemple bien terrible des effets dangereux du *mauvais air*. Il y a environ un an que le feu prit au mauvais air dans la mine de *Walker*, l'une des plus conſidérables qui ſoient exploitées aux environs de la ville de Newcaſtle dans le comté de Northumberland, ſon exploſion fut ſi violente que neuf ou dix ouvriers & quantité de chevaux en furent tués, en outre les puits en furent très-endommagés: on avoit deux moyens pour prévenir cet accident; puiſqu'il y a une galerie d'écoulement qui eſt à onze toiſes de profondeur depuis la ſurface du puits, cette différence eſt aſſez forte dans la hauteur des colonnes de l'atmoſphère pour en rompre

l'équilibre à l'aide des tuyaux de communication, en outre il y a une machine à feu ſur un des puits de ladite mine.

Par pure humanité, je me ſuis cru obligé de communiquer ma méthode à pluſieurs perſonnes en Angleterre, j'ignore ſi elles en auront fait uſage, mais je ne doute pas qu'elle ne ſoit adoptée généralement auſſi-tôt qu'elle ſera rendue publique, elle eſt d'une trop grande utilité pour tous ceux qui font exploiter des Mines.



REMARQUES SUR LE PASSAGE DE VÉNUS QUI S'OBSERVERA EN 1769.

Par M. DE LA LANDE.

LE projet que M. le Gentil a communiqué à l'Académie, d'aller observer le passage de 1769, aux îles Mariannes, me paroît préférable à celui de faire cette observation à Pondicheri, ou dans la presqu'île de l'Inde, comme on l'a proposé dans la dernière assemblée.

1.° Le Soleil sera plus élevé aux îles Mariannes, plus dégagé des vapeurs de l'horizon, & l'observation s'y fera par cette raison plus exactement.

2.° La sortie de Vénus devant arriver aux îles Mariannes à $13^h\ 45'$, suivant la carte que j'ai donnée de ce passage, & à Péterbourg à $13^h\ 49'$, il y aura dans la comparaison de ces observations 4' de différence pour conclure la parallaxe du Soleil; au lieu qu'à Pondicheri, où elle arrivera à $13^h\ 50'$, il n'y auroit qu'une seule minute.

3.° Il y auroit plus d'avantage à Pondicheri, relativement à la mer du sud, où la sortie arrivera à $13^h\ 36'$; mais le voyage de la mer du sud est si incertain pour nous, que je ne voudrois pas combiner la marche de M. le Gentil sur ce voyage de la mer du sud.

4.° Le voyage du Mexique, pour lequel nous avons plus d'espérance, aura le même avantage, comparé avec le nord de la Russie & de la Suède, que si l'observation étoit faite à Pondicheri; ainsi l'on n'y feroit que la répétition des observations du nord, que nous ne pouvons manquer d'avoir en assez grand nombre, en Russie, en Suède, en Danemarck. Il est donc plus naturel de se ménager une observation plus orientale & plus sûre aux îles Mariannes.

OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES FAITES POUR DÉTERMINER LA LONGITUDE DE MANILLE.

Par M. LE GENTIL.

PARMI le grand nombre d'Obſervations que j'ai faites depuis mon ſéjour aux Indes, celles que je viens de faire à Manille, me paroiſſent n'être pas les moins utiles : la ſûreté des Vaiſſeaux qui vont aux îles Philippines exige la connoiſſance de ſa ſituation ; & cette ville elle-même peut être pour l'Europe le ſiége d'un commerce immenſe, juſqu'à effacer en quelque ſorte celui de Quanton.

Il n'en eſt pas de l'île de Luçon comme de toute autre terre; une incertitude de dix à douze lieues, ſur la poſition des côtes occidentales de cette île, eſt de la dernière conſéquence ; les Vaiſſeaux y arrivent preſque tous dans la mouſſon des vents d'oueſt, vents furieux & violens qui forment ſouvent pendant un eſpace de trente à quarante lieues à l'oueſt de Manille, le temps le plus formidable qu'on puiſſe eſſuyer à un attérage : on n'y éprouve que des orages, des tempêtes, des grains violens, un temps obſcur; on eſt ſans ſonde, par conſéquent ſans aucun indice ſûr de la terre. Dans une circonſtance auſſi critique, on eſt obligé de règler ſes manœuvres ſur l'éloignement dont on ſe fait de la terre pour ne pas aller à la côte; or quatre à cinq lieues de plus ou de moins, ſont précieuſes en pareil cas.

M. d'Après, dans ſon *Routier* & dans ſon *Neptune oriental*, ouvrage le plus parfait en ce genre qui ait paru juſqu'à préſent, ſuppoſe la différence des méridiens entre Quanton & Manille, de 7^d $17'$, & celle de Pulo-Condor (ou île Condor) à Manille, de 13 degrés: il diſcute avec ſa ſagacité ordinaire la longitude relative de ces trois points ; cette longitude, très-différente de celle que l'on trouve dans Pietergoos & dans le Pilote Anglois, met Manille

beaucoup plus dans l'eſt que ne la ſuppoſent ces deux Auteurs. Le premier, beaucoup plus exact que l'autre en tout, s'écarte auſſi beaucoup moins de la vraie poſition reſpective de ces trois points importans, Pulo-Condor, Quanton & Manille; cependant il diffère encore du vrai, & Manille eſt même encore plus dans l'eſt que ne la ſuppoſe M. d'Après: on a peine à concevoir qu'il y ait tant de diverſité d'opinions ſur des diſtances auſſi petites que celles de ces trois points, diſtances que les Vaiſſeaux parcourent dans les mêmes ſaiſons & avec les mêmes vents ou mouſſons.

M. d'Après prend pour fondement de la longitude de la ville de Manille, la détermination géographique de Pulo-Condor, par le P. Gaubil, Jéſuite; mais de quelle nature ſont les fondemens qui ont ſervi au P. Gaubil pour cette détermination, & quelle exactitude en réſulte-t-il pour la longitude de l'île Condor? C'eſt ce qu'il m'a paru bon d'examiner ici avant que de rapporter les obſervations que j'ai faites à Manille: il en réſultera quelques lumières ſur la Géographie de cette partie de l'Inde.

Il n'y a perſonne qui ne croie (en liſant la préface du *Routier* de M. d'Après, & ſon *Routier* même) que le P. Gaubil n'ait fait une obſervation aſtronomique à Pulo-Condor: voici en effet comme s'explique M. d'Après, *page LIV* de ſa préface... *La ſeconde (Pulo-Condor) eſt placée en conſéquence de l'obſervation aſtronomique du P. Gaubil, à 8^d 40′ de latitude, par 105^d de longitude...* & dans ſon *Routier, page 163... leur ſituation (des îles Condor), ſuivant l'obſervation du P. Gaubil, eſt à 8^d 40′ de latitude ſeptentrionale, 105^d à l'orient de l'Obſervatoire Royal de Paris*, à la page 233, *ſuivant les obſervations aſtronomiques faites à Pulo-Condor & à Quanton, ſur leſquelles j'ai déterminé dans mes cartes leur ſituation, &c.* or il y a une équivoque dans ces termes: le P. Gaubil a obſervé à la vérité la latitude de Pulo-Condor, de 8^d 35′ $\frac{1}{4}$; il auroit dû la conclure de 8^d 34′ $\frac{1}{2}$ ſeulement.

Quant à la longitude de cette île, loin de l'avoir obſervée, il a choiſi, pour la déterminer, la voie la moins ſûre & la plus ſujette à erreur; on peut voir à ce ſujet la lettre du P. Gaubil au P. Souciet, datée de Pulo-Condor le 22 Février 1722;

cette lettre se trouve dans l'extrait des observations Mathématiques, Astronomiques, Géographiques, &c. faites aux Indes & à la Chine, par les PP. de la Compagnie de Jésus, publiées par le P. Souciet en 1729. A Paris, chez Rollin.

Je prends (dit le P. Gaubil) *la longitude de Pulo-Condor de 105 degrés à l'ouest* * *du méridien de Paris, & voici* (continue-t-il) *mon raisonnement: selon M.rs Manfredi & Desplaces, Batavia est plus orientale que Paris de 104 degrés; nous mouillames à la fin d'Octobre vers la pointe de Bantam, la plus au nord de celles du détroit de la Sonde; ainsi la longitude de cette pointe m'étoit connue.... De cette pointe jusqu'ici, la route est presque toujours nord; tirant un peu vers l'ouest, chaque jour je pus corriger l'erreur de la route calculée, ou par les lieux connus, ou par la hauteur méridienne, & j'ai trouvé Pulo-Condor plus oriental que Batavia d'un degré..... M. de la Hire, au moins dans la deuxième édition de ses Tables astronomiques, ne diffère point de M. Desplaces & de M. Manfredi, sur la longitude de Batavia, ou plutôt M. Desplaces & M. Manfredi l'ont prise de M. de la Hire, qui met 6h 56' de différence entre les méridiens de Paris & de Batavia: or 6h 56' réduites en parties de l'Équateur, donnent 104 degrés; ainsi Batavia, selon eux, est plus oriental que Paris de 104 degrés; si donc Pulo-Condor est plus orientale que Batavia d'un degré, Pulo-Condor est plus orientale que Paris de 105 degrés.*

* L'est.

Telle est la longitude de Pulo-Condor dont se sert M. d'Après, déterminée par le P. Gaubil: or l'on voit que loin d'avoir fait une observation astronomique à Pulo-Condor, l'auteur n'a pas même employé une méthode susceptible de quelque précision. Partir de Bantam pour aller à l'île Condor, au milieu d'une mer remplie des plus forts courans, & se servir de la route estimée pour trouver la différence des méridiens entre cette île & Bantam, est une méthode bien peu sûre.

En vain le P. Gaubil, pour appuyer son raisonnement, nous dit que la route est presque toujours *nord,* & que chaque jour il a pu corriger l'erreur de la route ou par les lieux connus, ou par la hauteur méridienne du Soleil; la supposition, quant à la route, est tout-à-fait gratuite: en effet, la route a pu paroître nord

au P. Gaubil, quoiqu'elle ne le fût pas réellement; & quant à la hauteur méridienne du Soleil, elle peut avoir servi à rectifier la latitude estimée; mais cette correction que les Marins font tous les jours, ne dit rien pour la longitude, elle leur indique seulement que leur Vaisseau a été porté dans le nord ou dans le sud, mais elle ne dit pas si c'est vers l'est ou vers l'ouest, en sorte que la difficulté sur la longitude estimée subsiste toujours en entier.

Je veux bien que le P. Gaubil ait quelquefois eu occasion de corriger sa route par les lieux connus, c'est-à-dire par la vue des terres que l'on trouve sur la route de Bantam à Pulo-Condor; croit-il pour cela être parvenu au but? le dernier lieu connu dont on a connoissance avant que d'arriver à l'île Condor, est l'île Timon, à 3 degrés de latitude septentrionale proche la presqu'île de Malacca, à l'entrée du golfe de Siam. De Pulo-Timon à Pulo-Condor, il y a environ cent vingt-cinq lieues; ce qui fait, à peu de chose près, la plus grande largeur du golfe de Siam: or dans ce court trajet, les Vaisseaux éprouvent des différences considérables qui les portent beaucoup à l'est de Pulo-Condor, différences occasionnées sans doute, pour la plus grande partie, par le golfe de Siam; & ces différences sont d'autant plus considérables qu'on emploie plus de temps à aller de Pulo-Timon à Pulo-Condor: il n'est pas étonnant de voir l'erreur monter à vingt, vingt-cinq & même trente lieues. Il suit de-là que pour aller de Pulo-Timon à Pulo-Condor, on se tromperoit si on dirigeoit la route sur Pulo-Condor, & qu'on en passeroit dans l'est à une grande distance sans voir cette île, dont il est cependant très-important de prendre connoissance; on gouverne sur l'aire de vent qui conduiroit à l'ouest de cette île d'une quantité à peu-près égale aux différences ordinaires.

Les Marins qui jusqu'ici ont cru que la position de Pulo-Condor, telle qu'elle est sur les Cartes de M. d'Après, résulte d'une observation astronomique, se sont donc trompés, & j'ai cru qu'il étoit important de les désabuser.

Pulo-Condor est donc encore un point de Géographie inconnu; en attendant que quelques circonstances favorables nous le fassent mieux

mieux connoître, je ſuppoſerai la différence des méridiens entre cette île & la ville de Manille, de 13 degrés; cette différence eſt celle dont M. d'Après ſe ſert pour déterminer la poſition de Manille, en ſuppoſant celle de Pulo-Condor (comme nous l'avons vu) de 105 degrés.

M. d'Après donne dans ſon Routier, les raiſons qui lui ont fait adopter ce réſultat de 13 degrés, & quoique ce réſultat ſoit fondé ſur des routes de Vaiſſeaux; je crois, avec M. d'Après, qu'il ne s'éloigne pas beaucoup de la vérité.

Qu'on ne me reproche pas ici ce que j'ai reproché au Père Gaubil; les choſes ne ſont pas à beaucoup près égales; je ne fais ici qu'une ſuppoſition que je me garde bien de garantir, ne connoiſſant point d'autres déterminations exactes en Géographie que celles qui proviennent des opérations aſtronomiques & géométriques; & quant à M. d'Après dont j'adopte le réſultat, il ne s'eſt pas contenté du journal d'un ſeul Vaiſſeau de Pulo-Condor à Manille; il en a conſulté pluſieurs, & il a fait la même choſe pour le retour: ce qui donne plus de poids à ſa détermination.

L'obſervatoire dans lequel j'ai fait à Manille les obſervations ſuivantes, eſt un donjon à trois étages, fort ſolidement conſtruit; les murs ont 4 pieds d'épaiſſeur par le bas, & près de 3 pieds par le haut; ils forment en s'élevant à la hauteur de 41 pieds $\frac{1}{2}$, une tour carrée de 5 pieds $\frac{1}{2}$ en dedans: cette maçonnerie eſt de brique & en fort bon état.

Sur cette tour carrée eſt placé un cabinet de charpente, fort ſolidement conſtruit, de 16 pieds $\frac{1}{2}$ en carré & de 8 pieds $\frac{1}{2}$ de hauteur; une partie du cabinet eſt ſaillante en dehors d'environ 3 pieds, ce qui me procuroit l'avantage de placer mon quart-de-cercle immédiatement ſur le mur: ce donjon (dans le pays il s'appelle *Mirador*) appartient à un Seigneur de l'audience royale de Manille, nommé Don Manuel Galban.

J'ai déjà mandé à M. de la Lande ce qui m'étoit arrivé, lorſque deſcendu à Manille, je m'occupai du ſoin de chercher un lieu propre pour y faire mes obſervations aſtronomiques; cet Académicien peut juger par la lettre que je lui ai écrite, des facilités que j'ai trouvées & que je trouve tous les jours auprès de M.

l'Oidor Galban pour tout ce qui peut avoir rapport à mes obſervations, facilités qui ſont telles que j'oſe mettre en doute ſi j'en trouverois de pareilles dans une colonie françoiſe qui ſeroit, comme l'eſt celle-ci, à l'extrémité du monde.

Le 28 de Septembre 1766, ma pendule & mon quart-de-cercle étoient en place, mais les mauvais temps ne me permirent pas de prendre de hauteurs correſpondantes avant le 12 Octobre: les mauvais temps reprirent enſuite & durèrent juſqu'au 22 du même mois, qu'il devoit arriver une immerſion du premier Satellite de Jupiter; je trouvai le midi par des hauteurs correſpondantes, le 12 Octobre à $11^h\ 44'\ 9''\ \frac{1}{2}$, & le 22 Octobre à $11^h\ 43'\ 40''\ \frac{1}{3}$; l'immerſion du 1.er ſatellite de Jupiter arriva le 22 à $3^h\ 37'\ 34''$ du matin; cependant cette obſervation eſt très-douteuſe: Jupiter étoit à peine élevé de 10 degrés, & l'horizon étoit occupé par des filets de nuages qui s'étendoient à pluſieurs degrés d'élévation, toutes ces cauſes réunies rendoient Jupiter fort mal terminé; de façon qu'un quart-d'heure environ avant l'immerſion, j'avois aſſez de peine à voir le 1.er Satellite.

Le mauvais temps reprit juſqu'au 12 Novembre que je trouvai midi lorſque la pendule marquoit $11^h\ 46'\ 18''\ 42'''$.

Le 14 Novembre, l'immerſion du 1.er ſatellite de Jupiter arriva à $3^h\ 51'\ 35''$ du matin, il faiſoit fort beau, & je voyois bien les bandes de Jupiter; cependant ſon diſque n'étoit pas parfaitement terminé, ce qui venoit de quelques vapeurs imperceptibles qui étoient ſans doute dans l'air, cela n'empêche pas que cette obſervation ne ſoit exacte, ayant vu fort diſtinctement tous les Satellites & ſur-tout le premier.

Le 15 Novembre, midi vrai à $11^h\ 46'\ 50''\ \frac{1}{2}$; le 17 il étoit midi lorſque la pendule marquoit $11^h\ 47'\ 23''\ 15'''$; du 12 au 15, la pendule avoit avancé de 10 ſecondes $\frac{1}{2}$ en vingt-quatre heures, & du 15 au 17 de 16 ſecondes $\frac{1}{2}$: cette inégalité dans la marche de la pendule, du 12 au 15, & du 15 au 17, eſt de peu de conſéquence ici, & ne peut tout au plus influer que de 4 ſecondes ſur le moment de l'heure vraie de l'immerſion du 1.er ſatellite de Jupiter, obſervée le 14. Depuis le moment de l'obſervation de cette immerſion, les arcs de la pendule allèrent toujours en dimi-

nuant, ce qui me fit penſer que le mouvement de cette pendule étoit gêné, & j'en attribuai la cauſe à l'huile de cocos dont je me ſervis aſſez imprudemment pour cette pendule; cette huile, qui, comme je l'ai remarqué depuis, ſe sèche, ôtoit par cette raiſon aux roues, & ſur-tout aux pivots du balancier, peu à peu leur libre mouvement; & enfin cette pendule ſe ſeroit arrêtée d'elle-même ſi je ne l'avois pas moi-même arrêtée après les hauteurs correſpondantes. Par les hauteurs du 12, comparées à celles du 15, la pendule auroit retardé de 13′ 23″ $\frac{3}{4}$ au moment de l'immerſion du 1.er ſatellite de Jupiter; & de 13′ 19″ $\frac{1}{2}$ par l'obſervation du 12, comparée à celle du 17, avec une différence de 4 ſecondes ſeulement; mais il m'a paru plus naturel de me ſervir du mouvement du 12 au 15, & j'ai trouvé le temps vrai de l'immerſion 4h 4′ 58″ $\frac{3}{4}$ du matin.

Il ſuffit d'avoir rapporté cette obſervation pour en faire voir la défectuoſité, & par conſéquent l'inſuffiſance, dans la recherche que nous nous propoſons; mais elle ſervira au moins à faire voir que je n'ai négligé aucune des occaſions qui s'offroient de multiplier ces obſervations, le même jour midi vrai, à 11h 42′ 51″. Le 6 Décembre, midi vrai à 11h 46′ 24″ 16‴; la marche de ma pendule fut aſſez uniforme depuis le 30 Novembre juſqu'au 6 Décembre, ainſi j'étois préparé ſuffiſamment pour obſerver l'immerſion qui devoit arriver le 7 au matin.

M.rs de Langara & Mabille, qui aſſiſtoient ordinairement à mes obſervations & qui m'aidoient à les faire, s'étoient rendus le ſoir avec moi, & M. le Fiſcal de Manille, curieux d'y aſſiſter auſſi, étoit venu à 3h $\frac{1}{2}$ du matin nous joindre dans l'Oſervatoire.

Juſqu'à minuit le temps nous donna quelqu'eſpérance; mais il s'éleva pour lors un vent de nord frais, qui eut bien-tôt couvert tout le ciel de nuages; il ne ſe montra que trois jours après, à la ſuite d'un tremblement de terre aſſez violent, d'un fort ouragan, & d'un déluge de pluie qui dura pendant vingt-quatre heures.

J'obſerverai à cette occaſion que l'Auteur anonyme des deux lettres qui ſont à la fin du premier volume des Tables aſtronomiques de Halley (édition de M. l'abbé Chappe), ſe trompe certainement beaucoup, quand il prétend que le coup de vent qu'eſſuya

M. Anſon, aux îles Marianes, le 22 Septembre 1742 ; dut cauſer la rupture de la mouſſon dans les mers de la Chine, & la raiſon qu'il en apporte eſt, que cette tempête fut cauſée par la nouvelle Lune qui ſuivit l'équinoxe : on eſt expoſé ici, & dans les mers de la Chine, à ces coups de vent, depuis le 10 ou 15 Octobre juſqu'à la fin de Novembre, & quelquefois juſqu'au 10 ou 15 de Décembre : des perſonnes dignes de foi m'ont aſſuré, que pour l'ordinaire on éprouve à Manille quatre à cinq ouragans ou coups de vent pendant le mois de Novembre; moi-même depuis le 10 d'Octobre juſqu'au 9 de Décembre, j'en compte quatre ſur mon journal, ſans que la mouſſon fût encore véritablement déclarée, & cependant il y a loin de la nouvelle Lune de l'équinoxe de Septembre au 9 de Décembre: j'analyſerai plus particulièrement ce ſyſtème de l'équinoxe & de ſa nouvelle Lune dans mon Hiſtoire des vents.

Le 7 Décembre, à 9 heures du matin, on ſentit un léger tremblement de terre; je ne m'en aperçus pas : mais il n'en fut pas de même de celui qui arriva une demi-heure après, celui-ci fut très-vif, il arrêta ma pendule lorſqu'elle marquoit $10^h\ 31'\ 25''$.

Le 30 Décembre, j'obſervai une immerſion du premier Satellite de Jupiter, le matin à $3^h\ 40'\ 18''$ à la pendule.

Cette obſervation eſt paſſablement exacte, il n'y avoit que quelques nuages déliés, & malgré la hauteur de Jupiter j'ai eu la facilité de m'aſſurer que le Satellite étoit réellement diſparu aux environs de $3^h\ 40'\ 18''$, ſans crainte de commettre plus de 10 à 12 ſecondes d'erreur dans l'obſervation.

Ce jour-là à midi vrai, la pendule marquoit $11^h\ 36'\ 9''\ 23'''$: le mois de Décembre, qui eſt toujours ſi beau à Manille, qu'on m'avoit annoncé comme tel, ſur lequel j'avois fondé mes eſpérances pour multiplier les obſervations de la longitude, ſoit par les immerſions du premier Satellite de Jupiter, ſoit par des obſervations de la Lune comparée aux étoiles, & pour obſerver la longueur du pendule ſimple à Manille; ce mois de Décembre a été tel, que j'ai eu peine à prendre quelques hauteurs correſpondantes du Soleil; ç'a été un des plus mauvais mois de l'année.

Le 5 Janvier 1767, le midi vrai eſt arrivé à $11^h\ 41'\ 29''\ \frac{1}{4}$; le 6 à $11^h\ 42'\ 15''\ \frac{1}{2}$; & le 7 à $11^h\ 43'\ 1''\ \frac{3}{4}$.

Le 8 Janvier, immerſion du premier Satellite de Jupiter, à $0^h\ 5'\ 35''$ du matin; il faiſoit très-beau, auſſi cette obſervation eſt-elle fort exacte.

En ſuppoſant le mouvement de la pendule, tel que le donnent les hauteurs correſpondantes des jours précédens, on aura pour l'heure vraie de cette immerſion $0^h\ 22'\ 10''$.

On pourra remarquer que le mouvement de ma pendule eſt fort différent ici de ce qu'il a été les premiers jours de Décembre; cependant il n'y a pas eu d'inégalité dans la marche de cette pendule, cela vient uniquement d'un petit accident qui lui eſt arrivé, qui a changé la longueur de la verge, où j'avois été obligé de mettre des fils de pite.

J'obſerverai de plus ici que pendant quelques-unes des hauteurs correſpondantes du 6 & du 7, le Soleil me paroiſſoit dans des momens avoir un tremblement d'autant plus ſingulier que mon quart-de-cercle poſé ſur un mur très-ſolide, & qu'il faiſoit calme, ou preſque calme: ce tremblement qui a dû influer un peu ſur mes hauteurs, quoique d'ailleurs aſſez exactes pour l'objet actuel, ne peut provenir que d'un léger tremblement de terre, trop foible pour ſe faire ſentir autrement.

Le 11 Janvier, le midi vrai fut à $11^h\ 46'\ 1''$, & le 12 à $11^h\ 46'\ 44''\ 18'''$.

Je terminerai ici ce premier extrait de mon Journal, me propoſant de pourſuivre le Journal de ces mêmes obſervations, & d'y ajouter auſſi des obſervations de la Lune; celles que je viens de rapporter ont été faites avec un excellent objectif de 15 pieds de foyer, avec deux oculaires de 5 pouces 3 lignes de foyer placés l'un ſur l'autre. Pour tirer de celles que je viens de rapporter, tout le parti poſſible, il ſeroit néceſſaire d'avoir les obſervations correſpondantes qu'on a pu faire en Europe du même Satellite, ſoit pour les jours qui ont précédé mes obſervations, ſoit pour les jours qui les ont ſuivies.

Au défaut de ces obſervations, nous pouvons, en empruntant le ſecours des Tables Aſtronomiques, tirer un réſultat qui ne

peut pas beaucoup s'écarter de la vérité, vu l'état de perfection où sont aujourd'hui les Tables du premier satellite de Jupiter, & ce résultat pourra toujours servir, en attendant, à l'usage des Vaisseaux qui voudront aller à Manille.

Quoique j'aie fait mention dans cet extrait des observations douteuses, je ne les emploierai pas pour cela, ainsi je rejetterai l'observation du 22 Octobre & celle du 30 Novembre, comme ne pouvant concourir avec les autres, mais j'en ajouterai deux autres qui m'ont réussi avant que le journal put partir.

Jours des Observations.	*Calcul pour Paris.*	*Observation à Manille.*	*Différence.*
13 Novemb. 1766, immers.	8^h 10′ 40″	16^h 4′ 58″ $\frac{3}{4}$	7^h 54′ 18″ $\frac{3}{4}$
7 Janvier 1767, immers.	4. 28. 13	12. 22. 10	7. 53. 57.

Et en prenant un milieu, on aura . . . . 7^h 54′ 8″,

qui, comptées sur l'Équateur, valent . . . . 118^d 32′ 0″

Jours des Observations.	*Calcul pour Paris.*	*Observation à Manille.*	*Différences.*
23 Janvier 1767, immersion	2^h 38′ 22″	10^h 32′ 22″ $\frac{1}{4}$	7^h 54′ 0″ $\frac{3}{4}$
30 Janvier 1767, immersion	4. 30. 50	12. 25. 7	7. 54. 17.

Et en prenant un milieu, on aura . . . . 7. 54. 8 $\frac{3}{8}$;

qui, comptées sur l'Équateur, valent . . . . 118^d 32′ 9″

Nous avons trouvé ci-dessus par deux observations . . . 118. 32. 0.

La différence est très-légère, n'étant que d'environ une demi-seconde de temps, ou 9 secondes de degré *.

Le peu de temps qui me restoit avant le départ du vaisseau le *Bon-conseil*, ne m'a pas permis de rapporter en détail la suite de mes observations.

* Par le moyen de sept Observations, faites à Stockolm & à Paris les 2 & 25 Novembre 1766, les 12 Janvier & 2 Février 1767, M. de la Lande a trouvé que l'erreur des Tables étoit sensiblement nulle, & par conséquent qu'il n'y avoit, pour ainsi dire, rien à changer à cet égard au résultat précédent; ainsi la différence des méridiens entre Paris & Manille peut être supposée de 7^d 54′ 4″ $\frac{1}{2}$. La latitude est de 14^d 36′ 8″ au nord de la ligne, suivant une Lettre particulière de M. le Gentil à M. de la Lande.

OBSERVATIONS
Sur le mouvement du Vif-argent dans des Baromètres dont les tubes ſont de différens diamètres & chargés par des méthodes différentes.

Par M. le Cardinal DE LUYNES.

TOUS ceux qui ont quelques connoiſſances de la Phyſique, ſavent combien les obſervations de la hauteur, à laquelle le mercure ſe ſoutient dans les tubes des Baromètres, ſont utiles pour juger de la peſanteur de l'air de l'atmoſphère; on peut dire même que c'eſt à l'invention du Baromètre que nous devons la connoiſſance certaine de la peſanteur de l'air, qui a été la ſource féconde d'un grand nombre de découvertes qui ont pouſſé à un haut degré de perfection les Pompes, machines ſi utiles pour tous les uſages de la vie, pour le ſervice des mines, pour les travaux des manufactures, & pour la décoration & l'embelliſſement des jardins; c'eſt avec cet inſtrument que M.rs Paſcal & Perrier ont banni pour jamais de nos Écoles le préjugé abſurde de l'horreur du vide, préjugé ſi enraciné, qu'à la honte de l'humanité, il a fallu bien des années pour que les lumières du bon ſens & l'évidence des faits en aient triomphé. L'Académie s'eſt toujours occupée à perfectionner cet inſtrument, à en connoître les avantages, les inconvéniens, à en ſuivre les variations, à en découvrir les cauſes, à en ſoumettre la marche à quelque règle certaine. Ce ſont ces mêmes motifs qui m'ont engagé à faire les expériences dont je vais rendre compte.

J'ai d'abord examiné quelle différence pouvoient donner dans les hauteurs du mercure les différens diamètres des tubes.

Secondement, ce qui pouvoit réſulter de la différente manière de les charger.

J'ai pris pour ces expériences trois tubes, dont l'un avoit de

calibre intérieur ou de dedans en dedans, $\frac{2}{3}$ de ligne ; un autre dont le calibre étoit de 2 lignes $\frac{1}{3}$; un autre 2 lignes $\frac{1}{2}$; un autre 2 lignes $\frac{1}{2}$, chargé depuis ſix ans; & un autre dont le calibre intérieur étoit de 13 lignes $\frac{1}{4}$, le plus gros tube qui eût été juſqu'ici, du moins à ce que je crois, chargé de mercure, pour en faire un baromètre, ces cinq tubes de baromètre étoient deſtinés pour reſter en expérience de comparaiſon. Comme j'en parlerai ſouvent dans ce Mémoire, pour éviter les répétitions, j'appellerai *A* le baromètre dont le tube a $\frac{2}{3}$ de lignes de diamètre intérieur, chargé le mercure bouillant exceſſivement.

B, celui dont le calibre eſt de deux lignes un tiers, chargé de même.

C, celui de deux lignes & demie de calibre, chargé avec un entonnoir , dont le tuyau très-fin touchoit preſqu'au fond du tube, & le mercure étant froid.

D, celui de deux lignes & demie de diamètre intérieur , chargé depuis ſix ans, le mercure étant fort chaud, mais ſans le faire bouillir.

E, celui de treize lignes un quart de diamètre intérieur, chargé le mercure bouillant exceſſivement.

J'avois fait préparer trois autres tubes de deux lignes un quart de calibre , pour des expériences dont je rendrai compte dans la ſuite de ce Mémoire.

Ces tubes étoient ſenſiblement d'un calibre égal dans leur longueur, excepté celui de treize lignes un quart de calibre, qui eſt à peu près d'une ligne deux tiers plus étroit dans le haut, vers la partie du tube où le mercure fait ſon mouvement, que dans le bout du tube qui trempe dans le mercure.

Pour avoir un mercure bien purifié pour charger le gros baromètre, j'avois fait revivifier du cinabre avec grand ſoin, par M. de la Caſſaigne, Apothicaire du Roi, dix-huit livres de mercure, & c'eſt de ce mercure dont ce gros baromètre a été rempli : je trouvois bien difficile de charger ce tube en faiſant bouillir le mercure exceſſivement ſans le faire caſſer, cela étoit pourtant néceſſaire pour être ſûr qu'une maſſe de mercure auſſi conſidérable ſeroit purgée d'air auſſi parfaitement qu'il étoit poſſible de

de le faire: je craignois même en y faisant apporter le plus grand soin, que le cristal ne rompît ou du moins qu'il ne s'y fit quelques fentes ou quelques fêlures: voici ce que j'imaginai pour m'assurer du succès autant qu'il m'étoit possible.

Je fis préparer un fourneau cylindrique, formé par des mailles de gros fil de fer, ce fourneau étoit double: l'espace entre les deux cylindres formés par les mailles de fer, étoit de la largeur nécessaire pour y placer des charbons allumés, avec lesquels je pouvois gouverner le feu à ma volonté, en augmentant ou diminuant la quantité du charbon, ou en l'animant plus ou moins ainsi que le succès de l'opération l'exigeoit: l'espace circulaire qui restoit au milieu de ce double fourneau, étoit de huit lignes plus large que le diamètre de mon tube; le cylindre intérieur de ce fourneau étoit ouvert dans son milieu par en bas, pour qu'on pût élever ou abaisser à volonté le tube pour faire bouillir successivement le mercure dans ses différentes parties; par ce moyen le tube étoit toujours dans une situation verticale, & je ne craignois point les risques qu'il auroit couru s'il avoit été incliné, vu le grand poids de la colonne de mercure dont il devoit être chargé; le bout du tube scellé hermétiquement posoit pendant toute l'opération sur un coussinet de cuir, pour empêcher qu'il ne fût détaché par l'effort du poids d'une colonne de mercure aussi pesante: le sieur Santinello - Cappy soutenoit avec sa main le coussinet, & un de mes gens tenoit le bout supérieur du tube qui étoit ouvert, & passoit dedans le mercure qui bouilloit à gros bouillons, une baguette de fer pour faire dégager pendant l'ébullition les bulles d'air logées dans les interstices du vif-argent: nous n'avons fait bouillir à la fois que trois ou quatre pouces de mercure dans le tube; on laissoit ensuite le mercure se refroidir, ainsi que le tuyau, jusqu'à ce que l'un & l'autre ne fussent que tièdes: nous avons ainsi continué l'opération de partie en partie, jusqu'à ce que le tube ait été entièrement rempli: le sieur Cappy a fait cette opération avec beaucoup d'adresse & d'intelligence.

Cette difficulté surmontée, il en restoit une autre, c'étoit de plonger ce tube dans le récipient, sans qu'il y entrât aucun air: voici ce que j'ai imaginé pour y réussir. J'ai fait attacher avec du

maſtic, à la partie d'en bas du tube qui eſt ouverte, une virole forte de buis, dont le diamètre étoit égal à celui du bout ouvert du tube, qui devoit être plongé dans le mercure; j'ai fait tourner un tampon de même bois, qui entroit exactement dans cette virole, & dont la partie qui entroit dans la virole étoit bordée d'un chamois doux, qui comprimoit exactement la virole de toutes parts; j'ai laiſſé pendant quatre ou cinq jours le tube ainſi bouché dans une poſition verticale, juſqu'à ce que la planche deſtinée pour l'attacher fût prête: lorſque j'ai voulu le plonger dans le mercure, j'ai ôté la veſſie mouillée dont il étoit reſté couvert, j'ai fait verſer ſur la colonne du mercure, avec un entonnoir dont le bout étoit très-fin, quelques gouttes de mercure pour faire prendre au ſommet de la colonne, ſur le bord extérieur de la virole, la forme d'une goutte de ſuif; alors j'ai fait enfoncer le tampon bien perpendiculairement dans la virole, pour lui faire toucher immédiatement la ſurface du mercure de la colonne, ſans qu'aucun air pût y entrer; alors on a appuyé fortement la main ſur le tampon, pour empêcher qu'en plongeant le tube, la peſanteur de la colonne de mercure ne le déplaçât trop tôt; lorſque le tube a touché le fond de la boîte du récipient, on a retiré doucement les doigts qui appuyoient ſur le tampon, & un coup de doigt, dont l'effort étoit aidé du poids de la colonne, a ſuffi pour le faire tomber dans le récipient dont on l'a retiré; alors toute la partie du mercure de la colonne qui n'étoit pas en équilibre avec la colonne d'air correſpondante, eſt tombée dans le récipient, & le baromètre a été, à ce que je crois, auſſi bien exécuté qu'il pouvoit l'être: pendant que l'excédant du mercure couloit dans le récipient, d'où il ſortoit de tous côtés, parce que le récipient étoit plein de mercure quand on y a plongé le tube, j'examinai avec attention & le ſommet de la colonne & les parois du tube, je n'y ai aperçu aucune bulle d'air pendant toute l'opération: pour donner une communication facile au vif-argent du tube, avec celui du récipient, j'ai fait creuſer la boîte de bois qui ſert de récipient, de manière que la partie de cette boîte, ſur laquelle la virole qui eſt au bas du tube poſe perpendiculairement, laiſſât quatre lignes au-deſſous de l'ouverture du tube pour le jeu des

mouvemens du mercure : ce récipient eſt creuſé dans le bois plein ; j'ai trouvé par l'expérience qu'il n'y a point de récipiens meilleurs & plus ſolides pour les baromètres, que ceux ainſi creuſés en plein bois : la profondeur moyenne du mercure dans la boîte qui ſert de récipient, eſt de 19 lignes ; elle eſt ovale, le grand diamètre eſt de 3 pouces 6 lignes, le petit diamètre de 2 pouces 11 lignes : j'avois trouvé par le calcul le rapport de l'élévation ou de l'abaiſſement du mercure dans le récipient, avec l'élévation & l'abaiſſement du mercure de ce tube, comme de 1 à 8 ; mais comme l'ovale n'eſt pas parfaitement régulier, l'obſervation me l'a donné comme de 1 à 9 ou d'un neuvième ; pour être toujours ſûr des hauteurs abſolues de la colonne du mercure par une obſervation immédiate, j'ai percé un petit trou dans le couvercle du récipient dans lequel j'ai fait paſſer une petite aiguille de cuivre écroui, qui porte ſur une baſe de liége qui nage librement ſur la ſurface du mercure du récipient, cette aiguille porte à ſon bout un petit index placé à angle droit ſur l'aiguille, & dont le bout eſt très-délié & qui marque les élévations & les abaiſſemens de la baſe du mercure dans le récipient ſur une diviſion en lignes & demi-lignes dans toute la partie du chemin que peut faire le mercure, & j'ai trouvé cette hauteur de 27 pouces 11 lignes. Un thermomètre gradué ſelon M. de Reaumur étant alors à 17 degrés au-deſſus de 0, j'ai fait marquer 0 à côté du point où répondoit l'index de la petite aiguille, & vis-à-vis 27 pouces 11 lignes pour me ſervir de point fixe pour compter les élévations ou les abaiſſemens relatifs des ſurfaces de la colonne du mercure & de ſa baſe ; j'ai fait enſuite charger trois tubes, le tube *A* & le tube *B*, le mercure bouillant exceſſivement, le tube *C* chargé avec un entonnoir de verre, dont la queue alloit juſqu'au bout ſcellé du tube & avoit une ouverture très-déliée, & ſans faire chauffer le mercure.

	pouces.	lignes.	
La colonne de mercure dans le baromètre *A* étoit à	27.	8.	Tous ces tubes ont été nettoyés en dedans, seulement avec un linge bien ſec.
dans le baromètre *B* à	27.	10.	
dans le baromètre *C* à	27.	2. $\frac{1}{2}$	
dans le baromètre *D* à	27.	8.	
dans le baromètre *E* à	27.	11.	

Les baromètres *A, B, C* étoient attachés ſur une même planche; & plongés dans un récipient commun, dont la boîte creuſée en plein bois de chêne, a 5 pouces de large ſur 2 pouces 3 lignes de profondeur, ce qui ſuffit pour que la ligne de niveau ne change point ſenſiblement; ces baromètres ſont reſtés en expérience : on rend compte dans le Journal, de leurs marches reſpectives entre eux & par comparaiſon avec les baromètres *D* & *E*.

J'ai fait nettoyer en dedans, avec de l'eſprit de vin, un tube, dont le calibre étoit de 2 lignes & demie; après l'avoir bien eſſuyé avec des linges chauds, je l'ai fait charger avec l'entonnoir à longue queue, du même mercure que les autres: ayant meſuré la hauteur de la colonne très-exactement, je l'ai trouvée de 26 pouces 7 lignes & demie; ayant fait décharger ce même tube, & l'ayant fait recharger le mercure bouillant exceſſivement, la colonne de mercure s'eſt trouvée à la même hauteur que dans le baromètre *B*, ayant ſon tube de même calibre, & chargé le mercure bouillant exceſſivement, ce qui a fait élever la colonne du mercure de 14 lignes $\frac{1}{2}$. Quoique le ſieur Cappy m'eût aſſuré que la méthode de charger un baromètre avec un petit entonnoir étoit excellente; cependant, comme je m'en défiois, j'ai pris un tube de même calibre que le tube qui venoit d'être chargé par cette méthode; je l'ai chargé en faiſant couler dedans très-doucement, dans chaque portion de mercure que je verſois dans le tube, une longue bulle d'air qui entraînoit avec elle preſque toutes les autres; j'ai paſſé enſuite dans chaque partie de la colonne de mercure qui ſe formoit, un fil de fer que je tournois pour faire ſortir les bulles d'air renfermées dans ſes interſtices: cette opération faite avec du mercure revivifié du cinabre, par M. Rouelle, j'ai trouvé que le mercure ſe tenoit dans ce tube à la même hauteur que dans celui du tube *B* chargé le mercure bouillant exceſſivement: j'ai laiſſé ce tube en expérience 24 heures; l'ayant enſuite déchargé, je l'ai frotté en dedans avec de l'eſprit-de-vin, je l'ai bien deſſéché avec un linge blanc & bien ſec, je l'ai rechargé avec le même mercure, avec le plus grand ſoin, l'ayant enſuite plongé dans le mercure du récipient, j'ai meſuré

avec précision plusieurs fois la hauteur de la colonne, j'ai trouvé qu'elle se tenoit un pouce plus bas qu'auparavant.

Cette observation me donne lieu de parler d'une autre que j'ai faite il y a plusieurs années; je chargeai deux tubes de même calibre, de même verrerie avec le même mercure, l'un étoit nettoyé en dedans simplement avec un linge neuf bien sec, j'avois nettoyé l'autre avec de l'esprit-de vin, je l'avois laissé toute la nuit dans le coin de la cheminée à une chaleur douce, le bout ouvert en bas; avant que de le charger je l'avois frotté en dedans le lendemain avec un linge neuf bien sec & chaud avant que d'y verser le mercure; après l'avoir chargé avec le plus grand soin, je trouvai la colonne du mercure moins élevée dans ce tube d'un pouce que dans l'autre tube qui n'avoit point été frotté d'esprit-de-vin, je le déchargeai & le rechargeai trois fois, & j'eus toujours le même résultat.

RÉSULTAT des hauteurs respectives, prenant le baromètre E *pour terme de comparaison.*

	pouces.	lignes.
E plus haut que *A*	o.	3.
E plus haut que *B*	o.	1.
E plus haut que *C*	o.	8. $\frac{1}{2}$
E plus haut que *D*	o.	3.
Colonne en *E* plus haute que dans le tube frotté avec l'esprit-de-vin	1.	3. $\frac{3}{4}$
Colonne en *C* dans un tube qui n'avoit point été nettoyé en dedans avec l'esprit-de-vin, & de même calibre que le tube qui en étoit frotté, se tenoit 7 lignes plus bas que la colonne du mercure du baromètre *B*, dont le tube étoit de même calibre, mais chargé le mercure bouillant	o.	7.

Dans le tube *A* qui n'étoit que capillaire, mais chargé le mercure bouillant excessivement, la colonne de mercure s'est donc tenue à la même hauteur que dans le tube du baromètre *D* chargé le mercure étant seulement chauffé fortement; j'ai observé

auſſi que dans ce tube *D* le mercure ſe tenoit 2 lignes plus bas que dans celui de même calibre, chargé le mercure bouillant exceſſivement.

Il eſt évident par le Journal, que dans le tube capillaire le vif-argent a eu des marches bien ſoutenues & bien régulières; tandis que dans le tube chargé à la manière ordinaire, le mercure froid, il a ſouvent fait ſes marches irrégulièrement.

Il ſuit de ces obſervations faites avec la plus grande exactitude: 1.° Que les baromètres chargés, le mercure bouillant exceſſivement, ſont ceux dans leſquels le mercure ſe tient ordinairement le plus élevé: 2.° Que ce ſont ceux dont les marches ſont les plus régulières: 3.° Que ce ſont ceux qui ſont le plus purgés d'air: 4.° Qu'en chargeant avec ſoin un tube dont le diamètre ait ſeulement $\frac{2}{3}$ de ligne, le mercure bouillant exceſſivement, on peut avoir à bon marché un baromètre très-exact, & qui ſuivra parfaitement un baromètre chargé de même qui aura 1 ligne $\frac{1}{2}$ ou 1 ligne $\frac{2}{3}$ & même 2 lignes $\frac{1}{2}$ de diamètre, diamètre ordinaire des tubes de baromètres qu'on met en expérience; que le petit diamètre de ce tube procurera l'avantage qu'en lui donnant une baſe ſeulement de 2 pouces, le changement de la baſe dans les plus grandes élévations du mercure & dans ſes plus grands abaiſſemens, ſe réduira preſque à zéro: 5.° Que le mercure peut avoir des marches très-régulières dans des tubes capillaires & s'y tenir à la hauteur où il ſe tient ordinairement dans les autres tubes: 6.° Que les baromètres chargés, le mercure étant froid, avec un entonnoir dont la queue très-déliée touche preſqu'au fond du tube, ſe tiennent beaucoup plus bas que ceux chargés le mercure bouillant exceſſivement, & même que ceux chargés le mercure froid ſelon la ſeconde méthode que j'ai ſuivie; & que ſi les tubes des baromètres ont été frottés d'eſprit de vin, ces baromètres ſont ceux de tous qui ſe tiennent plus bas: 7.° Que ceux chargés, le mercure étant ſeulement chauffé fortement, ſans qu'il bouille exceſſivement, ſe tiennent moins hauts que ceux où on a fait bouillir ainſi le mercure: 8.° Que quoique les tubes aient été nettoyés en dedans avec de l'eſprit de vin, quand on les décharge & qu'on les recharge le mercure bouillant

exceſſivement, ils ſe tiennent à la même hauteur que s'ils n'avoient point été frottés avec l'eſprit de vin: 9.° Que dans les tubes d'un très-grand diamètre, le mercure ſe tient plus haut que dans ceux qui n'ont que le diamètre des tubes dont on ſe ſert ordinairement; que ſi l'on n'apporte pas le plus grand ſoin en chargeant les baromètres, tant par rapport à la qualité du mercure dont on ſe ſert & à ſa préparation, que par rapport à la méthode que l'on emploie & à la manière dont on l'exécute, on peut tomber dans de grandes erreurs ſur le poids de la colonne d'air correſpondante à celle du mercure, puiſque par les expériences faites avec le baromètre *C*, on pouvoit croire la colonne d'air en équilibre avec une colonne de mercure moindre de 7 lignes que celle que cette même colonne d'air peut ſoutenir; enfin que de toutes les méthodes pour charger les baromètres, celle de les charger avec un entonnoir dont la queue très-déliée va juſqu'au fond du tube eſt la plus mauvaiſe de toutes.

Je crois devoir, en finiſſant ce Mémoire, avertir ceux qui voudront entreprendre de charger de mercure un tube d'un calibre auſſi conſidérable que celui du baromètre *E*, & de le charger comme il eſt néceſſaire, le mercure bouillant exceſſivement, d'avoir grande attention de choiſir pour faire cette opération un lieu vaſte, où il n'y ait ni or ni argent, & de ne porter ſur eux aucun bijou de ces métaux, même dans leurs poches ou dans des étuits fermés, ni aucun galon d'or ou d'argent ſur leurs habits: la vapeur qui ſort d'une quantité de mercure auſſi conſidérable, quand il bout exceſſivement, feroit blanchir dans un inſtant toutes les dorures des boiſeriès d'un appartement, & ſans remède quand ce ſont des pièces qui ne peuvent être déplacées & miſes à un feu ardent; & ſur-tout, dans un petit appartement, cette vapeur pénétrante pourroit intéreſſer la ſanté, c'eſt par cette raiſon que j'ai fait charger mon gros baromètre dans une très-vaſte orangerie, dont la porte & toutes les fenêtres étoient ouvertes. Il faut auſſi y apporter beaucoup de ſoin, d'adreſſe, d'intelligence & de patience, ſans cela on feroit caſſer les tubes & on riſqueroit de perdre une quantité conſidérable de mercure: j'avois beſoin d'un ouvrier auſſi intelligent dans cette partie que le ſieur Santinello-

Cappy, pour y réussir aussi parfaitement; le tube dont je me suis servi est un tube de cristal d'Angleterre très-parfait, qui m'avoit servi pour des expériences d'électricité.

J'aurois dû m'assurer de l'égalité du calibre de ce tube avant que de le charger; mais n'y ayant pensé que quand il l'étoit déjà, & n'osant recommencer, jugeant que son calibre intérieur devoit être à peu près dans le même rapport que celui de son diamètre extérieur, j'ai mesuré exactement ce calibre extérieur avec un excellent compas de grosseur au bas du tube, au milieu, & dans toute la partie où le mercure devoit faire les mouvemens, & j'ai trouvé par une moyenne proportionnelle la différence depuis la partie la plus basse du tube jusqu'au point le plus haut où le mercure pouvoit s'élever d'une ligne un quart, dont le gros tube est plus étroit dans le haut que dans le bas.

Je joindrai ici le détail d'une expérience sur le phosphore des baromètres que le hasard m'a fourni il y a vingt ans ; cette expérience a beaucoup de rapport au sujet que je viens de traiter.

Je chargeai un tube de 2 lignes & demie de diamètre, en faisant chauffer le mercure par partie sur les charbons ardens, à la manière du Vitrier Allemand, qui nous a appris le procédé qu'on devoit suivre pour rendre certainement tous les baromètres lumineux; aussi-tôt qu'il fut chargé je mesurai exactement la hauteur de la colonne, ensuite je fis balancer doucement le mercure dans le tube; j'aperçus qu'aux moindres balancemens il rendoit dans l'instant la lumière la plus vive; l'ayant fait transporter ensuite avec beaucoup de précaution tout chargé au bout d'une grande salle où je voulois le mettre en expérience, & ayant mesuré de nouveau la hauteur du mercure, je remarquai qu'elle avoit baissé d'une demi-ligne; cela me fit soupçonner qu'il y entroit de l'air; je suivis avec attention une expérience qui me paroissoit intéressante & que le hasard offroit à ma curiosité: la colonne de mercure continua à s'abaisser insensiblement ; en plongeant le tube dans le mercure j'avois regardé très-attentivement le sommet de la colonne, & je n'avois point aperçu qu'aucune bulle d'air eût monté dans le haut du tube; il ne parut même aucunes bulles d'air, même les plus petites, sur les parois du tube le

le long de la colonne de mercure; je jugeai par-là que l'air pénétroit insensiblement dans le haut du tube, par une fente qui s'étoit faite au cristal: j'observai attentivement le haut du tube avec une loupe très-forte, je ne pus y découvrir aucune fente sensible; le mercure cependant baissoit toujours quoique très-lentement; je suivis son mouvement depuis 8 heures du soir jusqu'à 2 heures après minuit, temps où le mercure cessa de s'abaisser dans le tube: la colonne n'ayant plus que quatre pouces au-dessus du récipient, j'ai observé que dans le premier instant que j'eus chargé ce baromètre, il rendoit une lumière exquise aux moindres balancemens. Ayant continué à lui donner des balancemens de quart d'heure en quart d'heure à peu près, il ne cessa de donner de la lumière jusqu'à ce qu'il fût presqu'à son plus bas état; mais à mesure que l'air s'insinuoit dans le tube la lumière diminuoit de clarté & de vivacité, & il falloit un plus grand nombre de balancemens pour l'exciter; sur la fin j'en ai compté jusqu'à vingt avant que la lumière parut; elle étoit extrêmement pâle & foible, & il falloit des secousses fortes & réitérées pour la faire paroître.

Il me semble qu'on doit conclure de cette observation: 1.° Que quand un baromètre qu'on a chargé au feu, rend une lumière exquise aux moindres balancemens qu'on donne au mercure, c'est une marque qu'il est bien purgé d'air: 2.° Qu'il peut entrer une quantité d'air très-considérable dans un tube, sans que la lumière cesse de paroître sur le haut de la colonne du mercure, & que la preuve qu'il y a de l'air dans le haut du tube chargé au feu, c'est lorsqu'il faut plusieurs balancemens pour produire la lumière, & qu'au lieu d'être vive & brillante elle est pâle & foible.

Il est aussi très-important d'employer un mercure bien pur pour charger les baromètres; celui qui est revivifié du cinabre, son amalgame naturelle, m'a paru le meilleur de tous.

Les Tables suivantes sont des Observations faites depuis le 3 du mois d'Octobre 1765 jusqu'au 23 Août 1766; elles sont partagées en sept colonnes: la première contient les jours du mois; la seconde colonne intitulée *Baromètre A*, donne la hauteur du baromètre dont le tube avoit $\frac{2}{3}$ de ligne & qui avoit été chargé

le mercure bouillant : la troisième montre la hauteur du *Baromètre B*, dont le tube avoit 2 $\frac{1}{3}$ de ligne de diamètre, chargé le mercure bouillant : la quatrième la hauteur du *Baromètre C*, dont le tube avoit 2 $\frac{1}{2}$ lignes de diamètre, chargé avec l'entonnoir, sans chauffer le mercure : la cinquième, la hauteur du *Baromètre D*, dont le tube avoit le même diamètre, chargé le mercure chaud sans bouillir : dans la sixième colonne, *Baromètre E*, on trouve deux nombres ou deux hauteurs différentes, qui répondent à chaque jour ; la première indique la hauteur du mercure, marqué par les divisions, & la seconde la vraie hauteur de la colonne de mercure qui est tenue en équilibre par la colonne d'air, parce qu'elle a été corrigée relativement au changement de la ligne de niveau. *Voyez page 251 de ce Mémoire.*

La septième colonne contient les observations des degrés du Thermomètre, le signe — indique les degrés au-dessous de la congélation. On a mis en note au bas de chaque mois les variations du temps.

OCTOBRE 1765.

Jours du Mois.	BAROMÈTRE A.	BAROMÈTRE B.	BAROMÈTRE C.	BAROMÈTRE D.	BAROMÈTRE E.	THERMOMÈTRE.
	pouces lign.	pouces lign.	pouces lign.	pouces lign.	pouc. lign. pouc. lign.	degrés.
3	27. 0 3/4	27. 2	26. 6 1/2	27. 1	27. 4 1/2 ... 27. 5 6/12	14. 1/2
4	27. 2 1/2	27. 4 1/4	26. 10 3/4	27. 3 1/2	27. 6 ... 27. 6 3/4	14. 0
5	27. 4 3/4	27. 6 1/2	27. 0 3/4	27. 4 1/2	27. 7 1/2 ... 27. 7 3/4	13. 3/4
6	27. 3 1/2	27. 4 1/4	26. 10 2/3	27. 2 3/4	27. 6 1/2 ... 27. 7 1/4	14. 0
7	27. 4 1/3	27. 6 1/4	27. 0 3/4	27. 5 1/3	27. 8 ... 27. 8 1/4	13. 2/3
8	27. 6 1/2	27. 8 1/2	27. 3 1/2	27. 7	27. 10 ... 27. 9 7/8	13. 1/4
10	27. 9	27. 11	27. 6	27. 10	28. 0 1/2 ... 28. 0 1/8	13. 3/4
11	27. 8	27. 10	27. 4 1/2	27. 9	27. 11 7/8 ... 27. 11 5/8	13. 0
13	27. 8 1/4	27. 10	27. 5	27. 9	27. 11 1/2 ... 27. 11 1/4	12. 0
14	27. 6 1/3	27. 8 1/12	27. 3	27. 7 1/2	27. 10 ... 27. 10	12. 1/4
15	27. 8	27. 10	27. 4 1/2	27. 9	27. 11 ... 27. 10 3/4	12. 0
16	27. 10	28. 0 1/4	27. 7 1/4	27. 11 1/2	28. 1 ... 28. 0 1/2	12. 0
17	27. 10	28. 0	27. 7	27. 11	28. 1 ... 28. 0 1/2	11. 1/3
18	27. 9	27. 11	27. 6	27. 10	28. 1 ... 28. 0 1/2	11. 1/2
20	27. 8	27. 9 1/2	27. 4 1/2	27. 9	27. 11 1/2 ... 27. 11 1/4	12. 0
21	27. 8	27. 10	27. 5	27. 9	28. 0 ... 27. 11 3/4	12. 0
22	27. 6 1/2	27. 8	27. 2	27. 7	27. 10 1/2 ... 27. 10 1/4	13. 0
23	27. 4 1/4	27. 5 1/2	26. 11 1/2	27. 4 3/4	27. 8 ... 27. 8 1/4	14. 1/2
24	27. 2	27. 3 1/2	26. 10	27. 3	27. 6 ... 27. 6 1/2	14. 1/2
25	27. 5	27. 7	27. 2 1/2	27. 6 1/2	27. 9 ... 27. 9 1/8	12. 1/2
27	27. 8 1/2	27. 11	27. 6	27. 10	28. 0 ... 27. 11 3/4	11. 1/3
28	27. 8 1/2	27. 10	27. 5 2/3	27. 9	28. 0 ... 27. 11 3/4	10. 1/2
29	27. 4 1/2	27. 5 1/2	27. 1	27. 5	27. 8 ... 27. 8 1/6	10. 1/2
30	27. 6 1/3	27. 8	27. 4	27. 7	27. 9 ... 27. 9	10. 0
31	27. 3 1/2	27. 5	27. 1	27. 4 1/2	27. 6 2/3 ... 27. 6 11/12	10. 1/3

ÉTAT DU CIEL.

Le 6, temps pluvieux. Le 7, beau temps; il a duré plusieurs jours. Le 11, quoique les baromètres fussent au beau, il plut beaucoup le 12 tout le jour. Le 16, beau temps; il a continué jusqu'au 22. Le 22, beaucoup de pluie. Le 23, temps couvert. Le 24, grande pluie le soir. Le 25, beau temps. Le 27, bruine tout le jour. Le 28, temps très-beau. Le 29, temps couvert; bruine. Le 30, beau temps. Le 31, pluie & grand vent.

NOVEMBRE.

Jours du Mois	BAROMÈTRE *A.*	BAROMÈTRE *B.*	BAROMÈTRE *C.*	BAROMÈTRE *D.*	BAROMÈTRE *E.*	THERMOMÈTRE
	pouces lign.	*pouces lign.*	*pouces lign.*	*pouces lign.*	*pouc. lign. pouc. lign.*	*degrés.*
2	27. 6	27. 8	27. 4	27. 7	27. $9\frac{1}{2}$... 27. $9\frac{1}{2}$	10. $\frac{1}{3}$
3	27. $7\frac{1}{2}$	27. 9	27. $4\frac{1}{2}$	27. 8	27. 11 ... 27. $10\frac{3}{4}$	10. 0
4	27. 3	27. $4\frac{1}{2}$	27. $0\frac{1}{2}$	27. 4	27. 7 ... 27. $7\frac{1}{4}$	9. $\frac{3}{4}$
5	27. 5	27. 7	27. 3	27. $6\frac{1}{2}$	27. 8 ... 27. $8\frac{1}{8}$	9. $\frac{1}{2}$
6	27. 8	27. $10\frac{1}{4}$	27. $6\frac{2}{3}$	27. $9\frac{1}{2}$	27. $11\frac{1}{2}$... 27. $11\frac{2}{12}$	9. 0
7	27. $4\frac{1}{2}$	27. $5\frac{1}{2}$	27. 2	27. 5	27. 8 ... 27. 8	8. $\frac{1}{4}$
8	27. 6	27. 8	27. $5\frac{1}{2}$	27. 7	27. 9 ... 27. $8\frac{7}{8}$	7. $\frac{3}{4}$
9	27. 5	27. 6	27. $2\frac{1}{2}$	27. $5\frac{3}{4}$	27. 8 ... 27. 8	8. 0
10	27. 5	27. 7	27. $3\frac{1}{2}$	27. $6\frac{1}{2}$	27. $8\frac{1}{2}$... 27. $8\frac{1}{2}$	8. $\frac{1}{4}$
12	27. 8	27. 10	27. $6\frac{1}{2}$	27. 9	27. 11 ... 27. $10\frac{3}{4}$	8. 0
13	27. 8	27. 10	27. $6\frac{1}{2}$	27. 9	27. 11 ... 27. $10\frac{3}{4}$	7. $\frac{1}{3}$
14	27. 8	27. 10	27. 7	27. $9\frac{1}{2}$	27. $11\frac{1}{2}$... 27. $11\frac{1}{4}$	7. $\frac{1}{2}$
15	27. $8\frac{1}{2}$	27. $10\frac{3}{4}$	27. 7	27. $10\frac{1}{2}$	28. 0 ... 27. $11\frac{2}{3}$	7. $\frac{2}{3}$
16	27. $9\frac{1}{4}$	27. $11\frac{1}{2}$	27. 8	27. $10\frac{3}{4}$	28. 1 ... 28. $0\frac{1}{2}$	7. $\frac{1}{2}$
17	27. 10	28. 0	27. 9	28. 0	28. 2 ... 28. $1\frac{1}{2}$	7. $\frac{1}{2}$
18	27. $10\frac{1}{1}$	28. $0\frac{1}{2}$	27. $8\frac{1}{2}$	27. $11\frac{3}{4}$	28. 2 ... 28. $1\frac{1}{2}$	7. $\frac{1}{2}$
19	27. 10	28. 0	27. 8	27. 11	28. 1 ... 28. $0\frac{1}{2}$	7. $\frac{1}{3}$
20	27. 9	27. 11	27. 8	27. $10\frac{1}{2}$	28. 1 ... 28. $0\frac{1}{2}$	6. $\frac{3}{4}$
21	27. 10	28. 0	27. 9	27. $11\frac{1}{2}$	28. 1 ... 28. $0\frac{1}{2}$	5. $\frac{3}{4}$
23	27. $8\frac{3}{4}$	27. $10\frac{1}{2}$	27. 8	27. 10	28. 1 ... 28. $0\frac{1}{2}$	4. $\frac{1}{2}$
25	27. 8	27. $9\frac{1}{2}$	27. $7\frac{1}{2}$	27. 9	27. 11 ... 27. $10\frac{2}{3}$	3. $\frac{2}{3}$
26	27. 6	27. $7\frac{1}{2}$	27. $5\frac{1}{2}$	27. 7	27. 10 ... 27. $9\frac{3}{4}$	4. 0
27	27. 5	27. 7	27. $4\frac{1}{2}$	27. $6\frac{1}{2}$	27. 9 ... 27. $8\frac{7}{8}$	4. 0
28	27. 7	27. 9	27. 7	27. 9	27. 11 ... 27. $10\frac{3}{4}$	4. $\frac{1}{3}$
30	27. 8	27. $9\frac{1}{2}$	27. $6\frac{1}{2}$	27. 9	27. 11 ... 27. $10\frac{3}{4}$	4. $\frac{1}{4}$

ÉTAT DU CIEL.

Le 2, temps pluvieux. Le 3, beau temps. Le 4, temps pluvieux. Le 5, temps couvert. Le 6, temps assez beau. Le 7, bruine. Le 8, temps couvert. Le 9, *idem.* Le 10, bruine tout le jour. Le 12, temps couvert. Le 13, *idem.* Le 14, pluie sur le soir. Le 15, beau temps; il a duré jusqu'au 20.

DÉCEMBRE.

Jours du mois.	BAROMÈTRE *A*.	BAROMÈTRE *B*.	BAROMÈTRE *C*.	BAROMÈTRE *D*.	BAROMÈTRE *E*.	THERMOMÈTRE.
	pouces lign.	*pouces lign.*	*pouces lign.*	*pouces lign.*	*pouc. lign. … pouc. lign.*	*degrés*
1	27. $6\frac{1}{2}$	27. 8	27. 5	27. $7\frac{1}{2}$	27. 10 … 27. $9\frac{3}{4}$	4. 0
2	27. 8	27. 10	27. $7\frac{1}{2}$	27. 9	27. 11 … 27. $10\frac{3}{4}$	4. 0
4	27. 9	27. 11	27. $8\frac{1}{2}$	27. $10\frac{1}{2}$	28. 1 … 28. $0\frac{1}{2}$	0. 0
5	27. $6\frac{1}{2}$	27. 8	27. 6	27. 8	27. 10 … 27. $9\frac{3}{4}$	2. $\frac{1}{2}$
6	27. 6	27. 7	27. $5\frac{1}{2}$	27. 7	27. 10 … 27. $9\frac{3}{4}$	2. 0
7	27. 5	37. 6	27. 4	27. 6	27. 8 … 27. 8	2. $\frac{2}{3}$
8	27. $3\frac{1}{2}$	27. 5	27. 3	27. 5	27. 7 … 27. $7\frac{1}{4}$	3. $\frac{1}{4}$
9	27. $4\frac{1}{2}$	27. 6	27. 4	27. 6	27. 8 … 27. 8	3. $\frac{3}{4}$
11 matin.	26. $10\frac{1}{2}$	26. $11\frac{1}{2}$	26. $8\frac{1}{2}$	26. 11	27. 2 … 27. $2\frac{1}{2}$	4. $\frac{1}{3}$
11 soir.	26. 11	27. 1	26. 10	27. 1	27. 3 … 27. $3\frac{1}{2}$	4. $\frac{1}{2}$
12	27. $3\frac{1}{2}$	27. $5\frac{1}{2}$	27. $2\frac{1}{2}$	27. 5	27. 7 … 27. $7\frac{1}{8}$	4. $\frac{1}{2}$
14	27. $7\frac{1}{2}$	27. 9	27. $6\frac{1}{2}$	27. 9	27. 11 … 27. $10\frac{3}{4}$	4. $\frac{1}{3}$
16	27. 10	28. $0\frac{1}{2}$	27. 10	28. 0	28. $1\frac{1}{2}$ … 28. 1	3. $\frac{1}{2}$
17	27. 11	28. 1	27. $10\frac{1}{2}$	28. $0\frac{1}{2}$	28. 2 … 28. $1\frac{3}{8}$	3. 0
20	27. $6\frac{1}{2}$	27. 8	27. $5\frac{1}{2}$	27. $7\frac{1}{2}$	27. 10 … 27. $9\frac{3}{4}$	3. 0
21	26. 11	27. 0	26. $9\frac{1}{2}$	27. 0	27. 3 … 27. $3\frac{1}{2}$	3. 0
22	27. 1	27. 3	27. $0\frac{1}{2}$	27. 3	27. 5 … 27. $5\frac{1}{4}$	3. 0
30	27. 10	28. 0	27. $9\frac{1}{2}$	27. 11	28. 1 … 28. $0\frac{1}{2}$	— 7. 0

ÉTAT DU CIEL.

Le 11 au matin, grand vent. Le 11 au soir, *idem.* Le 21, temps humide & très-froid. Le 22, gelée. Le 30. grande gelée jusqu'au 12 Janvier.

JANVIER 1766.

Jours du Mois.	BARO-MÈTRE *A*.	BARO-MÈTRE *B*.	BARO-MÈTRE *C*.	BARO-MÈTRE *D*.	BAROMÈTRE *E*.	THERMO-MÈTRE.
	pouces lign.	*pouces lign.*	*pouces lign.*	*pouces lign.*	*pouc. lign.* ... *pouc. lign.*	*degré.*
1	27. $8\frac{2}{3}$	27. $10\frac{1}{2}$	27. $8\frac{1}{2}$	27. 10	28. 0 ... 27. $11\frac{1}{2}$	— 4. 0
2	27. 7	27. $8\frac{1}{2}$	27. $6\frac{1}{2}$	27. 8	27. 10 ... 27. $9\frac{7}{8}$	— 3. 0
3	27. $5\frac{1}{2}$	27. 7	27. $5\frac{1}{2}$	27. $6\frac{1}{3}$	27. 9 ... 27. 9	— 1. $\frac{1}{2}$
5	27. $8\frac{1}{2}$	27. 10	27. 8	27. $9\frac{1}{2}$	27. $11\frac{1}{2}$ ... 27. 11	— 1. $\frac{1}{2}$
6	27. $8\frac{1}{2}$	27. $10\frac{1}{2}$	27. 9	27. 10	28. 0 ... 27. $11\frac{1}{2}$	0. 0
9	27. $8\frac{1}{2}$	27. $10\frac{1}{2}$	27. 9	27. 10	28. 0 ... 27. $11\frac{1}{2}$	— 1. $\frac{1}{2}$
10	27. 8	27. 9	27. 8	27. 9	27. 11 ... 27. $10\frac{2}{3}$	— 2. 0
12	27. $11\frac{1}{2}$	28. $1\frac{3}{4}$	28. 3	28. $0\frac{1}{2}$	28. 3 ... 28. $2\frac{3}{8}$	— 2. 0
13	27. $11\frac{1}{2}$	28. $1\frac{3}{4}$	28. 0	28. 0	28. 3 ... 28. $2\frac{1}{4}$	— 1. $\frac{1}{2}$
14	27. $11\frac{1}{2}$	28. 1	27. 11	27. $11\frac{1}{3}$	28. 2 .. 28. $1\frac{3}{8}$	— 1. 0
15	27. $11\frac{1}{4}$	28. 1	27. 11	27. $11\frac{3}{4}$	28. 2 ... 28. $1\frac{3}{8}$	— 1. 0
17	27. 11	28. $0\frac{1}{2}$	27. $10\frac{1}{2}$	28. 0	28. 2 ... 28. $1\frac{3}{8}$	— 1. 0
18	27. 10	27. $11\frac{3}{4}$	27. 10	27. 11	28. 1 ... 28. $0\frac{1}{2}$	— 1. 0
20	27. $10\frac{1}{2}$	28. $0\frac{1}{2}$	27. 11	28. 0	28. 2 ... 28. $1\frac{3}{8}$	— 0. $\frac{3}{4}$
21	27. 11	28. $1\frac{1}{4}$	27. $11\frac{3}{4}$	28. 1	28. $2\frac{1}{2}$ ... 28. $1\frac{7}{8}$	— 0. $\frac{2}{3}$
22	28. 0	28. 2	28. 0	28. $0\frac{1}{2}$	28. 3 ... 28. $2\frac{1}{4}$	— 0. $\frac{1}{4}$
24	27. 11	28. 1	27. $11\frac{1}{3}$	28. $0\frac{2}{3}$	28. 2 ... 28. $1\frac{3}{8}$	0. 0
26	27. 11	28. 0	27. 11	28. $0\frac{1}{2}$	28. $2\frac{1}{4}$ ... 28. $1\frac{5}{8}$	0. $\frac{1}{2}$
29	28. 3	28. 5	28. $2\frac{1}{2}$	28. $4\frac{1}{2}$	28. 6 ... 28. 5	1. 0
30	28. 2	28. 4	28. 1	28. 3	28. 5 ... 28. $4\frac{1}{9}$	1. 0
31	27. $10\frac{1}{2}$	28. $0\frac{1}{3}$	27. 10	27. $11\frac{2}{3}$	28. 2 ... 28. $1\frac{1}{2}$	1. 0

ÉTAT DU CIEL.

Le 12, petit dégel. Le 13, *idem.* Le 14, dégel; la rivière est navigable. Le 21, continuation du dégel. Le 24, grand dégel; cependant le vent est toujours au nord depuis Noel. Le 29, gélée; vent au nord jusqu'au 31.

FÉVRIER.

Jours du Mois.	BAROMÈTRE *A.*	BAROMÈTRE *B.*	BAROMÈTRE *C.*	BAROMÈTRE *D.*	BAROMÈTRE *E.*	THERMOMÈTRE.
	pouces lign.	pouces lign.	pouces lign.	pouces lign.	pouc. lign. pouc. lign.	degré.
1	27. 7	27. $8\frac{1}{2}$	27. $6\frac{1}{2}$	27. 8	27. 11 ... 27. $10\frac{3}{4}$	1. 0
2	27. $4\frac{1}{2}$	27. 6	27. 4	27. $5\frac{3}{4}$	27. 8 ... 27. 8	1. $\frac{1}{3}$
3	27. $4\frac{1}{2}$	27. 6	27. 4	27. $5\frac{3}{4}$	27. 8 ... 27. 8	1. $\frac{1}{2}$
4	27. 3	27. 4	27. 3	27. $3\frac{1}{2}$	27. $6\frac{1}{2}$ ... 27. $6\frac{3}{4}$	0. $\frac{1}{2}$
6	27. $2\frac{1}{2}$	27. $4\frac{1}{2}$	27. 3	27. 4	27. $6\frac{1}{2}$ ... 27. $6\frac{5}{8}$	— 1. 0
7	27. $3\frac{1}{2}$	27. 5	27. $3\frac{2}{3}$	27. 5	27. 7 ... 27. $7\frac{1}{8}$	— 0. $\frac{1}{2}$
8	27. $3\frac{1}{2}$	27. $5\frac{2}{3}$	27. 4	27. $5\frac{1}{2}$	27. $7\frac{2}{3}$ ... 27. $7\frac{2}{3}$	0. 0
9	27. 5	27. 7	27. $5\frac{1}{3}$	27. $6\frac{2}{3}$	27. 9 ... 27. $8\frac{7}{8}$	0. 0
11	27. $8\frac{1}{2}$	27. $10\frac{1}{2}$	27. $8\frac{1}{2}$	27. 10	28. 0 ... 27. $11\frac{1}{2}$	0. 0
12	27. 6	27. $7\frac{2}{3}$	27. $5\frac{1}{2}$	27. 7	27. $9\frac{1}{2}$ ... 27. $9\frac{3}{8}$	0. $\frac{1}{2}$
13	27. $6\frac{1}{2}$	27. $8\frac{1}{3}$	27. 6	27. 8	27. 10 ... 27. $9\frac{3}{4}$	1. 0
14	27. $6\frac{1}{4}$	27. $7\frac{3}{4}$	27. 5	27. $7\frac{1}{3}$	27. 10 ... 27. $9\frac{7}{8}$	1. $\frac{1}{2}$
15	27. $5\frac{1}{2}$	27. 7	27. $4\frac{1}{2}$	27. $6\frac{3}{4}$	27. 9 ... 27. $8\frac{7}{8}$	2. 0
16	27. 4	27. $5\frac{1}{2}$	27. 3	27. 5	27. $7\frac{1}{2}$ ... 27. $7\frac{1}{2}$	2. $\frac{1}{4}$
18	27. 7	27. 9	27. 6	27. $8\frac{1}{2}$	27. 11 ... 27. $10\frac{3}{4}$	4. 0
20	28. $2\frac{1}{3}$	28. 4	27. 11	28. 3	28. $5\frac{1}{2}$ ... 28. $4\frac{5}{8}$	7. 0
24	27. $9\frac{1}{2}$	27. 11	27. 8	27. $10\frac{1}{2}$	28. 0 ... 27. $11\frac{1}{2}$	9. 0
25	27. 9	27. 11	27. 8	27. $10\frac{1}{2}$	28. $0\frac{3}{4}$ ... 28. $0\frac{1}{4}$	7. 0
26	27. 10	28. 0	27. $9\frac{1}{2}$	27. 11	28. $0\frac{1}{2}$ ... 28. 0	6. $\frac{1}{2}$
27	27. 10	28. 0	27. $9\frac{1}{2}$	27. 11	28. $1\frac{1}{2}$ ... 28. 1	5. 0
28	27. $7\frac{1}{2}$	27. 9	27. $6\frac{1}{2}$	27. $8\frac{3}{4}$	27. 11 ... 27. $10\frac{3}{4}$	5. 0

ÉTAT DU CIEL.

Le 3, vent changé. Le 4, forte gelée. Le 6, grand froid. Les 7, 8 & 9, neige. Les 11 & 13, dégel.

MARS.

Jours du Mois.	BAROMÈTRE *A.*	BAROMÈTRE *B.*	BAROMÈTRE *C.*	BAROMÈTRE *D.*	BAROMÈTRE *E.*	THERMOMÈTRE.
	pouces lign.	*pouces. lign.*	*pouces lign.*	*pouces lign.*	*pouc. lign. pouc lign.*	*degré.*
1	27. 5	27. $6\frac{1}{2}$	27. $3\frac{1}{2}$	27. 6	27. 9 ... 27. 9	6. 0
2	27. 1	27. 2	26. 11	27. $0\frac{1}{2}$	27. 5 ... 27. $5\frac{1}{2}$	6. 0
3	27. $0\frac{1}{2}$	27. $2\frac{1}{2}$	27. 0	27. $2\frac{1}{2}$	27. 5 ... 27. $5\frac{1}{2}$	6. 0
4	27. 4	27. 5	27. 3	27. $5\frac{1}{2}$	27. 8 ... 27. 8	6. $\frac{1}{2}$
7	27. 11	28. 1	27. $9\frac{1}{2}$	28. 0	28. 2 ... 28. $1\frac{1}{2}$	7. 0
8	27. 10	28. 0	27. 8	27. 11	28. $1\frac{1}{2}$... 28. 1	7. 0
9	27. 9	27. 11	27. $7\frac{1}{2}$	27. 10	28. $0\frac{1}{2}$... 28. $0\frac{1}{8}$	7. 0
10	27. 9	27. $10\frac{1}{2}$	27. $6\frac{1}{2}$	27. 10	28. $0\frac{1}{2}$... 28. $0\frac{1}{8}$	9. $\frac{1}{2}$
11	27. 8	27. $9\frac{1}{2}$	27. 6	27. 9	27. $11\frac{1}{2}$... 27. $11\frac{1}{8}$	8. 0
13	27. 8	27. $9\frac{1}{2}$	27. 5	27. 9	27. 11 ... 27. $10\frac{5}{8}$	10. 0
14	27. $7\frac{1}{2}$	27. 9	27. 5	27. $8\frac{1}{2}$	27. 11 ... 27. $10\frac{5}{8}$	9. $\frac{1}{2}$
15	27. $7\frac{1}{2}$	27. 9	27. 5	27. $8\frac{1}{2}$	27. 11 ... 27. $10\frac{3}{4}$	9. 0
16	27. $6\frac{1}{2}$	27. 8	27. 4	27. $7\frac{1}{2}$	27. 10 ... 27. $9\frac{7}{8}$	9. 0
18	27. $7\frac{1}{3}$	27. 9	27. 5	27. $8\frac{1}{2}$	27. $10\frac{1}{2}$... 27. $10\frac{5}{6}$	9. 0
19	27. 8	27. 10	27. 7	27. $9\frac{1}{2}$	27. $11\frac{1}{2}$... 27. $11\frac{1}{4}$	8. 0
20	27. $8\frac{1}{2}$	27. $10\frac{1}{2}$	27. 8	27. 10	28. 0 ... 27. $11\frac{5}{8}$	7. 0
21	27. 9	27. 11	27. 8	27. 10	28. 0 ... 27. $11\frac{1}{2}$	6. 0
22	27. $4\frac{1}{4}$	27. $5\frac{1}{4}$	27. 3	27. $4\frac{1}{2}$	27. $7\frac{1}{2}$ .. 27. $7\frac{3}{8}$	7. 0
23	27. 3	27. 5	27. 2	27. $4\frac{1}{2}$	27. 7 ... 27. $6\frac{7}{[illegible]}$	5. $\frac{1}{2}$
24	27. 2	27. 4	27. $2\frac{1}{2}$	27. 4	27. $6\frac{1}{2}$... 27. $6\frac{3}{4}$	5. 0
25	27. $2\frac{1}{3}$	27. $4\frac{1}{3}$	27. $0\frac{1}{3}$	27. $3\frac{2}{3}$	27. $6\frac{1}{2}$... 27. $6\frac{3}{4}$	8. 0
26	26. 10	27. 0	26. 5	26. 11	27. 2 ... 27. $2\frac{3}{4}$	9. 0
28	27. $3\frac{2}{3}$	27. $5\frac{2}{3}$	26. $11\frac{1}{4}$	27. $4\frac{3}{4}$	26. 7 ... 26. $7\frac{1}{4}$	11. 0
30	27. $0\frac{1}{2}$	27. 2	26. 10	27. $0\frac{1}{2}$	27. 5 ... 27. $5\frac{1}{2}$	13. 0
31	27. 7	27. 9	27. $4\frac{1}{2}$	27. 8	27. $10\frac{1}{2}$... 27. $10\frac{1}{2}$	13. 0

ÉTAT DU CIEL.

Le 23, neige. Le 24, giboulées. Les 25, grand vent. Le 26, *idem.*

AVRIL.

AVRIL.

Jours du Mois.	BARO-MÈTRE *A.*		BARO-MÈTRE *B.*		ARO-MÈTRE *C.*		BARO-MÈTRE *D.*		BAROMÈTRE *E.*				THERMO-MÈTRE
	pouces	*lign.*	*pouces*	*lign.*	*pouces*	*lign.*	*pouces*	*lign.*	*pouc.*	*lign.*	*pouc.*	*lign.*	*degrés.*
1	27.	5 1/3	27.	6 1/2	27.	2 1/3	27.	5 2/3	27.	8 1/2 ...	27.	8 1/2	10. 0
2	27.	4	27.	5 1/2	27.	1	27.	5	27.	7 1/2 ...	27.	7 1/2	10. 0
3	27.	4	27.	6	27.	1 1/2	27.	5 1/4	27.	7 ...	27.	7 3/8	10. 0
4	27.	6 1/3	27.	8 1/2	27.	1	27.	7 1/2	27.	10 ...	27.	10	13. 0
6	28.	0 1/3	28.	2 1/2	27.	7	28.	1	28.	3 ...	28.	2 1/2	14. 0
7	27.	10 1/2	28.	0 1/2	27.	6	27.	11	28.	2 ...	28.	1 1/2	14. 0
8	27.	8 1/2	27.	10 1/2	27.	6 1/2	27.	9 1/2	28.	0 ...	27.	11 5/8	12. 0
9	27.	8 1/2	27.	10	27.	6	27.	9	28.	0 ...	27.	11 5/8	12. 0
10	27.	8	27.	10	27.	5 1/2	27.	9	27.	11 1/2 ...	27.	11 1/4	11. 0
11	27.	8	27.	10	27.	5	27.	9	27.	11 1/2 ...	27.	11 1/4	12. 0
12	27.	7 1/2	27.	8 3/4	27.	4 1/4	27.	8	27.	11 ...	27.	10 7/8	12. 0
13	27.	6	27.	7 1/4	27.	2 1/2	27.	6 1/2	27.	9 2/3 ...	27.	9 2/3	12. 0
15	27.	5	27.	7	27.	2	27.	6	27.	8 1/2 ...	27.	8 1/2	12. 0
16	27.	4 1/3	27.	7 1/4	27.	2 1/3	27.	6 1/3	27.	8 1/2 ...	27.	8 1/2	12. 0
17	27.	4 1/2	27.	6	27.	1 1/2	27.	5	27.	8 1/2 ...	27.	8 5/8	12. 0
18	27.	5	27.	7	27.	2	27.	6	27.	8 1/2 ...	27.	8 5/8	12. 0
21	27.	4 1/2	27.	7	27.	2 1/2	27.	6	27.	9 ...	27.	9	11. 0
22	27.	4 1/2	27.	5 1/2	27.	1	27.	5	27.	8 ...	27.	8 1/8	11. 0
23	27.	1 3/4	27.	3	26.	10	27.	2	27.	5 1/2 ...	27.	6	11. 0
24	27.	1 3/4	27.	3 1/2	26.	11	27.	3	27.	6 ...	27.	6 1/2	11. 0
26	27.	6	28.	8	27.	3	27.	7 1/2	27.	10 ...	27.	10 1/8	13. 0
28	27.	7 1/2	27.	9 1/2	27.	4	27.	8 1/2	27.	11 ...	27.	10 7/8	13. 0
29	27.	7 1/2	27.	9	27.	4	27.	8 1/2	27.	11 ...	27.	10 7/8	13. 0
30	27.	7	27.	9	27.	3	27.	8	27.	10 1/2 ...	27.	10 1/8	14. 0

ÉTAT DU CIEL.

Le 1.er, beau temps. Le 2, temps couvert. Les 4, 6 & 7, temps couvert. Le 8, temps pur & froid. Le 9, grand vent. Le 10 & le 11, beau temps. Les 12, 13 & 15, très-beau. Le 16, temps un peu couvert. Le 17, vent & nuages. Les 18, 21 & 22, beau temps. Le 23, grand vent. Le 24, temps couvert. Le 26, beau temps. Le 28, temps couvert. Le 29, temps nébuleux. Le 30, beau temps.

MAI.

Jours du Mois.	BAROMÈTRE A.	BAROMÈTRE B.	BAROMÈTRE C.	BAROMÈTRE D.	BAROMÈTRE E.	THERMOMÈTRE.
	pouces lign.	pouces. lign.	pouces lign.	pouces lign.	pouc. lign. pouc. lign.	degré.
1	27. $4\frac{1}{2}$	27. 6	27. 0	27. 5	27. 8 ... 27. $7\frac{3}{4}$	14. 0
2	27. 6	27. 8	27. $2\frac{1}{4}$	27. $7\frac{1}{2}$	27. 10 ... 27. 10	13. 0
3	27. $5\frac{1}{2}$	27. 7	27. 1	27. 6	27. 9 ... 27. 9	14. 0
4	27. 4	27. $5\frac{1}{2}$	27. 0	27. 5	27. $7\frac{1}{2}$... 27. $7\frac{3}{4}$	14. 0
5	27. 6	27. 8	27. $3\frac{1}{2}$	27. 7	27. $9\frac{1}{4}$... 27. $9\frac{3}{4}$	13. $\frac{1}{2}$
6	27. 9	27. $11\frac{1}{2}$	27. 6	27. $10\frac{1}{2}$	28. $0\frac{1}{4}$... 28. $0\frac{1}{2}$	13. 0
7	27. 9	27. 11	27. 5	27. 10	28. 0 ... 27. $11\frac{3}{4}$	14. 0
8	27. 6	27. 7	27. $0\frac{1}{2}$	27. $6\frac{1}{2}$	27. 9 ... 27. 9	15. 0
9	27. 7	27. 9	27. $2\frac{1}{3}$	27. 8	27. 10 ... 27. 10	15. 0
10	27. 4	27. $5\frac{1}{2}$	26. $11\frac{1}{2}$	27. 5	27. $7\frac{1}{2}$... 27. $7\frac{3}{4}$	15. 0
12	27. $4\frac{3}{4}$	27. 6	27. $0\frac{1}{4}$	27. $5\frac{1}{4}$	27. $7\frac{1}{2}$... 27. $7\frac{3}{4}$	14. 0
13	27. $5\frac{1}{2}$	27. $7\frac{1}{2}$	27. 2	27. $6\frac{3}{4}$	27. 9 ... 27. 9	13. 0
14	27. $8\frac{1}{2}$	27. $10\frac{1}{2}$	27. $5\frac{1}{2}$	27. $9\frac{3}{4}$	28. 0 ... 27. $11\frac{3}{4}$	13. 0
15	27. 11	28. 1	27. $8\frac{1}{4}$	28. $0\frac{1}{2}$	28. $2\frac{1}{2}$... 28. 2	13. 0
17	27. $9\frac{1}{4}$	27. 11	27. 5	27. 10	28. $0\frac{1}{2}$... 28. $0\frac{1}{4}$	14. 0
18	27. $6\frac{1}{2}$	27. 9	27. 3	27. 8	27. 11 ... 27. $10\frac{15}{16}$	14. 0
19	27. $6\frac{1}{2}$	27. 8	27. $1\frac{1}{2}$	27. 7	27. 10 ... 27. 10	15. 0
20	27. 7	27. 9	27. $3\frac{1}{2}$	27. 8	27. $10\frac{1}{2}$... 27. $10\frac{7}{16}$	14. 0
22	27. $7\frac{1}{2}$	27. $9\frac{1}{2}$	27. $3\frac{1}{3}$	27. $8\frac{2}{3}$	27. 11 ... 27. $10\frac{15}{16}$	15. 0
24	27. 6	27. 8	27. $0\frac{2}{3}$	27. 7	27. $10\frac{3}{4}$... 27. $10\frac{3}{4}$	16. 0
26	27. 7	27. 9	27. $2\frac{1}{3}$	27. $8\frac{1}{2}$	27. $10\frac{1}{2}$... 27. $10\frac{1}{2}$	15. 0
27	27. 6	27. $7\frac{1}{3}$	27. $0\frac{2}{3}$	27. $8\frac{1}{2}$	27. 10 ... 27. 10	16. 0
28	27. 4	27. 5	26. $10\frac{1}{2}$	27. 4	27. $7\frac{1}{2}$... 27. $7\frac{2}{3}$	15. 0
29	27. 3	27. $4\frac{1}{2}$	26. 10	27. 4	27. 7 ... 27. $7\frac{1}{8}$	15. 0
30	27. 3	27. $4\frac{1}{2}$	26. $9\frac{1}{2}$	27. $3\frac{2}{3}$	27. 7 ... 27. $7\frac{1}{8}$	15. 0
31	27. 4	27. 6	27. 0	27. 5	27. $7\frac{1}{2}$... 27. $7\frac{3}{4}$	15. 0

ÉTAT DU CIEL.

Les 1.er & 2, pluie. Le 3, temps pluvieux. Le 4, pluie. Le 5, grande pluie. Le 6, temps couvert. Le 7, beau temps. Le 8, beau temps; vent. Le 9, beau temps. Le 10, grand vent & pluie. Le 12, temps pluvieux. Le 13, beau temps Le 14, temps couvert. Les 15, 17 & 18, beau temps. Le 19, pluie & tonnerre. Le 20, pluie. Le 22, chaud. Le 24, pluie. Le 26, beau. Le 28, temps pluvieux. Le 29, couvert. Le 30, pluvieux. Le 31, nébuleux.

JUIN.

Jours du mois.	BAROMÈTRE A.	BAROMÈTRE B.	BAROMÈTRE C.	BAROMÈTRE D.	BAROMÈTRE E.	THERMOMÈTRE.
	pouces lign.	pouces lign.	pouces lign.	pouces lign.	pouc. lign. ... pouc. lign.	degrés
1	27. 7	27. 9	27. $3\frac{2}{3}$	27. 8	27. $10\frac{3}{4}$ ... 27. $10\frac{3}{4}$	14. 0
2	27. 9	27. 11	27. 5	27. 10	28. 0 ... 28. $0\frac{1}{4}$	14. 0
4	27. 7	27. $8\frac{1}{2}$	27. 2	27. $7\frac{3}{4}$	27. $10\frac{1}{2}$ ... 27. $10\frac{2}{6}$	15. 0
5	27. $6\frac{1}{2}$	28. $8\frac{1}{2}$	27. $1\frac{1}{3}$	27. $7\frac{1}{2}$	27. 10 ... 27. 10	16. 0
6	27. 5	27. 7	27. 0	27. $6\frac{1}{4}$	27. 9 ... 27. $9\frac{1}{2}$	16. 0
7	27. $6\frac{2}{3}$	27. $8\frac{1}{2}$	27. $1\frac{2}{3}$	27. 8	27. 10 ... 27. 10	16. 0
8	27. 8	27. 10	27. $3\frac{1}{2}$	27. 9	27. 11 ... 27. $10\frac{5}{6}$	15. 0
9	27. 8	27. 10	27. $3\frac{1}{4}$	27. 9	27. $11\frac{1}{3}$ ... 27. $11\frac{1}{12}$	15. $\frac{1}{2}$
10	27. $7\frac{1}{2}$	27. 9	27. 2	27. 8	27. 11 ... 27. $10\frac{7}{8}$	16. $\frac{1}{2}$
12	27. 7	27. $8\frac{3}{4}$	27. $2\frac{1}{2}$	27. 8	27. $10\frac{1}{2}$ ... 27. $10\frac{5}{12}$	16. 0
13	27. 8	27. $10\frac{1}{4}$	27. 4	27. 9	28. 0 ... 27. $11\frac{5}{6}$	15. 0
14	27. 8	27. $9\frac{1}{2}$	27. 3	27. $8\frac{3}{4}$	27. $11\frac{1}{2}$ ... 27. $11\frac{3}{8}$	15. 0
15	27. $9\frac{1}{2}$	27. $11\frac{1}{2}$	27. 4	27. $10\frac{1}{2}$	27. $11\frac{3}{4}$ ... 27. $11\frac{1}{2}$	15. 0
16	27. 7	27. $8\frac{1}{2}$	27. $1\frac{1}{2}$	27. $8\frac{3}{4}$	27. $10\frac{1}{2}$ ... 27. $10\frac{1}{2}$	16. 0
18	27. 7	27. 9	27. $2\frac{1}{4}$	27. 8	27. $10\frac{1}{2}$ .. 27. $10\frac{1}{2}$	15. 0
19	27. 8	27. 10	27. 4	27. $9\frac{1}{2}$	27. $11\frac{2}{3}$ ... 27. $11\frac{1}{2}$	15. 0
20	27. 9	27. $11\frac{1}{2}$	27. $5\frac{1}{4}$	27. $10\frac{1}{2}$	28. $0\frac{3}{4}$ ... 28. $0\frac{1}{2}$	15. 0
21	27. $9\frac{1}{4}$	27. $11\frac{1}{2}$	27. 5	27. 10	28. $0\frac{3}{4}$ ... 28. $0\frac{1}{2}$	15. 0
22	27. $10\frac{1}{2}$	28. $0\frac{3}{4}$	27. 6	27. $11\frac{3}{4}$	28. 2 ... 28. $1\frac{1}{2}$	16. 0
23	27. $10\frac{1}{2}$	28. 1	27. $5\frac{1}{2}$	27. $11\frac{3}{4}$	28. 2 ... 28. $1\frac{3}{4}$	17. 0
24	27. 9	27. $10\frac{3}{4}$	27. 3	27. $9\frac{3}{4}$	28. $0\frac{1}{2}$ ... 28. $0\frac{1}{4}$	17. 0
25	27. 6	27. $7\frac{1}{3}$	26. $11\frac{1}{2}$	27. $6\frac{1}{2}$	27. $9\frac{1}{2}$ ... 27. $9\frac{3}{8}$	17. 0
26	27. 7	0. 0	0. 0	0. 0	0. 0 ... 0. 0	0. 0
27	27. 8	27. $9\frac{2}{3}$	27. $2\frac{1}{4}$	27. $8\frac{3}{4}$	27. 11 ... 27. 11	17. 0
28	27. 7	27. 9	27. $1\frac{1}{2}$	27. 8	27. $10\frac{3}{4}$ ... 27. $10\frac{3}{4}$	18. 0
29	27. 6	27. $7\frac{1}{2}$	27. 0	27. $5\frac{1}{2}$	27. $9\frac{1}{2}$ ... 27. $9\frac{1}{2}$	17. 0
30	27. $4\frac{1}{2}$	27. 6	26. 11	27. 5	27. 8 ... 27. $8\frac{1}{4}$	16. 0

ÉTAT DU CIEL.

Le 1.er beau temps. Le 2, couvert. Le 4, beau. Le 5, couvert. Le 6, pluie & vent. Le 7, pluvieux. Les 8, 9, 10, 12 & 13, temps couvert. Le 14, couvert & vent. Le 15 & le 16, beau temps. Le 18, grande pluie & vent. Le 19, grande pluie. Le 20, temps couvert. Le 21 & le 22, temps nébuleux. Le 23, grande chaleur. Le 24 & le 25, beau temps. Le 27 & le 28, temps couvert. Le 29, pluie. Le 30, temps couvert.

JUILLET.

Jours du Mois.	BAROMÈTRE *A.*		BAROMÈTRE *B.*		BAROMÈTRE *C.*		BAROMÈTRE *D.*		BAROMÈTRE *E.*				THERMOMÈTRE.
	pouces	*lign.*	*pouces*	*lign.*	*pouces*	*lign.*	*pouces*	*lign.*	*pouc.*	*lign.*	*pouc.*	*lign.*	*degrés.*
1	27.	4 $\frac{2}{3}$	27.	6 $\frac{1}{2}$	26.	11 $\frac{2}{3}$	27.	6	27.	8 $\frac{1}{2}$...	27.	8 $\frac{4}{6}$	16. 0
2	27.	5 $\frac{1}{2}$	27.	7 $\frac{1}{2}$	27.	0 $\frac{3}{4}$	27.	6 $\frac{3}{4}$	27.	9 ...	27.	9 $\frac{1}{8}$	16. 0
3	27.	9	27.	11 $\frac{1}{2}$	27.	4 $\frac{1}{2}$	27.	10 $\frac{1}{2}$	28.	0 $\frac{3}{4}$...	28.	0 $\frac{1}{2}$	16. 0
5	27.	8 $\frac{3}{4}$	27.	10 $\frac{1}{2}$	27.	3	27.	9	28.	0 ...	27.	11 $\frac{5}{6}$	17. 0
7	27.	6 $\frac{1}{2}$	27.	8 $\frac{2}{3}$	27.	1	27.	8	27.	10 ...	27.	10	17. 0
8	27.	8	27.	10 $\frac{1}{2}$	27.	3	27.	9 $\frac{1}{2}$	27.	11 ...	27.	10 $\frac{7}{8}$	18. 0
9	27.	8	27.	10	27.	3	27.	9	27.	11 $\frac{1}{2}$...	27.	11 $\frac{3}{8}$	18. 0
10	27.	6	27.	7 $\frac{1}{2}$	26.	11 $\frac{1}{2}$	27.	6 $\frac{1}{2}$	27.	9 $\frac{3}{4}$...	27.	9 $\frac{7}{8}$	18. 0
11	27.	4 $\frac{3}{4}$	27.	6	26.	10	27.	5	27.	8 $\frac{1}{2}$...	27.	8 $\frac{3}{4}$	18. 0
12	27.	4	27.	6	26.	11	27.	5 $\frac{1}{2}$	27.	8 $\frac{1}{2}$...	27.	8 $\frac{3}{4}$	17. 0
13	27.	8 $\frac{1}{3}$	27.	10 $\frac{1}{2}$	27.	3	27.	9 $\frac{1}{2}$	28.	0 ...	28.	0	17. 0
15	27.	7	27.	8 $\frac{1}{3}$	27.	1	27.	7 $\frac{1}{4}$	27.	10 ...	27.	10	17. 0
16	27.	6 $\frac{1}{2}$	27.	8 $\frac{1}{2}$	27.	1	27.	8	27.	10 ...	27.	10	17. 0
17	27.	8 $\frac{1}{3}$	27.	10 $\frac{1}{2}$	27.	3	27.	9 $\frac{1}{2}$	27.	11 $\frac{1}{2}$...	27.	11 $\frac{3}{8}$	16. $\frac{1}{2}$
18	27.	8 $\frac{1}{2}$	27.	10 $\frac{1}{2}$	27.	3	27.	9 $\frac{1}{2}$	27.	11 $\frac{1}{2}$...	27.	11 $\frac{3}{8}$	17. 0
19	27.	8 $\frac{1}{2}$	27.	10 $\frac{1}{2}$	27.	3	27.	9 $\frac{1}{2}$	27.	11 $\frac{1}{2}$...	27.	11 $\frac{3}{8}$	17. $\frac{1}{2}$
20	27.	8 $\frac{2}{3}$	27.	11	27.	3	27.	9 $\frac{3}{4}$	28.	0 ...	27.	11 $\frac{7}{8}$	18. 0
21	27.	8 $\frac{1}{2}$	27.	10	27.	3	27.	9	28.	0 ...	27.	11 $\frac{5}{6}$	18. $\frac{1}{2}$
22	27.	6 $\frac{1}{2}$	27.	8	27.	0	27.	7	27.	10 ...	27.	10	19. 0
24	27.	6	27.	7 $\frac{1}{2}$	27.	3	27.	8	27.	10 $\frac{3}{4}$...	27.	10 $\frac{3}{4}$	18. 0
25	27.	6 $\frac{1}{2}$	27.	8	27.	0	27.	7	27.	10 ...	27.	10	17. 0
26	27.	5	27.	7	26.	11 $\frac{1}{2}$	27.	6	27.	9 ...	27.	9 $\frac{1}{8}$	17. 0
27	27.	8	27.	10	27.	2 $\frac{1}{2}$	27.	9	27.	11 $\frac{1}{2}$...	27.	11 $\frac{3}{8}$	17. 0
28	27.	8 $\frac{3}{4}$	27.	11	27.	3 $\frac{1}{2}$	27.	10	28.	0 ...	27.	11 $\frac{5}{6}$	17. 0
29	27.	6	27.	8	27.	2 $\frac{3}{4}$	27.	9	27.	11 $\frac{1}{2}$...	27.	11 $\frac{3}{8}$	17. $\frac{1}{2}$
30	27.	8	27.	9 $\frac{1}{2}$	27.	2	27.	9	27.	11 $\frac{1}{2}$...	27.	11 $\frac{3}{8}$	17. $\frac{1}{2}$
31	27.	2 $\frac{1}{3}$	27.	10 $\frac{1}{4}$	27.	2	27.	9 $\frac{1}{3}$	27.	11 $\frac{1}{2}$...	27.	11 $\frac{3}{8}$	17. $\frac{1}{2}$

ÉTAT DU CIEL.

Le 1.er beau temps. Le 2, nébuleux. Le 3, temps couvert. Le 5, nébuleux. Le 7, beau temps. Le 8 & le 9, beau. Le 10, pluie. Le 11, temps couvert. Le 12, grande pluie. Le 13, beau. Les 15, 16 & 17, temps couvert. Le 18 & le 19, beau. Le 20 & le 21, beau temps. Le 22, pluie. Le 24, beau. Le 25, pluvieux. Le 26, pluie. Le 27, couvert. Le 28 & le 29, beau. Le 30, pluvieux & vent. Le 31, temps couvert.

AOUST.

Jours du Mois.	BARO-MÈTRE *A*.	BARO-MÈTRE *B*.	BARO-MÈTRE *C*.	BARO-MÈTRE *D*.	BAROMÈTRE *E*.	THERMO-MÈTRE.
	pouces lign.	*pouces lign.*	*pouces lign.*	*pouces lign.*	*pouc. lign ... pouc lign.*	*degré.*
1	27. $8\frac{1}{2}$	27. 11	27. 2	27. $10\frac{1}{2}$	28. 0 ... 27. $11\frac{5}{6}$	19. $\frac{1}{2}$
2	27. 6	27. $8\frac{2}{3}$	26. 10	27. 7	27. 10 ... 27. 10	22. 0
4	27. 9	27. $11\frac{1}{2}$	27. 3	27. 10	28. $0\frac{2}{3}$... 28. $0\frac{2}{3}$	19. 0
5	27. $9\frac{1}{2}$	28. 0	27. 3	27. $11\frac{1}{2}$	28. 1 ... 28. 1	20. 0
6	27. $9\frac{1}{2}$	27. $11\frac{1}{2}$	27. 3	27. $10\frac{1}{2}$	28. 1 ... 28. $0\frac{5}{6}$	20. 0
7	27. $9\frac{1}{2}$	27. $11\frac{1}{2}$	27. $2\frac{1}{2}$	27. $10\frac{1}{2}$	28. 1 ... 28. $0\frac{5}{6}$	20. 0
9	27. 9	27. 11	27. $1\frac{1}{2}$	27. 10	28. 1 ... 28. $0\frac{5}{6}$	20. 0
10	27. $8\frac{1}{2}$	27. 10	27. 2	27. 9	28. 0 ... 28. 0	20. 0
12	27. 8	27. 10	27. $2\frac{1}{2}$	27. 9	27. 8 ... 27. 8	19. 0
13	27. $9\frac{1}{3}$	27. $11\frac{1}{2}$	27. 4	27. $10\frac{1}{4}$	28. $0\frac{1}{2}$... 28. $0\frac{2}{3}$	18. 0
15	27. 6	27. 8	27. 1	27. 7	27. 10 ... 27. $10\frac{1}{8}$	16. 0
17	27. 8	27. 10	27. 3	27. 9	27. $11\frac{1}{2}$... 27. $11\frac{3}{8}$	16. 0
19	27. 10	28. 0	27. $4\frac{1}{2}$	27. 11	28. 1 ... 28. $0\frac{5}{8}$	16. $\frac{1}{2}$
20	27. 10	27. 8	27. 5	27. 11	28. 1 ... 28. $0\frac{5}{8}$	16. 0
21	27. 10	28. 0	27. 4	27. $10\frac{1}{2}$	28. 1 ... 28. $0\frac{3}{4}$	17. $\frac{1}{2}$
23	27. 9	27. 11	27. 4	27. 10	28. 0 ... 27. $11\frac{3}{4}$	16. 0

ÉTAT DU CIEL.

Le 1.er beau. Le 2, grande chaleur. Le 4, beau. Le 5, grande chaleur. Le 6, chaud. Les 9, 10 & 12, beau. Le 13, vent & temps couvert. Le 15, couvert. Le 17, pluvieux. Les 19, 20 & 21, beau.



VOYAGE

FAIT PAR ORDRE DU ROI

À LA CÔTE D'ESPAGNE;

Pour déterminer par des Observations astronomiques la position des caps Finistère & Ortegal, en 1751.

PREMIÈRE SECTION,

Qui comprend la relation historique du Voyage.

Par M. DE BORY.

CE Mémoire renferme la relation de deux voyages faits par ordre du Roi, l'un à la côte d'Espagne & l'autre à celle de Portugal : diverses circonstances ont empêché de les publier dans leur temps; mais comme les observations faites dans différens endroits de ces côtes se servent de confirmation réciproque, j'ai cru devoir en former un recueil, & y joindre celles de même espèce, faites dans le même dessein à Funchal, capitale de l'île de Madère.

Cet ouvrage se trouve donc naturellement divisé en deux parties; chacune renferme un voyage particulier, & chacune à son tour est partagée en deux sections; dans la première section, je donne le Journal historique des évènemens, les remarques que j'ai pu faire, & la description des lieux où je me suis établi.

Persuadé que la perfection des Routiers & des Ouvrages, que les Marins nomment *flambeau de la mer*, dépend de l'exactitude que les voyageurs apportent dans la description des rades & des ports qu'ils voyent, j'ai cru ne devoir rien négliger à cet égard; j'entre donc dans un grand détail pour les endroits qui sont de nature à être fréquentés, ou qui peuvent servir de retraite dans les cas imprévus, mais je ne rapporte que les circonstances de navigation qui sont indispensables.

Je place dans chaque ſeconde ſection tout ce qui a rapport aux Obſervations aſtronomiques, & je la termine par leur comparaiſon.

Le but principal de ce premier voyage étoit d'aller à la côte d'Eſpagne s'aſſurer du véritable point auquel il faut placer le cap Finiſtère, cap célèbre & important pour les Navigateurs & les Géographes.

La latitude du cap Ortegal n'eſt pas moins intéreſſante; ce cap le plus ſeptentrional de l'Eſpagne, ſert de reconnoiſſance à beaucoup de Vaiſſeaux qui reviennent de long cours; il n'étoit encore exactement placé ſur aucune carte hydrographique; elles s'accordoient toutes à donner trop peu d'étendue à cette partie de la mer, que nous nommons le *golfe de Gaſcogne.*

L'éclairciſſement de ces deux points de Géographie n'exigeoit qu'un appareil d'inſtrumens aſſez ſimple: j'étois muni d'un ſextant de deux pieds de rayon, fait par le fameux Buterfield, & de quelques lunettes, dont la plus longue étoit de quinze pieds.

Pour remplir ce projet on arma au port de Breſt l'*Amarante*, Corvette de douze canons; j'en eus le commandement; je devois d'abord ſuivre une eſcadre de neuf vaiſſeaux, deſtinés *(a)* à faire des évolutions navales ſous les ordres de M. de Perrier, chef d'Eſcadre: à ces fonctions d'Officier de la Marine devoient ſuccéder celles d'Aſtronome.

ARTICLE PREMIER.

Départ de Breſt.

Il ne doit pas être ici queſtion du premier objet de ma campagne,

(a) Ces vaiſſeaux étoient le *Dragon*, de 64 canons, commandé par M. de Perier, chef d'Eſcadre; le *Protée*, de 64 canons, par M. de Foligny, Capitaine de vaiſſeau, maintenant chef d'Eſcadre; l'*Opiniâtre*, de 64 canons, par M. d'Aché, Capitaine de vaiſſeau; la *Sirène*, de 30 canons, par M. de Morogues, Capitaine de vaiſſeau & d'Artillerie; la *Diane*, de 36 canons, par M. de la Broſſe, Capitaine de vaiſſeau & d'artillerie; le *Zéphyr*, de 28 canons, par M. le Marquis Deſgoutes, Capitaine de vaiſſeau; la *Topaſe*, de 24 canons, par M. Drucourt, Capitaine de vaiſſeau; la *Galatée*, de 24 canons, par M. le Marquis Damfreville, Capitaine de vaiſſeau; la *Mutine*, de 24 canons, par M. le Comte Deſnos, Capitaine de vaiſſeau; l'*Amarante*, de 12 canons, commandée par l'auteur, étoit la Corvette de cette Eſcadre.

il me ſuffira de dire que cette eſcadre appareilla de Breſt le 20 Juillet 1751 ; que notre navigation, loin d'être accompagnée de la tranquillité que l'on pouvoit attendre de la ſaiſon, ſe fit au milieu de pluſieurs coups de vent aſſez forts pour interrompre ſouvent l'ordre de notre marche.

J'avois embarqué une machine que M. Brunkner, Géographe du Roi & Correſpondant de l'Académie Royale des Sciences, venoit de lui propoſer pour meſurer le ſillage des Vaiſſeaux : cette machine ingénieuſe, déjà décrite dans les Tranſactions Philoſophiques, ſous le nom de M. Saumarés, répondroit parfaitement aux vues de ſon Auteur, ſi on pouvoit la rendre moins ſujette aux dérangemens fréquens & inévitables dans ſon état actuel ; je ne l'ai jamais tirée de l'eau qu'elle ne fût conſidérablement endommagée : ſon principal avantage, ainſi que l'ont remarqué les Commiſſaires de l'Académie nommés pour l'examiner, conſiſte en ce qu'elle donne la meſure du ſillage d'un vaiſſeau d'une façon abſolue, & ſans avoir égard à la vîteſſe plus ou moins grande avec laquelle un navire aura marché.

Le 9 du mois d'Août, je reçus de M. de Perrier, l'ordre d'aller à Bayonna, port de Galice, y porter des dépêches pour la Cour de France & pour le Commandant de deux frégates de ſon eſcadre qui avoient relâché dans ce même port *(b)*.

Le lendemain j'aperçus la terre, mais ſans pouvoir la reconnoître ; le 11 je vis diſtinctement les îles de Bayonna, la montagne Sainte-Rege, montagne fourchue, comme la repréſente très-bien le *petit flambeau de la mer,* & le monaſtère d'Oyo : ce monaſtère eſt blanc & bâti près de l'eau ; il fournit pour cette côte une reconnoiſſance certaine ; c'étoit la ſeule que j'euſſe, & je ne me ſuis point repenti de m'y être fié.

A une heure après midi je fis ſonder, & je trouvai ſoixante-dix braſſes, fond de vaſe claire ; j'étois alors à quatre ou cinq lieues à l'oueſt de la montagne Sainte-Rege, & vis-à-vis l'embouchure du Minho, rivière qui ſépare l'Eſpagne & le Portugal :

(b) La Diane ayant rompu ſon grand mât de hune & ſes barres de hune, le Général permit à M. de la Broſſe de relâcher à Bayonna, & ordonna au *Zéphyr* de l'accompagner.

le 12,

Le 12, j'obſervai la hauteur méridienne du Soleil avec l'octant de M. Hadley, & j'en conclus la latitude de $41^d\ 48'$; j'étois à trois lieues de ces îles & plus ſud qu'elles *(c)*.

Je ſondois ſouvent en dehors de ces îles, & je trouvois depuis trente juſqu'à quarante-cinq braſſes fond de roche.

J'étois à l'ouverture de la paſſe du ſud, lorſqu'il me vint un pilote du pays; il m'apprit que les bâtimens que je cherchois n'étoient point à Bayonna, mais à Vigo, trois lieues plus loin dans la Baie.

Cette paſſe, qui n'étoit connue d'aucun de nous, eſt formée du côté du continent par le cap Phaſalis, & de celui des îles de Bayonna, par un gros rocher noir, ſitué fort près & dans le ſud de ces îles: elle auroit une lieue & demie de large s'il n'y avoit pas auprès de ce cap Phaſalis, des briſans appelés les *loups;* ils diminuent la largeur de ce canal de plus d'un quart de lieue; ce ſont les ſeuls dangers.

Il n'en eſt pas de même lorſque ce Cap eſt doublé; on aperçoit à ſtribord, en même-temps que la ville de Bayonna, beaucoup de roches & de briſans; l'entrée de ce port, & toute la côte juſqu'à Bocès, ſont hériſſés d'écueils, entre leſquels il y a pluſieurs paſſages. Si l'on porte à l'eſt nord-eſt, on évite tout, juſqu'aux pierres qui s'étendent à une portée de fuſil au large de Canga, pointe ſur la terre ferme que l'on trouve à bâbord.

Enſuite on gouverne à l'eſt juſqu'au mouillage près de Vigo; il eſt fort bon & de vaſe noire; j'y laiſſai tomber l'ancre par treize braſſes & demie.

ARTICLE II.

Séjour à Vigo.

Vigo eſt une ville de Galice; on ſait que cette partie de l'Eſpagne ne préſente guère à la vue que de hautes montagnes, chargées preſque toutes de rochers & couvertes de fort peu de terre; on ſait auſſi que ſes habitans paſſent pour pareſſeux, &

(c) J'ai déterminé par des obſervations aſtronomiques faites à terre, le milieu de ces îles pour $42^d\ 10'\ 30''$.

ne prennent pas toujours ſoin de cultiver leur terrein, qui cependant eſt aſſez bon dans quelques endroits. Les légumes y ſont rares & les fruits encore plus; les maiſons de Vigo ſont mal bâties; les rues n'ont aucun alignement, & forment preſque par-tout des eſpèces d'eſcaliers, ce qui vient de ce que la ville eſt ſur le penchant d'une colline qui ſe termine au bord de la mer.

Elle eſt défendue par deux petits forts, l'un à la pointe inférieure; l'autre au haut de la montagne.

La rade de Vigo en fait le port; elle eſt grande, belle, & n'a d'autres dangers que ceux dont j'ai parlé précédemment.

Dans l'eſt de cette rade, on voit la baie de Redondelle; cette baie eſt large & a un grand enfoncement; on n'y craint aucun vent, mais elle eſt plate; on n'y trouve que trois ou trois braſſes & demie, fond de vaſe: on dit qu'autrefois elle étoit plus profonde & qu'elle ſe comble faute d'être nettoyée; elle eſt peu fréquentée, & elle ne reçoit les eaux que de quelques petits ruiſſeaux qui n'y doivent pas charier beaucoup de vaſe.

C'eſt dans cette baie que furent échoués & brûlés le 10 Octobre 1702, les galions venus du Mexique ſous les ordres de M. le Comte de Châteaurenault: quoique l'on eût ſauvé tout l'argent, & qu'il n'y ait eu que les effets de perdus, il paroît cependant que bien des gens n'en ont pas été perſuadés: l'eſpérance de retirer des piaſtres du ſein de la mer, a fait faire depuis ce temps pluſieurs tentatives. Malgré le peu de réuſſite de ceux qui avoient voulu relever ces galions, on a vu de nos jours un habile Ingénieur tenter cette entrepriſe avec ſuccès ſur le Tojo, ſon opération eſt rapportée dans le *tome III des Mémoires des Savans Étrangers.* En 1733, on voyoit encore au fond des eaux des veſtiges des galions; la vaſe a ſans doute achevé de les combler, car je n'en ai point aperçu.

La petite ville de Redondelle donne ſon nom à cette baie; & a un ruiſſeau, ſur le bord duquel elle eſt aſſiſe.

Vis-à-vis l'embouchure de ce ruiſſeau eſt une petite île, dite *l'île Saint-Simon;* elle eſt fort agréablement ſituée; on y voit un couvent de Franciſcains à demi ruiné; les Pères de la terre-ferme les plus voiſins y entretiennent perpétuellement un Prêtre &

deux Frères de leur ordre; ces Religieux ſont deſtinés à garder les corps des Saints dont ils ſont les dépoſitaires; leur principale richeſſe me parut conſiſter dans la poſſeſſion du corps de Saint Pierre d'Alcantara.

Forcé par mes ordres d'entrer à Vigo, & contraint par les vents d'y reſter, je crus ne pouvoir mieux employer mon ſéjour qu'en y faiſant quelques obſervations aſtronomiques; j'étois determiné à prendre ce parti; 1.° pour rendre mon loiſir utile; 2.° je penſois que pluſieurs obſervations exactes dans différens endroits éloignés les uns des autres, concourroient à mieux déterminer leur poſition reſpective; 3.° le port de Vigo eſt une bonne relâche, & il me ſemble que les Navigateurs ſont intéreſſés à le voir bien marqué ſur les cartes, qui ne s'accordent pas toutes à lui donner la même latitude.

Quelqu'envie que j'euſſe de travailler promptement, il ne me fut pas poſſible de monter mes inſtrumens avant le 17; je ne trouvai point dans la ville de lieu commode pour mes opérations; je fis élever deux tentes, une pour moi & une pour les gens de l'équipage chargés de les garder; elles étoient ſur une pointe propre à l'établiſſement d'un Obſervatoire.

Cette pointe s'appelle la *pointe Saint-Jean*, du nom d'une chapelle qui y eſt bâtie & dédiée à ce Saint, elle eſt dans le ſud d'un morne fort haut & preſque inacceſſible, ſur lequel on a cependant placé une autre chapelle ou hermitage ſous le nom de Sainte-Rege.

La pointe Saint-Jean eſt peu élevée au-deſſus du bord de la mer; elle eſt entre deux anſes de ſable, l'une fort petite dans le nord-nord-oueſt, l'autre au midi, aſſez grande, & qui va en s'arrondiſſant juſqu'à la ville de Vigo.

Le morne Sainte-Rege eſt fort proche de la pointe Saint-Jean, & il eſt à l'entrée méridionale du goulet de la baie de Redondelle: à ſon pied eſt un gros rocher détaché de la terre-ferme en forme d'iſlot.

Mon obſervatoire étoit à deux tiers de lieue dans l'eſt nord-eſt de la ville de Vigo, & dans l'eſt quart de nord-eſt du milieu des îles de Bayonna.

Je découvrois clairement la Roche-noire, située dans le sud de ces îles; elle m'a servi à vérifier par le renversement, la lunette perpendiculaire.

La pendule que j'avois, quoique bonne d'ailleurs, avoit ce défaut que ses vibrations étoient fort petites; aussi le moindre ébranlement suffisoit pour l'arrêter: pour éviter ces accidens, je fis planter un pieu isolé, j'y mis la pendule, & depuis ce temps elle a marché sans interruption.

Des nuages couvrirent presque toujours le ciel jusqu'au mardi 24 du mois d'Août; les hauteurs correspondantes du Soleil que j'eus ce jour-là, me servirent à tracer une ligne méridienne & à connoître la variation de la boussole, qui se trouva de 14 degrés nord-ouest. J'attendois ces hauteurs avec impatience; il faisoit beau, & je me préparois à observer la nuit suivante une immersion du second Satellite dans l'ombre de Jupiter; je fus assez heureux pour avoir un temps très-favorable.

Le ciel étoit clair & serein, il ne faisoit point de vent; je me servois d'une lunette de 15 pieds, solidement appuyée sur un des montans de ma tente, & j'entendois battre la pendule, dont je pouvois aisément compter les vibrations: cette observation de longitude me donne pour différence des méridiens, entre Paris & Vigo, en temps, $43' \, 11''$, ou $10^d \, 47' \, 55''$; le lendemain j'eus des hauteurs correspondantes du Soleil, & il me fut facile de réduire exactement en temps vrai l'heure de l'immersion.

Cette observation est la seule de longitude que j'aie pu faire près de Vigo: je desirois vainement d'en obtenir d'autres, le ciel ne m'en fournit aucune avant mon départ qui ne pouvoit être différé que par les vents contraires.

Il se présentoit un moyen facile de connoître la distance à laquelle mon Observatoire étoit de l'Amarante; on voit que j'entends parler du moyen qu'offre la vîtesse du son: je profitai des coups de canon, que l'on devoit tirer à bord le 24 Août, pour célébrer la fête de Saint Louis: le vent souffloit foiblement de l'ouest sud-ouest; je comptai à la pendule l'intervalle qui se trouvoit entre les momens auxquels je voyois le feu, & ceux auxquels j'entendois le bruit; cet intervalle s'est toujours trouvé de $4'' \frac{1}{2}$ à $5''$; le

lendemain je répétai la même opération; j'eus le même résultat; & je conclus la distance du bâtiment à ma tente de 922 toises $\frac{1}{4}$, en prenant un milieu entre 4″ $\frac{1}{2}$ & 5″, & en supposant que le son parcoure 173 toises par seconde *.

* Voy. les Mém. de l'Académie, année 1738, page 128.

Les jours suivans, jusqu'au 29, furent employés à prendre des hauteurs méridiennes du Soleil, de la luisante de la Lyre, de la claire de l'Aigle & de la queue du Cygne; celles de la Lyre étoient destinées à vérifier l'erreur de la lunette centrale du sextant.

Les Observateurs connoissent parfaitement les difficultés qui se rencontrent lorsqu'on veut observer exactement les hauteurs méridiennes des Astres qui passent proche du zénith; je ne les décrirai point, j'assurerai seulement que s'il m'avoit été possible d'avoir à Vigo, dans une même nuit, des hauteurs méridiennes d'étoiles, les unes vers le nord & les autres vers le sud, j'aurois préféré cette méthode: à son défaut, j'ai été obligé de me borner à la vérification au zénith par la Lyre, parce que le vent qui venoit de changer, pressoit mon départ; j'ajoute en même-temps que l'observation que je rapporte, ne manquant point d'exactitude, on y peut avoir confiance.

De toutes mes hauteurs méridiennes, le résultat moyen m'a appris que mon Observatoire étoit par 42^d 14′ 24″; Vigo par 42^d 13′ 20″, & le milieu des îles de Bayonna par 42^d 10′ 37.

ARTICLE III.

Départ de Vigo.

L'occasion pour sortir de la rade de Vigo devenoit favorable; les vents obstinés depuis long-temps, de la partie de l'ouest, s'étoient enfin rangés dans celle du nord-est; je voulois m'en servir; je regardois comme perdus les momens que je ne passois point à la vue du cap Finistère.

Je mis à la voile le 1.er Septembre; le calme m'obligea de mouiller le même jour auprès des îles de Bayonna sous la pointe de *Soubrida* qui est en même-temps la plus septentrionale & la plus occidentale de la rade de Vigo; j'étois vis-à-vis d'une belle anse de sable par dix-sept brasses, le fond étoit de coquillages

pourris, mêlés de gros ſable, de gravier & de pointes d'alènes *(d)*.

Le vent contraire & le calme me retinrent à ce mouillage, où je ne pus obſerver autre choſe que l'amplitude occaſe du Soleil, qui me donna la déclinaiſion de la bouſſole de 14 degrés $\frac{1}{2}$ nord-oueſt, ce qui ne diffère que de 30 minutes de celle que j'avois obſervée à Vigo.

Le 3, j'appareillai, je comptois ſortir par la paſſe du nord-oueſt; le vent ne me le permit pas; la hauteur des îles lui faiſoit prendre une direction toujours conforme à celle de chaque canal qui les ſépare; contraint de louvoier, je m'aſſurai qu'elles étoient fort *ſaines (e)*; je m'en approchois aſſez pour y pouvoir jeter une pierre; je faiſois ſonder de temps en temps, & particulièrement par le travers d'une anſe qui partage preſque en deux la grande île; j'y trouvai depuis dix-huit juſqu'à vingt braſſes, fond de ſable & de vaſe.

Ces îles qui ſont, à proprement parler, des rochers eſcarpés & preſque nus, n'ont d'autres habitans que des lapins, elles ſont au nombre de deux, ſéparées par une ouverture dont la largeur eſt d'une demi-portée de canon, & la profondeur ſuffiſante pour les plus grands vaiſſeaux: cependant on n'y paſſe jamais, parce que la mer y eſt, dit-on, toujours fort mauvaiſe; je n'ai point remarqué cette circonſtance, les gens du lieu aſſurent néanmoins qu'il y a un *reſacq (f)* conſidérable qui jette à terre; que quand même on donneroit dans la paſſe avec un bon vent, on n'y trouveroit, une fois entré, que du calme, & qu'on ſeroit expoſé à la fureur des flots: pour prouver ce qu'ils avancent, ils citent un Navire marchand anglois, qui pouſſé par un vent d'oueſt avoit riſqué ce paſſage & avoit été peu après porté ſur les rochers;

(d) Ces pointes d'alènes ſont, je penſe, des cornes d'ammon.

(e) Une côte ſaine, en termes de marine, eſt une côte qui n'a point de dangers.

(f) Le *reſacq* eſt l'effet du mouvement des eaux, qui ſont pouſſées vers la terre par une force plus conſidérable que celle qui les renvoie; les eaux ainſi agitées doivent revenir ſouvent ſur elles-mêmes, & après bien des balottemens ſucceſſifs, elles ne manquent pas de jeter à la côte les corps qu'elles portent.

il ne s'en sauva que peu de personnes dans le canot à la ville de Bayonna.

Ce fait dénué de circonstances paroît bien prouver que cette passe est fort dangereuse, mais il n'indique pas les causes du danger; sont-ce des rochers sous l'eau & assez mal connus qui la rétrécissent considérablement? est-ce, comme on le prétend sur les lieux, un retour de marée violent & qui forme ce qu'on appelle un *tournant d'eau!* c'est ce que je n'ai pu éclaircir, & ce qu'il est indifférent de savoir pour la seule pratique de la navigation; la théorie exigeroit peut-être quelque chose de plus.

La grande île de Bayonna, vue du large, doit paroître séparée en deux, parce que sa partie du nord n'est jointe à celle du sud que par une langue de sable fort étroite & assez basse pour être inondée dans les gros temps & dans les grandes marées. Voilà ce qui fait croire qu'il y a trois îles: il n'y en a effectivement que deux, car je ne compte pas un gros rocher noir séparé de la petite île, qui est celle du sud; s'il forme un islot, il est trop bas pour être vu de loin.

Le *Pratique* que j'avois, me faisoit éviter la bande de l'est; parce que, disoit-il, la côte en dehors de Soubrida est garnie de rochers; que le fond est mauvais, & que si l'on étoit obligé d'y mouiller, on courroit risque de perdre ses ancres: en conséquence, je rasois l'île de Bayonna. Il devoit résulter de cette manœuvre un inconvénient assez aisé à prévoir; c'étoit celui du calme sous une terre extrêmement élevée, au pied de laquelle je trouvois à la distance d'une portée de pistolet, une profondeur de vingt-deux à vingt-trois brasses d'eau.

Cependant le vent, quoique foible, me sortoit toujours; j'étois aidé par le courant: je remarquai qu'il portoit au nord-ouest; à cet aire de vent, on trouve un banc de roches qui s'avance en mer à deux tiers de lieue de la pointe; ce banc n'est point marqué sur le *Neptune françois:* à cela près, on peut se fier à ce recueil pour la position de ces îles & pour l'entrée de Vigo; il n'est pas si exact pour le contour de la rade. Les instructions que donne à ce sujet le *Petit flambeau de la mer,* sont assez bonnes, quoiqu'insuffisantes: on remarque, en lisant cet Ouvrage, que l'auteur n'avoit pas vu

par lui-même, tous les lieux dont il fait la description, & que la forme abrégée sous laquelle il l'a donnée, l'a obligé de supprimer beaucoup de détails : malgré ces défauts, il est d'un grand secours, & son imperfection nous engage à desirer que l'on travaille à le corriger, & à rendre son utilité plus générale.

Je n'étois pas encore loin de la pointe septentrionale de la grande île, quand le vent fraîchit du sud-ouest, & amena avec lui un brouillard qui me fit perdre toute terre de vue.

J'avois formé le projet d'estimer la distance qu'il y a en route directe entre ces îles & le cap Finistère, je n'ai pu l'exécuter; contrarié par les vents, j'ai été forcé de courir beaucoup de routes différentes & avec une voilure fort inégale.

L'incertitude de la dérive & celle du chemin, combinées ensemble, n'eussent pu produire que des erreurs.

Je ne fus pas plus heureux pour connoître la direction des courans; le pilote Espagnol prétendoit qu'ils n'avoient point de route marquée & qu'ils suivoient toujours le vent : son sentiment ne m'a paru ni destitué de vraisemblance ni accompagné de toute la certitude nécessaire pour l'adopter.

Quoique pendant mon séjour à Vigo, j'eusse tâché de savoir quel étoit le port voisin de Finistère, le plus propre à mes opérations, je n'avois pu m'en éclairçir, & j'étois parti incertain si j'irois à Camarino, à Corcubion ou à Mouros; les vents me décidèrent, ils m'interdisoient l'entrée des deux premiers ports, & ils conduisoient au dernier : je fus déterminé à lui donner la préférence, & j'ai vu depuis que j'avois fait le meilleur choix.

Je luttois contre les vents du nord, presque depuis le moment que j'avois perdu de vue les îles de Bayonna : le cap Finistère se présentoit à moi, mais dans le lointain & sans pouvoir en approcher; j'apercevois aussi deux objets fort aisés à distinguer; le premier paroissoit comme un islot en pain de sucre, c'est le mont Lauro, pointe septentrionale de la baie de Mouros; le second étoit une montagne faite comme une scie, c'est la montagne de Corcubion, & c'est une reconnoissance certaine pour le cap Finistère, qui, n'ayant pas la hauteur des terres voisines, n'est pas vu d'aussi loin.

Le 9 Septembre j'étois aſſez élevé dans le vent pour n'être plus qu'à une lieue du cap ; je crus alors être ſûr de gagner Mouros, dont l'entrée étoit ſous le vent : mais comme de Finiſtère à ce port, la côte va en s'arrondiſſant dans le ſud, le vent qui venoit de terre la ſuivoit & refuſoit à meſure que je m'en approchois ; néanmoins à midi j'étois à l'entrée de la baie, & moyennant une douzaine de bords que j'y courus, je me trouvai au mouillage même de Mouros.

ARTICLE IV.

Séjour à Mouros.

Il ſemble que la Nature qui a rempli la terre-ferme de la Galice, de roches & de pierres, ſans en ſemer au milieu de la mer qui baigne les bords de cette province, ſe ſoit ici repentie de ce partage inégal; elle en a fait aux environs de la baie de Mouros une diſtribution très-conſidérable, mais elle y a ſuivi la loi générale, qu'elle paroît s'être preſcrite pour toutes les côtes de la mer : on ſait que la profondeur de l'eau, auprès d'une côte quelconque, eſt ordinairement en raiſon de l'élévation du terrein même de la côte, de façon que quand il eſt élevé on trouve beaucoup d'eau à ſon pied, & que quand il eſt bas, c'eſt tout le contraire.

On remarque ici la même choſe pour les rochers, ceux de la terre ſont roides & eſcarpés, ceux de la mer ſont preſque tous hors de l'eau; la plupart de ceux qui ne découvrent pas, briſent d'une façon ſenſible, & je ne doute pas que ſi tous ces rochers étoient bien connus, on n'y découvrît pluſieurs paſſages profonds.

Quoique cette partie de la Galice ſoit peu fréquentée, il peut néanmoins arriver des cas auxquels on ſoit dans la néceſſité de s'en approcher; cette raiſon me détermine à faire connoître ces écueils aux Navigateurs.

La pointe ſeptentrionale de la baie, dont il eſt queſtion, s'appelle le *mont Lauro;* de loin elle reſſemble, comme il a été dit, à un pain de ſucre, & la langue de terre qui la joint au continent, étant fort baſſe, on la prend pour une île.

A demi-lieue dans l'ouest nord-ouest de cette pointe, sont des brisans, appelés *los mehiris;* ils ne découvrent jamais : à l'ouest quart de nord-ouest, sont d'autres rochers nommés *los merullos;* ceux-ci découvrent toujours & s'étendent à trois lieues de terre : entre *los merullos* & *los mehiris*, on aperçoit un autre brisan presque directement à l'ouest.

Le passage entre ces deux bancs semble avoir près d'une lieue de large; cependant des roches toujours couvertes le rétrécissent au point que dans certains endroits il n'a que quatre ou cinq longueurs de navire; j'y ai passé & sondé en même-temps; la sonde donna trente brasses & un fond de sable; j'étois à la portée de pistolet des roches découvertes de *los merullos;* le pilote que j'avois pris à Vigo, plus hardi ou moins bien instruit que celui que j'eus ensuite à Mouros, croyoit ce passage bien plus large qu'il n'étoit selon le sentiment du dernier pratique ; celui-ci prétendoit que je n'avois pu y passer sans miracle.

A demi-lieue au nord-ouest du mont Lauro, est une pointe appelée le cap Miñarso; ce Cap a des brisans, dont l'étendue en mer est d'une demi-lieue.

Le cap Courouvelle, qui forme l'entrée méridionale de la baie, est à quatre ou cinq lieues au sud du mont Lauro ; ce cap est fort bas ; il est de sable, il a aussi ses brisans, appelés *los basoñes.*

C'est vers Courouvelle & vers le mont Lauro, qu'abordèrent les deux canots qui portoient les trente-quatre hommes échappés du naufrage du vaisseau du Roi le *Bourbon;* ce bâtiment, commandé par feu M. de Boulainvilliers, & faisant partie de l'escadre de feu M. le Marquis d'Antin, périt le 12 Avril 1740, à la vue du cap Finistère & des pointes que je décris.

Presqu'au pied du mont Lauro, dans le sud, sont des rochers découverts, nommés *los hilloñes;* ils forment avec la terre-ferme un passage étroit, profond & peu fréquenté.

Voilà à peu près les écueils qui sont en dehors de la baie de Mouros; il est aisé de juger, que lorsqu'on vient du nord, il ne faut pas approcher la terre de plus de trois & demie à quatre lieues, ou qu'il faut l'accoster assez pour passer entre le mont Lauro & *los mehiris.*

Ces dangers, dont beaucoup brisent, une fois doublés, on entre dans une baie spacieuse qui offre un beau louvoyage; elle est saine, & n'a qu'une seule roche, appelée *balla*, toujours découverte; on y peut courir jusqu'à ce que l'ouverture du port de Mouros reste au nord-ouest; alors l'on trouve des bancs, & il n'y a plus qu'un chenal étroit qui conduit à Noya.

Quand cette ouverture se trouve au nord-nord-ouest, si on porte à cet aire de vent, on gagne aisément un fort bon mouillage de fond de vase; le meilleur est par dix brasses vers le milieu de la ville, à portée de la voix du château, dans un petit port rond & à l'abri de tout vent.

La ville est située au pied d'une montagne qui la garantit des vents de sud & d'ouest; elle fait face au nord où est son port; elle n'est pas belle; c'étoit autrefois une ville forte, quoique considérablement dominée par le terrein extérieur; mais de ses antiques fortifications il ne lui reste qu'un château & douze tours, bâties de distance en distance le long du mur d'enceinte; selon une vieille tradition du pays, elles sont un monument du passage des douze Pairs de France sous le règne de Charlemagne.

Dès que je fus mouillé, mon premier soin fut de chercher un lieu d'où je pusse voir le cap Finistère; il n'y en avoit point dans le voisinage, & ce ne fut qu'au bout de quelques jours que je découvris à une lieue & demie, une pointe d'où ce Cap se présentoit à merveille.

Cette pointe s'appelle la *pointe de El-ancra-doyro*, elle est entre deux anses de sable qui portent le nom de *grand sable*, l'*arena mayor*, éloignée de Mouros d'une bonne lieue & demie; le chemin qui y conduit est d'abord assez mauvais; il faut monter un morne très-roide qui sépare la ville & la baie; on le descend par un chemin pratiqué pour les gens de pied autour de la montagne; ce chemin n'a vraisemblablement été fait avec tant de soin que parce qu'il conduit à un couvent de Franciscains, où ces religieux ont en abondance de l'eau & de la verdure, seul agrément qu'ils aient pu se procurer dans une situation bornée de toutes parts.

Lorsque l'on a passé ce couvent, le terrein devient plus uni, il se présente même une petite plaine assez bien cultivée; elle

réjouit agréablement la vue fatiguée par les rochers arides qui bordent le chemin que l'on quitte : on traverſe la plaine qui mène au village du mont Lauro; ce village eſt à un quart de lieue, & prend ſon nom de ce mont, ſi ſouvent cité dans cette deſcription.

Une demi-lieue au-delà du village, eſt la pointe d'*Ancra-doyro*; pointe aride & déſerte ſur laquelle perſonne avant moi ne s'étoit, je crois, aviſé de paſſer plus d'un quart-d'heure; éloignée de toute habitation, elle n'eſt environnée que de rochers & d'un ſable auſſi déſagréable à voir, que fatigant lorſqu'on eſt obligé d'y marcher: toutefois la triſteſſe de cette ſolitude me paroiſſoit égayée par la vue du cap Finiſtère, que je cherchois en vain depuis long-temps.

Depuis mon arrivée, les jours étoient favorables, je ne voulois pas qu'ils s'échappaſſent; le Sergent-major, Commandant de Mouros, étoit à Compoſtelle: en ſon abſence, je m'adreſſai à celui qui devoit le repréſenter, & qui, ſans aucune difficulté, m'accorda la permiſſion de m'établir à l'endroit que je lui indiquai; mais ſon autorité, moins étendue apparemment qu'il ne croyoit, n'alla pas juſqu'à me procurer la tranquillité que je deſirois. Les habitans du mont Lauro, informés que l'on élevoit des tentes ſur le bord de la mer, ſe crurent à la veille de voir deſcendre à terre tous les Maures d'Afrique, & cette idée, la plus terrible qu'ils puiſſent ſe former, les engagea auſſitôt à prendre les armes pour la défenſe de leur patrie: mon établiſſement alloit être renverſé ſi j'avois pris de grandes précautions pour le mettre hors d'inſulte; il dut ſon ſalut à ſa foibleſſe; ſa vue déſarma toute cette Milice, & chacun perſuadé que l'on n'avoit contre l'Eſpagne aucun mauvais deſſein, s'en retourna chez ſoi dépoſer les armes dont il s'étoit chargé ſi mal-à-propos.

Il me fallut pourtant rapporter mes inſtrumens à bord & laiſſer s'écouler les plus beaux jours du monde pour attendre la permiſſion de M. le Comte d'Ittre, Capitaine général de Galice: elle arriva le 19 ſans que je puſſe m'en ſervir ſur le champ; ce jour-là & le ſuivant, il ſouffla du nord-eſt un vent ſi violent, que je fus bien heureux d'empêcher mes tentes d'être renverſées.

Le 21 au ſoir, tout étoit en train & la pendule en état d'aller; des hauteurs correſpondantes étoient venues très-à-propos pour la régler; j'obſervai dans la même nuit, avec exactitude, une immerſion du premier Satellite de Jupiter, mais un dérangement ſurvenu à ma pendule, & dont je n'ai été informé que long-temps après, m'a ôté pour toujours le moyen de connoître le temps vrai de cette Écliple.

Ce déſagrément n'eſt pas le ſeul auquel je me ſois trouvé expoſé; ſans parler de la pluie & du vent, qui n'ont été que trop fréquens, il y en avoit un perpétuel, dont le principe étoit dans l'agitation que la mer recevoit ſans ceſſe dans le voiſinage de ma tente.

J'ai déjà dit que la pointe de l'*Ancra-doyro* eſt entre deux anſes de ſable; ces anſes ſont fort plates, & la pointe eſt garnie de rochers qui forment une chaîne longue d'une demi-lieue ſur un fond très-pierreux: il eſt aiſé d'imaginer le bruit que fait la mer, lorſqu'elle roule ſur un terrein de cette eſpèce & qu'elle ſe déploie ſur les rochers, contre leſquels elle vient ſe briſer; ce mouvement produit de magnifiques nappes d'eau, dont le ſpectacle étonne agréablement; mais comme il n'eſt point varié, il ne tarde pas à déplaire; pendant la nuit, l'oreille ſeule y prend part, & elle s'en ennuie fort vîte.

Ce mugiſſement, peu ſupportable dans les beaux temps, eſt bien autre quand le vent doit ſouffler du large; cette augmentation étoit pour moi un avertiſſement certain du changement qui devoit arriver.

Ce bruit m'empêchoit de compter moi-même les ſecondes de ma pendule; mais j'y faiſois ſuppléer, & il n'eſt point arrivé de mépriſes.

On me diſpenſera volontiers de rendre un compte ſcrupuleux des évènemens qui me ſont arrivés pendant mon ſéjour ſur cette pointe.

Le ciel preſque toujours couvert de nuages, l'étoit principalement ſi j'avois quelque obſervation de Longitude à faire; quand le jour devoit être ſerein, il s'élevoit le matin un petit vent d'oueſt, qui alloit juſqu'à l'entrée de la baie; là il étoit arrêté

par un vent d'eſt auſſi foible: ce dernier précédoit le lever du Soleil, & prenant des forces à meſure que cet aſtre montoit ſur l'horizon, il chaſſoit l'autre totalement; au reſte je n'ai pas fait ſouvent cette remarque, les beaux jours étoient fort rares & les vilains trop communs.

Le lever du Soleil, quoique clair & ſerein, n'étoit même pas toujours un augure certain pour une belle journée, ſi la roſée avoit été abondante pendant la nuit, bientôt élevée par l'action du Soleil, elle formoit des nuages & retomboit en pluie: ce n'étoit plus qu'un cercle continuel de vapeurs & de pluie.

Malgré cela j'aurois ſéjourné aſſiduement dans mon obſervatoire, ſi je n'en avois été chaſſé par des vents & des orages violens, qui par trois repriſes différentes durèrent ſans interruption pluſieurs jours de ſuite; excepté ces temps affreux je n'ai point quitté un lieu ſur lequel je devois lutter contre toutes ſortes d'obſtacles, & mon temps ſe trouve rempli par des obſervations de différens genres.

Quoique je n'euſſe encore aucun moyen d'être convaincu, comme je l'ai été depuis, de l'inutilité de l'obſervation de Longitude du 22 Septembre, je ſentois bien qu'elle n'étoit pas ſuffiſante; je ne pus y ſuppléer avant le 8, le 14, le 15 & le 16 Octobre; je penſe que ces jours y ont abondamment pourvu, on peut conſulter la ſeconde ſection de cette partie & y lire les détails dans leſquels j'ai cru devoir entrer pour conſtater le degré de confiance que chacune d'elles peut mériter.

On y trouvera également les obſervations méridiennes des étoiles au zénith, faites pour la vérification de la lunette centrale du ſextant; je ne diſſimulerai point les difficultés ſans nombre que j'ai rencontrées dans ces opérations, & je dirai hardiment qu'elles n'ont ſervi qu'à redoubler mon attention; j'ai répété ſi ſouvent chaque obſervation & j'ai pris tant de précautions pour mettre mon inſtrument dans le plan du méridien avec l'exactitude la plus ſcrupuleuſe, que je me flatte d'avoir réuſſi dans ce que je deſirois; je ne craindrai donc pas d'avancer que j'ai goûté dans ces momens un plaiſir d'autant plus vif que j'avois eu plus de peine à me le procurer; quelque pur cependant & quelque

philoſophique que fût ce plaiſir, il étoit de nature à être ſujet aux illuſions des ſens, & je ne devois pas m'y abandonner : ſi j'étois par expérience très-convaincu qu'il n'y a rien de ſi difficile que de ſe ſatisfaire ſoi-même ſur cet article, j'étois bien éloigné de prétendre aſſujettir à ma parole les Aſtronomes qui portent la délicateſſe juſqu'au ſcrupule; j'emploiois donc en même temps un moyen auſſi généralement approuvé qu'il eſt connu, celui d'obſerver en une même nuit la hauteur méridienne de deux étoiles, l'une dans le nord & l'autre dans le ſud.

L'erreur trouvée par cette méthode eſt de 12 ſecondes plus petite que celle que donne l'autre façon; mais le réſultat pour la latitude, ſe trouvant ſenſiblement le même, je penſe qu'il eſt indifférent d'employer pour cette recherche dans le cas préſent l'une ou l'autre méthode.

La vérification de la lunette perpendiculaire n'étoit pas moins néceſſaire, & j'ai déduit ſon erreur par l'opération du renverſement, je ne devois pas négliger la recherche de la déclinaiſon de l'aiguille aimantée, je l'ai fait pluſieurs fois, tantôt en plaçant la bouſſole ſur la méridienne que j'avois tracée, tantôt en obſervant l'amplitude du Soleil à ſon coucher, tantôt enfin en meſurant avec le ſextant, l'angle compris entre le cap Finiſtère & le Soleil couchant.

Ces différens moyens me l'ont fait conclure de 16 degrés nord-oueſt; ſa connoiſſance m'étoit néceſſaire pour déterminer la poſition du cap Finiſtère; ſa latitude eſt de 42^{d} 51′ 50″, & ſa longitude ou la différence entre ſon méridien & celui de Paris eſt de 0^{d} 46′ 34″ ou 11^{d} 39′ 42″.

Tel a été à peu près l'emploi de mon temps depuis le 21 Septembre que je me ſuis établi ſur la pointe de l'*Ancra-doyro* juſqu'au 21 du mois ſuivant, que je ſerrai mes inſtrumens; je crus alors les obſervation faites à la vue du cap en aſſez grand nombre; j'étois réſolu à partir de Mouros lorſque le vent ſeroit favorable, il ne l'étoit pas encore; en attendant qu'il le devînt, je fis un nouvel établiſſement ſur le haut d'une des tours de la ville; cette tour quoiqu'à demi-ruinée, étoit par ſa poſition la plus propre que je puſſe choiſir, & la ſeule ſur laquelle on pût

monter ſans riſque; cet arrangement fut inutile, le temps ne me permit pas de m'en ſervir.

Une de mes tentes étoit démontée depuis le 21 Octobre, mais l'autre étoit encore ſur pied, il falloit aller la chercher par mer; la chaloupe ne put faire ce voyage plus tôt que le 25 : je remarquai alors avec ſatisfaction que nous avions réuſſi à nous concilier les habitans des villages voiſins; ces bonnes gens avoient pris pour nous autant d'amitié qu'ils avoient eu d'abord de ſoupçon ſur le ſujet de notre débarquement; ils ne conſentirent qu'avec peine au départ de la chaloupe : ils voyoient la mer un peu groſſe, & ils ne vouloient pas ſouffrir, diſoient-ils, que des Étrangers dont ils avoient lieu d'être ſi contens, s'expoſaſſent à périr ſous leurs yeux : malgré leur oppoſition dont le motif étoit ſi honorable, la chaloupe partit; & ſon arrivée à bord ſans qu'elle eut couru le moindre riſque, leur apprit combien leurs alarmes étoient mal fondées.

ARTICLE V.

Départ de Mouros.

Enfin les vents changèrent & après un ſéjour fort ennuyeux proche la triſte ville de Mouros, je mis à la voile le 27 Octobre pour le cap *Ortegal.*

Le vent m'obligea de ranger à la diſtance d'une longueur d'aviron *(g)*, la pointe méridionale de l'entrée du port; elle eſt haute, eſcarpée, & par une ſuite aſſez ordinaire, il y a beaucoup d'eau au pied : quant elle eſt doublée, on met le cap au ſud-ſud-oueſt pour ſe trouver à mi-canal, puis à l'oueſt pour doubler le mont Lauro.

De ce mont à Finiſtère il y a deux routes, l'une par le canal qui eſt entre la terre & les briſans, l'autre en paſſant en dehors de tout : je fus déterminé pour celle-ci par les circonſtances d'un vent foible & d'une groſſe lame du ſud-oueſt; ce fut alors & à la vue de ces dangers, que j'appris que mon nouveau Pilote regardoit comme impraticable le paſſage où j'avois donné en venant à Mouros.

(g) On entend par ces mots, *une longueur d'aviron,* 25 à 30 pieds; c'eſt à peu-près celle d'un aviron de galère.

Je

Je dépassai le cap Finistère pendant la nuit & je ne pus prendre de marque pour sa reconnoissance, au reste on ne peut guère s'y méprendre vu sa position; si cependant on veut avoir quelque marque qui le distingue du cap *Torianes*, le seul avec lequel on le pourroit confondre, ce sera un islot qui est au large de Finistère, & qui forme avec la terre-ferme un passage étroit & profond.

Parti de Mouros le 27 Octobre, je mouillai près d'Ortegal le 1.er Novembre, je ne devois pas m'attendre à être toujours favorisé du vent dans une traversée, courte à la vérité, mais pendant laquelle il faut faire des routes presque opposées les unes aux autres. Au lieu de faire usage de ces différentes bordées, je transcris le Routier de Mouros à Ortegal, que m'a donné le pratique embarqué à Mouros; les aires de vents sont ceux auxquels les pointes de la côte sont les unes à l'égard des autres, & les distances sont le chemin en droite route.

Je n'ai garde de vouloir donner à ce Routier une autorité qu'il ne paroît pas mériter; les aires de vents n'y sont pas accompagnés de degrés, & cette circonstance lui ôte les apparences de l'exactitude; je n'ai pu le vérifier & cette nouvelle raison m'empêche d'en garantir la fidélité: cependant quand il seroit fautif, on en pourroit retirer quelqu'utilité; on sait que l'on emploie cette méthode avec succès pour la composition des cartes, & leur perfection dépend souvent en grande partie du soin que l'on prend de purger d'erreur les Routiers eux-mêmes.

ROUTIER de Mouros au cap Ortegal.

	Lieues.
De Mouros au cap Finistère, nord-ouest quart-de-nord........	4.
Du cap Finistère au cap Torianes, nord quart-de-nord-est.....	4.
Du cap Torianes au cap Vellane, nord-nord-est.............	4.
Du cap Vellane à l'île Sisargue, nord-nord-est...........	6.
De l'île Sisargue à la Corogne, nord-nord-est..............	7.
De la Corogne au cap Férol, nord-est quart-de nord........	5.
Du cap Férol au cap Prior, nord-est quart-de-nord..........	5.
Du cap Prior au cap Ortegal, nord-est quart-d'est..........	7.

Le lundi 1.er Novembre à la pointe du jour, j'étois dans

le nord-ouest du cap Ortegal, à une lieue & demie, le vent au sud-ouest; je fis route pour passer à une demi-lieue de ce cap, qui me parut aride, noir & coupé presqu'à pic: on voit à son pied huit ou dix rocs, appelés *los Farillones (h)*; ils ont une queue toujours couverte & courant dans le nord-ouest à une demi-lieue; la chaîne visible gît, est-sud-est & ouest-nord-ouest; ils sont élevés & escarpés, de loin on les prend pour des mâts de barques; entr'eux & le cap, est un passage, fréquenté seulement par quelques pêcheurs, toutefois on assure qu'il est profond.

J'étois convenu avec mon pilote de Mouros, qu'il me mèneroit dans la rivière de Saint-Carins, rivière qui, sous la foi du *Neptune françois*, me paroissoit très-propre à mettre en sûreté le bâtiment du Roi, & qui par son voisinage du cap Ortegal, me donnoit les moyens d'avoir avec exactitude la latitude de ce cap.

Lors donc que je l'eus doublé, je vis une baie large & profonde dans laquelle j'entrai; le vent qui venoit du fond me contraignit de courir plusieurs bords, après lesquels je mouillai par onze brasses sur un très-bon fond de sable & de vase proche des hautes terres d'Ortegal; j'aperçus en même-temps quelques chaumières, que l'on me dit être le bourg de Saint-Carins; mais tout cela ne ressembloit en rien à ce que représente le *Neptune*: selon ce recueil, je devois trouver un mouillage dans la rivière de Carillo ou de Saint-Carins, derrière une île du même nom; au lieu de cela j'étois dans une baie ouverte du nord à l'est.

J'étois tenté de croire que mon pilote s'étoit trompé, & je me serois peut-être confirmé dans cette idée, si j'avois su alors ce qu'il m'avoua depuis, qu'il n'étoit jamais venu dans cette baie; cependant je fis faire des informations à terre le même jour, & j'appris que j'étois effectivement mouillé près du bourg de Saint-Carins.

Après avoir examiné attentivement la figure réelle de cette baie, que l'on peut appeler la *baie d'Ortegal;* j'ai vu que celle que lui donnent les Cartes, & que la description qu'en fait le

(h) Il paroît que les Espagnols ont donné ce nom à beaucoup de rochers situés dans différentes mers.

Petit flambeau de la mer, n'étoient pas exactement conformes à la vérité : voici donc ce que j'ai remarqué.

La baie d'Ortegal est un grand enfoncement, que la mer forme entre deux pointes, dont l'une est le cap du même nom, & l'autre s'appelle *Stanques de Vares (i)*: la première est celle de l'ouest, la seconde celle de l'est, & elles gissent 6 degrés à l'est, sud & ouest 6 degrés nord *; au fond de la baie, sont les rivières de Sainte-Marthe & de la Drille : ces deux rivières ont une embouchure, au milieu de laquelle est une île, nommée *l'île de la Drille*, éloignée de Stanques de Vares de 4 lieues dans le sud-ouest.

* La variation est corrigée.

Sur la route de cette pointe à l'île, il y a beaucoup de rochers, les uns couvrent, les autres découvrent ; un d'eux qui brise toujours, s'appelle *pedremie*, & s'étend sous l'eau à une demi-lieue au nord-ouest.

Des deux côtés de l'île de la Drille, à l'embouchure de chaque rivière, est une barre, sur laquelle à la basse mer il ne reste pas plus de 4 à 5 pieds d'eau : la rivière de l'est est la rivière de la Drille, celle de l'ouest est celle de Sainte-Marthe, & chaque barre tire son nom de la rivière qui la forme.

Comme il arrive souvent que les habitans d'un lieu, quand ils sont, comme ceux de Saint-Carins, gens grossiers & ignorans, défigurent les noms propres, de façon à les rendre quelquefois méconnoissables ; j'avois d'abord imaginé que la rivière de la Drille étoit la même que celle de Carille ; par-là je sauvois une erreur dans les Cartes, mais il m'a fallu bientôt abandonner cette voie de conciliation.

Selon les Cartes, la rivière de Carille doit être dans l'ouest nord-ouest de celle de Sainte-Marthe, au lieu que celle de la Drille en est réellement dans l'est ; cette différence essentielle, jointe à la connoissance certaine que les gens du lieu m'ont paru avoir du nom de leurs rivières, m'a persuadé que c'étoit sans fondement que les Hydrographes avoient créé cette rivière de Saint-Carins.

Cette belle rivière de Carille (ce sont les termes du *Petit*

(i) Stanques de Vares a aussi un fort petit islot, qui en est à une demi-lieue.

flambeau de la mer) se réduit au bassin de Saint-Carins, petit port assez joli, fait en croissant, dont l'ouverture peut être d'un quart de lieue, & qui a de profondeur à son milieu deux ou trois brasses d'eau.

Une douzaine de mauvaises maisons, habitées par des gens fort pauvres, constitue le bourg de Saint-Carins; il est à deux lieues environ dans l'ouest-sud-ouest de l'île de la Drille.

De Saint-Carins aux rochers d'Ortegal, il y a une grande lieue, la côte court au nord-nord-ouest; c'est une terre fort haute, mais le prétendu château d'Ortegal n'existe pas plus que la rivière de Carille, à moins qu'on ne veuille décorer de ce beau nom une batterie de cinq canons de quatre livres de balle, située sur la pointe même de Saint-Carins.

Les remarques & les relèvemens exacts des différentes pointes, serviront à tracer la vraie figure de cette baie; elle est belle & l'on y est en sûreté si on est mouillé près des terres d'Ortegal; le fond y est admirable, mais si l'on s'approche de la partie de l'est, du côté de Stanques de Vares, le fond change; il est de roche, & c'est-là que se trouve le brisan & banc de Pedremie.

Je ne me suis permis ce détail, qu'à cause du peu d'exactitude des Cartes sur cet endroit. Le Neptune françois, guide d'ailleurs si sûr, tombe dans la même faute; il n'a pas même marqué la pointe de Stanques de Vares; mais cela n'est point extraordinaire; cet ouvrage excellent pour les ports de France, ne peut avoir la même précision pour tous les ports Étrangers. Les Auteurs, chargés par Louis XIV de la composition de ces Cartes, n'ont pu faire chez nos voisins les mêmes opérations qu'ils faisoient en France sur le terrein même; cette réflexion simple & naturelle me paroît nécessaire pour apprécier le mérite réel de ce recueil; il est aussi bon qu'il pouvoit être, & s'il s'y trouve des erreurs, elles étoient inévitables & ne doivent point nuire à sa réputation: elles n'en seroient cependant que plus dangereuses, si l'on ne cherchoit à les faire connoître; c'est une attention de laquelle il me semble que l'on doit s'écarter moins que jamais, depuis que cet ouvrage est devenu plus commun, & que par conséquent il sera plus utile.

Mes inſtrumens étoient montés dès le 2 Novembre ſur la pointe de Saint-Carins, ils me ſervirent le 4; j'eus cette nuit-là des hauteurs méridiennes de Sirius, de Procyon, de δ au dos du grand Chien. Je n'ai pu répéter ces obſervations, mais je n'ai aucun ſujet de douter de leur bonté, elles ſe trouvent confirmées par des hauteurs méridiennes du Soleil obſervées le 4 & le 5.

La lunette perpendiculaire fut vérifiée par le renverſement.

Quoique l'on ne m'eût rien recommandé pour la longitude du cap Ortegal, j'étois préparé à obſerver la conjonction de la Lune & de la corne auſtrale du Taureau qui devoit arriver le 6; les nuages me diſpensèrent de cette obſervation.

De mon obſervatoire je ne voyois point le cap Ortegal, je voyois ſeulement Stanques de Vares, mais je ſavois la diſtance & le giſſement reſpectif de ces deux pointes, il me fut donc aiſé de déterminer la vraie latitude de ce cap, elle eſt de $43^d\ 46'\ 37''$.

ARTICLE VI.

Départ d'Ortegal; retour à Breſt.

Mes opérations finies, rien ne me retenoit plus à la côte d'Eſpagne où j'avois malgré moi prolongé mon ſéjour au-delà du terme ſur lequel j'avois compté.

Le 7 Novembre, le vent au ſud-oueſt, je mis ſous voile; ce vent ſouffle ordinairement preſque tout l'hiver dans le golfe de Gaſcogne; j'avois lieu de croire qu'il ſeroit de durée, cela n'arriva pas; les vents à la fin de ma campagne, comme à ſon commencement, ne ſuivoient pas leur cours ordinaire; on a pu voir qu'à notre départ de Breſt, au mois de Juillet, ils avoient règné long-temps dans la bande de l'oueſt; au mois de Novembre je les trouvois au nord-eſt.

Ils y étoient déjà avant le 8 à minuit, leur violence m'obligea peu après de mettre à la cape, & leur conſtance juſqu'au 12 me fit abandonner le projet que j'avois formé d'attérer ſur Grois ou ſur Belle-île, ils me firent courir dans le nord.

Le Soleil paroiſſoit preſque tous les jours à midi, & j'avois par conſéquent la hauteur du pôle fort exactement, je fus bientôt

par celle de l'île d'Oueſſant, mais fort loin dans l'oueſt; je pris alors le parti de diriger ma route de façon que je puſſe être aſſuré de l'aire de vent & du point extrême dans cet aire de vent auquel ſeroit la première ſonde du large de cette île.

Les Marins ſavent de quelle importance il ſeroit d'avoir avec exactitude la profondeur de l'eau & la qualité du fond que l'on trouve aux attérages *(k)* de la côte de Bretagne : ces deux circonſtances réunies font ce que l'on appelle *ſondes;* les ſondes ſont différentes, non-ſeulement dans les différens aires de vent auxquels on eſt de chaque point remarquable de la côte, mais dans chaque aire de vent même, elles offrent des variétés conſidérables ſelon qu'on eſt plus ou moins près de ce même point; toute imparfaite qu'en eſt la connoiſſance actuelle, elle eſt d'un grand ſecours pour les vaiſſeaux qui cherchent les terres de Bretagne ou l'île d'Oueſſant: ces terres ſont baſſes, garnies de roches, & par conſéquent dangereuſes; mais l'Auteur de la Nature, par une compenſation aſſez générale & par une ſuite des loix qu'il a établies, a voulu que le fond de ces mêmes terres ſe prolongeât fort loin dans la mer, & à une profondeur telle qu'on pût le trouver avec une ligne de ſonde de cent braſſes environ.

Ces ſondes ſont un banc, dont la forme & l'étendue ſont juſqu'à préſent inconnues; on recevroit avec empreſſement un Ouvrage qui en procureroit une deſcription fidèle, & qui ſeroit accompagné du détail & des variétés des ſondes; ſemblable à un itinéraire exact, il indiqueroit au navigateur le point où il ſeroit, & le tireroit de l'incertitude cruelle dans laquelle le jette ſouvent la vue d'une ſonde mal caractériſée, qui paroît appartenir à pluſieurs endroits, quoique peut-être elle dût n'être rapportée qu'à un ſeul.

Le *Petit flambeau de la mer* contient à la vérité une deſcription des ſondes de la Manche & de celles depuis Oueſſant juſqu'à Bordeaux; mais il n'y a point de Marin qui ne ſoit convaincu de l'imperfection de cette deſcription; elle ſe ſent du défaut général de l'Ouvrage.

(k) On entend ici par *attérage*, la recherche que l'on fait d'une côte, de laquelle on s'approche (ou plutôt) l'arrivée d'un vaiſſeau ſur une côte.

Cette connoissance paroît réservée jusqu'à présent à une certaine classe de Matelots, appelés *Pilotes-Côtiers ;* ils doivent non-seulement reconnoître la côte, lorsqu'on leur montre celle dont ils sont Pilotes ; ils devroient de plus, à l'inspection d'une sonde, déterminer le lieu auquel on est : cependant leur science ne va pas, & ne peut même aller jusqu'à une pareille précision ; on en sera peu surpris si l'on fait attention, que les Sciences qui sont de pratique sont les moins avancées. « Deux ou trois grands Génies, dit M. de Fontenelle, suffisent pour porter bien loin des théories « en peu de temps ; mais la pratique procède avec plus de lenteur, « à cause qu'elle dépend d'un trop grand nombre de mains, dont « la plupart même sont peu habiles », telle est la science des Pilotes-côtiers, science de pure pratique ; plusieurs d'entr'eux ont conduit des barques le long de la côte, & ceux-là ne se trompent guère lorsqu'ils la voient, il n'en est pas de même pour les sondes ; leurs connoissances à cet égard leur viennent de mains peu habiles ; quelquefois même, ce qui est encore pire, chacun ne tient sa science que de soi, & il n'a ni le temps ni la facilité de la perfectionner. Un ouvrage sur cette partie de la Navigation, seroit d'une utilité évidente ; on connoîtroit alors bien certainement si les prétendus changemens du lit de la mer, à une distance considérable de la côte, ne sont pas imaginés fort à propos pour excuser l'ignorance où l'on est sur son véritable fond ; la table que l'on auroit de ces altérations successives, seroit au moins fort curieuse, & elle pourroit être fort utile pour les progrès de la Géographie, de la Navigation, & même de la Physique.

Le Roi a fait armer, en 1750 & 1751, un bâtiment, qui n'avoit d'autre destination que celle de vérifier les sondes de la côte de Bretagne ; il en a paru une carte au dépôt de la Marine.

L'île d'Ouessant est le point de la Bretagne, au large duquel la sonde se trouve le plus loin, sur-tout dans l'ouest ; plusieurs raisons semblent concourir à cet effet :

1.° Cette île & les terres voisines sont les plus basses de la Bretagne :

2.° Le voisinage de l'Angleterre, qui s'étend à l'ouest, doit fournir dans cette partie-là des sondes fort éloignées :

3.° Les ſables & autres matières, chariés par les courans du canal de Briſtol & de la Manche, ne doivent-ils pas produire ſur le fond de la mer une élévation, qui diminue ſenſiblement ſur les côtes méridionales de la France? Les marées ſont bien moins fortes ſur ces côtes que dans les parties ſeptentrionales, & le long de l'Angleterre & de l'Irlande.

Placé par la latitude de l'île que je viens de nommer, je penſois avec fondement que je réuſſirois dans mon deſſein, ſi j'étois aſſez favoriſé du vent pour pouvoir faire en ligne droite le chemin compris entre la première ſonde & la vue de terre; j'eus à cet égard un temps, tel que je n'euſſe oſé me le promettre dans la ſaiſon où j'étois.

Le 12 à midi le vent changea, il vint au ſud-oueſt; à minuit je fis ſonder, on n'eut point de fond, & ce ne fut que le lendemain à ſix heures & demie du matin que la ſonde donna cent quinze braſſes d'un fond de ſable fin, roux, gris & de coquillages pourris; depuis cette ſonde, juſqu'au lundi 15, trois heures & demie du matin que j'eus connoiſſance du feu de la Tour d'Oueſſant, à deux lieues & demie environ, j'avois fait vingt-huit lieues à l'eſt, quart de nord-eſt, $3^d\ 45'$ eſt; ſi on les joint à la diſtance à laquelle j'étois alors d'Oueſſant, elles feront trente lieues; mais il faut augmenter cette ſomme de quelques lieues, parce que de minuit du 13, dernière ſonde ſans fond, à ſix heures & demie du même jour, première ſonde réelle, j'avois fait dix lieues; le bout de ce banc ſe trouve donc dans l'oueſt, quart de ſud-oueſt, 3 degrés oueſt, entre quarante & trente lieues de cette île.

Je ne peux le déterminer avec plus de préciſion, cependant à en juger par la quantité de braſſes, il n'y a pas d'apparence qu'à cette heure j'euſſe entamé le fond de plus de quatre ou cinq lieues.

Les neuf ſondes intermédiaires qu'on a eues pendant cet intervalle, ont toutes diminué inſenſiblement juſqu'à ſoixante-cinq braſſes que donna la ſonde à la vue du feu qui reſtoit alors à l'eſt ſud-eſt, 3 degrés eſt: le fond étoit de gros ſable roux, taches noires, coquilles pourries, pailles d'orge, & beaucoup de pointes d'alènes.

La

La route étoit dirigée par les hauteurs méridiennes du Soleil, obſervées comme je l'ai déjà dit, preſque tous les jours; ſon eſtime depuis le départ d'Ortegal ne s'eſt guère écartée de la réalité : ſelon la première, je devois être à ſix lieues de terre dans le moment auquel la voyant je n'en étois qu'à deux lieues; cette médiocre erreur ceſſera d'en être une ſi l'on fait attention aux circonſtances qui rendent la Navigation ſi incertaine & qui exigent tant de précautions.



MÉMOIRE SUR LES ÉLÉMENS DE LA VARIATION DE L'INCLINAISON ET DE LA LIBRATION DES NŒUDS DU SECOND SATELLITE DE JUPITER.

Par M. MARALDI.

LORSQUE j'ai communiqué à l'Académie les élémens de la variation de l'inclinaison & de la libration des nœuds du second satellite de Jupiter, je ne suis entré dans aucun détail, parce que l'Académie ayant proposé en 1764, pour sujet du Prix de 1766, de déterminer quelles devoient être les inégalités des satellites de Jupiter, dans le système de la gravitation universelle, & sachant que M. Bailly, qui travailloit sur la même matière, devoit donner son ouvrage au Public au commencement de 1766, il me suffisoit qu'on sût que j'avois découvert par l'examen des observations, la libration des nœuds, & que j'avois déterminé à peu près la plus grande & la plus petite inclinaison qui m'avoient appris que la période de ces variations s'accomplit en trente ans.

Je présente aujourd'hui toutes les observations du second Satellite, qui sont parvenues à ma connoissance (il y en a plus de mille), je les ai comparées aux Tables de son mouvement, fondées sur la théorie de la gravitation, & construites suivant les formules que M. Bailly a données dans un Mémoire qu'il a lû à l'Académie en 1766, après l'impression de son Ouvrage; j'en ai conclu la demi-durée d'un grand nombre d'éclipses, dont une partie m'a servi à corriger les élémens que j'avois trouvés en 1765; on jugera par les autres de la bonté ou de l'insuffisance de ces élémens.

J'ai déterminé la plus grande demi-durée des Éclipses dans les nœuds par les observations des années 1688, 1689, 1707, 1712, 1718, 1724, 1730, 1736, 1742, 1748, 1754, 1760 & 1766; je l'ai trouvé par un milieu de $1^h\ 25'\ 47''$:

je la suppose de $1^h\ 25'\ 45''$; cette demi-durée est la *moyenne*, c'est-à-dire celle qui provient de différentes déterminations, dont chacune a été corrigée par l'équation des demi-durées que j'ai calculée par la formule de M. Bailly.

J'ai conclu la plus petite inclinaison de l'orbite du second Satellite à l'égard de l'orbite de Jupiter, de la demi-durée des Éclipses des années 1673, 1702, 1703, 1732, 1733, 1762, 1763; le milieu entre quatorze déterminations, est de $2^d\ 47'\ 56''$ ou bien $2^d\ 48'\ 53''$, suivant que j'ai employé dans le calcul la demi-durée des Éclipses *vraie* ou la *moyenne;* je la suppose de $2^d\ 48'\ 0''$ pour le commencement des années 1672, 1702, 1732 & 1762.

J'appelle ici demi-durée *vraie* celle qu'on déduit immédiatement de l'observation, & demi-durée *moyenne* celle qui a été corrigée de l'équation que donne la théorie, laquelle demi-durée est celle qui auroit lieu, si le Satellite étoit toujours à la même distance de Jupiter, & si son mouvement n'étoit pas troublé par l'action des Satellites voisins; j'ai voulu connoître si les inclinaisons différoient beaucoup en partant de ces suppositions.

La plus grande inclinaison a été déterminée par les observations des années 1685, 1686, 1715, 1716, 1745 & 1746; je l'ai trouvé par un milieu de $3^d\ 44'\ 43''$ ou $3^d\ 44'\ 40''$ suivant que j'ai fait entrer dans le calcul la demi-durée vraie ou la moyenne; mais dans ces années l'inclinaison n'étoit pas encore la plus grande, elle ne devoit l'être, suivant mon hypothèse, qu'un ou deux ans après; mais alors Jupiter s'étant trouvé trop près des nœuds, il n'étoit pas sûr de déterminer l'inclinaison par la demi-durée des Éclipses; c'est pourquoi je pense qu'on peut la supposer de $3^d\ 48'\ 0''$ pour le commencement des années 1687, 1717, 1747; par cette supposition, la différence de la plus petite inclinaison du second Satellite à la plus grande, est d'un degré, & l'inclinaison de l'orbite du premier Satellite sur laquelle se fait le mouvement des nœuds du second Satellite dans le systême de M. Bailly surpasse autant la plus petite inclinaison du second Satellite, que la plus grande inclinaison de celui-ci surpasse l'inclinaison du premier, que je suppose constamment de $3^d\ 18'$

comme M. Wargentin, de ſorte que l'inclinaiſon mutuelle des orbites de deux Satellites eſt de 30 minutes conſtante, ce qui rend le calcul de la variation annuelle de l'inclinaiſon, & de la libration des nœuds plus ſimple & plus facile; on en trouvera le réſultat dans la première Table.

Voyez les deux Tables, page 304.

À l'égard du lieu moyen du nœud aſcendant où eſt le centre de la libration, je le ſuppoſe comme M. Bailly, de $10^s\ 13^d\ 52'$; & par le moyen de la première Table j'ai dreſſé la ſeconde par laquelle on peut trouver le lieu du nœud aſcendant & l'inclinaiſon pour une année & un jour quelconques.

Ces élémens repréſentent la demi-durée des Éclipſes, conclue des obſervations avec une préciſion dont je n'oſois me flatter, & dont je ſuis ſurpris lorſque je conſidère que nous n'avons encore que neuf Éclipſes dont la durée ait été déterminée par les obſervations immédiates de l'immerſion & de l'émerſion, & que la durée des autres Éclipſes eſt fondée ſur la connoiſſance plus ou moins parfaite que nous pouvons avoir du mouvement du Satellite, parce qu'elle a été déterminée par le temps écoulé entre l'immerſion obſervée pluſieurs jours avant l'oppoſition de Jupiter au Soleil, & l'émerſion obſervée pluſieurs jours après l'oppoſition, comparée au temps qui, ſuivant les Tables, a dû s'écouler entre les deux conjonctions écliptiques, ou pour parler plus exactement, entre les milieux des deux Éclipſes relatives à ces deux obſervations.

M. Wargentin penſe que cette méthode eſt plus ſûre : voici ce qu'il dit dans une lettre écrite à M. Bailly, le 30 Septembre 1766, « il eſt extrêmement rare (ce ſont ſes paroles) de » pouvoir obſerver immédiatement la durée d'une Éclipſe du ſecond » Satellite, quand l'inclinaiſon de ſon orbite eſt la plus petite, & » lorſque l'occaſion s'en préſente, il eſt plus rare encore que l'im- » merſion & l'émerſion ſoient également bonnes, parce que l'une » des deux ſe fait toujours fort près du bord de Jupiter; c'eſt » pourquoi il eſt plus ſûr de s'attacher à la ſuite des immerſions » & des émerſions de la même année, quoique diſtantes d'un ou deux mois entr'elles ». La propoſition de M. Wargentin me paroît trop générale: je voudrois, 1.° que les obſervations fuſſent faites par le même Aſtronome, avec la même lunette, ou du moins

dans le même lieu, par des Obſervateurs exercés, & munis de lunettes d'égale force & d'égale bonté : 2.° que les deux obſervations, ou pour mieux dire chaque paire d'obſervations ; ſavoir, l'immerſion & l'émerſion, deſquelles on conclut avec le ſecours des Tables la demi-durée, fuſſent également éloignées de l'oppoſition de Jupiter au Soleil : 3.° qu'elles en fuſſent éloignées de quinze jours, & qu'elles n'en fuſſent pas éloignées de plus de trente-cinq jours : 4.° qu'on fût aſſuré de leur exactitude, tant par les circonſtances dont elles ſeroient accompagnées, que par le calcul des obſervations voiſines, qui devroit donner la même erreur des Tables, ou à peu près, ſi les obſervations étoient exactes, d'où il s'enſuit : 5.° qu'on ne devroit pas employer une obſervation iſolée, c'eſt-à-dire, qui ne fût précédée ou ſuivie de quelqu'autre, à moins qu'elle n'eût été faite par un Obſervateur célèbre, & marquée excellente. Je ne me ſuis pas aſſujetti à toutes ces conditions, parce que j'ai voulu avoir la durée des Éclipſes pendant une longue ſuite d'années, & la moins interrompue qu'il a été poſſible, pour éprouver mes nouveaux élémens : j'ai obſervé cependant de ne conclure la durée d'une Éclipſe que de l'immerſion & de l'émerſion, obſervée dans le même endroit, & j'ai fait une légère critique des obſervations, critique qui auroit été plus ſévère ſi le nombre des obſervations permettoit d'être difficile dans le choix ; mais alors il y auroit beaucoup d'années où l'on ne pourroit rien déterminer.

La demi-durée des Éclipſes que j'ai conclue des obſervations, s'accorde au calcul fait ſur les Élémens avec tant de préciſion, que de cent vingt-ſept Éclipſes, il n'y en a que quatorze dont la demi-durée s'écarte du calcul de plus d'une minute, & que la plus grande différence eſt de 1′ 43″, ſi on en excepte l'Éclipſe du 11 Janvier 1668, que j'avois déjà abandonnée. Il eſt vrai que le nombre de cent vingt-ſept doit être réduit à ſoixante-quinze, parce que, ſi, ſuivant ma ſeconde condition, les obſervations de l'immerſion & de l'émerſion étoient également éloignées de l'oppoſition de Jupiter au Soleil ; le milieu de l'intervalle du temps écoulé entre les deux obſervations, auquel je rapporte la demi-durée, tomberoit au jour même de l'oppoſition, & chaque paire d'obſervations donneroit la demi-durée de la même Éclipſe ; ainſi

on ne doit compter que pour une toutes les déterminations d'une année, excepté les années où la demi-durée a été déterminée de deux manières différentes; ſavoir, par les obſervations immédiates de deux phaſes de l'Éclipſe, & par les obſervations faites avant & après l'oppoſition de Jupiter au Soleil; mais alors le nombre de celles qui s'écartent de plus d'une minute, devient moindre, parce que, en prenant un milieu entre toutes les déterminations d'une année, la différence diminue, ce qui arrive, par exemple, en 1702, 1718, 1720, 1721, 1739, 1740 & 1756; de ſorte qu'il ne reſte plus que ſept Éclipſes, dont la demi-durée s'écarte du calcul de plus d'une minute, ce qui fait la dixième partie: la demi-durée de l'Éclipſe du 9 Janvier 1751, eſt de ce nombre; elle eſt exempte de tout ſoupçon, parce qu'elle eſt moindre que celle qui réſulte du calcul; elle a été conclue immédiatement de l'immerſion & de l'émerſion obſervées par M. Wargentin, & je vois avec peine que s'il ne s'eſt point gliſſé quelqu'erreur en copiant ces obſervations, ou en les réduiſant au temps vrai, il faut rejeter quatre autres demi-durées des années 1750 & 1751, qui s'accordent parfaitement au calcul, & chercher de nouveaux élémens; je penſe qu'il faut conſulter auparavant M. Wargentin, & en attendant ſon avis je donne dans la troiſième table la demi-durée des Éclipſes, conclue des obſervations, & comparée à la demi-durée calculée; cette table eſt partagée en cinq colonnes; on voit dans la première, l'année, le mois & le jour auquel ſe rapporte la demi-durée obſervée qui eſt dans la ſeconde colonne; la troiſième contient la demi-durée calculée, dont on voit la différence dans la quatrième; enfin j'indique dans la cinquième le jour de l'immerſion & l'émerſion, qui ont ſervi à déterminer la demi-durée qui eſt dans la ſeconde colonne, parce que je penſe que pour avoir la demi-durée calculée qui lui répond, il faut calculer la demi-durée des Éclipſes pour les deux jours des obſervations, corriger chacune de l'équation des demi-durées, & prendre la moitié de la ſomme de ces demi-durées ainſi corrigées, qui eſt la demi-durée vraie calculée, que j'ai miſe dans la troiſième colonne, & qui répond à la demi-durée obſervée: ſi je m'étois contenté de calculer & de corriger

la demi-durée des Éclipſes pour le jour qui répond au milieu de l'intervalle de temps écoulé entre les deux obſervations, non-ſeulement la demi-durée moyenne, & l'équation que j'aurois trouvées n'auroient pas été exactes; mais ſouvent cette équation auroit eu un ſigne contraire, & cela doit être; 1.° parce que l'accroiſſement ou la diminution des demi-durées relatives à la diſtance au nœud, n'a pas une marche uniforme; 2.° parce que l'équation qui dépend de l'action des Satellites voiſins, ayant une période différente, peut ſouvent changer de ſigne dans cet intervalle, & doit toujours différer ſenſiblement à ces différentes époques, ſans compter que le milieu de l'intervalle répond ſouvent à une conjonction inférieure, & qu'il ſeroit abſurde de calculer un phénomène qui n'a pu arriver; ce qui a lieu toutes les fois que le nombre des révolutions du Satellite, entre l'immerſion & l'émerſion, eſt un nombre impair.

Après cette Table on trouve le Catalogue des Obſervations du ſecond Satellite; je n'ai rien épargné pour le rendre exact & complet. M. Wargentin n'a pas eu les mêmes ſecours que moi, cependant je ſuis perſuadé qu'il m'a encore échappé beaucoup d'Obſervations. Quelques perquiſitions que j'aie faites, je n'ai trouvé qu'une ſeule Obſervation de M. Caſſini avant l'année 1668, dans laquelle il a publié ſes premières Tables. Si on ne trouve pas dans ce Catalogue les Obſervations que Hodierna a faites en Sicile depuis 1652 juſqu'en 1656, & qu'il a publiées dans un livre qui a pour titre *Mediceorum Ephemerides, auctore Jo. Baptiſta Hodierna*, &c. imprimé à Palerme en 1656, ce n'eſt pas que je ne connoiſſe ce livre; il étoit dans la Bibliothèque de M. Caſſini, & j'en avois extrait toutes les Obſervations qu'il contient, mais je crains qu'il ne ſe ſoit gliſſé quelque faute dans ma copie, parce que j'ai trouvé des différences conſidérables entre ces Obſervations & les meilleures Tables; comme je n'ai pas pu les vérifier, ne ſachant pas dans quelles mains a paſſé ce livre, je n'ai pas oſé les inſérer dans ce Catalogue; j'ai mis à côté des Obſervations le nom de l'Obſervateur, la longueur de la lunette dont il s'eſt ſervi, & les circonſtances dont je les ai trouvé accompagnées; les noms de pluſieurs villes ſont en abrégé, mais on peut y ſuppléer aiſément.

I. *TABLE de la libration & de l'inclinaiſon au commencement de chaque année de la Période.*

Années de la Période	Libration. D. M. S.	Inclinais. D. M. S.
0	−0. 0. 0	3. 48. 0
1	−1. 34. 23	3. 47. 26
2	−3. 6. 3	3. 45. 43
3	−4. 32. 22	3. 42. 58
4	−5. 50. 29	3. 39. 12
5	−6. 57. 32	3. 34. 33
6	−7. 50. 34	3. 29. 13
7	−8. 26. 33	3. 23. 20
8	−8. 42. 35	3. 17. 8
9	−8. 36. 3	3. 10. 52
10	−8. 5. 3	3. 4. 50
11	−7. 8. 42	2. 59. 19
12	−5. 47. 53	2. 54. 37
13	−4. 5. 34	2. 51. 1
14	−2. 7. 10	2. 48. 46
15	−0. 0. 0	2. 48. 0
16	+2. 7. 10	2. 48. 46
17	+4. 5. 34	2. 51. 1
18	+5. 47. 53	2. 54. 37
19	+7. 8. 42	2. 59. 19
20	+8. 5. 3	3. 4. 50
21	+8. 36. 3	3. 10. 52
22	+8. 42. 35	3. 17. 8
23	+8. 26. 33	3. 23. 20
24	+7. 50. 34	3. 29. 13
25	+6. 57. 32	3. 34. 33
26	+5. 50. 29	3. 39. 12
27	+4. 32. 22	3. 42. 58
28	+3. 6. 3	3. 45. 43
29	+1. 34. 23	3. 47. 26
30	+0. 0. 0	3. 48. 0

II. *TABLE du lieu du Nœud aſcendant & de l'inclinaiſon au commencement des années qui ſont dans les quatre premières colonnes, & qu'on peut continuer.*

Années	Années	Années	Années	Lieu du Nœud aſcendant. S. D. M.	Inclinais. D. M. S.
1657	1687	1717	1747	10. 13. 52	3. 48. 0
1658	1688	1718	1748	10. 12. 18	3. 47. 26
1659	1689	1719	1749	10. 10. 46	3. 45. 43
1660	1690	1720	1750	10. 9. 20	3. 42. 58
1661	1691	1721	1751	10. 8. 2	3. 39. 12
1662	1692	1722	1752	10. 6. 54	3. 34. 33
1663	1693	1723	1753	10. 6. 1	3. 29. 13
1664	1694	1724	1754	10. 5. 25	3. 23. 20
1665	1695	1725	1755	10. 5. 9	3. 17. 8
1666	1696	1726	1756	10. 5. 16	3. 10. 52
1667	1697	1727	1757	10. 5. 47	3. 4. 50
1668	1698	1728	1758	10. 6. 43	2. 59. 19
1669	1699	1729	1759	10. 8. 4	2. 54. 37
1670	1700	1730	1760	10. 9. 46	2. 51. 1
1671	1701	1731	1761	10. 11. 15	2. 48. 46
1672	1702	1732	1762	10. 13. 52	2. 48. 0
1673	1703	1733	1763	10. 15. 59	2. 48. 46
1674	1704	1734	1764	10. 17. 58	2. 51. 1
1675	1705	1735	1765	10. 19. 40	2. 54. 37
1676	1706	1736	1766	10. 21. 1	2. 59. 19
1677	1707	1737	1767	10. 20. 57	3. 4. 50
1678	1708	1738	1768	10. 22. 28	3. 10. 52
1679	1709	1739	1769	10. 22. 35	3. 17. 8
1680	1710	1740	1770	10. 22. 19	3. 23. 20
1681	1711	1741	1771	10. 21. 43	3. 29. 13
1682	1712	1742	1772	10. 20. 50	3. 34. 33
1683	1713	1743	1773	10. 19. 42	3. 39. 12
1684	1714	1744	1774	10. 18. 24	3. 42. 58
1685	1715	1745	1775	10. 16. 58	3. 45. 43
1686	1716	1746	1776	10. 15. 26	3. 47. 26
1687	1717	1747	1777	10. 13. 52	3. 48. 0

III. *TABLE de la demi-durée des Éclipses du second satellite de JUPITER, conclue des Observations, & comparée à celle qui a été calculée, en supposant :*

1.° La plus grande demi-durée dans les Nœuds, de $1^h\ 25'\ 45''$.

2.° La plus petite inclinaison de $2^d\ 48'\ 0''$, au commencement des années 1672, 1702, 1732, 1762.

3.° La plus grande inclinaison, de $3^d\ 48'\ 0''$, au commencement des années 1687, 1717, 1747.

4.° La période des variations, de trente ans.

5.° Le lieu moyen du Nœud où est le centre de la libration, de $10^s\ 13^d\ 52'$.

	DEMI-DURÉE DES ÉCLIPSES observée.	DEMI-DURÉE DES ÉCLIPSES calculée.	DIFFÉR.	
1668. 11 Janvier.	$1^h\ 19'\ 0''$	$1^h\ 15'\ 10''$	— $3'\ 50''$	I. & É. de la même Éclipse obs. à Bologne.
1673. 6 Avril...	1. 18. 21	1. 18. 40	+ 0. 19	I. 5 Mars.... É. 8 Mai à Paris.
1685. 7 Avril..	1. 13. 30	1. 11. 47	— 1. 43	I. 22 Mars.... É. 23 Avril à Greenw.
1685. 19 Avril..	1. 12. 45	1. 11. 25	— 1. 20	I. 22 Mars.... É. 18 Mai à Greenw.
1686. 14 Mai....	1. 7. 56	1. 6. 57	— 0. 59	I. 1 Mai..... É. 26 Mai à Paris.
1687. 12 Juin....	1. 14. 38	1. 14. 29	— 0. 9	I. 27 Mai..... É. 28 Juin.
1688. 23 Juillet...	1. 24. 34	1. 24. 50	+ 0. 16	I. 28 Juin.... É. 17 Août.
1689. 25 Août...	1. 24. 54	1. 24. 52	— 0. 2	I. 7 Août.... É. 12 Septembre.
1690. 20 Septemb	1. 15. 27	1. 14. 42	— 0. 45	I. 2 Septemb. É. 8 Octobre.
1690. 27 Septemb	1. 14. 24	1. 14. 23	— 0. 1	I. 2 Septemb. É. 22 Octobre.
1690. 29 Septemb	1. 15. 30	1. 14. 33	— 0. 57	I. 20 Septemb. É. 8 Octobre.
1690. 6 Octobre.	1. 14. 27	1. 14. 13	— 0. 14	I. 20 Septemb. É. 22 Octobre.
1691. 5 Novemb	1. 8. 51	1. 9. 14	+ 0. 23	I. 21 Septemb. É. 19 Décembre.
1691. 13 Novemb	1. 9. 38	1. 9. 21	— 0. 17	I. 9 Octobre. É. 19 Décembre.
1691. 17 Novemb	1. 10. 4	1. 9. 24	— 0. 40	I. 16 Octobre. É. 19 Décembre.
1696. 17 Mars...	1. 18. 31	1. 18. 31	— 0. 0	I. 17 Février.. É. 14 Avril.
1697. 11 Avril...	1. 15. 10	1. 14. 25	— 0. 45	I. 14 Mars.... É. 10 Mai.
1697. 15 Avril...	1. 15. 10	1. 14. 22	— 0. 48	I. 14 Mars.... É. 17 Mai.
1697. 15 Avril...	1. 15. 13	1. 14. 21	— 0. 52	I. 21 Mars.... É. 10 Mai.
1697. 19 Avril...	1. 15. 13	1. 14. 19	— 0. 54	I. 21 Mars.... É. 17 Mai.
1698. 25 Avril...	1. 15. 43	1. 15. 41	— 0. 2	I. 15 Mars.... É. 5 Juin.
1698. 28 Avril...	1. 15. 47	1. 15. 41	— 0. 6	I. 15 Mars.... É. 12 Juin.
1698. 11 Mai...	1. 15. 51	1. 15. 55	+ 0. 4	I. 16 Avril.... É. 5 Juin.
1698. 14 Mai...	1. 15. 55	1. 15. 55	0. 0	I. 16 Avril.... É. 12 Juin.
1700. 30 Juin...	1. 26. 54	1. 25. 47	— 1. 7	I. 20 Mai..... É. 10 Août.
1702. 26 Septemb	1. 19. 20	1. 20. 1	+ 0. 41	I. 19 Août.... É. 2 Nov. à Rome.
1702. 26 Septemb	1. 18. 56	1. 20. 1	+ 1. 5	I. 19 Août... É. 2 Nov. à Bologne.
1702. 8 Octobre	1. 19. 10	1. 19. 57	+ 0. 47	I. 13 Septemb. É. 2 Nov. à Bologne.
1703. 5 Novemb	1. 16. 11	1. 15. 54	— 0. 17	I. 23 Octobre. É. 17 Nov. à Paris.
1703. 10 Novemb	1. 16. 7	1. 15. 57	— 0. 10	I. 23 Octobre. É. 28 Novembre.
1703. 10 Novemb	1. 16. 11	1. 15. 57	— 0. 14	I. 3 Novemb.. É. 17 Novembre.
1703. 15 Novemb	1. 16. 7	1. 15. 59	— 0. 8	I. 3 Novemb.. É. 28 Novembre.

	DEMI-DURÉE DES ÉCLIPSES observée.	DEMI-DURÉE DES ÉCLIPSES calculée.	DIFFÉR.	
1707. 18 Février.	1h 25′ 41″	1h 24′ 55″	— 0′ 46″	I. 26 Janvier.. É. 31 Mars.
1708. 18 Mars...	1. 20. 44	1. 21. 12	+ 0. 28	I. 10 Février.. É. 25 Avril.
1710. 1 Juin...	1. 10. 48	1. 10. 39	— 0. 9	I. 4 Mai.... É. 30 Juin.
1711. 17 Juillet..	1. 17. 12	1. 16. 41	— 0. 31	I. 6 Juin.... É. 27 Août.
1712. 21 Juillet..	1. 25. 3	1. 24. 43	— 0. 20	I. 8 Juillet... É. 2 Août.
1713. 1 Septemb	1. 25. 11	1. 24. 46	— 0. 25	I. 10 Août.... É. 22 Septembre.
1714. 5 Octobre.	1. 13. 10	1. 13. 37	+ 0. 27	I. 29 Août.... É. 12 Novembre.
1714. 9 Octobre.	1. 13. 18	1. 13. 31	+ 0. 13	I. 29 Août... É. 19 Novembre.
1714. 18 Octobre.	1. 13. 24	1. 13. 21	— 0. 3	I. 23 Septemb. É. 12 Novembre.
1714. 21 Octobre.	1. 13. 42	1. 13. 14	— 0. 28	I. 23 Septemb. É. 19 Novembre.
1715. 23 Août...	1. 7. 48	1. 6. 53	— 0. 55	Immerſ. & Émerſ. de la même Eclipſe *.
1715. 17 Septemb	1. 7. 10	1. 6. 40	— 0. 30	Immerſ. & Emerſ. de la même Eclipſe.
1715. 16 Novemb	1. 7. 9	1. 7. 24	+ 0. 15	I. 19 Octobre.. É. 15 Décembre.
1716. 20 Février.	1. 9. 21	1. 8. 46	— 0. 35	I. 17 Févr. à Marſeille É. 24 Fév. à Paris.
1716. 1 Décemb	1. 14. 51	1. 15. 19	+ 0. 28	I. 2 Novemb. É. 29 Déc. à Marſeille.
1716. 10 Décemb	1. 15. 44	1. 15. 43	— 0. 1	I. 20 Novemb. É. 29 Déc. à Marſeille.
1716. 13 Décemb	1. 15. 10	1. 15. 49	+ 0. 39	I. 2 Novemb. É. 23 Janv. 1717 à Marſ.
1716. 22 Décemb	1. 16. 3	1. 16. 13	+ 0. 10	I. 20 Novemb. É. 23 Janv. 1717 à Marſ.
1718. 8 Janvier.	1. 25. 17	1. 24. 16	— 1. 1	I. 16 Déc. 1717. É. 31 Janv. 1718 à Paris.
1718. 12 Janvier.	1. 24. 58	1. 24. 20	— 0. 38	I. 23 Déc. 1717. É. 31 Janv. 1718.
1718. 17 Janvier.	1. 24. 38	1. 24. 28	— 0. 10	I. 16 Déc. 1717. É. 18 Févr. 1718.
1718. 30 Janvier.	1. 24. 19	1. 24. 31	+ 0. 12	I. 23 Déc. 1717. É. 18 Févr. 1718.
1719. 23 Février.	1. 24. 1	1. 23. 0	— 1. 1	I. 1 Février.. É. 16 Mars à Vanſted.
1720. 18 Mars...	1. 15. 5	1. 14. 41	— 0. 24	I. 27 Février.. É. 6 Avr. à S.t Come au Paraguais.
1720. 25 Mars...	1. 15. 10	1. 14. 32	— 0. 38	I. 12 Mars... É. 6 Avril *ibidem.*
1720. 30 Mars...	1. 15. 20	1. 14. 14	— 1. 6	I. 27 Février.. É. 1 Mai *ibidem.*
1720. 6 Avril...	1. 15. 22	1. 14. 6	— 1. 11	I. 12 Mars... É. 1 Mai *ibidem.*
1721. 4 Avril...	1. 8. 59	1. 8. 38	— 0. 21	I. 6 Mars... É. 2 Mai *ibidem.*
1721. 16 Avril...	1. 9. 16	1. 8. 26	— 0. 50	I. 31 Mars... É. 2 Mai *ibidem.*
1721. 20 Avril...	1. 9. 21	1. 8. 32	— 0. 49	I. 6 Mars... É. 3 Juin *ibidem.*
1721. 2 Mai..	1. 9. 38	1. 8. 20	— 1. 18	I. 31 Mars... É. 3 Juin *ibidem.*
1722. 21 Mai...	1. 12. 41	1. 12. 38	— 0. 3	I. 26 Avril... É. 15 Juin *ibid. S.t-Com*
1723. 23 Juin...	1. 22. 3	1. 21. 59	— 0. 4	I. 29 Mai.... É. 18 Juillet à Ingolſtat
1724. 3 Août...	1. 25. 52	1. 26. 18	+ 0. 26	I. 30 Juin.... É. 6 Sept. à Paris.
1725. 5 Septemb	1. 22. 13	1. 21. 28	— 0. 45	I. 26 Juillet... É. 16 Octobre.
1726. 10 Octobre.	1. 14. 47	1. 15. 35	+ 0. 48	I. 8 Septemb. É. 11 Novembre.
1727. 9 Septemb	1. 15. 12	1. 14. 46	— 0. 26	Immerſ. & Émerſion de la même Éclipſe.
1727. 14 Novemb	1. 15. 20	1. 15. 52	+ 0. 32	I. 4 Octobre. É. 25 Décembre.
1727. 17 Novemb	1. 16. 26	1. 16. 21	— 0. 5	I. 5 Novemb. É. 30 Déc. à Bologne.
1728. 23 Décemb	1. 22. 1	1. 22. 14	+ 0. 13	I. 19 Novemb. É. 26 Janv. 1729 à Paris
1730. 21 Janvier.	1. 25. 55	1. 25. 21	— 0. 34	I. 15 Déc. 1729. É. 28 Févr. 1730.
1730. 23 Janvier.	1. 25. 0	1. 25. 22	+ 0. 22	I. 26 Déc. 1729. É. 21 Févr. 1730.
1731. 27 Février.	1. 23. 25	1. 23. 41	+ 0. 6	I. 24 Janvier.. É. 2 Avril.
1732. 24 Mars...	1. 19. 34	1. 19. 14	— 0. 24	I. 15 Mars... É. 2 Avril.
1733. 1 Avril...	1. 16. 40	1. 16. 1	— 0. 39	I. 19 Février.. É. 12 Mai.
1733. 6 Avril...	1. 16. 45	1. 15. 54	— 0. 51	I. 9 Mars... É. 5 Mai à Péterſbourg
1734. 22 Mai...	1. 16. 23	1. 16. 13	— 0. 10	I. 11 Avril... É. 2 Juil. à Bologne.

* L'Émerſion a été marquée trop tard ; le Satellite étoit ſorti de l'ombre.

	DEMI-DURÉE DES ÉCLIPSES		DIFFÉR.	
	observée.	calculée.		
1735. 6 Juillet..	1h 21′ 18″	1h 21′ 15″	— 0′ 3″	I. 8 Juin.... É. 4 Août à Paris.
1736. 4 Août...	1. 27. 1	1. 26. 2	— 0. 59	I. 10 Juillet... É. 29 Août à Pétersb.
1736. 6 Août...	1. 26. 13	1. 26. 10	— 0. 3	I. 24 Juillet... É. 18 Août à Quitto.
1738. 18 Octobre.	1. 16. 19	1. 15. 56	— 0. 23	I. 9 Octobre. É. 27 Octob. à Thury.
1739. 24 Novemb	1. 12. 37	1. 12. 6	— 0. 31	I. 14 Oct. 1739 É. 4 Janv. 1740 à Pék.
1739. 24 Novemb	1. 12. 48	1. 12. 5	— 0. 43	I. 8 Novemb. É. 10 Décemb. à Pékin.
1739. 24 Novemb	1. 13. 18	1. 12. 4	— 1. 14	I. 15 Novemb. É. 3 Décemb. à Pékin.
1740. 26 Février..	1. 13. 38	1. 12. 50	— 0. 48	Im. & Ém. de la même Éclipse. Cassini.
1740. 26 Février..	1. 13. 45	1. 12. 50	— 0. 55	Im. & Ém. de la même Eclipse. Maraldi.
1740. 26 Décemb.	1. 17. 41	1. 18. 18	+ 0. 37	I. 15 Nov. É. 5 Févr. 1741 à Chandern.
1740. 26 Décemb.	1. 19. 18	1. 18. 19	— 0. 59	I. 3 Déc. É. 18 Janv. 1741 à Pékin.
1740. 26 Décemb.	1. 19. 47	1. 18. 22	— 1. 25	I. 10 Déc. É. 11 Janv. 1741 à Pékin.
1742. 2 Février..	1. 24. 57	1. 24. 59	+ 0. 2	I. 8 Janvier.. É. 27 Fév. à Pétersb.
1743. 5 Mars...	1. 23. 30	1. 23. 18	— 0. 12	I. 27 Février.. É. 12 Avril à Pétersb.
1744. 3 Avril...	1. 15. 13	1. 14. 27	— 0. 46	I. 18 Mars.... É. 19 Avril à Pétersb.
1745. 27 Avril...	1. 7. 51	1. 6. 55	— 0. 56	I. 2 Avril.... É. 22 Mai à Paris.
1746. 30 Mai....	1. 10. 4	1. 10. 23	+ 0. 19	I. 5 Mai.... É. 24 Juin.
1748. 8 Août...	1. 25. 24	1. 25. 59	+ 0. 35	I. 2 Juillet... É. 15 Septembre.
1749. 19 Septemb	1. 17. 34	1. 18. 1	+ 0. 27	I. 22 Août... É. 18 Octobre à Upsal.
1749. 21 Septemb	1. 17. 44	1. 17. 45	+ 0. 1	I. 15 Août.... É. 29 Oct. à Chandern.
1750. 16 Août...	1. 9. 43	1. 9. 36	— 0. 7	I. 16 Août à Paris. É. 16 Août à Upsal.
1750. 19 Octobre.	1. 8. 33	1. 9. 12	+ 0. 38	I. 1 Octobre. É. 6 Nov. à Thury.
1750. 21 Octobre.	1. 9. 25	1. 9. 7	— 0. 18	I. 12 Octobre. É. 30 Octob. à Steok.
1750. 23 Octobre.	1. 9. 20	1. 9. 10	— 0. 10	I. 19 Octobre. É. 26 Octob. à Stock.
1751. 9 Janvier..	1. 7. 21	1. 8. 32	+ 1. 11	Im. & Ém. de la même Éclipse à Stock.
1751. 11 Septemb.	1. 11. 54	1. 11. 44	— 0. 10	Im. & Ém. de la même Éclipse à Stock.
1751. 7 Novemb	1. 13. 13	1. 13. 19	+ 0. 6	I. 6 Octobre. É. 9 Décemb à Stock.
1751. 19 Novemb	1. 12. 39	1. 13. 27	+ 0. 48	I. 13 Octobre. É. 29 Déc. à Torneå.
1754. 31 Janvier..	1. 25. 34	1. 25. 21	— 0. 13	I. 11 Janvier.. É. 19 Février à Paris.
1754. 3 Février..	1. 25. 47	1. 25. 29	— 0. 18	I. 18 Janvier.. É. 19 Février
1754. 5 Février..	1. 25. 30	1. 25. 23	— 0. 7	I. 11 Janvier.. É. 2 Mars
1754. 8 Février..	1. 25. 44	1. 25. 30	— 0. 14	I. 18 Janvier.. É. 2 Mars.
1755. 1 Mars...	1. 19. 12	1. 20. 23	+ 1. 11	I. 26 Janvier.. É. 4 Avril.
1756. 27 Mars...	1. 14. 46	1. 14. 18	— 0. 28	I. 28 Février.. É. 13 Mai.
1756. 29 Mars...	1. 15. 31	1. 14. 16	— 1. 15	I. 17 Mars... É. 11 Avril à Upsal.
1757. 2 Mai....	1. 14. 9	1. 13. 33	— 0. 36	I. 19 Avril... É. 14 Mai à Paris.
1757. 2 Mai....	1. 14. 7	1. 13. 31	— 0. 36	I. 26 Avril... É. 7 Mai.
1758. 31 Mai....	1. 18. 44	1. 18. 20	— 0. 24	I. 22 Mai.... É. 9 Juin.
1758. 31 Mai....	1. 19. 16	1. 18. 20	— 0. 56	I. 22 Mai.... É. 9 Juin à Vienne.
1760. 13 Août...	1. 25. 4	1. 25. 44	+ 0. 40	I. 19 Juillet... É. 7 Septemb. à Paris.
1761. 7 Septemb	1. 21. 17	1. 21. 31	+ 0. 14	I. 8 Septemb. É. 6 Octob. à Vienne.
1762. 29 Octobre.	1. 15. 57	1. 16. 52	+ 0. 55	I. 27 Septemb. É. 30 Nov. à Vienne.
1763. 3 Septemb	1. 17. 1	1. 16. 29	— 0. 32	Im. & Ém. de la même Éclipse. Maraldi.
1763. 3 Septemb	1. 16. 43	1. 16. 29	— 0. 14	Im. & Ém. de la même Éclipse. Messier.
1763. 4 Decemb	1. 17. 19	1. 17. 38	+ 0. 19	I. 6 Nov. 1763. É. 2 Janv. 1764 Stock.
1765. 2 Janvier..	1. 23. 53	1. 22. 59	— 0. 54	I. 15 Déc. 1764. É. 6 Janv. 1765 Stock.
1766. 8 Février.	1. 25. 59	1. 25. 49	— 0. 10	I. 10 Janvier.. É. 8 Mars à Paris.
1767. 6 Mars...	1. 23. 9	1. 23. 9	0. 0	I. 19 Février.. É. 20 Mars à Paris.

OBSERVATIONS du second Satellite de Jupiter.

1655.

			H.	M.	S.	
Londres.	27	Sept.	11.	40.	0	I. par Rook.

1662.

Londres.	22	Avril	11.	12.	0	I. *idem.*
	17	Mai	10.	50.	0	É. *idem.*
	18	Juin.	10.	25.	0	É. *idem.*

1667.

Bologne.	7	Oct.	9.	7.	20	I. Cassini.

1668.

Bologne.	11	Janv.	8.	8.	0	I. *idem.*
			10.	46.	0	E. *idem.*

1671.

Paris...	29	Mars.	7.	8.	0	É. Cassini.
Uranib.	18	Nov.	19.	7.	32	I. Picard. lun. 14 p.
Copenh.	13	Déc.	16.	1.	50	I. le ciel n'est pas net.

1672 ☍ ♃ ☉ le 2 Mars.

Copenh.	22	Févr.	17.	24.	18	I. Picard.
Paris...	11	Mars	13.	59.	39	É.
	18		16.	35.	30	É.
Copenh.	29		9.	11.	12	É. Picard.
Paris...	5	Avril	11.	6.	0	É. *douteuse.*
Copenh.	5		11.	47.	42	É. Picard.
	30		8.	52.	24	É. *idem.*
Paris...	8	Juin	10.	20.	0	É.

1673 ☍ ♃ ☉ le 2 Avril.

Paris...	15	Fév.	15.	21.	55	I. Picard. lun. 14 pi. près la porte Montmartre.
	5	Mars.	9.	53.	18	I. *idem.*
	5		9.	53.	6	I. Cassini. *optima.*
	8	Mai.	11.	58.	38	É. Cassini.
	8		11.	58.	55	É. Picard.
	9	Juin	11.	30.	53	E. Picard.
	4	Juillet	8.	27.	2	É. Cassini. *gr. jour.*

1674 ☍ ♃ ☉ le 3 Mai.

			H.	M.	S.	
Cette...	3	Juin	10.	13.	38	É. Picard. lun. 14 p.
Montp..	10		12.	48.	52	É. *idem. idem.*

1675 ☍ ♃ ☉ le 5 Juin.

Paris...	6	Juill.	11.	0.	16	É. Picard.
	1	Sept.	7.	58.	39	É. *idem.*

1676 ☍ ♃ ☉ le 8 Juillet.

Paris...	31	Juill.	9.	39.	40	É. Cassini.
	7	Août	12.	18.	0	É. Picard.
	1	Sept.	9.	37.	43	É. Cassini, il sortoit.
	3	Oct.	9.	42.	0	É. *idem.* il sortoit.

1677 ☍ ♃ ☉ le 14 Août.

Paris...	26	Août	8.	45.	36	É. Cassini.
	27	Sept.	8.	48.	43	É. *idem.*
	4	Oct.	11.	29.	15	É. *idem.*
	23	Nov.	6.	7.	45	É. *idem.*

1678 ☍ ♃ ☉ le 21 Sept.

Paris...	2	Août	11.	2.	20	I. Cassini.
	9		13.	36.	29	I. *idem.*
	23	Oct.	8.	8.	0	É. *idem.*
	30		10.	47.	6	É. *idem.*
	19	Déc.	5.	5.	44	E. *idem.*

1679 ☍ ♃ ☉ le 28 Oct.

Paris...	3	Août	13.	50.	24	I. Picard.
Brest...	11	Sept.	15.	42.	7	I. la Hire.
	29		10.	16.	47	I. Picard.
Paris...	29		10.	44.	30	I. Cassini.
	6	Oct.	13.	20.	42	I. *idem.*

1680.

Paris...	22	Févr.	6.	39.	5	É.
	22	Sept.	10.	42.	15	I.
	22		13.	11.	15	Il est sorti de l'ombre, & est entré à moitié sous le disque de ♃.

1680.

			H.	M.	S.	
Paris...	7	Nov.	15.	31.	43	I. dout. *nuages.*
	25		9.	54.	10	I.

1681.

Paris...	29	Août.	15.	42.	15	I.
	25	Oct.	12.	29.	50	I. lun. 18 pieds.
	25		12.	30.	0	I. lun. 21 pieds.
Rouen..	25		12.	23.	38	I. des Hayes. l. 18 p.
Paris...	21	Déc.	8.	43.	40	I. lun. 18 pieds.
	21		8.	43.	49	I. lun. 21 pieds.
Green..	21		8.	33.	15	I. Flamsteed.

1682 ☍ ♃ ☉ le 4 Janvier.

Paris...	23	Fév.	10.	26.	16	É.
	27	Mars	10.	20.	50	É.
	30	Mai.	10.	5.	56	É.
Green..	1	Oct.	16.	52.	28	I. Flamsteed.
Paris...	2	Nov.	16.	43.	55	I.

1683 ☍ ♃ ☉ le 5 Février.

Paris...	30	Janv.	12.	15.	15	I.
	22	Avr.	8.	59.	42	É. Cassini.
	22		8.	59.	55	É. la Hire.
Green..	28	Nov.	14.	49.	20	I.
	30	Déc.	14.	9.	50	I. vapeurs.

1684 ☍ ♃ ☉ le 6 Mars.

Green..	6	Janv.	16.	40.	50	I. bonne observation.
	13		19.	13.	0	I.
Paris...	24		11.	11.	8	I.
	21	Mars	10.	30.	43	*dout.*
	25	Juin.	9.	26.	0	É. la Hire.
	28	Nov.	16.	14.	50	I. *id.* ♃ à 13^d de l'hor.

1685 ☍ ♃ ☉ le 6 Avril.

Paris...	25	Fév.	12.	3.	10	I.
Green..	25		11.	52.	42	I.
Paris...	4	Mars	14.	39.	30	I.
Green..	22		9.	1.	30	I.
Paris...	29		11.	46.	50	I.

1685 ♃ ☍ ☉ le 6 Avril.

			H.	M.	S.	
Green..	23	Avr.	11.	11.	30	É.
	18	Mai.	8.	14.	30	É.
Paris...	26	Juin.	10.	24.	40	É.

1686 ☍ ♃ ☉ le 7 Mai.

Paris...	1	Fév.	16.	3.	45	I. la Hire.
	1	Mai.	12.	46.	0	I. le vent agite la lun.
	26		12.	7.	30	É.
Green..	20	Juin.	8.	57.	12	É.
Paris...	27		11.	40.	18	É. lun. 18 pieds.
	27		11.	40.	0	É. lun. 34 pieds.

1687 ☍ ♃ ☉ le 9 Juin.

Paris...	27	Mai.	10.	56.	30	I.
	28	Juin.	13.	5.	28	É.
Green..	28		12.	57.	2	É.

1688 ☍ ♃ ☉ le 13 Juillet.

Paris...	28	Juin.	11.	50.	26	I.
	17	Août	9.	5.	13	É.
Green..	17		8.	54.	22	É.
Paris...	24		11.	45.	20	É. lun. 34 pieds.
	13	Oct.	6.	22.	0	É. à peu près.
Green..	13		6.	14.	56	É. lun. 27 pieds.
	14	Nov.	6.	1.	27	É. *idem.*

1689 ☍ ♃ ☉ le 19 Août.

Paris...	7	Août.	16.	4.	45	I.
	12	Sept.	8.	13.	58	É.
Green..	12		8.	4.	12	É.
Paris...	19		10.	54.	3	É.
Hoaingan. *Chine.*	26	Nov.	7.	52.	45	É. P. Noël. Lunette 16 pieds.
Paris...	10	Déc.	5.	14.	36	É. lunette 20 pieds.
	17		7.	49.	41	É.

1690 ☍ ♃ ☉ le 26 Sept.

Paris...	23	Juin.	13.	45.	54	I.
	19	Août	10.	27.	35	I. lunette 9 pieds.
	19		10.	27.	51	I. lunette 17 pieds.
	19		10.	28.	10	I. lunette 22 pieds.

1690.

			H.	M.	S.	
Paris...	19	Août	10.	28.	31	I. lunette 34 pieds.
	2	Sept.	15.	45.	17	I. lunette 22 pieds.
	2		15.	45.	43	I. lunette 34 pieds.
	20		10.	24.	28	I. lunette 20 pieds.
	20		10.	24.	53	I. lunette 34 pieds.
	8	Oct.	7.	33.	15	É.
	22		12.	52.	38	É. lunette 22 pieds.
	22		12.	52.	28	É. lunette 34 pieds.
Hoaing.	26		9.	58.	36	É.
Paris...	9	Nov.	7.	30.	8	É.
Hoaing.	27		9.	50.	23	É.
	22	Déc.	6.	56.	2	É. le ciel n'est pas beau

1691 ☍ ♃ ☉ le 1.er Nov.

Green..	12	Janv.	6.	46.	28	É.
	13	Fév.	6.	33.	26	É.
Paris...	13		6.	42.	8	É.
	21	Sept.	13.	0.	45	I.
	9	Oct.	7.	33.	45	I.
Green..	9		7.	23.	40	I.
Paris...	16		10.	10.	38	I.
	19	Déc.	11.	55.	15	É.
Green.	19		11.	47.	25	É. vap. lunette 16 p.

1692 ☍ ♃ ☉ le 6 Déc.

Green..	17	Mars	8.	45.	50	É.
	9	Oct.	9.	47.	10	I.

1693.

Paris...	21	Fév.	13.	26.	28	É. *dout.* ♃ dans les vap.
	18	Mars	10.	51.	30	É. *dout.*
Green..	18		10.	42.	2	É.
Paris...	12	Avril	8.	14.	46	É.
Green..	10	Oct.	11.	52.	29	I. vap. ♃ ondoyant.

1694 ☍ ♃ ☉ le 9 Janvier.

Paris...	14	Janv.	13.	2.	48	É.
	5	Mars.	7.	8.	47	É.
Green..	12		9.	40.	28	É.
Paris...	18	Oct.	16.	18.	14	I.

1694.

			H.	M.	S.	
Paris...	25	Oct.	18.	53.	30	Il n'est pas encore entré.
	25		18.	54.	30	Il est entré.
	26	Nov.	18.	22.	23	I.

1695 ☍ ♃ ☉ le 9 Février.

Paris...	22	Janv.	14.	25.	8	On le voit encore.
	22		14.	26.	0	On ne le voit plus.
	7	Avr.	8.	25.	26	É.
	14		11.	2.	44	É.
Rome..	9	Mai.	8.	50.	52	É. Cassini lun. 17 p.
Paris...	16		10.	47.	50	É.
	19	Oct.	17.	34.	24	I. *dout.*
Green..	19		17.	24.	6	I. lunette 27 pieds.

1696 ☍ ♃ ☉ le 11 Mars.

Paris...	16	Janv.	13.	24.	5	I.
Green..	23		15.	44.	12	I. lunette 16 pieds.
Paris...	30		18.	28.	17	I.
	17	Fév.	12.	53.	44	I. lunette 18 pieds.
	13	Mars	12.	36.	20	il sortoit.
	14	Avril	12.	15.	13	É.
	12	Juill.	8.	24.	30	Il est sorti, il ne l'étoit pas une min. auparavant.

1697 ☍ ♃ ☉ le 10 Avril.

Paris...	14	Mars	11.	12.	50	I. Maraldi lun. 16 p.
	14		11.	13.	0	I. Cassini lun. 18 pi.
	21		13.	49.	36	I. lunette 18 pieds.
	21		13.	50.	16	I. lunette 34 pieds.
	10	Mai.	10.	31.	21	É. lunette 18 pieds.
	17		13.	5.	38	É.
Green..	17		12.	56.	56	É. lunette 16 pieds.
Paris...	13	Juill.	9.	32.	39	É. lunette 34 pieds.

1698 ☍ ♃ ☉ le 12 Mai.

Paris...	15	Mars	12.	14.	52	I.
Marseille	22		15.	6.	4	I. l. 15 p. P. Feuillée.
Paris...	16	Avril	12.	5.	55	I.
Marseille	16		12.	17.	38	I.

1698.

			H.	M.	S.		
Marſeille	23	Avril	14.	56.	28	I.	
Green..	18	Mai.	14.	19.	50	É.	lunette 27 pieds.
Paris...	5	Juin.	8.	47.	44	É.	
	12		11.	21.	49	É.	
	14	Juill.	10.	54.	20	E.	
	8	Août.	7.	56.	11	É.	
	9	Sept.	7.	41.	54	É.	lunette 45 pieds.

1699 ☍♃☉ le 14 Juin.

Green..	19	Mai.	12.	47.	31	I.	lunette 27 pieds.
Marſeille	26		15.	45.	14	I.	
Cap Benat	9	Août.	9.	48.	37	É.	P. Feuillée.
Marſeille	10	Sept.	9.	35.	30	É.	

1700 ☍♃☉ le 19 Juillet.

Paris...	20	Mai.	14.	21.	24	I.	
Marſeille	20		14.	33.	46	I.	
	14	Juin.	11.	38.	58	I.	
Paris...	10	Août	11.	13.	48	É.	
Bourges.	4	Sept.	8.	31.	52	E.	Caſſini.
Green..	11		11.	2.	52	É.	
	7	Nov.	8.	10.	40	É.	douteuſe.

1701 ☍♃☉ le 25 Août.

Pau...	21	Mai.	16.	11.	48	I.	P. Pallu.
Rome..	10	Juill.	11.	7.	15	I.	Maraldi. } lunette 17 pal.
	17		13.	42.	20	I.	*idem.*
Pau...	24		15.	27.	44	I.	
Green..	11	Août	10.	7.	8	I.	lunette 16 pieds.
	18		12.	44.	4	I.	*idem.*
Paris...	29		7.	48.	37	É.	
Pau...	5	Sept.	10.	14.	26	É.	
Paris...	30		7.	47.	45	É.	
Pau...	30		7.	39.	20	É.	
Paris...	1	Nov.	7.	47.	20	É.	
Upm...	1		7.	39.	35	É.	lunette 16 pieds.
Paris...	8		10.	25.	43	E.	
Green..	8		10.	16.	28	É.	
Upm...	8		10.	18.	2	É.	lun. 16 pi. bonne

1701.

			H.	M.	S.		
Upm...	3	Déc.	7.	26.	18	É.	
Green..	3		7.	24.	35	É.	

1702 ☍♃☉ le 2 Octobre.

Bologne.	4	Janv.	7.	43.	20	É.	Manfredi. Lunette 11 pieds.
Rome..	5	Aout	10.	41.	47	I.	Maraldi. Lunette 17 palmes.
Paris...	12		12.	38.	23	I.	dout. par les nuages
Marſeille	12		12.	50.	38	I.	
Bologne.	12		13.	13.	40	I.	lun. 11 p. Manfredi
	19		15.	51.	29	I.	
Rome..	19		15.	56.	24	I.	Maraldi. Lunette 17 palmes.
	19		15.	54.	26	I.	Bianchini.
Bologne.	13	Sept.	13.	7.	20	I.	lunette 11 pieds.
	20		15.	46.	38	I.	
	1	Oct.	7.	45.	32	I.	
Rome..	26		7.	51.	46	É.	
	2	Nov.	10.	31.	1	É.	
Bologne.	2		10.	25.	15	É.	
Upm...	2		9.	40.	38	É.	

1703 ☍♃☉ le 8 Nov.

Rome...	5	Janv.	10.	1.	26	É.	
Bologne.	3	Mars.	6.	53.	18	É.	
Paris...	14	Sept.	15.	5.	7	I.	
	9	Oct.	12.	18.	58	I.	
	23		17.	33.	6	I.	
Bologne.	27		7.	28.	22	I.	
Paris...	3	Nov.	9.	28.	51	I.	
	17		17.	14.	12	É.	
	28		9.	7.	56	É.	
Martiniq.	12	Déc.	10.	4.	54	E.	*au gros Morne.* P. Feuill. lun. 15 p.
	19		12.	41.	10	É.	*ibidem. idem.*
Upm...	30		8.	38.	7	É.	Derham. bonne obſerv. lun. 16 pi.

1704 ☍♃☉ le 12 Déc.

Paris...	3	Mars.	8.	26.	25	É.	

1704.

			H.	M.	S.	
Upm...	31	Août	12.	15.	34	I. lun. 16 p. Bonne.
Paris...	9	Oct.	14.	43.	11	I.
Upm..	16		17.	11.	14	I. bonne. lun. 16 pi.
Paris...	27		9.	10.	33	I. lunette 17 pieds.
	27		9.	11.	33	I. lunette 34 pieds.
Upm...	27		9.	2.	19	I. lunette 18 pieds, assez bonne.
Paris...	3	Nov.	11.	45.	58	I.

1705.

			H.	M.	S.	
Paris...	24	Janv.	7.	46.	24	É.
Upm...	31		10.	16.	9	É. bonne. Lunette de 16 pieds.
Paris...	7	Févr.	12.	58.	27	É.
	4	Mars	10.	16.	34	É.
Upm...	5	Avril	10.	12.	30	É. *dout.* Lun. 16 pieds
Paris...	30		7.	38.	12	É. lunette 34 pieds.
	3	Oct.	14.	13.	19	I.
Upm...	10		16.	39.	26	I. bonne. Lunette de 16 pieds.
Martiniq.	17		15.	10.	41	I. P. Feuillée. lunette 15 pi. *au gros Morne.*
Paris...	4	Nov.	13.	48.	12	I.
	11		16.	21.	16	I.
Upm...	11		16.	11.	42	I. bonne. Lunette de 16 pieds.
Martiniq.	27	Déc.	16.	27.	42	I. P. Feuillée. lunette 15 pi. *au gros Morne.*
Upm...	31		9.	46.	16	I.

1706 ☍♃☉ le 14 Janvier.

			H.	M.	S.	
Bologne.	30	Mars.	9.	46.	19	É. Manfredi. lunette de 11 pieds.
Paris...	6	Avr.	11.	49.	2	É.
	7	Déc.	14.	51.	35	I.

1707 ☍♃☉ le 16 Février.

			H.	M.	S.	
Paris...	8	Janv.	14.	5.	11	I.
	15		16.	35.	24	I. *dout.*
	26		8.	23.	28	I.
	27	Févr.	10.	45.	0	É.

1707.

			H.	M.	S.	
Paris...	31	Mars	10.	29.	40	É.
Upm...	31		10.	23.	40	É. *dout.* lun. 16 pieds
Paris...	7	Avril	13.	8.	30	É. *dout.*
	25		7.	39.	46	É.
	2	Mai.	10.	16.	54	É.
Marseille	3	Juin.	10.	12.	10	É. lunette 13 pieds. P. Laval.

1708 ☍♃☉ le 16 Mars.

			H.	M.	S.	
Paris...	10	Févr.	14.	59.	6	I.
	6	Mars	11.	54.	45	I. *dout.* par l'humidité.
	13		14.	31.	53	I. trop proche de l'Opposition.
	25	Avril	8.	50.	24	É.
	2	Mai.	11.	24.	49	É. lunette 18 pieds.
	2		11.	24.	10	É. lunette 34 pieds.
	27		8.	25.	46	É.

1709 ☍♃☉ le 20 Avril.

			H.	M.	S.	
Concept.	10	Févr.	11.	10.	4	I. } P. Feuillée. Lun. 15 p. *au Chili.*
	17		13.	45.	8	I. }
Montpell.	7	Mars	13.	23.	11	I.
	8	Avril	13.	6.	6	I.
Paris...	8		12.	59.	31	I.
	3	Mai.	12.	36.	23	É. à travers des nuages.
	29	Juin.	9.	2.	7	É.

1710 ☍♃☉ le 17 Mai.

			H.	M.	S.	
Paris...	11	Févr.	17.	16.	17	I.
Marseille	15	Mars	17.	15.	29	I. } P. Laval. Lun. de 18 pieds.
	9	Avril	14.	25.	20	I. }
Coquimbo *au Chili.*	16		11.	57.	36*	I. P. Feuillée, lunette de 15 pieds.
Paris...	4	Mai.	11.	23.	56	I.
Marseille	11		14.	9.	46	I. P. Laval.
Paris...	30	Juin.	10.	20.	45	É.
Marseille	30		10.	33.	19	É. P. Laval.

* L'observation du 16 Avril 1710 n'a pas été faite à Paris, comme le dit le P. Feuillée dans son journal, mais elle a été conclue du calcul. *Voyez Mémoires de l'Académie, 1711, page 143.*

1710.

			H. M. S.	
Paris...	1	Août.	9. 55. 35	É. lunette 34 pieds.
Marseille	1		10. 7. 38	É. P. Laval,
	27	Sept.	7. 2. 46	É. *idem*,

1711 ☍ ♃ ☉ le 20 Juin.

Paris...	6	Juin	12. 17. 12	I.
	13		14. 51. 10	I.
Rome...	2	Août	12. 15. 30	É. Bianch. L. 15 pal.
Paris...	27		8. 46. 51	É.

1712 ☍ ♃ ☉ le 24 Juillet.

Paris...	8	Juill.	13. 25. 1	I. Maraldi.
	8		13. 24. 37	I. De l'Isle. Lunette de 24 pieds.
	26		10. 47. 49	É.
	2	Août	13. 24. 53	É.
	20		8. 0. 50	É.
Cassel...	20		8. 30. 0	É. Zumbach. lun. de 100 pieds.
Paris...	27		10. 41. 55	É.
Paris...	21	Sept.	8. 0. 31	É.
Cassel...	21		8. 31. 0	É. Zumbach.
Paris...	28		10. 40. 43	É.
	23	Oct.	7. 57. 2	É.
Upm...	23		7. 50. 3	É. Bonne. Derham. Lun. 16 pieds,
Paris...	24	Nov.	7. 36. 16	É.

1713 ☍ ♃ ☉ le 31 Août.

Paris...	2	Juill.	12. 45. 30	I.
	3	Août	12. 30. 12	I.
	10		15. 7. 59	I. Cassini,
	10		15. 8. 14	I. Maraldi,
	28		9. 46. 43	I.
	4	Sept.	15. 19. 50	É.
	22		9. 59. 8	É.
	24	Oct.	10. 0. 42	É.
Vansted.	18	Nov.	7. 4. 40	É. Brad. Lun. 15 pi.
Greenw.	18		7. 5. 40	É. Lun. 8 pieds.
Paris...	20	Déc.	6. 49. 45	É.

1714 ☍ ♃ ☉ le 7 Octob.

			H. M. S.	
Paris...	4	Août	14. 59. 58	I.
	29		12. 13. 30	I.
	23	Sept.	9. 31. 16	I. Lun. 17 pieds.
	23		9. 32. 20	I. Lun. 34 pieds.
	18	Oct.	9. 21. 37	Il venoit de sortir de l'ombre, on ne le voyoit pas une min. auparavant.
	12	Nov.	6. 34. 25	É. Cassini.
	12		6. 34. 51	É. Maraldi,
	19		9. 12. 37	É.
Vansted.	21	Déc.	8. 45. 43	É.

1715 ☍ ♃ ☉ le 13 Nov.

Paris...	15	Janv.	5. 57. 15	É.
	22		8. 34. 49	É.
	22	Juill.	12. 36. 8	I. Lunette 17 pieds.
	22		12. 36. 25	I. Lunette 34 pieds.
	29		15. 11. 27	I. Lunette 17 pieds.
	29		15. 11. 35	I. Lunette 34 pieds.
Marseille	29		15. 22. 57	I. P. Feuillée. Lun. de 15 pieds.
Vansted.	23	Août	12. 6. 20	Bradley. Lun. 15 pi.
Paris...	23		12. 15. 33	I.
	23		14. 31. 9	Il est sorti & il est foible.
Marseille	23		12. 27. 13	I.
	30		15. 4. 48	I.
Vansted.	30		14. 42. 14	Bradley. Lun. 15 pi.
Paris...	17	Sept.	9. 23. 4	Le Satellite diminue.
	17		9. 25. 34	I. } Lun. 17 pieds.
	17		11. 39. 54	É. } Lun. 17 pieds.
	17		11. 39. 41	Lunette 34 pieds. Il sortoit.
	1	Oct.	14. 40. 55	I.
	19		9. 15. 22	I.
	26		11. 52. 43	I.
	2	Nov.	14. 30. 15	I.
	9		17. 6. 27	I.
	15	Déc.	8. 19. 4	É.

1716 ☍ ♃ ☉ le 17 Déc.

			H.	M.	S.	
Rome..	16	Janv.	8.	41.	29	É. Bianchini.
Gènes...	17	Févr.	8.	17.	52	É.
Marseille	17		8.	3.	35	É. P. Feuillée, l. 15 p.
Paris...	24		8.	11.	25	I. obs. *rare.*
Rome..	20	Mars.	8.	21.	30	É. Bianchini, *p. 137.*
je crois qu'il faut lire			8.	31.	30	É.
Paris...	21	Avril	7.	52.	30	É.
	22	Juill.	15.	5.	56	I.
Vansted.	22		14.	56.	48	I. Lunette 15 pieds.
	17	Sept.	11.	37.	6	I.
Paris...	17		11.	48.	3	I.
Marseille	17		11.	59.	6	I. P. Feuillée, l. 15 p.
	24		14.	35.	39	I.
	19	Oct.	11.	36.	39	I.
	26		14.	14.	15	I.
	2	Nov.	16.	49.	21	I.
	20		11.	12.	12	I.
	29	Déc.	15.	44.	14	É.

1717.

			H.	M.	S.	
Vansted.	9	Janv.	7.	13.	3	É. Bradley, lunette de 15 pieds anglois.
Marseille	23		12.	44.	54	É.
Paris...	17	Févr.	9.	45.	0	Il est sorti & il est encore foible.
	24		12.	23.	20	É.
Marseille	24		12.	35.	31	É.
Paris...	21	Mars	9.	43.	54	É. Maraldi.
	21		9.	44.	0	É. Cassini.
	28		12.	27.	10	É. *dout.* ♃ dans les vapeurs.
	22	Avril	9.	47.	6	É.
	25	Sept.	16.	19.	4	I. *dout.* ♃ n'est pas net
	20	Oct.	13.	24.	17	I.
Marseille	27		16.	4.	9	I.
Paris...	3	Nov.	18.	31.	46	I. Maraldi.
	3		18.	31.	49	I. Cassini.
	14		10.	19.	52	I.
Marseille	21		13.	4.	43	I.
Paris...	16	Déc.	9.	38.	44	I.

1717.

			H.	M.	S.	
Vansted.	16	Déc.	9.	28.	9	I. Lun. 15 pieds.
Paris...	23		12.	8.	24	I. *dout.*

1718 ☍ ♃ ☉ le 19 Janv.

			H.	M.	S.	
Paris...	31	Janv.	16.	54.	8	É.
	18	Févr.	11.	21.	23	É.
Pékin...	22		8.	25.	0	
je crois qu'il faut lire			8.	15.	0	É. Lunette 12 pieds.
Marseille	25	Févr.	14.	11.	16	É.
Pékin...	8	Mars	13.	36.	30	É.
Marseille	15		8.	46.	26	É.
Paris...	22		11.	13.	16	É. Cassini.
	22		11.	13.	22	É. Maraldi.
Vansted.	29		13.	43.	44	É.
Paris...	23	Avril	11.	10.	21	É.
Pékin...	7	Oct.	17.	26.	0	I.
Paris...	28		17.	37.	21	I.
Vansted.	28		17.	28.	28	I.
Paris...	17	Déc.	11.	19.	25	I.

1719 ☍ ♃ ☉ le 19 Février.

			H.	M.	S.	
Pékin...	29	Janv.	9.	58.	5	I.
Vansted.	1	Fév.	15.	28.	0	I. Brad. lun. 15 pieds
Pékin...	5		12.	30.	30	I.
	2	Mars	12.	19.	0	É.
Vansted.	16		9.	43.	10	É. Lun. 123 pieds.
	16		9.	44.	14	É. Lunette 15 pieds.
	23		12.	16.	39	Bradley, lun. 15 pi.
Paris...	23		12.	29.	51	É. *dout.* Brouillard.
	30		15.	6.	47	É. *dout.* Jupiter n'est pas clair.
Vansted.	17	Avril	9.	30.	8	É. Brad. lun. 15 pi.
Paris...	24		12.	16.	31	É.
	19	Mai.	9.	23.	37	É. Maraldi.
	19		9.	23.	51	É. Cassini.
Vansted.	19		9.	14.	6	Bradley, lun. 15 pi.
Paris...	26		12.	2.	20	É.
Carré...	20	Juin.	9.	1.	26	É. Chev. de Louville, lun. de 23 pieds.
Paris...	23	Nov.	15.	55.	4	I. Cassini.

1719.

			H.	M.	S.	
Paris...	23	Nov.	15.	54.	54	I. Maraldi.
	30		18.	27.	44	I. Cassini.
	30		18.	27.	33	I. Maraldi.
Pékin...	11	Déc.	17.	54.	0	I.

1720 ☍ ♃ ☉ le 20 Mars.

Paris...	26	Janv.	14.	36.	42	I.
S.t Côme au Paraguai.	27	Févr.	10.	15.	10	I. P. Suarez, l. 16 p.
Pékin...	2	Mars	10.	58.	10	I.
S.t Côme	12		15.	25.	8	I. P. Suarez, l. 16 p.
	6	Avril	15.	0.	8	É. } idem.
	1	Mai.	12.	4.	43	É. } idem.
Paris...	19		10.	23.	40	É.
Vansted.	19		10.	14.	32	Brad. lun. 123 pieds
Paris...	26		12.	58.	25	É. *dout.* vapeurs.
S.t Côme	26		9.	6.	22	É. P. Suarez, l. 16 p.
	2	Juin.	11.	39.	32	É. } idem.
	20		6.	3.	54	É. } idem.
	27		8.	38.	2	É. } idem.
	29	Juill.	8.	13.	7	É. } idem.

1721 ☍ ♃ ☉ le 20 Avril.

S.t Côme	2	Févr.	14.	33.	12	I. P. Suarez, l. 16 pi.
	9		17.	7.	33	I. *idem.*
Paris...	20		12.	51.	40	I.
	6	Mars	18.	2.	14	I.
S.t Côme	6		14.	12.	25	I. P. Suarez, l. 16 pi.
	24		8.	42.	28	I. *idem.*
Vansted.	24		12.	24.	34	Brad. lun. 15 pieds.
	31		15.	1.	8	*Idem.*
S.t Côme	31		11.	18.	35	I. P. Suarez.
Paris...	31		15.	10.	26	I.
S.t Côme	2	Mai.	13.	17.	53	É. P. Suarez.
	3	Juin.	12.	50.	32	É. } *idem.*
	28		9.	45.	47	É. } *idem.*
Paris...	16	Juill.	8.	2.	13	É. *dout.* lunette 34 pi. grand jour.
S.t Côme	23		6.	43.	31	É. P. Suarez.
	30		9.	18.	28	É.
	24	Août.	6.	25.	5	É.

1722 ☍ ♃ ☉ le 22 Mai.

			H.	M.	S.	
Rome..	27	Janv.	17.	31.	3	I. Bianchini.
S.t Côme	25	Mars.	9.	50.	2	I. P. Suarez.
	1	Avril	12.	37.	4	I.
Paris...	19		10.	52.	35	
	26		13.	29.	42	
Vansted.	26		13.	18.	31	Brad. lunette 15 pi.
Ingolstat.	15	Juin	10.	36.	40	É. P. Grammatici, l. 22 palm.
S.t Côme	15		6.	6.	20	É.
Vansted.	22		12.	21.	22	É. Bradley. Lunette 123 pieds anglois.
	22		12.	21.	52	É. Pound. Lunette 15 pieds anglois.
S.t Côme	17	Juill.	5.	39.	8	É.
	31		10.	49.	40	É.
	25	Août	7.	55.	30	É.

1723 ☍ ♃ ☉ le 25 Juin.

Ingolstat	26	Mars	15.	24.	57	I. P. Grammatic. lun. 12 pieds.
	27	Avril	15.	14.	40	I. *idem*, *idem.*
Paris...	27		14.	38.	54	I.
Vansted.	27		14.	31.	9	Télescope 5 pieds.
Ingolstat	29	Mai.	14.	59.	6	I. lun. 23 pieds.
	11	Juill.	9.	16.	0	É. *Inspruk.* lun. 23 pi. suivant de l'Isle.
	18		11.	49.	40	É.
Vansted.	18		11.	3.	36	Bradley, lun. 15 pi.
Paris...	18		11.	12.	43	É. Sorel.
S.t Côme	29		9.	56.	56	É.
Paris...	12	Août	8.	21.	21	É. de l'Isle, lun. 21 p.
Vansted.	12		8.	11.	21	Bradley, lun. 15 pi.
Ingolstat	12		8.	57.	20	É. lun. 23 pieds.
Paris...	19		10.	58.	28	É. de l'Isle, lun. 22 p.
Ingolstat.	19		11.	36.	50	É. *dout.* vapeurs.
S.t Côme	19		7.	5.	21	É.
	26		9.	43.	7	É.
Paris...	13	Sept.	8.	11.	47	É.
Vansted.	13		8.	2.	14	Bradley, lun. 15 pi.
S.t Côme	20		6.	57.	7	É.
	27		9.	35.	17	É.

1723.

			H.	M.	S.	
Ingolstat.	8	Oct.	6.	2.	10	É. lunette 23 pieds.
Paris...	15		8.	2.	20	É.

1724 ☍ ♃ ☉ le 29 Juillet.

			H.	M.	S.	
Ingolstat	22	Mai	13.	56.	40	I. lunette 12 pieds.
Rome..	23	Juin.	13.	40.	20	I. Bianchini.
	30		16.	16.	53	I.
Paris...	30		15.	35.	7	I. de l'Isle, lunette 22 pi. gr. crépusc.
	12	Août	10.	12.	45	É.
	12		10.	12.	6	É. de l'Isle, lun. 22 p.
	6	Sept.	7.	29.	19	É.
	6		7.	30.	20	É. de l'Isle, lun. 23 p.
Ingolstat	6		8.	7.	30	É. lunette 23 pieds.
Paris...	13		10.	8.	35	É. ♃ n'est pas terminé
	13		10.	8.	58	É. de l'Isle, lun. 23 p.
Ingolstat	13		10.	45.	0	É.
Bibourg	13		10.	46.	40	É. lunette 9 pieds.
Pékin..	17		7.	4.	0	É.
Paris...	8	Oct.	7.	26.	56	É.
Vansted.	8		7.	17.	57	É. Brad. télesc. 5 pi.
Paris...	15		10.	5.	45	É.
Pékin..	20	Nov.	6.	42.	40	É.
	20		6.	44.	0	É. *autre copie.*

1725 ☍ ♃ ☉ le 5 Septembre.

			H.	M.	S.	
Paris...	26	Juill.	14.	46.	13	I. de l'Isle, lun. 20 pi.
	26		14.	46.	20	I. la Croyère, lunette 23 pieds.
	26		14.	45.	53	I. lunette 13 pieds.
Ingolstat.	26		15.	23.	13	I. lunette 12 pieds.
Southwich.	20	Août	11.	51.	20	I. George Lynn, lun. 13 pieds.
Vansted.	7	Sept.	9.	18.	7	É. Bradl. lun. 15 pi.
Thury.	14		12.	8.	48	É. lunette 14 pieds*.
Pékin..	18		9.	5.	0	É.
Thury.	21		14.	48.	47	É.
Paris...	21		14.	49.	20	É. de l'Isle, lun. 20 p.
Ingolstat	21		15.	25.	30	É. lunette 23 pieds.
Bibourg.	21		15.	26.	20	É. lunette 9 pieds.

* On s'est toujours servi dans la suite de la même lunette.

1725.

			H.	M.	S.	
Thury..	2	Oct.	6.	48.	51	É.
Thury..	9	Oct.	9.	29.	20	É.
Pékin..	13		6.	26.	0	É.
Thury..	16		12.	9.	24	É.
Vansted.	16		11.	59.	21	É. Brad. télesc. 5 pi.
Ingolstat	16		12.	47.	30	É. *dout.* lun. 16 pi.
Pékin..	20		9.	6.	0	É.
	27		11.	45.	30	É.
Paris..	3	Nov.	6.	46.	22	É.
Vansted.	3		6.	37.	26	Bradley, lun. 15 pi.
Paris...	10		9.	24.	3	É.
Marseille	10		9.	36.	29	É.
Upm...	10		9.	16.	23	É. bonne, lun. 13 pi.
Paris...	12	Déc.	9.	5.	12	É. *dout. à travers les nuages.*
Marseille	12		9.	15.	16	É.
Pékin...	16		5.	59.	0	É. P. Gaubil. l. 12 p.
	23		8.	31.	40	É.

1726 ☍ ♃ ☉ le 13 Octob.

			H.	M.	S.	
Soutw.	6	Janv.	5.	51.	12	É. George Lynn, lun. 13 pieds.
Ingolstat	6		6.	40.	30	É. lunette 14 pieds & demi, Campani.
Pékin...	17		5.	29.	0	É. lunette 14 pieds.
Toulon.	7	Fév.	5.	52.	46	É. P. Laval, lunette 18 pieds.
	18	Juin.	15.	22.	38	I. *idem.*
Paris...	18		15.	5.	27	I. grand jour.
Toulon.	13	Juill.	12.	17.	30	I. *dout.* ciel embrumé, lunette 18 pieds.
	20		14.	54.	24	I. lunette 18 pieds.
Paris...	20		14.	40.	27	I.
Ingolstat	20		15.	16.	40	I. lunette 9 pieds.
Pékin..	31		14.	8.	0	I. lunette 14 pieds.
Toulon.	14	Août	12.	2.	22	I. P. Laval, lunette 18 pieds.
Ingolstat	14		12.	25.	6	I. lunette 12 pieds.
Toulon.	21		14.	40.	49	I. P. Laval, lunette 18 pieds.
Pékin...	25		11.	23.	15	I. P. Gaubil, lunette 14 pieds.

1726.

Lieu	Jour	Mois	H.	M.	S.	
Pékin..	1	Sept.	14.	0.	0	I. P. Gaubil, lunette 14 pi. un peu *dout.*
Thury..	8		9.	5.	7	I.
Vansted.	8		8.	55.	57	I. télescope 5 pieds.
Upm...	8		8.	56.	22	I. Derham, lun. 13 p.
Ingolstat	8		9.	40.	0	I. lunette 14 pieds.
Pékin...	19		8.	40.	0	I. P. Koegler, l. 18 p.
Thury.	22		14.	21.	34	I. *dout.* nébuleux.
Pétersb.	22		16.	13.	20	I. lun. 15 pi. Camp.
Pékin...	26		11.	21.	0	I. Gaubil. } lunette 14 pi.
	3	Oct.	13.	59.	35	I. *idem.* } lunette 14 pi.
	10		16.	38.	0	I. Koegler, lun. 14 p.
	14		8.	31.	15	É.
Paris...	17		14.	16.	25	É. Godin.
Pékin...	21		11.	12.	15	É. Koegler, lu. 18 p.
Thury.	28		6.	14.	7	É.
Toulon.	28		6.	28.	25	É. Laval, lun. 18 pi.
Paris...	11	Nov.	11.	31.	27	É.
Pékin...	15		8.	26.	10	É. lunette 18 pieds.
	22		11.	2.	15	É. *idem.*
Paris...	29		6.	2.	7	É.
Toulon.	29		6.	16.	59	É.
Pétersb.	6	Déc.	10.	30.	31	É. lunette 20 pieds.
Vansted.	6		8.	29.	27	É. Bradl. lun. 15 pi.
Pékin...	10		5.	33.	0	É. Gaubil, lun. 12 p.
Vansted.	13		11.	4.	20	É. Bradl. lun. 15 pi.
Pékin...	17		8.	9.	2	É. Koegler, lu. 18 pi.
Bologne.	31		6.	18.	54	É. *dout.*
Toulon.	31		5.	58.	12	É. lunette 18 pieds.

1727 ☍ ♃ ☉ le 18 Nov.

Lieu	Jour	Mois	H.	M.	S.	
Bologne	7	Janv.	8.	54.	12	É. lun. 11 pieds.
Pétersb.	7		10.	9.	56	É.
Vansted.	14		10.	44.	20	É.
Pékin...	18		7.	47.	30	É. Koegl. lun. 18 p.
Pétersb.	1	Févr.	7.	17.	15	É. lun. 20 pieds.
Bologne.	8		8.	37.	59	É. l. 11 p. brouillard.
Pétersb.	8	Août	13.	37.	9	I. lunette 22 pieds.
Paris...	15		14.	21.	7	I.
Vansted.	15		14.	12.	10	I. Bradley, lun. 15 p.

1727.

Lieu	Jour	Mois	H.	M.	S.	
Rome..	15	Août	15.	0.	8	I. Bianchini, l. 14 p.
Pétersb.	2	Sept.	10.	43.	57	I. lunette 22 pieds.
Paris...	9		11.	29.	8	I. }
	9		13.	59.	27	É. }
Pétersb.	9		13.	21.	25	I. lunette 22 pieds.
Paris...	16		14.	6.	45	I.
Pékin...	20		11.	1.	40	I. Koegler, lun. 18 p.
Thury..	4	Oct.	8.	41.	9	I.
Pékin...	22		10.	50.	27	I. Koegler, lun. 18 p.
Thury..	26		16.	36.	21	I.
Bologne.	5	Nov.	9.	5.	15	I. *dout. nébuleux.*
Toulon.	5		8.	44.	16	I. Laval. lun. 18 pi.
Bésiers..	5		8.	31.	0	I.
Pékin...	5		16.	5.	40	I. Koegler, lun. 13 p.
Paris...	12		11.	6.	19	I.
Bologne.	30		8.	44.	13	É.
Pékin...	30		15.	40.	15	É. Koegler, lun. 13 p.
	4	Déc.	5.	2.	0	É. } *idem.*
	11		7.	37.	42	É. } *idem.*
	18		10.	11.	13	É. } *idem.*
Paris...	25		5.	11.	16	É. Cassini.
	25		5.	11.	26	É. Maraldi.
Toulon.	25		5.	26.	31	É. Laval, lun. 18 pi.
Pékin...	25		12.	47.	39	É. Koegler, lun. 13 p.

1728 ☍ ♃ ☉ le 22 Déc.

Lieu	Jour	Mois	H.	M.	S.	
Vansted.	1	Janv.	7.	36.	40	É. Bradley, télescope de 5 pieds.
Pékin...	5		4.	42.	0	É. *douteuse, crépuscule,* Koegler, lun. 13 p.
Pétersb.	8		12.	14.	44	É. lunette 15 pieds, le vent agite la lun.
Pékin...	12		7.	16.	16	É. Koegler, lun. 13 p.
Paris...	15		12.	58.	40	É.
Pékin...	19		9.	51.	0	É. *dout.*
Marseille	2	Févr.	7.	44.	34	É.
Paris...	9		10.	9.	25	É. Maraldi.
	9		10.	9.	22	É. Godin.
Marseille	9		10.	21.	6	É. P. Feuillée, l. 15 p.
Pékin...	13		7.	3.	45	É. Koegler, lun. 13 p.
	20		9.	46.	0	É. *idem.*

1728.

			H.	M.	S.	
Péterſb.	27	Févr.	6.	40.	5	É. lunette 23 pieds, beau temps
Paris...	6	Avril	7.	29.	10	É. Maraldi.
	6		7.	29.	4	É. Godin.
Paris...	8	Août	14.	9.	38	I.
Marſeille	8		14.	21.	15	I. *dout.*
	9	Sept.	14.	1.	14	I.
	16		16.	38.	34	I.
Wirtemb.	4	Oct.	11.	34.	0	I. Weidler, lun. 22 p.
Thury..	18		16.	4.	10	I.
Pékin...	29		15.	34.	10	I. lunette 13 pieds
	5	Nov.	18.	8.	45	I.
Berlin...	5		11.	16.	26	I. Kirck, lun. 18 pi.
Paris...	12		13.	6.	30	I. *dout.* Jupiter n'eſt pas clair.
	19		15.	39.	35	I.
Pékin...	30		15.	3.	20	I. Koegler.
	7	Déc.	17.	35.	55	I.
Péterſb.	14		14.	24.	30	I. *dout.* lun. 22 pieds.
Pékin...	18		9.	25.	0	I.

1729.

Pékin...	1	Janv.	17.	21.	30	É. Koegler, lun. 13 p.
	5		6.	37.	0	É. *idem.*
Péterſb.	8		14.	6.	3	É. lun. 22 p. à peu de ſecondes près.
Pékin...	19		11.	44.	15	É. Koegler, lun. 13 p.
Paris...	26		6.	41.	41	É.
Pékin...	26		14.	20.	0	É. Koegler, lun. 13 p.
	6	Févr.	6.	14.	18	I. *idem.*
Paris...	9		11.	55.	20	É.
Bologne.	9		12.	32.	5	É. lun. 16 p. ÷.
Pékin...	13		8.	49.	0	É. Koegler, lun. 13 p.
	20		11.	28.	45	É.
Bologne.	27		7.	10.	21	É. lun. 16 p. ÷.
Péterſb.	27		8.	26.	42	É. lun. 13 p.
	6	Mars.	11.	5.	55	É. lun. Camp. 15 p.
Pékin...	10		6.	9.	0	É. Koegler, lun. 13 p.
Wirtem.	13		12.	33.	40	É. Weidler, lun. 22 p.
Pékin...	17		8.	49.	40	É. lunette 13 pieds.

1729.

			H.	M.	S.	
Pékin...	24	Mars	11.	30.	10	É. lunette 13 pieds.
Péterſb.	7	Avril	11.	7.	25	É. lu. Campani 15 p.
Pékin...	20	Mai.	8.	49.	30	É. lunette 13 pieds.
Vanſted.	10	Sept.	15.	40.	39	É. Bradeley.
Pékin...	17	Nov.	11.	52.	25	I. lunette 13 pieds.
Péterſb.	8	Déc.	13.	41.	6	I. *dout.* lun. 13 pi. le ciel n'eſt pas ſerein.
Paris...	15		14.	18.	59	I. Maraldi *.
Pékin...	26		13.	41.	30	I. Koegler, lun. 13. p.

1730 ☍♃☉ le 23 Janv.

Péterſb.	2	Janv.	10.	27.	39	I. lun. Campani 15 p.
Pékin...	2		16.	10.	45	I.
	13		7.	57.	15	I. lunette 13 pieds.
Péterſb.	16		15.	29.	40	I. *dout.* lun. Camp. 15 pieds.
Pékin...	7	Févr.	7.	47.	27	É. lunette 13 pieds.
Paris...	10		13.	28.	20	É.
Pékin...	21		12.	58.	50	É. lunette 13 pieds.
	28		15.	36.	20	É.
Paris...	28		8.	0.	35	É.
Péterſb.	28		9.	52.	34	É. lunette 13 pieds.
Pékin...	11	Mars	7.	33.	15	É. lunette 13 pieds.
Péterſb.	14		15.	8.	56	É. lunette 13 pieds.
Pékin...	18		10.	13.	16	É. *dout.* Koegler, lun. 13 pieds.
	25		12.	51.	45	É. Koegler, lun. 13 p.
Paris...	1	Avril	7.	55.	24	É.
Péterſb.	8		12.	26.	15	É. lunette 13 pieds.
Pékin...	12		7.	30.	48	E. lunette 13 pieds.
Paris...	3	Mai.	7.	51.	21	É. *dout.* grand jour.
Péterſb.	3		9.	43.	11	E. lunette 13 pieds.
Paris...	10		10.	29.	28	É.
Soutw.	10		10.	19.	28	É.
Pékin...	21		10.	6.	50	É. Koegler, lunette 13 pieds.
Thury.	13	Oct.	17.	8.	17	I. *dout.* grand vent.
Pékin..	25		16.	5.	30	I.

* Maraldi (Jean-Dominique), lunette 17 pieds, la même dont ſe ſervoit mon Oncle, Jacques-Philippe Maraldi, mort le 1.er Décembre 1729.

1730.

			H.	M.	S.	
Pékin...	2	Déc.	18.	36.	10	I. lunette 14 pieds.
Soutw.	9		13.	19.	46	I. George Lynn, lunette 13 pieds.
Pékin...	20		12.	50.	10	I. lunette 14 pieds.
Paris...	23		18.	29.	42	I.
Marseille	23		18.	42.	5	I.
Pékin ..	27		15.	21.	5	I. Koegler.

1731 ☍ ♃ ☉ le 23 Févr.

Berlin...	3	Janv.	10.	57.	20	I. *douteuse*, Kirck, lunette 18 pieds.
Pékin...	3		17.	49.	50	I.
	14		9.	30.	45	I.
Paris...	24		17.	45.	49	I. Maraldi.
	24		17.	45.	55	I. Cassini.
Pékin...	28		14.	37.	30	I.
	4	Fév.	17.	9.	56	I.
	15		8.	59.	0	I.
Paris...	18		14.	40.	30	I. Maraldi.
	18		14.	40.	39	I. Cassini.
Pétersb.	8	Mars	13.	49.	48	É. lun. catad. 4 p. ½, le ciel n'est pas serein.
Pékin...	19		11.	29.	20	É.
Bologne.	26		7.	6.	44	É.
Thury..	2	Avr.	9.	5.	8	É.
Pétersb.	2		10.	57.	45	É. télesc. 4 pieds.
Paris...	9		11.	43.	12	É.
Soutw..	9		11.	33.	8	É.
S.t-Côme	9		7.	51.	6	É.
Pékin...	13		8.	38.	0	É.
Paris...	16		14.	21.	53	É.
Pékin...	20		11.	16.	0	É.
Pétersb.	4	Mai.	10.	44.	47	É. télescope 4 p. ½, le ciel n'est pas serein.
Paris...	5	Juin.	8.	35.	49	É. Maraldi.
	5		8.	35.	55	É. Cassini.
Pétersb.	5		10.	26.	52	É. télescope. 4 p. ½, grand crépuscule.
Pékin...	25	Oct.	17.	50.	30	I. Koegler.
Paris...	10	Déc.	14.	52.	12	I. Cassini.
	10		14.	52.	36	I. Maraldi.

1731.

			H.	M.	S.	
Pékin...	21	Déc.	14.	17.	8	I. Gaubil, lun. 16 p.
	28		16.	45.	15	Koegler & Gaubil, lunette 14 pieds.

1732 ☍ ♃ ☉ le 24 Mars.

Pétersb.	4	Janv.	13.	30.	56	I. *dout.* télesc. 4 p. ½, ♃ peu élevé & mal terminé.
Paris...	11		14.	11.	11	I. Maraldi.
	11		14.	10.	37	I. Cassini.
Pékin...	29		16.	5.	15	I. Koegler.
	5	Fév.	18.	36.	12	I. *idem.*
Madrid.	5		10.	36.	46	I. Duc de Solferino, lunette 14 pieds.
Paris...	12		13.	34.	32	I.
Madrid.	12		13.	8.	56	I. Duc de Solferino, lunette 14 pieds.
Pékin...	16		10.	26.	45	Koegler.
	16		10.	27.	10	Gaubil, lun. 14 p.
	23		13.	2.	15	Koegler.
Paris...	15	Mars	13.	9.	54	I. Maraldi, le ciel n'est pas serein.
	15		13.	10.	39	I. Cassini.
	2	Avr.	10.	19.	36	É. Maraldi.
	2		10.	20.	16	É. Cassini, qui croit l'avoir vu plusieurs sec. auparavant.
Bologne.	2		10.	56.	3	É. lunette 22 pieds.
	9		13.	32.	4	É.
S.t-Côme	9		9.	3.	45	É. P. Suarez, l. 16 p.
Pékin...	13		9.	50.	30	É. Koegler.
Bologne.	4	Mai.	10.	35.	32	É. lun. 14 pieds, l'air tremble & vent.
S.t-Côme	4		6	7.	29	É. P. Suarez, l. 16 p.
Paris...	11		12.	37.	23	É. le ciel n'est pas serein.
Soutw.	11		12.	23.	57	É. George Lynn, lunette 13 pieds.
Pékin...	22		12.	0.	5	É. Koegler.
	16	Juin.	9.	1.	18	É. *idem.*
S.t-Côme	15	Août	7.	31.	20	É.

1733 ☍ ♃ ☉ le 24 Avril.

			H.	M.	S.		
Madrid.	12	Févr.	14.	26.	30	É.	Duc de Solferino, l. 16 p. de France.
Paris...	19		17.	25.	48	I.	
Péterſb.	9	Mars	13.	46.	51	I.	
	28	Avril	10.	32.	34	É.	la Lune dans ſon plein, qui eſt à quelques deg. de ♃.
	5	Mai.	13.	6.	0	É.	
Paris..	5		11.	13.	52	É.	
	12		13.	47.	53	É.	
Pékin...	16		10.	41.	10	É.	
Péterſb.	30		10.	4.	16	É.	
	6	Juin.	12.	39.	35	É.	
Madrid.	6		10.	22.	8	É.	Duc de Solferino, l. 16 p. de France.
	8	Juill.	9.	51.	5	É.	

1734 ☍ ♃ ☉ le 26 Mai.

Paris...	19	Janv.	18.	55.	5	I.	
Péterſb.	10	Mars	14.	56.	31	I.	
Bologne.	11	Avr.	13.	30.	56	I.	lunette 22 pieds,
Paris...	18		15.	31.	19	I.	Maraldi, ♃ n'eſt pas clair.
	18		15.	31.	42	I.	Caſſini.
Madrid.	31	Mai.	9.	14.	13	É.	Duc de Solferino, l. 16 p. de France.
Péterſb.	2	Juill.	11.	0.	25	É.	
Rome...	2		9.	48.	48	É.	
Bologne.	2		9.	43.	12	É.	*dout.* vent qui agite la lunette, l. 22 p.
Berlin...	2		9.	51.	46	É.	Kirck, l. 18 pie.
Rome...	9	Juill.	12.	22.	38	É.	
Berlin...	3	Août	9.	27.	34	É.	

1735 ☍ ♃ ☉ le 29 Juin.

Paris...	8	Juin.	11.	2.	49	I.	
Grenoble	8		11.	16.	20	I.	P. Sigaloux, l. 15 p.
Paris...	15		13.	37.	38	I.	
Caye S. Louis	17	Juill.	10.	53.	35	É.	Godin. l. 18 p. S.t-Dom. Amér.
Vienne.	28		8.	47.	55	É.	Marinoni, l. 17 pi.
Paris...	4	Août	10.	27.	19	É.	

1735.

			H.	M.	S.		
Bologne.	4	Août	11.	3.	3	É.	*dout.*
Petit-Goave	11		8.	7.	16	É.	Godin. l. 18 pi. S.t-Dom. Amér.
Cartagène	18		10.	30.	43	É.	George Juan & Antoine de Ulloa, lunette 16 pieds.
Bologne.	29		8.	13.	56	É.	
Paris...	29		7.	38.	0	É.	
Pékin...	16	Sept.	9.	50.	22	É.	lunette 14 pieds.
Petit-Goave	19		10.	32.	10	É.	
Bologne.	30		8.	6.	2	É.	lunette 22 pieds.
Pékin...	11	Oct.	7.	3.	0	É.	lunette 8 pieds.

1736 ☍ ♃ ☉ le 4 Août.

Paris...	12	Avril	15.	45.	29	I.	Caſſini.
	12		15.	45.	41	I.	Maraldi.
	15	Juin.	15.	16.	2	I.	
Quito...	6	Juill.	17.	39.	35	I.	Godin. lun. 18 pi.
Bologne.	10		12.	57.	47	I.	l. Campani 22 pi.
Péterſb.	10		14.	10.	39	I.	*dout.* brouillard.
Madrid.	10		11.	57.	33		Téleſc. 4 p. 8 pouces.
Quito...	17		9.	31.	46	I.	*dout.* vapeurs.
Madrid.	17		14.	32.	46		Téleſc. 4 p. 8 pouces.
Quito...	24		12.	10.	1	I.	
	18	Août	12.	16.	47	É.	
Péterſb.	22		8.	50.	58	É.	ciel ſerein obſ. sûre.
	29		11.	31.	10	É.	♃ ſortant d'une nuée le Satellite paroiſſoit, mais encore foible.
Vienne.	29		10.	35.	8	I.	Marinoni, lunette 18 pieds.
Berlin...	29		10.	23.	8	É.	l. Campani 18 pi.
Paris...	5	Sept.	12.	17.	42	É.	
Pékin...	9		9.	14.	10	É.	lun. 14 pieds.
Berlin...	23		7.	41.	8	É.	l. Campani 18 pi.
Paris...	23		6.	56.	5	É.	
Albi...	30		9.	37.	5	É.	Plantade, l. 15 p.
Pékin...	11	Oct.	9.	10.	15	É.	lun. 20 pieds.
	11		9.	10.	59	É.	lunette 14 pieds.
Bologne.	25		7.	26.	9	É.	l. Campani 22. pi.

1736.

			H.	M.	S.	
Thury.	25	Oct.	6.	50.	26	É.
Pékin...	7	Déc.	5.	55.	0	É. lunette 14 pieds.

1737 ☍ ♃ ☉ le 10 Septembre.

Pétersb.	4	Juill.	13.	39.	55	I. le crépusc. déjà fort.
Paris...	11		14.	24.	35	I.
	12	Août	14.	14.	35	I.
Londres	12		14.	3.	28	I.
Paris...	30		8.	52.	43	I. *douteuse.*
Pétersb.	30		10.	44.	18	I.
Bologne.	30		9.	28.	26	I.
Berlin...	30		9.	35.	36	I.
Madrid.	6	Sept.	11.	7.	53	I.
Pékin..	17		14.	0.	15	É.
Berlin...	24		9.	47.	25	É.
Pékin..	12	Oct.	11.	20.	0	É.
Pétersb.	19		8.	14.	10	É.
Upsal..	19		7.	24.	0	É. Celsius, lun. 20. p.
Bologne.	26		9.	37.	10	É.
Berlin...	26		9.	45.	30	É.
Pékin...	30		5.	56.	42	É.
	6	Nov.	8.	34.	15	É.
Pétersb.	13		5.	27.	37	É.
Pékin...	13		11.	12.	10	É.
Paris...	27		8.	47.	19	É.
Pékin...	8	Déc.	8.	15.	40	É. lunette 8 pieds.

1738 ☍ ♃ ☉ le 18 Octob.

Pétersb.	30	Juill.	13.	16.	7	I. télescope grégorien de 7 pieds Anglois.
Paris...	6	Août	14.	1.	19	I.
Vienne.	6		14.	56.	56	I. Marinoni, l. 17 pi.
Pétersb.	24		10.	27.	43	I. télescope grég. de 5 pieds Anglois.
Pékin...	24		16.	11.	0	I.
Pétersb.	31		13.	6.	51	I. télesc. 4 pieds ½.
Paris...	7	Sept.	13.	54.	18	I.
Pékin..	11		10.	49.	2	I.
Pétersb.	18		7.	45.	20	I.
	25		10.	27.	11	I.
Vienne.	25		9.	30.	44	I. Marinoni.

1738.

			H.	M.	S.	
Upsal...	25	Sept.	9.	34.	54	I. lunette 20 pieds.
Berlin...	25		9.	17.	54	I. Kirk. lun. 26 p.
Pétersb.	2	Oct.	13.	7.	7	I.
Vienne.	2		12.	10.	33	I. Marinoni, l. 17 pi.
Pékin...	6		8.	10.	5	I. lunette 18 pieds.
Thury..	9		13.	53.	39	I.
Pétersb.	9		15.	47.	5	I.
Thury..	20		8.	27.	14	É.
	27		11.	5.	33	É.
Vienne.	27		12.	2.	34	É. Marinoni, l. 17 p.
Oxford.	27		10.	50.	40	É. Blis. lun. 15 pieds.
Madrid.	27		10.	42.	18	É. Duc de Solferino, tél. 4 p. 8 pouces.
Pékin..	31		8.	2.	10	É.
Paris...	3	Nov.	13.	43.	38	É.
Pékin...	14		13.	16.	30	É.
Vienne.	14		8.	36.	56	É. Marinoni, l. 17 p.
Paris...	21		8.	18.	12	É.
Oxford.	21		8.	3.	7	É. Blis. lun. 15 pieds.
Périnaldo	21		8.	39.	6	É. Maraldi, lun. 14 p.
Bologne.	21		8.	53.	52	É.
Venise..	21		8.	55.	25	É. télesc. 4 pi. vap.
Paris...	28		10.	54.	18	É.
Périnaldo	28		11.	15.	25	É.
Venise..	28		11.	32.	36	É. télesc. 4 pieds.
Pékin...	2	Déc.	7.	47.	0	É.
Périnaldo	5		13.	52.	6	É. Maraldi, l. 14 pi.
Upsal...	16		6.	24.	16	É.
Paris...	23		7.	57.	33	É.
Oxford.	23		7.	43.	22	É. Bradley, l. 15 pi.
Venise..	23		8.	35.	45	É. Zendrini, tél. 4 p.
Paris...	30		10.	33.	13	É.
Oxford.	30		10.	18.	32	É. Bradley, l. 15 pi.
Périnaldo	30		10.	53.	27	É. Maraldi, l. 14 pi.

1739 ☍ ♃ ☉ le 23 Nov.

Pékin...	3	Janv.	7.	26.	24	É. lunette 18 pieds.
	10		10.	3.	25	É.
Périnaldo	24		7.	58.	8	É. Maraldi, l. 14 p.
Oxford.	24		7.	22.	8	É. Bradley, l. 15 p.
Pétersb.	18	Fév.	6.	38.	11	É.

1739.

			H.	M.	S.		
Oxford.	25	Fév.	7.	9.	53	É.	Bradley, lun. 15 p.
Pékin...	8	Mars	6.	58.	30	É.	lunette 18 pieds.
Péterſb..	25	Août	12.	59.	15	I.	
Paris...	1	Sept.	13.	44.	59	I.	le ciel n'eſt pas ſerein.
Péterſb.	1		15.	36.	0	I.	
Pékin..	14	Oct.	13.	7.	47	I.	lunette 13 pieds.
	28		18.	20.	12	I.	
	1	Nov.	7.	40.	30	I.	} lunette 13 pieds.
	8		10.	17.	40	I.	}
	15		12.	53.	30	I.	*dout.* lun. 13 pieds.
	26		7.	16.	33	É.	
	3	Déc.	9.	48.	53	É.	lunette 10 pieds.
	10		12.	23.	30	É.	*dout.* lun. 13 pieds.
Péterſb.	17		9.	12.	5		
1740 ☍ ♃ ☉ le 26 Déc.							
Pékin...	4	Janv.	9.	26.	30	É.	*dout.* lun. 13 pieds.
	11		11.	58.	58	É.	
	29		6.	32.	15	É.	
Paris...	1	Févr.	12.	15.	30	É.	Caſſini.
	1		12.	15.	36	É.	Maraldi.
Péterſb.	12		6.	5.	39	É.	
Pékin...	12		11.	48.	45	É.	*dout.*
Paris...	19		6.	51.	36	É.	Maraldi.
	19		6.	51.	46	É.	Caſſini.
	26		7.	3.	57	I.	} Maraldi.
	26		9.	31.	28	É.	}
	26		7.	4.	6	I.	} Caſſini.
	26		9.	31.	23	É.	}
Vienne.	26		10.	27.	38	É.	Marinoni, l. 17 p.
Pékin...	1	Mars	6.	28.	0	É.	
Paris...	4		9.	43.	59	I.	*dout.* ♃ près de l'horizon.
Pékin...	14	Oct.	15.	13.	13	I.	} lunette 13 pieds.
	21		17.	49.	22	I.	}
	8	Nov.	12.	16.	5	I.	}
Upſal...	15		8.	14.	10	I.	
Chandernagor	15		12.	57.	31	I.	P. Boudier, tél. 2 p.
Pékin...	15		14.	49.	24	I.	
Pékin...	22		17.	21.	48	I.	lunette 13 pieds.

1740.

			H.	M.	S.		
Chand..	22	Nov.	15.	29.	50	I.	téleſcope 2 pieds.
	29		18.	3.	18	I.	*idem.*
Pékin...	3	Déc.	9.	10.	57	I.	lunette 20 pieds.
	10		11.	42.	32	I.	lunette 10 pieds.
Chand..	10		9.	51.	42	I.	
Paris...	13		17.	23.	41	I.	
Pékin..	17		14.	15.	20	I.	lunette 10 pieds.
1741.							
Pékin...	11	Janv.	13.	52.	22	É.	} lunette 10 pieds.
	18		16.	26.	15	É.	}
	22		5.	41.	51	É.	lunette 18 pieds.
Péterſb.	25		13.	16.	6	É.	
Pékin...	29		8.	18.	16	É.	lunette 13 pieds.
	5	Févr.	10.	53.	20	É.	lunette 9 pieds.
Chand..	5		9.	2.	42	É.	téleſcope 2 pieds.
	12		11.	41.	10	É.	*idem.*
Pékin...	12		13.	32.	0	É.	lunette 9 pieds.
Paris...	19		8.	35.	39	É.	Caſſini.
	19		8.	35.	44	É.	Maraldi.
Péterſb.	19		10.	30.	20	É.	il eſt ſorti & encore foible, ♃ ſortant d'une nuée.
Paris...	26		11.	15.	1	É.	
Chand..	16	Mars	11.	41.	39	É.	télecope 2 pieds.
Paris...	23		8.	37.	19	É.	
Péterſb.	30		13.	11.	45	É.	
Upſal..	30		12.	20.	44	É.	lunette 20 pieds.
Pékin...	3	Avril	8.	14.	0	É.	lunette 9 pieds.
Péterſb.	24		10.	30.	14	É.	
Pékin...	15	Oct.	17.	8.	49	I.	lunette 13 pieds.
	16	Nov.	16.	37.	1	I.	
Upſal..	23		12.	33.	0	I.	lunette 20 pieds.
Chand..	11	Déc.	11.	32.	40	I.	téleſcope 2 pieds.
Paris...	14		19.	1.	34	I.	*dout.* il ſe confond avec le premier.
1742 ☍ ♃ ☉ le 27 Janv.							
Chand..	5	Janv.	8.	17.	0	I.	téleſcope 2 pieds.
Péterſb.	8		17.	42.	26	I.	
	19		9.	29.	57	I.	
	20	Févr.	11.	57.	16	É.	

1742.

			H.	M.	S.		
Paris...	20	Févr.	10.	4.	42	É.	Cassini.
	20		10.	4.	46	É.	Maraldi.
Pétersb.	27		14.	34.	0	É.	
Thury..	24	Mars	9.	57.	50	É.	
Pétersb.	24		11.	49.	22	É.	
	18	Avril	9.	7.	56	É.	
Upsal..	25		10.	56.	50	É.	
Paris...	2	Mai.	12.	33.	51	É.	♃ près de l'horizon dans les vapeurs.
	27		9.	46.	54	É.	
Upsal..	30	Oct.	17.	19.	16	I.	
Pétersb.	30		18.	9.	52	I.	
Pékin...	10	Nov.	15.	44.	0	I.	
Paris...	26	Déc.	12.	25.	53	I.	

1743 ☍ ♃ ☉ le 27 Févr.

Paris...	2	Janv.	14.	55.	20	I.	
Torneå.	2		16.	21.	7	I.	Hellant, l. 20 pi.
Upsal..	20		10.	11.	28	I.	Celsius.
Paris...	27		11.	42.	15	I.	
Upsal..	27		12.	43.	21	I.	
Pétersb.	27		13.	34.	15	I.	
Paris...	3	Févr.	14.	14.	16	I.	Cassini.
	3		14.	14.	33	I.	Maraldi.
	10		16.	47.	6	I.	
Pétersb.	11	Mars	7.	46.	30	É.	
Upsal..	18		9.	32.	31	É.	
Torneå.	18		9.	59.	12	É.	
Pétersb.	12	Avril	7.	32.	22	É.	
Torneå.	19		9.	45.	7	É.	
Paris...	3	Mai	13.	32.	9	É.	*dout.* vent qui agite la lunette.
Upsal..	28		11.	40.	3	É.	

1744 ☍ ♃ ☉ le 29 Mars.

Paris...	29	Févr.	12.	44.	37	I.	♃ dans le halo de la Lune, cependant clair & terminé.
Pétersb.	18	Mars	9.	3.	22	I.	
	19	Avril	11.	13.	48	É.	
Paris...	19		9.	23.	9	É.	*dout.*

1744.

			H.	M.	S.		
Paris...	26	Avril	11.	59.	55	É.	*dout.* le ciel n'est pas serein.
Pétersb.	26		13.	50.	41	É.	
	21	Mai.	10.	49.	27	É.	
Paris...	21		8.	58.	23	É.	
	29	Juin.	11.	4.	49	É.	♃ près de l'horiz.
	24	Juill.	8.	6.	59	É.	grand jour.

1745 ☍ ♃ ☉ le 29 Avril.

Pétersb.	1	Mars	15.	58.	8	I.	
Paris...	8		16.	44.	57	I.	Maraldi.
	8		16.	45.	4	I.	Cassini.
	2	Avril	13.	50.	19	I.	
Pétersb.	15	Mai.	9.	27.	48	É.	*dout.*
	22		10.	9.	38	É.	il ne fait pas beau.
	29		12.	43.	15	É.	♃ n'est pas clair.

1746 ☍ ♃ ☉ le 31 Mai.

Paris...	4	Janv.	18.	37.	26	I.	*dout.* Jupiter n'est pas terminé.
	5	Févr.	18.	10.	19	I.	*dout.* verre humid.
Upsal..	28	Avril	13.	15.	2	I.	
Paris...	5	Mai.	14.	50.	11	I.	
	17	Juin.	8.	35.	8	É.	grand crépuscule.
	24		11.	9.	27	É.	
	26	Juill.	10.	42.	8	É.	
	20	Août	7.	48.	44	É.	grand crépuscule.

1747 ☍ ♃ ☉ le 4 Juillet.

Paris...	7	Juin.	15.	46.	2	I.	grand jour; on voit difficilement le 4.e Satellite.
Rome..	21	Août	10.	24.	59	É.	P. Maire Jés. lun. 18 pieds.
Chand.	1	Sept.	7.	24.	40	É.	
Thury..	17	Oct.	6.	46.	49	É.	} *dout.*
Paris...	18	Nov.	6.	24.	15	É.	} *dout.*
Chand.	6	Déc.	6.	36.	8	É.	

1748 ☍ ♃ ☉ le 9 Août.

Paris...	29	Avril	15.	7.	8	I.	♃ mal terminé & ondoyant.

1748.

			H.	M.	S.	
Paris...	25	Juin	11.	54.	0	I. de l'Isle.
Upsal..	25		12.	55.	31	I.
Paris...	2	Juill.	14.	31.	2	I.
	2		14.	30.	31	I. de l'Isle.
	3	Août	14.	15.	30	I.
Madrid.	3		13.	51.	16	I. D. George Juan, lunette 17 p. ½.
Paris...	14		9.	7.	14	É. ♃ mal terminé & ondoyant.
	14		9.	7.	42	É. de l'Isle, l. 22 pi.
Madrid.	14		8.	42.	57	É. Duc de Solferino, télesc. 4 pi. 8 pouc.
Paris...	21		11.	44.	28	É.
	21		11.	44.	25	É. de l'Isle.
Madrid.	28		14.	0	53	É. D. George Juan, lunette 17 p. ½.
Pékin..	1	Sept.	11.	18.	47	É. lunette 11 pieds.
Rome...	8		7.	2.	38	É. P. Maire, l. 18 p. air chargé de vap.
Paris...	15		9.	1.	18	É.
	15		9.	1.	13	É. de l'Isle.
Madrid.	22		11.	16.	51	É. D. George Juan, lunette 17 pieds ½.
Chand.	26		6.	44.	37	É. télescope 2 pieds.
Pékin...	26		8.	36.	17	É. lunette 12 pieds.
Paris...	10	Oct.	6.	17.	48	É. de l'Isle, télescope 4 pieds ½.
Upsal..	10		7.	20.	39	É. Hiorter, l. 18 p.
Chand.	10		12.	2.	46	É. télescope 2 pieds.
Upsal..	17		9.	58.	43	É.
Stock..	17		10.	1.	28	É.
Pékin..	21		5.	51.	55	É. lunette 11 pieds.
Chand.	28		6.	36.	32	É.
	4	Nov.	9.	14.	18	É. *dout.*
	29		6.	14.	19	É.
	6	Déc.	8.	48.	20	É.

1749 ☍ ♃ ☉ le 16 Sept.

Paris...	21	Juill.	11.	13.	22	I. Maraldi.
	21		11.	13.	26	I. Cassini.
Abo...	21		12.	33.	5	I. Godolin. l. 19 p.
Upsal..	21		12.	15.	9	I. Hiorter lun. 18 p.

1749.

			H.	M.	S.	
Naples..	21	Juill.	12.	0.	33	I. Abbé Sabatelli, l. 22 pal. ciel nébul.
Paris...	28		13.	51.	12	I. ♃ mal terminé.
Turin..	28		14.	12.	42	I. P. Accetta, l. 22 p.
Abo...	15	Août	9.	47.	6	I.
Chand.	15		14.	10.	46	I.
Bologne.	22		11.	43.	2	I. lunette 11 pieds.
	22		11.	43.	41	I. lunette 22 pieds.
Abo...	22		12.	26.	57	I. lunette 18 pieds.
Upsal..	22		12.	8.	43	I.
Vienne.	22		12.	1.	54	I. Marinoni, l. 18 p.
Abo...	29		15.	6.	44	I.
Pékin..	20	Sept.	8.	2.	21	É.
Lund..	4	Oct.	6.	29.	27	É.
Paris...	11		8.	26.	41	É. de l'Isle, tél. 4 p. ½
Chand.	11		14.	9.	0	É.
Upsal..	18		12.	5.	6	É. *dout.*
Pékin...	22		7.	59.	8	É. lunette, 13 pieds.
Chand.	29		8.	45.	54	É.
Thury.	12	Nov.	8.	16.	25	É.
Chand.	30		8.	29.	12	É.
	7	Déc.	11.	4.	25	É.
Stock..	7		6.	22.	57	É.
Lund..	14		8.	37.	36	É.
Vienne.	14		8.	51.	49	É. Marinoni, l. 14 p.
Pékin...	18		4.	47.	22	É.
	25		7.	19.	48	É.

1750 ☍ ♃ ☉ le 22 Octob.

Paris...	15	Janv.	7.	23.	9	É.
Stock..	9	Févr.	5.	27.	48	É.
Abo...	9		5.	45.	57	É.
Paris...	20	Juin.	14.	9.	28	I. Jupiter ondoyant.
Stock..	15	Juill.	12.	12.	45	I.
Paris...	22		13.	46.	21	I. le ciel n'est pas ser.
Lund..	22		14.	29.	47	I.
Vienne.	22		14.	42.	15	I. Marinoni l. 18 pi.
Paris...	16	Août	10.	56.	25	I. lunette 18 pieds.
Paris C*	16		10.	55.	58	I.

* Paris C dénote l'Observatoire de M. de l'Isle, à l'hôtel de Clugni.

1750.

			H. M. S.	
Upsal..	16	Août	14. 17. 3	É. lunette 18 pieds.
Vienne.	23		14. 31. 5	I. Marinoni, l. 18 p.
Paris...	30		16. 14. 3	I.
Vienne.	30		17. 9. 32	I.
Pékin...	3	Sept.	13. 9. 51	I. lunette 13 pieds.
Macao.	3		12. 53. 43	I lunette 18 pieds.
Pékin...	10		15. 48. 30	I.
Torneå.	10		9. 40. 0	I.
Paris....	17		10. 53. 43	I. Gentil, lunette 18 pieds.
Paris *C.*	17		10. 53. 21	I. télesc. 4 pieds ½.
Thury.	17		10. 53. 23	I. Maraldi, l. 14 pi.
Vienne.	17		11. 49. 17	I. Marinoni.
Upsal..	17		11. 54. 36	I.
Lund..	17		11. 36. 21	I.
Paris *C.*	24		13. 33. 37	I.
Pékin..	28		10. 29. 9	I. P. Hallerstin, lun. 13 pieds.
	28		10. 29. 24	I. P. Gaubil, l. 14 p.
Paris *C.*	1	Oct.	16. 13. 30	I.
Thury..	1		16. 12. 51	I. lunette 14 pieds.
Pékin...	5		13. 10. 21	I. P. Hallerstin, lun. 13 pieds.
	5		13. 10. 36	I. P. Gaubil, l. 14. pi.
	12		15. 48. 50	I. *dout.*
Vienne.	12		9. 10. 40	I. lunette 18 pieds.
Stock...	12		9. 16. 31	I.
Upsal..	12		9. 14. 40	I.
Paris *C.*	19		10. 54. 3	I. *dout.*
Stock..	19		11. 55. 17	I.
Pékin...	23		7. 47. 25	
Stock..	26		16. 53. 15	É.
	30		6. 12. 50	É.
Thury.	6	Nov.	7. 47. 14	É.
Stock..	6		8. 49. 56	É.
Abo...	6		9. 7. 2	É.
Torneå.	6		9. 13. 50	É.
Lund..	6		8. 30. 30	É. Lunette 20 pieds.
Stock..	13		11. 27. 17	É.
Pékin...	17		7. 18. 44	É. lun. 13 pieds.

1750.

			H. M. S.	
Lund..	20	Nov.	13. 45. 3	I. lunette 20 pieds.
Pékin...	24		9. 56. 4	É. Lun. 13 pieds.
Vienne.	1	Déc.	5. 52. 48	
	8		8. 27. 29	
Pékin...	19		6. 59. 50	É. Lunette 13 pieds.
Chand.	26		7. 42. 50	É. télescope 2 pieds.

1751 ☍ ♃ ☉ le 28 Novemb.

Chand.	2	Janv.	10. 18. 0	É. télescope 2 pieds.
Stock..	9		5. 57. 15	} télesc. 2 pieds. Il fait très-beau.
	9		8. 11. 57	I.
Lund..	9		7. 53. 0	É. Lun. 20 pieds.
Pékin...	20		6. 38. 7	É. lunette 13 pieds.
Louisb..	23		8. 12. 30	É. Chabert, l. 18 p.
Pékin...	27		9. 14. 53	É. lunette 13 pieds.
Paris...	10	Févr.	16. 52. 18	É.
Paris *C.*	10		16. 52. 29	É. télesc, 4 pieds ½.
	17		9. 32. 53	É. *dout.* tél. 4 pi. ½. ♃ dans les vapeurs de l'horizon.
Pékin..	21		6. 24. 44	É. P. Gaubil, l. 14 p.
Chand.	28		7. 19. 6	
Paris...	14	Mars.	6. 42. 57	É.
Madrid.	14		6. 19. 0	É. P. Vendlingen.
Stock..	10	Août	11. 46. 52	I.
Hernos.	10		11. 46. 45	I. l. 20 p. *brouillard.*
	17		14. 22. 47	I.
Marseille	17		13. 33. 18	I. lunette 16 pieds.
Paris...	17		15. 43. 6	É. Je crois voir le sat. ♃ est caché dans l'instant.
	11	Sept.	10. 30. 7	I. Cassini de Thury, lunette 34 pieds.
	11		10. 29. 37	I. Gentil, lun. 15 p.
Thury.	11		10. 28. 43	I. l. 14 p. Jupit. près l'horizon est troub.
Stock..	11		11. 34. 2	I. tél. 2 pi. très-bien.
	11		13. 57. 50	É. même tél. à quelques sec. près.
	18		14. 11. 30	I.
Upsal..	18		14. 10. 37	I.

1751.

			H.	M.	S.	
Paris C.	25	Sept.	15.	45.	53	I.
Pékin ..	6	Oct.	15.	19.	58	I. P. Gaubil, l. 14. p.
Stock..	6		8.	46.	29	I.
Upſal..	6		8.	45.	13	I.
Marſeille	13		10.	33.	17	I.
Torneå.	13		11.	49.	10	I.
Pékin...	13		17.	58.	20	I. lunette 13 pieds.
Paris C.	20		12.	57.	23	I.
Pékin...	24		9.	53.	31	I. P. Gaubil, l. 14 p.
	24		9.	54.	1	I. P. Hallerſtin, lun. 13 pieds.
Thury.	27	Oct.	15.	36.	43	I.
Upſal..	27		16.	38.	7	I.
Hernoſ.	7	Nov.	8.	33.	22	I.
Iſle de Fr.	7		11.	11.	58	I. d'Après, lun. 17p.
	14		13.	47.	38	I. *idem.*
Pékin...	14		17.	43.	59	I. } Lun. 13 pieds.
	18		7.	1.	20	I. }
Stock..	9	Déc.	10.	43.	12	É. téleſ. 2 pi. Jupiter mal terminé.
	16		13.	17.	32	É.
Chand.	20		7.	15.	0	É.
Pékin...	20		9.	8.	7	É.
Stock..	27		5.	8.	30	É.
Pékin...	27		11.	41.	44	É. lun. 13 pieds.
Torneå.	27		5.	33.	16	É.

1752 ☍ ♃ ☉ le 31 Déc.

Hernoſ.	10	Janv.	10.	19.	50	
Torneå.	10		10.	44.	19	É.
Pékin...	14		6.	11.	21	É. } Lun. 13 pieds.
	21		8.	47.	38	É. }
Stock..	28		4.	58.	8	É.
Chand.	4	Févr.	12.	11.	58	É.
Hernoſ.	11		10.	7.	33	É.
Pékin...	22		8.	39.	15	É. } Lun. 13 pieds.
	29		11.	18.	54	É. }
Stock..	7	Mars	7.	25.	31	É.
Hernoſ.	7		7.	26.	2	É.
Upſal..	7		7.	23.	51	É.

1752.

			H.	M.	S.	
Vienne..	7	Mars	7.	19.	9	Marinoni.
Rouen.	14		8.	59.	19	É. Pingré.
Paris C.	15	Avril	9.	1.	53	É.
Paris...	15		9.	2.	49	É. Il ne fait pas beau.
	17	Août	15.	33.	55	I.
Pékin...	28		15.	2.	25	I.
Paris...	18	Sept.	15.	13.	57	I. Gentil, Jupit. mal terminé.
Thury..	13	Oct.	12.	20.	8	I.
Paris C.	13		12.	20.	10	I.
	20		14.	56.	17	I.
Stock..	20		15.	58.	45	I.
Upſal..	20		15.	56.	30	I.
Thury.	27		17.	30.	53	I.
Vienne.	27		18.	27.	6	I. } Marin. l. 18 pi.
	7	Nov.	10.	18.	17	I. }
	14		12.	52.	36	I. }
Stock..	14		12.	58.	54	I.
Upſal..	14		12.	57.	39	I.
Cap B.E.	21		15.	32.	55	I. la Caille, lun. 14 p.
Upſal..	28		18	3.	40	I.
Marſeille	28		17.	1.	32	I. P. Pezenas, tél. qui groſſit 95 fois.
	16	Déc.	11.	35.	7	I. } *idem.*
	23		14.	6.	33	I. }

1753.

Cap B.E.	10	Janv.	12.	14.	53	É. la Caille, l. 14 pi.
Paris...	17		13.	40.	52	É.
	24		16.	17.	19	É. *dout.* Jupiter dans les vapeurs.
Lund..	28		6.	19.	0	É. *dout.*
Cap B.E.	4	Fév.	9.	18.	15	É. le vent agite la lun.
Lund..	4		8.	55.	41	É.
	11		11.	33.	28	É.
Upſal..	1	Mars	6.	28.	25	É.
Paris...	8		8.	7.	16	É.
Paris C.	8		8.	7.	22	E.
Stock..	9	Avr.	9.	12.	20	É.
Upſal..	9		9.	10.	47	É.

1753.

			H.	M.	S.	
Madrid.	11	Mai.	7.	41.	8	É. P. Vendlingen, tél. 1 pied ½.
Stock..	12	Sept.	15.	36.	49	I. *dout.*
Upsal..	12		15.	35.	32	I.
Thury.	19		17.	9.	52	I. grand jour.
Vienne.	14	Oct.	15.	11.	37	I. Marinoni.
Paris *C.*	21		16.	47.	42	I. Jup. dans un nuage léger.
Stock..	8	Nov.	12.	14.	24	I.
Upsal..	8		12.	12.	47	I.
Greifsw.	8		11.	54.	47	I.
Vienne.	22		17.	12.	4	I.
Upsal..	29		19.	46.	18	I. *dout.*
	17	Déc.	14.	3.	24	I.

1754. ☍ ♃ ☉ le 1.er Févr.

Stock..	4	Janv.	8.	20.	11	I.
Upsal..	4		8.	18.	12	I.
Vienne.	11		10.	45.	43	I. Marinoni, l. 18 p.
Paris *C.*	11		9.	49.	15	I.
Lisbonne	11		9.	4.	3	I. P. Chevalier, télesc. 6 pieds ½.
	18		11.	35.	30	I. *idem.*
Paris...	18		12.	20.	56	I.
Paris *C.*	18		12.	21.	1	I.
Paris...	19	Févr.	14.	48.	58	É.
	2	Mars	6.	44.	35	É.
Marseille	2		9.	57.	30	É.
Paris...	9		9.	23.	8	É.
Paris *C.*	9		9.	23.	55	É.
Marseille	9		9.	36.	40	É.
Lund..	16		12.	45.	41	É.
Stock..	23		15.	44.	9	É.
Upsal..	23		15.	41.	45	É.
Stock..	3	Avr.	7.	42.	56	É.
Lund..	3		7.	24.	19	É.
Marseille	3		6.	53.	15	É.
Paris *C.*	10		9.	20.	33	É.
Stock..	10		10.	23.	16	É. *dout.*
Lund..	10		10.	3.	59	É.
Abo...	10		10.	40.	5	É.

1754.

			H.	M.	S.	
Stock..	12	Mai.	10.	16.	58	É.
Upsal..	12		10.	15.	31	É.
Lund..	12		9.	57.	52	É.
Abo...	12		10.	33.	52	É.
Greifsw.	12		9.	59.	18	É.
Madrid.	12		8.	50.	29	É.
Paris *C.*	13	Juin.	9.	1.	32	É.
Madrid.	13		8.	37.	7	É.
Stock..	15	Oct.	16.	55.	25	I.
	16	Nov.	16.	26.	55	I. ♃ qui trembloit.
	23		18.	59.	40	I. lunette 24 pieds.
Abo...	23		19.	15.	25	I.
Paris *C.*	18	Déc.	14.	40.	45	I. lunette 13 pieds.
Stock..	18		15.	44.	0	I. lunette 24 pieds.

1755. ☍ ♃ ☉ le 4 Mars.

Upsal..	19	Janv.	14.	55.	13	I. air chargé de vap.
Paris...	26		16.	25.	55	I. lunette 15 pieds.
Paris *C.*	26		16.	25.	23	I.
Stock..	26		17.	28.	53	I.
Upsal..	26		17.	27.	24	I.
Stock..	6	Févr.	9.	16.	3	I. *dout.*
Paris *C.*	4	Avril	7.	40.	54	É.
	4		7.	41.	12	É.
Lund...	4		8.	25.	7	É.
	11		11.	3.	19	É.
Upsal..	11		11.	20.	57	É. } *dout.*
Paris *C.*	11		10.	18.	52	É. }
	18		12.	55.	6	É.
Paris...	18		12.	55.	58	É.
Lund..	18		13.	40.	30	É. lunette 18 pieds.
Paris...	6	Mai.	7.	28.	50	É. il fait grand jour.
Abo....	6		8.	48.	20	É.
	13		11.	24.	48	É.
Stock...	13		11.	7.	17	É.
Upsal...	13		11.	6.	20	É.
Paris...	13		10.	4.	48	É.
Paris *C.*	13		10.	4.	15	É.
Stock...	14	Juin.	10.	48.	40	É.
Abo...	14		11.	5.	35	É.

1755.

			H.	M.	S.		
Lund...	14	Juin	10.	30.	7	É.	
	19	Déc.	16.	52.	25	I.	

1756 ☍ ♃ ☉ le 2 Avril.

			H.	M.	S.		
Paris *C.*	20	Janv.	15.	24.	50	I.	
Paris...	20		15.	24.	10	I.	vent qui agite la lu.
Lund..	27		18.	38.	53	I.	
Pékin...	31		14.	44.	39	I.	P. Gaubil, l. 13 p.
Paris...	28	Févr.	17.	24.	53	I.	le ciel n'est pas beau.
Paris *C.*	28		17.	24.	56		
Pékin..	3	Mars	14.	17.	54	I.	P. Gaubil, l. 13 p.
	10		16.	52.	49	I.	
Stock..	10		10.	20.	25	I.	
Upsal..	10		10.	18.	55	I.	
Stock..	17		12.	54.	17	I.	*dout.* Jupit. près de la Lune.
Upsal..	17		12.	53.	7	I.	
Paris *C.*	11	Avril	11.	26.	25	É.	} *dout.*
Paris...	11		11.	25.	57	É.	} *dout.*
Stock..	11		12.	30.	13	É.	} *dout.*
Upsal..	11		12.	28.	16	É.	
Pékin...	15		8.	26.	47	É.	Gaubil, lun. 13 p.
Paris...	18		14.	1.	11	É.	
Pékin..	22		11.	2.	28	É.	lunette 13 pieds.
Paris *C.*	13	Mai.	11.	4.	8	É.	
Paris...	13		11.	3.	55	É.	
Lund..	13		11.	47.	43	É.	
Pékin..	17		7.	58.	21	É.	*dout.* lun. 13 pi.
Paris *C.*	14	Juin.	10.	37.	21	É.	
Paris...	14		10.	38.	8	É.	
Pékin..	25		10.	5.	55	É.	

1757 ☍ ♃ ☉ le 3 Mai.

			H.	M.	S.		
Stock..	14	Févr.	14.	38.	45	I.	le ciel n'est pas ser. & Jupit. peu élevé.
Upsal..	14		14.	37.	38	I.	
Stock...	21		17.	13.	6	I.	
Paris..	18	Mars	13.	14.	9	I.	
Paris *C.*	18		13.	13.	48	I.	
Tirnaw.	18		14.	15.	3	I.	P. Weiss, tél. 4 pi.

1757.

			H.	M.	S.		
Upsal..	18	Mars	14.	16.	20	I.	
	25		16.	51.	28	I.	
Paris *C.*	19	Avril	12.	53.	41	I.	
Stock..	19		13.	57.	31	I.	
Tirnaw.	19		13.	54.	11	I.	
Paris *C.*	26		15.	29.	6	I.	
	7	Mai.	9.	49.	0	É.	*dout.*
	14		12.	22.	31	É.	
Lisbon..	8	Juin.	8.	32.	48	É.	*dout.* ciel nébuleux, fort crépusc. télesc. Greg. 7 pieds.
Stock..	8		10.	21.	21	É.	
Upsal...	8		10.	19.	26	É.	
Paris *C.*	15		11.	52.	29	É.	*dout.*
Vienne.	15		12.	47.	0	É.	P. Hell, télescope 4 pieds.
Lisbon.	15		11.	6.	15	É.	télescope 7 pieds.
Paris...	10	Juill.	8.	48.	20	É.	grand jour.
Paris *C.*	10		8.	48.	1	É.	
Stock..	10		9.	51.	12	É.	*dout.* grand jour.
Vienne.	10		9.	44.	20	É.	

1758 ☍ ♃ ☉ le 5 Juin.

			H.	M.	S.		
Paris...	21	Janv.	17.	37.	33	I.	
Stock..	20	Avril	15.	17.	12	I.	
Tirnaw.	20		15.	13.	54	I.	
Paris *C.*	15	Mai.	11.	17.	48		
Stock..	15		12.	20.	17	I.	♃ dans les vap.
Paris *C.*	22		13.	51.	23	I.	
Vienne.	22		14.	46.	35	I.	
Tirnaw.	22		14.	51.	42	I.	
Paris *C.*	9	Juin.	10.	53.	41	É.	*dout.*
Vienne.	9		11.	49.	58	É.	
Tirnaw.	9		11.	55.	34	É.	vapeurs dans l'air.
	4	Juill.	8.	50.	45	É.	
Vienne.	4		8.	46.	30	É.	P. Hell, tél. 4. pi. crépuscule.
	4		8.	46.	0	É.	son adjoint, télesc. 4 pieds ½.
	11		11.	19.	15	É.	
Tirnaw.	11		11.	24.	49	É.	

1758.

1758.

Lieu	Date	H.	M.	S.	
Tirnaw.	5 Août	8.	26.	18	É.
Vienne.	5	8.	21.	34	É. tél. grég. 27 pouc.
	5	8.	20.	50	É. téleſcope newton. 4 pieds ½.
	5	8.	21.	19	É. P. Pegaſi, téleſc. new. 4 pieds.
Paris...	12	10.	1.	21	É.
Paris *C.*	12	10.	0.	40	É.
Vienne.	12	10.	55.	16	É. *dout.* Jupit. près de l'horiz. chargé de vapeurs.

1759 ☍ ♃ ☉ le 10 Juillet.

Lieu	Date	H.	M.	S.	
Vienne.	20 Mars.	16.	39.	55	I.
	21 Avril	16.	30.	37	I.
Tirnaw.	21	16.	35.	53	I.
Paris...	17 Juin.	12.	22.	26	I.
Paris *C.*	17	12.	24.	43	I.
	24	15.	0.	24	I.
Tirnaw.	12 Juill.	13.	16.	11	É.
Vienne.	12	13.	11.	16	É. vap. & nuages.
Tirnaw.	30	7.	43.	7	É.
Vienne.	13	12.	50.	1	É. près l'horiz. vap.
	13	12.	50.	26	É. P. Lyſogrosky, tél. 4 pieds.
Prague.	13	12.	43.	24	É. P. Stepling, téleſc. new. 4 pieds.
Tirnaw.	31	7.	29.	10	É. grand crépuſcule.
Vienne.	2 Oct.	7.	15.	10	É. *dout.*
Tirnaw.	2	7.	19.	5	É.
Stock..	2	7.	21.	14	É.
Gothburg	2	6.	57.	49	É. tel. grég. 3. pieds
Paris *C.*	2	6.	18.	7	É.
Paris...	9	8.	56.	32	É.
Vienne.	3 Nov.	6.	58.	59	É. *dout.*

1760 ☍ ♃ ☉ le 14 Août.

Lieu	Date	H.	M.	S.	
Vienne.	16 Mai.	15.	25.	17	I.
Tirnaw.	16	15.	30.	13	I.
Vienne.	10 Juin.	12.	32.	34	I. vapeurs.
Tirnaw.	10	12.	36.	14	I. grand vent.
Paris...	17	14.	9.	44	I.

1760.

Lieu	Date	H.	M.	S.	
Paris..	17 Juin.	14.	10.	15	I. Chappe; lun. Cam. 19 pieds ½.
Tirnaw.	17	15.	12.	11	I. crépuſcule & vap.
Paris...	12 Juill.	11.	16.	17	I.
	12	11.	16.	30	I. Chappe; l. 19 p. ½.
	19	13.	53.	15	I.
	19	13.	53.	23	I. Chappe; l. 19 p. ½.
Tirnaw.	19	14.	53.	49	I.
	6 Août	9.	26.	8	I.
Vienne.	6	9.	21.	3	I.
Tirnaw.	31	9.	33.	21	É. ciel médioc. ſerein.
Paris...	7 Sept.	11.	11.	26	É.
Paris *C.*	7	11.	11.	25	É. tél. grég. 30 pouc. qui groſſit 104 fois.
Vienne.	7	12.	8.	2	É.
Paris...	2 Oct.	8.	28.	44	É. Chappe, l. 19. p. ½.
Stock..	2	9.	31.	5	É.
Carlſcrona	2	9.	20.	44	É. téleſc. grég. 3 p.
Tirnaw.	2	9.	29.	45	É.
	27	6.	42.	22	É. grand vent & vap.
Vienne.	27	6.	38.	13	É.
Lund..	28 Nov.	6.	3.	38	É. tél. grég. 3 pieds.

1761 ☍ ♃ ☉ le 21 Sept.

Lieu	Date	H.	M.	S.	
Vienne.	6 Juill.	11.	46.	53	I. Lyſogroski, téleſc. 4 pieds ½.
Paris...	13	13.	28.	35	I.
Paris *C.*	13	13.	29.	10	I.
Paris...	20	16.	5.	1	I. grand jour.
Stock..	7 Août	11.	43.	1	I. l. Doll. 10 p. 0,2 *.
	14	14.	21.	37	I. *idem.*
Paris...	14	13.	18.	39	I.
Paris *C.*	14	13.	18.	37	I. téleſcope qui groſſit 66 fois.
	21	15.	58.	9	I. même téleſcope.
Stock..	1 Sept.	9.	1.	6	I. l. Doll. 0,2 ♃ bas.

* M. Wargentin s'eſt ſervi cette année & les ſuivantes, d'une lunette achromatique de 10 pieds, faite par M. Dollond. On peut y adapter différens oculaires; ils ſont deſignés par 0,1, 0,2, 0,3 : avec l'oculaire 1, elle groſſit 87 fois; avec l'oculaire 2, elle groſſit 121 fois; & avec l'oculaire 3, elle groſſit 186 fois.

1761.

			H.	M.	S.	
Vienne.	1	Sept.	8.	53.	39	I. vapeurs.
Tirnaw.	1		8.	58.	44	I.
Paris...	8		10.	37.	59	I.
Paris *C.*	8		10.	38.	37	I. téleſcope qui groſſit 104 fois.
Vienne.	8		11.	33.	45	I.
Paris *C.*	26		8.	1.	5	É. téleſcope qui groſſit 104 fois.
	26		8.	2.	8	É. de l'Iſle, tel. new. 4 pieds ½.
Stock..	26		9.	3.	54	É. lun. Dollond, 0,3.
Vienne.	26		8.	58.	5	É. Rain. tél. 4 pi. ½.
	3	Oct.	11.	37.	17	É.
	10		14.	17.	14	É.
Lund..	21		6.	3.	17	É.
Paris...	11	Nov.	13.	12.	43	É. Jupit. mal terminé & ondoyant.
Stock..	22		6.	9.	24	É. lun. Dollond, 0,2; ♃ dans les nuages.
Lund..	29		8.	24.	52	É.
Paris...	6	Déc.	10.	15.	59	É.
Tirnaw.	6		11.	17.	14	É.

1762. ☍ ♃ ☉ le 28 Octob.

Paris...	1	Févr.	6.	46.	37	É.
Lund..	7	Juill.	14.	4.	12	I.
Tirnaw.	7		14.	22.	45	I.
	1	Août	11.	27.	2	I. vapeurs.
Stock..	8		14.	7.	51	I. lun. Dollond, 0,1.
Vienne.	8		13.	59.	51	I. vapeurs.
Tirnaw.	8		14.	5.	22	I.
Paris...	2	Sept.	10.	19.	5	I.
Stock..	9		14.	2.	37	I. lun. Dollond, 0,1.
Vienne.	27		8.	35.	32	I.
	18	Oct.	16.	33.	22	I.
Tirnaw.	18		16.	37.	36	I. vapeurs.
Vienne.	29		11.	6.	39	É. trop près de l'Op.
Stock..	16	Nov.	5.	46.	30	É. lun. Dollond, 0,2.
Lund..	16		5.	27.	38	É. téleſcope 3 pieds.
Greifswald	23		8.	4.	1	É. Mayer.
Stock..	30		10.	58.	33	É. l. Doll. 0,2 brume
Vienne.	30		10.	53.	20	É.

1762.

			H.	M.	S.	
Tirnaw.	7	Déc.	13.	32.	12	É.
Paris...	25		6.	58.	45	É.
Tirnaw.	25		7.	59.	30	É.

1763. ☍ ♃ ☉ le 3 Déc.

Stock..	19	Janv.	5.	3.	25	É. lun. Dollond, 0,2.
Paris...	6	Mars.	9.	3.	25	É. Jupit. dans les vap. de l'horizon.
	6		9.	2.	28	É. Chappe, l. 19 p. ½.
Paris *C.*	9	Août	15.	28.	54	I. à travers de nuages rares.
	27		12.	35.	34	É.
Paris...	3	Sept.	12.	38.	18	I.
	3		15.	12.	21	É. j'ai cru le voir pluſ. ſec. auparavant.
Paris *C.*	3		12.	38.	18	I. } téleſc. qui groſſit 104 fois.
	3		15.	11.	44	É. }
Lund..	10		15.	58.	48	I. } téleſ. grég. 2 pi.
	28		10.	34.	19	I. }
Paris *C.*	28		9.	50.	48	I.
Lund..	12	Oct.	15.	50.	42	I.
Stock..	6	Nov.	13.	21.	23	I. lun. Dollond, 0,2.
Lund..	13		15.	37.	39	I. *dout.*
Paris...	24		6.	46.	44	I. Chappe, lunette 19 pieds ½.
Greifsw.	12	Déc.	4.	35.	33	É. l. Dollond, 7 pi.

1764.

Stock..	2	Janv.	12.	37.	22	É. l. Dollond, 0,2.
Lund..	2		12.	20.	5	É. *dout.*
Tirnaw.	27		9.	41.	53	É.
	21	Févr.	6.	55.	12	É.
Vienne.	21		6.	50.	42	É.
Paris *C.*	28		8.	34.	10	É.
Berlin..	28		9.	20.	8	É. Recard, l. 15. pi.
Stock..	6	Mars	12.	15.	34	É. l. Dollond, 0,1.
Tirnaw.	24		6.	53.	10	É.
	31		9.	33.	0	É. vapeurs.
Vienne.	31		9.	29.	17	É.
Greifsw.	31		9.	16.	49	É. téleſc. 30 pouces.
Paris *C.*	2	Mai.	8.	24.	47	É.

1764.

Lieu	Jour	Mois	H.	M.	S.		Remarques
Stock..	2	Sept.	9.	27.	4	É.	l. Dollond, 0,2.
Tirnaw.	3		15.	47.	51	I.	
Stock..	5	Oct.	15.	33.	33	I.	l. Dollond, 0,2.
Stock...	12		18.	8.	30	É.	lun. Dollond, 0,2. vapeurs.
	15	Déc.	17.	13.	31	I.	♃ dans des nuages.

1765 ☍ ♃ ☉ le 4 Janv.

Lieu	Jour	Mois	H.	M.	S.		Remarques
Stock..	20	Janv.	8.	46.	13	É.	lun. Dollond, 0,1.
Tirnaw.	20		8.	45.	3	É.	
Paris...	3	Fév.	12.	56.	13	É.	
Stock..	14		5.	55.	44	É.	
Paris...	21		7.	32.	16	É.	
Paris C.	21		7.	32.	9	É.	
Paris...	28		10.	11.	31	É.	
Paris C.	28		10.	11.	40	É.	
Tirnaw.	28		11.	12.	28	É.	grand vent
Paris C.	7	Mars	12.	50.	2	É.	
Paris...	25		7.	33.	15	É.	
Paris C.	25		7.	31.	21	É.	
Stock..	25		8.	34.	22	É.	lun. Dollond, 0,2; grand vent qui agite la lunette.
Vienne.	1	Avril	11.	8.	18	É.	
	26		8.	28.	3	É.	vapeurs.
Stock..	26		8.	33.	54	É.	lun. Dollond, 0,2.
	3	Mai.	11.	13.	3	É.	il est sorti, & il est brillant.
Paris...	3		10.	9.	52	É.	
Stock..	29	Sept.	14.	49.	31	I.	lun. Dollond, 0,2.
Tirnaw.	7	Nov.	16.	54.	0	I.	
	25		11.	13.	32	I.	vapeurs.
Paris C.	2	Déc.	12.	43.	29	I.	
Tirnaw.	2		13.	43.	41	I.	Jup. près de la Lun.
Paris...	16		17.	43.	48	I.	
Paris C.	16		17.	43.	46	I.	

1766 ☍ ♃ ☉ le 5 Févr.

Lieu	Jour	Mois	H.	M.	S.		Remarques
Paris...	10	Janv.	14.	30.	13	I.	
Stock..	21		7.	22.	20	I.	} l. Dollond, 0,2.
	28		9.	54.	53	I.	} l. Dollond, 0,2.

1766.

Lieu	Jour	Mois	H.	M.	S.		Remarques
Stock..	22	Fév.	9.	51.	50	É.	*dout.*
Paris...	8	Mars	14.	4.	36	É.	
Stock..	19		7.	5.	23	É.	lun. Dollond, 0,1.
	2	Avr.	12.	24.	18	É.	
Paris...	9		14.	2.	22	É.	il ne fait pas beau.
Stock..	27		9.	42.	20	É.	l. Dol. 0,1; gr. cr.
Paris...	4	Mai.	11.	18.	31	É.	le vent agite la lun.
Paris C.	1	Nov.	14.	56.	1	I.	vapeurs épaisses.
	8		17.	29.	56	I.	
Paris...	3	Déc.	14.	18.	8	I.	
Paris C.	3		14.	19.	0	I.	
Stock..	3		15.	22.	15	I.	lun. Dollond, 0,2.
Greifsw.	3		15.	2.	2	I.	*dout.* lun. Doll. 7 p.
	10		17.	32.	48	I.	même lunette.
Paris...	17		19.	16.	50	I.	il fait grand jour.

1767 ☍ ♃ ☉ le 8 Mars.

Lieu	Jour	Mois	H.	M.	S.		Remarques
Paris...	11	Janv.	16.	0.	24	I.	
	18		18.	30.	31	I.	
Greifsw.	18		19.	15.	26	I.	lun. Dollond, 7 pi.
Paris...	29		10.	17.	56	I.	
	29		10.	18.	26	I.	l. Dollond, 42 po. Cassini de Thury.
Paris C.	29		10.	18.	7	I.	
Tirnaw.	29		11.	18.	38	I.	vapeurs épaisses.
Paris...	12	Fév.	15.	25.	55	I.	*dout.* nuages.
Paris C.	19		17.	57.	56	I.	
	20	Mars	7.	7.	26	É.	
Stock..	3	Avr.	13.	23.	58	É.	lun. Dollond, 0,1.
Paris C.	10		14.	58.	18	É	*dout.* ♃ bas & près de la Lune.
Tirnaw.	21		7.	55.	56	É.	
Paris...	28		9.	32.	26	É.	
Paris C.	28		9.	32.	10	É.	
Stock..	28		10.	34.	46	É.	lun. Dollond, 0,1.
Tirnaw.	30	Mai.	10.	17.	13	É.	
	11	Déc.	19.	13.	59	I.	

Nota. M. Messier a fait ses observations à l'hôtel de Clugni, depuis 1753 jusqu'en 1760, avec un télescope newtonien de 4 pieds ½ qui grossit 66 fois; il s'est servi ensuite d'un télescope grégorien de 30 pouces qui grossit 104 fois.

SUITE DES RECHERCHES

Sur les mouvemens de l'axe d'une Planète quelconque dans l'hypothèse de la dissimilitude des Méridiens.

Par M. D'ALEMBERT.

Lû en Mars 1769.

CE Mémoire ne sera qu'une espèce de supplément à celui que j'ai donné dans les Mémoires de cette année 1768, & dont j'ai été obligé de supprimer plusieurs détails nécessaires & intéressans, pour ne pas le rendre trop long.

§. I.

MÉTHODE la plus simple pour parvenir aux Équations qui donnent les mouvemens de l'axe lunaire.

Fig. 1. (1.) Soit, comme dans le Mémoire précédent, ECe, la projection de l'axe lunaire sur le plan de l'écliptique, $S'C$ la projection du rayon qui va de la Lune à la Terre, CD & CB deux lignes fixes perpendiculaires l'une à l'autre, & dans le plan ECZ parallèle à l'écliptique, l'angle $S'Ce = v$, l'angle $DCe = e$, on aura l'angle $S'CD = v - e$, que j'appelle ω. Cela posé, nommant, comme dans le Mémoire précédent, CN, z,
Fig. 2. Ng, u, on aura $Lg = z$ cos. $\omega - u$ sin. ω, & $CL = z$ sin. $\omega + u$ cos. ω.

(2.) Maintenant, si on décompose la force qui agit sur chaque point de la Lune en deux, dont l'une passe par le centre de cette planète, & ne produira aucun mouvement dans l'axe, & l'autre soit parallèle à la ligne qui va du corps S au centre de la Lune; il est aisé de voir que la force parallèle à CD ou u, qui résultera de cette dernière force, sera égale à très-peu près à $\frac{3S}{u'^3} \times (z \text{ sin. } \omega + u \text{ cos. } \omega) \times \text{cos. } \omega$, u' étant $= S'C$,

& que la force parallèle à CN ou z sera $\frac{3S}{u'^3} \times (z$ sin. $\omega +$ u cos. $\omega)$ sin. ω; or, à cause de $z = \varpi$ cos. $e - \varrho$ sin. e, de $u = \varrho$ cos. $e + \varpi$ sin. e, de sin. $v =$ sin. $(\omega + e)$ $=$ sin. ω cos. $e +$ sin. e cos. ω, & de cos. $v =$ cos. ω cos. $e -$ sin. e sin. ω, on aura z sin. $\omega + u$ cos. $\omega =$ après les réductions, ϖ sin. $v + \varrho$ cos. v, & on trouvera de la même manière, & par la même raison, u sin. $\omega - z$ cos. $\omega =$ ϱ sin. $v - \varpi$ cos. v.

(3.) Donc la force de chaque point parallèlement à u, sera $\frac{3S}{u'^3} \times (\varpi$ sin. $v + \varrho$ cos. $v) \times$ cos. ω, & parallèlement à z, sera $\frac{3S}{u'^3} \times (\varpi$ sin. $v + \varrho$ cos. $v) \times$ sin. ω.

(4.) Or si on nomme φ la première de ces forces, & ψ la seconde; il est aisé de voir par le Mémoire précédent, *art. 3*, qu'on aura $\int \frac{G'd(udz - zdu)}{dt^2} = \int G'\psi u - \int G'\varphi z =$ $\frac{3S}{u'^3} \times \int G'(\varpi$ sin. $v + \varrho$ cos. $v)(u$ sin. $\omega - z$ cos. $\omega)$ ou $\int G'(\varpi$ sin. $v + \varrho$ cos. $v)(\varrho$ sin. $v - \varpi$ cos. $v)$ $=$ [en mettant pour ϖ & ϱ leurs valeurs f sin. X'', & $(a - b)$ cos. $\Pi - f$ sin. Π cos. X'', & en supprimant les termes qui sont nuls] $\frac{3S}{u'^3} \times \int G'[-ff$ sin. $\Pi \frac{\text{sin. } 2X''}{2}$ $\times$ (sin. $v^2 -$ cos. $v^2) +$ cos. v sin. $v \times [(a-b)^2$ cos. Π^2 $+ ff$ sin. Π^2 cos. $X''^2 - ff$ sin. $X''^2]]$, quantité que j'appelle Ω.

(5.) Quant au premier membre $\int \frac{G'd(udz - zdu)}{dt^2}$, on peut voir dans le *Tome IV de nos Opuscules, page 50*, comment il se réduit en faisant disparoître l'angle fini e; & à l'égard de l'angle X'', on se souviendra qu'il est égal (*Mém. précéd. art. 12*) à $\xi + P - B$, B étant un angle constant, qui dépend de la situation des axes de l'équateur lunaire, lorsque $t = 0$.

(6.) Supposant de même que chaque particule G' soit animée d'une force P' dirigée de haut en bas, on aura les équations $\int \frac{G'(\pi dd z - z dd\pi)}{dt^2} = \int G'(\psi\pi + zP')$, & $\frac{\int G'}{dt^2}(\pi ddu - udd\pi) = \int G'(\varphi\pi + uP')$; (je mets $+zP'$, & $+uP'$, & non $-zP'$ & $-uP'$, parce que la force P' est supposée dirigée de haut en bas, & non de bas en haut, comme la force $\frac{dd\pi}{dt^2}$); d'où l'on tire $\int \frac{G'(\pi ddz - zdd\pi)\,\text{cos}.\,e}{dt^2} + \int \frac{G'(\pi ddu - udd\pi)\,\text{sin}.\,e}{dt^2} = \int G'\,\text{cos}.\,e\,(\psi\pi + P'z) + \int G'\,\text{sin}.\,e \times (\varphi\pi + uP')$; & $\int \frac{G'\,\text{sin}.\,e}{dt^2} \times (\pi ddz - zdd\pi) - \int \frac{G\,\text{cos}.\,e}{dt^2}(\pi ddu - udd\pi) = \int G'\,\text{sin}.\,e\,(\psi\pi + P'z) - \int G'\,\text{cos}.\,e \times (\varphi\pi + uP')$; on a déjà vu (*Mémoire précédent, art. 6, & Tome IV de nos Opuscules, page 51*) comment les premiers membres de chacune de ces équations se réduisent & se simplifient, sans contenir l'angle fini e.

(7.) Pour réduire les seconds membres, on considèrera, en faisant les mêmes décompositions que dans *l'article 2*; 1.° que $P' =$ à très-peu près $\frac{S}{u''^3} \times p' - \frac{Sp'}{u'^3}$, p' étant la distance du centre de la Lune au plan de l'écliptique, & u'' la ligne SL; & comme $u'' = u' - CL$ à très-peu près, ou $u' - z\,\text{sin}.\,\omega - u\,\text{cos}.\,\omega = u' - \varpi\,\text{sin}.\,v - \varrho\,\text{cos}.\,v$, on aura $P' =$ à très-peu près $\frac{3Sp'}{u'^4} \times (\varpi\,\text{sin}.\,v + \varrho\,\text{cos}.\,v)$; 2.° on a vu ci-dessus que $\psi = \frac{3S}{u'^3} \times (\varpi\,\text{sin}.\,v + \varrho\,\text{cos}.\,v) \times \text{sin}.\,\omega$; & que $\varphi = \frac{3S}{u'^3} \times (\varpi\,\text{sin}.\,v + \varrho\,\text{cos}.\,v) \times \text{cos}.\,\omega$; on aura par conséquent $\pi \times (\psi\,\text{cos}.\,e + \varphi\,\text{sin}.\,e) = \frac{3S\pi}{u'^3} \times (\varrho\,\text{cos}.\,v +$

ϖ ſin. v), multiplié par ſin. ω coſ. e + coſ. ω ſin. ε; ou par ſin. $(\omega + \varepsilon)$ = ſin. v, & que de même $P'z$ coſ. $e + P'u$ ſin. $e = P'\varpi$ (coſ. e^2 + ſin. e^2) = $P'\varpi$; doù il s'enſuit que le ſecond membre de la ſeconde équation de *l'article 6*, ſera $= \frac{3S}{u'^3} \times \int G'\pi$ ſin. $v \times (\rho$ coſ. $v + \varpi$ ſin. $v) + \frac{S}{u''^3} \times \int G' \times p' \times \varpi - S\int \frac{\varpi p' G'}{u'^3} = \frac{3S}{u'^3} \times \int (\rho$ coſ. $v + \varpi$ ſin. $v) \times G' (\pi$ ſin. $v + \frac{p'\varpi}{u'})$, quantité que j'appelle Γ; on remarquera que $\frac{p'}{u'}$ = à très-peu près ſin. ϑ', ou plus exactement $\frac{\text{ſin.}\ \vartheta'}{\text{coſ.}\ \vartheta'}$, en regardant ϑ' comme très-petit, & prenant ϑ' pour la latitude de la Lune.

(8.) On trouvera de même, & par le même moyen, que le ſecond membre de la troiſième équation de *l'article 6*, ſe réduit à $\frac{3S}{u'^3} \times \int G'\pi \times -$ coſ. $v (\rho$ coſ. $v + \varpi$ ſin. $v) - \frac{S}{u''^3} \int G' \times p' \times \rho + \frac{S}{u'^3} \int G' \rho p' = \frac{3S}{u'^3} \times \int (\rho$ coſ. $v + \varpi$ ſin. $v) \times [G' \times (- \pi$ coſ. $v - \frac{p'\rho}{u'})]$ quantité que j'appelle Ψ.

(9.) Il faut bien remarquer que nous n'avons point eu égard dans l'évaluation de la force P' à la quantité $\frac{S\pi}{u'^3}$ qui paroît d'abord devoir y entrer, parce que cette quantité vient uniquement d'une force qui paſſe par le centre de la Lune, & dont par conſéquent l'effet eſt nul dans le cas préſent; en effet, chaque point de la Lune (comme nous l'avons obſervé *art. 2*) eſt attiré par deux forces, dont l'une eſt dirigée au centre de la Lune, & dont l'autre eſt parallèle au rayon de l'orbite réelle de la Lune, & $= \frac{Sr'}{V'^3}$, en nommant r' ce rayon, & V' la diſtance réelle du point dont il s'agit à la Terre; or de-là il réſulte

perpendiculairement à l'écliptique une force $=$ à très-peu près à $\frac{Sp'}{V'^3} - \frac{Sp'}{u'^3} =$ à très-peu près $Sp' \times (\frac{1}{u''^3} - \frac{1}{u'^3})$, dont la valeur approchée sera la même que ci-dessus.

Je donnerai plus bas la valeur exacte des forces qui agissent sur les particules de la Lune, & j'indiquerai même la manière de trouver l'effet de ces forces pour altérer l'orbite lunaire; quant à présent on peut s'en tenir aux expressions précédentes, qui suffisent pour notre objet.

(10.) Pour faire usage maintenant des équations trouvées, nous rappellerons les valeurs de $u\,dz - z\,du$, $\pi\,d\varpi - \varpi\,d\pi$, $\varrho\,d\pi - \pi\,d\varrho$, &c. données dans le *Tome IV de nos Opuscules, XXII.e Mém. pages 50 & 51*, & nous aurons, en regardant comme nuls, & négligeant les termes où se rencontrent λf cos. X'', & λf sin. X''; $u\,dz - z\,du = \varrho\,d\varpi - \varpi\,d\varrho - d\epsilon\,(\varpi\varpi + \varrho\varrho) = -ff\,dP$ sin. $\Pi + ff\,d\Pi$ cos. Π sin. X'' cos. X'' $- d\epsilon\,(\lambda\lambda \times$ cos. $\Pi^2 + ff - ff$ cos. X''^2 cos. $\Pi^2)$; donc, si on nomme pour abréger $\Omega\,dt^2$, $\Gamma\,dt^2$, & $\Psi\,dt^2$, les premiers membres des trois équations, on aura; 1.° $\Omega\,dt^2 = d\,[\int G'\,(ff\,d\Pi$ sin. X'' cos. $X'' - d\epsilon\,(\lambda^2$ cos. $\Pi - ff$ cos. X''^2 cos. $\Pi))$ cos. $\Pi - \int G'\,ff\,dP$ sin. $\Pi\,] - d\,(\int G'\,ff\,d\epsilon)$, en regardant Π, e, & P comme variables.

(11.) On aura de même *(Tome IV, Opuscules, page 51)* $\Gamma\,dt^2 = \int G'\,d\,(\pi\,d\varpi - \varpi\,d\pi - \pi\,\varrho\,d\epsilon) + \int G'\,(\varrho\,d\pi - \pi\,d\varrho - \pi\,\varpi\,d\epsilon)\,d\epsilon =$ *(ibid.)* $d\int G'\,[ff\,dP$ cos. $\Pi + ff\,d\Pi$ sin. Π sin. X'' cos. $X'' - d\epsilon\,(\lambda^2$ sin. Π cos. $\Pi - ff$ cos. X''^2 sin. Π cos. $\Pi)] + \int(\lambda^2 d\Pi + f^2\,d\Pi$ cos. $X''^2 - ff\,d\epsilon$ cos. $\Pi \times$ sin. X'' cos. $X'')\,d\epsilon \times G'$.

(12.) On aura enfin $\Psi\,dt^2 = d\int G'\,(\varrho\,d\pi - \pi\,d\varrho - \pi\,\varpi\,d\epsilon) + \int(\pi\,\varrho\,d\epsilon - \pi\,d\varpi + \varpi\,d\pi)\,G'\,d\epsilon = d\int G'\,[\lambda^2\,d\Pi + f^2\,d\Pi$ cos. $X''^2 - ff\,d\epsilon$ cos. Π sin. X''

cos.

$\text{cos.}\, X''] + \int(\lambda^2 d\varepsilon \,\text{sin.}\,\Pi \times \text{cos.}\,\Pi - ff d\varepsilon \,\text{cos.}\, X''^2 \,\text{sin.}\,\Pi \,\text{cos.}\,\Pi - ff dP \,\text{cos.}\,\Pi - ff d\Pi \,\text{sin.}\,\Pi \,\text{sin.}\, X'' \,\text{cos.}\, X'')\, G' d\varepsilon$.

(13.) Soit $-ff dP = dq$, & $d\nu = ff d\Pi \,\text{sin.}\, X'' \,\text{cos.}\, X'' - d\varepsilon(\lambda\lambda \,\text{cos.}\,\Pi - ff \,\text{cos.}\,\Pi \,\text{cos.}\, X''^2)$, on aura, au lieu des deux premières équations, $\Omega\, dt^2 = d\int G' [d\nu \,\text{cos.}\,\Pi + dq \,\text{sin.}\,\Pi - ff d\varepsilon]$, & $\Gamma\, dt^2 = d\int (d\nu \,\text{sin.}\,\Pi - dq \,\text{cos.}\,\Pi)\, G' + d\varepsilon \,.\int G' [\lambda^2 d\Pi + f^2 d\Pi \,\text{cos.}\, X''^2 - ff d\varepsilon \,\text{cos.}\,\Pi \,\text{sin.}\, X'' \,\text{cos.}\, X'']$. Multipliant donc la première par $\text{sin.}\,\Pi$, & la seconde par $-\text{cos.}\,\Pi$, & les ajoutant ensemble, on aura, par la méthode enseignée (*Tome IV de nos Opuscules, page 51*) $\Omega\, dt^2 \,\text{sin.}\,\Pi - \Gamma\, dt^2 \,\text{cos.}\,\Pi = -\int G' d\nu\, d\Pi + \int G'(ddq - ff dd\varepsilon \,\text{sin.}\,\Pi) - d\varepsilon\, [\int G' \lambda^2 d\Pi \,\text{cos.}\,\Pi + \int G'(f^2 d\Pi \times \text{cos.}\, X''^2) \,\text{cos.}\,\Pi - \int ff d\varepsilon \times G' \,\text{cos.}\,\Pi^2 \,\text{sin.}\, X'' \,\text{cos.}\, X'']$; d'où l'on tirera, en substituant & en réduisant, les mêmes équations que dans le *Mémoire précédent, article 6.*

(14.) Je ne pousse pas plus loin ce calcul, n'y ayant point d'analyste qui ne puisse le faire aisément, & les équations dont il s'agit étant déjà données par une autre méthode dans le *Mémoire précédent.* Je me contenterai de remarquer que la solution présente me paroît la plus facile & la plus directe qu'il est possible, puisqu'elle n'exige ni le calcul de l'angle A, ni celui de l'angle Σ & de l'angle V, qui est assez compliqué, & que d'ailleurs elle est fondée sur ce principe très-simple de Mécanique, que si tant de points G' qu'on voudra, sont attirés ou poussés parallèlement à z, u, π, par des forces Z, U, Π', on aura $\int \frac{G'(u\,ddz - z\,ddu)}{dt^2} = \int G'(uZ - zU)$; $\int \frac{G'(\pi\, ddz - z\, dd\pi)}{dt^2} = \int G'(\pi Z - z\Pi')$; & $\int \frac{G'}{dt^2}(\pi\, ddu - u\, dd\pi) = \int G'(\pi U - u\Pi')$; principe que je crois avoir démontré le premier en 1749, dans mes

Recherches ſur la préceſſion des Équinoxes, art. 20, 21 & 22; & depuis encore en 1758, dans la ſeconde édition de ma *Dynamique, article 58*, & qui donne la loi de l'équilibre entre pluſieurs puiſſances placées dans différens plans. M. de la Grange dans ſa belle pièce ſur la libration de la Lune, a employé pour parvenir aux mêmes équations un principe différent, analogue à celui de la conſervation des forces vives. M. Euler, dans ſon Ouvrage intitulé *Theoria motûs corporum, &c.* imprimé en 1765, a auſſi employé *(art. 384 & ſuivans)* des principes de Statique pour déterminer les loix du mouvement d'un corps de figure quelconque; mais ces principes, ce me ſemble, reviennent au même que le mien, qui conſiſte à réduire toutes les puiſſances à trois, placées dans des plans perpendiculaires l'un à l'autre, & à transformer enſuite ces puiſſances en d'autres, de manière qu'il en réſulte l'équilibre, c'eſt-à-dire des forces égales & contraires, placées dans le même plan. *Voyez les Recherches ſur la préceſſion des Équinoxes & le Traité de Dynamique déjà cité* *.

* À l'occaſion de ces Équations ſur les mouvemens de l'axe de la Lune, je crois devoir avertir qu'ayant examiné de nouveau celles qui donnent le mouvement d'un corps peſant ſur un plan incliné *(Tome V des Opuſcules, page 497 & ſuivantes)*, j'ai trouvé que les termes qui contiendroient ſin. e & coſ. e dans ces équations, doivent en diſparoître, parce qu'ils ſeront détruits par d'autres; d'où il s'enſuit qu'on trouvera le mouvement du corps ſur un plan incliné comme ſur un plan horizontal; c'eſt ce qu'on peut d'ailleurs voir aiſément en appliquant au corps & au plan incliné, une force égale & oppoſée à l'action que la peſanteur exerce parallèlement à ce plan. En général, ſi tous les points d'un corps qui pirouette ſur un plan, ſont animés par des forces égales & parallèles ψ, φ, γ, perpendiculaires au plan & à deux autres plans de poſition conſtante & arbitraire, perpendiculaires entre eux & au plan donné, le Calcul fera voir *(Tome V des Opuſcules, page 491 & ſuiv.)* que les forces φ, γ, diſparoîtront du réſultat des trois dernières équations, & que les valeurs de e, P, Π, ſeront les mêmes que ſi γ & φ étoient égales à zéro : après quoi les deux premières équations *(Opuſc. Tome V, page 491)* donneront le mouvement de la pointe; c'eſt ce qui ſe voit encore en imprimant à tous les points du corps, ainſi qu'au plan, des forces contraires & égales aux forces φ & γ; car alors le mouvement du corps dans l'eſpace abſolu, ſera le même que ſi φ & γ étoient $= 0$: on rendra enſuite au corps & au plan le mouvement produit par les forces φ & γ, & on verra aiſément que ſi ces forces φ & γ ne ſont que des fonctions de e, P, Π, on aura ſans peine les mouvemens ds & dx dans le ſens des forces γ & φ, puiſque $dds = A\gamma dt^2$, & $ddx = B\varphi dt^2$, & que φ, γ, ſont données

§. II.

Autres Recherches sur les Équations qui donnent les mouvemens de l'axe lunaire.

(15.) On peut réduire à des différentielles du premier ordre, les équations qui donnent les mouvemens de l'axe, de la manière suivante; on a *(art. 3)* la force U parallèle aux $u = \frac{3S}{u'^3} \times (\varpi \text{ sin. } v + \varrho \text{ cos. } v) \times \text{cos. } (v - e)$, & la force Z parallèle aux $z = \frac{3S}{u'^3} \times (\varpi \text{ sin. } v + \varrho \text{ cos. } v) \text{ sin. } (v - e)$, & enfin la force Π' parallèle aux $\pi = -\frac{3Sp'}{u'^4} (\varrho \text{ cos. } v + \pi \text{ sin. } v)$; on aura donc, en faisant les substitutions *(pag. 50 & 51 du Tome IV des Opuscules)* les équations suivantes;

1.° $\int G' [\varrho d\varpi - \varpi d\varrho - de (\varpi\varpi + \varrho\varrho)] = dt \int G' dt (\varpi \text{ sin. } v + \varrho \text{ cos. } v) (\varrho \text{ sin. } v - \varpi \text{ cos. } v) \frac{3S}{u'^3}$.

2.° $\int G' [(\pi d\varpi - \varpi d\pi - \pi\varrho de) \text{ cos. } e + (\varrho d\varpi - \pi d\varrho - \pi\varpi de) \text{ sin. } e] = dt \int G' dt \times (\varpi \text{ sin. } v + \varrho \text{ cos. } v) [\pi \text{ sin. } (v - e) - \frac{2p'}{u'}] \frac{3S}{u'^3}$.

3.° $\int G' [(\pi d\varpi - \varpi d\pi - \pi\varrho de) \text{ sin. } e + (\pi\varpi de - \varrho d\pi + \pi d\varrho) \text{ cos. } e = dt \int G' dt (\varpi \text{ sin. } v + \varrho \text{ cos. } v) [\pi \text{ cos. } (v - e) - \frac{up'}{u'}] \frac{3S}{u'^3}$.

(16.) La première de ces équations différentielles, est simplement du premier degré, & ne contient point l'angle e; on y mettra d'ailleurs au lieu de $\varrho d\varpi - \varpi d\varrho - de (\varpi\varpi + \varrho\varrho)$ sa valeur trouvée *Tome IV des Opuscules, page 50,* & déjà rappelée ci-dessus.

en e, P, Π, & par conséquent en t, par la première partie de la solution; on peut donc par ce moyen déterminer le mouvement d'un corps qui pirouette sur un plan, lorsque les forces φ & γ sont données en e, P, Π, & même en t; la force Υ perpendiculaire au plan, étant supposée une fonction de Π.

(17.) Quant aux deux autres équations, on multipliera la première par cos. e, la seconde par sin. e, & on les ajoutera ensemble, ce qui donnera,

$$\int G' (\pi d\varpi - \varpi d\pi - \pi \varrho de) = dt \text{ cos. } e \int G' dt$$
$$(\varpi \text{ sin. } v + \varrho \text{ cos. } v) \left[\pi \text{ sin. } (v - e) - \frac{zp'}{u'}\right] \frac{3S}{u'^3}.$$
$$+ dt \text{ sin. } e \int G dt \times (\varpi \text{ sin. } v + \varrho \text{ cos. } v) [\pi \text{ cos. } (v - e)$$
$$- \frac{up'}{u'}\right] \frac{3S}{u'^3}.$$

(18.) On multipliera encore la première par sin. e, la seconde par $-$ cos. e, & on les ajoutera ensemble, ce qui donnera,

$$\int G (\varrho d\pi - \pi d\varrho - \pi \varpi de) = dt \text{ sin. } e \int G' dt$$
$$(\varpi \text{ sin. } v + \varrho \text{ cos. } v) \left[\pi \text{ sin. } (v - e) - \frac{zp'}{u'}\right] \frac{3S}{u'^3}$$
$$- dt \text{ cos. } e \times \int G' dt (\varpi \text{ sin. } v + \varrho \text{ cos. } v) [\pi \text{ cos. } (v - e)$$
$$- \frac{up'}{a'}\right] \frac{3S}{u'^3}.$$

(19.) Ces deux équations ont l'avantage que les différentielles ne s'y trouvent qu'au premier degré, mais elles ont en même-temps l'inconvénient, que l'angle e ne disparoît point du second membre, comme il disparoît dans les équations différentielles du second ordre ci-dessus.

(20.) Si on appelle $\Omega' dt$, $\Gamma' dt$, $\Psi' dt$ les seconds membres des équations précédentes & qu'on substitue à la place des premiers membres leurs valeurs (*Tome IV. Opusc. pages 50 & 51*) on aura, en se souvenant que $d\epsilon = de$,

1.° $\Omega' dt = \int G' [- ffdP \text{ sin. } \Pi + ffd\Pi \text{ cos. } \Pi \text{ sin. } X'' \text{ cos. } X'' - \lambda^2 d\epsilon \text{ cos. } \Pi^2 - ffd\epsilon + ff \text{ cos. } X''^2 \text{ cos. } \Pi^2 d\epsilon]$.

2.° $\Gamma' dt - \int G' [ffdP \text{ cos. } \Pi + ffd\Pi \text{ sin. } \Pi \text{ sin. } \Pi \text{ sin. } X'' \text{ cos. } X'' - \lambda^2 d\epsilon \text{ sin. } \Pi \text{ cos. } \Pi + ffd\epsilon \text{ cos. } \Pi \text{ sin. } \Pi \text{ cos. } X''^2]$.

3.° $\Psi' dt = \int G' [\lambda^2 d\Pi + f^2 d\Pi \text{ cos. } X''^2 - ffd\epsilon \text{ cos. } \Pi \text{ sin. } X'' \text{ cos. } X'']$.

C'eſt la forme la plus ſimple ſous laquelle on puiſſe préſenter ces équations.

(21.) On peut tirer de ces équations les valeurs de dP, $d\Pi$, $d\varepsilon$, en ſuppoſant $P = kz + x$, $\varepsilon = \varrho z + y$, k & ϱ étant des conſtantes indéterminées, & x, y, des quantités inconnues qui devront être négligées dans les premiers membres des équations, dans leſquelles auſſi on traitera Π comme à peu près conſtant; mais les méthodes que nous avons données dans le Mémoire précédent, paroiſſent préférables, par la raiſon indiquée ci-deſſus, *article 19*.

(22.) On peut employer des équations ſemblables pour déterminer les valeurs de dP, dc, $d\Pi$, lorſque $t = 0$, en ſuppoſant que le globe de la Lune ait reçu une impulſion initiale quelconque; & pour faciliter & ſimplifier les calculs, on peut même ſuppoſer que la figure de la Lune ſoit ſphérique, ce qui donnera

$$\int G'ff \operatorname{coſ.} X''^2 = \int \frac{G'ff}{2}, \text{ \& } \int G'ff \operatorname{ſin.} X'' \operatorname{coſ.} X'' = 0.$$

Nous avons donné dans le *Tome V des Opuſcules, pages 274 & ſuivantes*, une méthode ſemblable pour trouver les valeurs primitives de dP, de, $d\Pi$ dans l'axe de la Terre. Il faut ſeulement remarquer, que le mouvement de la Terre ſe faiſant toujours dans le plan de l'écliptique, la force d'impulſion primitive, ſuppoſée unique, ne peut être que parallèle à l'écliptique; d'où il s'enſuit évidemment que ſi $e = 0$, $d\Pi$ ſera $= 0$, lorſque $t = 0$, comme on l'a déjà vu, *article 52 du XXXVIIe Mémoire des Opuſcules;* & qu'ainſi en faiſant $e = 0$, il faut ſuppoſer plus d'une force d'impulſion primitive dans la Terre, ſi $d\Pi$ n'eſt pas $= 0$ lorſque $t = 0$; mais ſi e n'eſt pas $= 0$, alors $d\Pi$ ne ſera pas zéro, & on pourra ſuppoſer une force primitive unique, parce qu'en général ſi on fait paſſer un plan par le centre de la Planète & par la direction de la force primitive, la rotation de la Planète ſe fera autour d'un axe perpendiculaire à ce plan; & le mouvement de l'extrémité de l'axe de figure ne ſera point parallèle à l'écliptique dans le premier inſtant, ſi les deux axes ne ſont point dans un plan perpendiculaire à l'écliptique. De plus,

comme le mouvement de la Lune ne se fait pas dans le plan de l'écliptique, on peut supposer aussi une force unique d'impulsion primitive qui donne des valeurs de dP, de, $d\Pi$; mais il faut que l'angle de la direction de cette force avec le plan de l'écliptique ne soit pas plus grand que le plus grand angle que peut faire la direction de la Lune avec ce plan.

(23.) Imaginant donc une force d'impulsion primitive, dont la direction coupe en un point quelconque le plan parallèle à l'écliptique qui passe par le centre de la Lune, on substituera à cette force unique trois forces Z, U, Π' parallèles aux z, u, π; & nommant U', Z', les distances de ces forces aux lignes z, u (car leur distance au plan des z & des u est $= 0$) on aura évidemment $\frac{\int G'(u\,dz - z\,du)}{dt} = U' \,.\, Z - Z' \,.\, U$, $\frac{\int G'(\pi\,dz - z\,d\pi)}{dt} = -Z' \,.\, \Pi'$, $\frac{\int G'(\pi\,du - u\,d\pi)}{dt} = -U' \,.\, \Pi'$, équations qui étant traitées comme dans l'*article 15 & les suiv.* donneront les valeurs initiales de dP, de, $d\Pi$.

(24.) Au reste, ces équations ne sont pas absolument nécessaires pour trouver dP, de, $d\Pi$, lorsque le corps est supposé absolument sphérique; car la direction de la force primitive étant supposée connue, il est visible que l'axe de rotation initial sera perpendiculaire au plan qui passe par cette direction & par le centre de la Terre, & qu'on aura aussi fort aisément la vîtesse de rotation initiale (*Précession des Équinoxes, chapitre XI*); d'où l'on tirera dP, de, $d\Pi$. On pourroit même, s'il y avoit plusieurs forces d'impulsion, trouver pareillement l'axe & la vîtesse de rotation par la méthode exposée dans ce chapitre, & qui s'applique aisément au mouvement engendré dans un corps sphérique par tant de forces qu'on voudra; mais quand le corps n'est pas sphérique, comme il arrive ici (du moins à parler rigoureusement), il faut alors employer les équations générales de l'*article 23*, & mettre au lieu des premiers membres leurs valeurs tirées de l'*article 20*.

(25.) Nous n'en dirons pas davantage sur cette question, qui

n'eſt pas préciſément de notre objet, & nous nous contenterons d'ajouter ici quelques conſidérations ſur les forces perturbatrices de l'orbite de la Lune, qui peuvent naître de la figure non ſphérique de l'une ou de l'autre des deux Planètes, ou de toutes les deux.

(26.) Remarquons d'abord que la figure de la Terre quelle qu'elle ſoit, n'influe en rien ſur les mouvemens de l'axe de la Lune, ſi la Lune eſt ſuppoſée ſphérique, parce que l'action que chaque point de la Terre exerce alors ſur la maſſe de la Lune, ſe réduit évidemment à une ſeule force qui paſſe par le centre de la Lune, & qui par conſéquent ne peut imprimer aucun mouvement à l'axe; mais quand la Terre ſeroit ſuppoſée ſphérique, ſon action peut influer ſur le mouvement des nœuds de la Lune, ſi la Lune n'eſt pas ſuppoſée ſphérique; en effet, chaque particule de la Lune eſt alors pouſſée par une force qui tend au centre de la Terre, & cette force peut être décompoſée en deux autres, dont l'une tend au centre de la Lune, & l'autre eſt parallèle à la ligne menée du centre de la Lune à celui de la Terre; or la ſeconde de ces forces donne au centre un mouvement qui eſt dans la direction du rayon vecteur de la Lune, & qui par conſéquent ne produit aucun mouvement dans les Nœuds, mais la première peut déranger le centre dans une autre direction.

(27.) Remarquons encore une autre différence dans le calcul des forces qui agiſſent ſur l'axe & des forces perturbatrices de l'orbite. La manière la plus naturelle de trouver les forces qui produiſent les mouvemens de l'axe de la Lune, eſt, comme nous l'avons vu, *articles 2 & 9*, de décompoſer l'attraction du point S' ſur chaque point de la maſſe lunaire, en deux autres, dont l'une paſſe par le centre de la Lune, & ne produiſe par conſéquent aucune rotation, & dont l'autre ſoit parallèle à la ligne qui joint les points C & S'; cette dernière force eſt la ſeule qui produiſe les mouvemens de l'axe; il faut la décompoſer en trois autres, l'une perpendiculaire à l'écliptique, l'autre parallèle à CN, la troiſième à CD, & en retrancher les forces qui agiſſent ſur le point C, décompoſées de même; c'eſt la méthode

que nous avons ſuivie *dans le paragraphe précédent ;* on peut même, ſi l'on veut, ne pas faire le retranchement de la force qui agit ſur le point C, parce que cette force ſe trouvant multipliée dans les calculs, par les quantités $\int G' \pi$, $\int G' z$, $\int G' u$, qui ſont $= 0$, diſparoîtroit d'elle-même. Mais ſi on veut avoir les forces qui agiſſent ſur le centre C de la Lune, & qui altèrent ſon mouvement dans ſon orbite, il eſt alors plus commode & plus ſimple de décompoſer directement la force qui agit ſur chaque point de la Lune en deux autres, l'une perpendiculaire à l'écliptique, la ſeconde parallèle à gS', & cette dernière de rechef en deux autres, l'une parallèle à CS', l'autre ſuivant gL. La première de ces forces eſt égale à $\frac{S' \times (p' + \pi)}{[r'r' - 2r' \times CL + zz + uu + (p' + \pi)^2]^{\frac{3}{2}}}$, r' étant $= CS'$.

La ſeconde eſt égale à $\frac{S'(r' - CL)}{[r'r' - 2r' \times CL + zz + uu + (p' + \pi)^2]^{\frac{3}{2}}}$;

La troiſième eſt égale à $\frac{S'.gL}{[r'r' - 2r' \times CL + zz + uu + (p' + \pi)^2]^{\frac{3}{2}}}$.

(28.) Pour tirer de ces expreſſions la vraie valeur des forces perturbatrices, il faut d'abord retrancher des deux premières les forces $\frac{S'p'}{(r'r' + p'p')^{\frac{3}{2}}}$ & $\frac{S'r'}{(r'r' + p'p')^{\frac{3}{2}}}$ qui agiſſent ſur le centre C.

On conſidèrera enſuite 1.° que ſi la Lune étoit ſphérique (le corps S' étant auſſi ſuppoſé l'être) toutes les forces perturbatrices ſeroient nulles; d'où il s'enſuit que ſi l'on décrit une ſphère qui ait pour diamètre l'axe de la Lune, & qu'on nomme α les particules de la maſſe lunaire, qui ne ſeront pas compriſes dans cette ſphère, il faudra, pour avoir les forces perturbatrices, multiplier les ſuſdites forces par les particules α, & en diviſer la ſomme par la maſſe de la Lune; 2.° comme on ſuppoſe que le centre C de la Lune eſt auſſi le centre de gravité de la planète, il s'enſuit que $\int \alpha \times gL$, $\int \alpha \pi$, $\int \alpha \times CL$ ſeront $= 0$; ainſi il faudra effacer les termes où ces quantités ſe rencontreront avec les conſtantes r' & p', & ne conſerver par conſéquent que ceux où α ſe trouvera multiplié par les quarrés ou les produits de z,

u,

υ, π; ce qui a déjà été remarqué dans le *Tome V de nos Opuscules, page 422 & suivantes,* & donnera des forces perturbatrices très-petites: 3.° enfin dans les quarrés de ζ, π, u, ou dans leurs produits respectifs, on négligera encore les quantités $\int \alpha f \lambda$ cos. X, $\int \alpha f \lambda$ sin. X, comme étant $=$ 0, à cause que l'axe est supposé un axe naturel de rotation.

(29.) Par ces calculs, on aura les forces perturbatrices qui agissent dans la direction du rayon CS', perpendiculairement à ce rayon, & perpendiculairement à l'écliptique.

(30.) Pour avoir l'influence de ces forces sur le mouvement des Nœuds & sur l'inclinaison, on aura recours aux formules de la *page 374 du Tome V de nos Opuscules,* en faisant attention que la première de ces trois forces donne $v = V$, la seconde $v = V - 90^d$, la troisième $v = V$, & $\frac{\varphi'}{m \text{ sin. } V}$ pour la force perturbatrice parallèle au plan de l'écliptique, & résultante de la force perpendiculaire φ'.

(31.) L'objet qui paroît le plus intéressant dans cette recherche, c'est de voir si l'expression de dm ou l'élément de l'inclinaison ne contiendra pas des quantités constantes de cette forme $A d\zeta$, ce qui donneroit une diminution ou augmentation constante dans l'inclinaison de l'orbite lunaire; il est vrai que cette diminution ou augmentation constante seroit fort petite, attendu l'extrême petitesse des forces perturbatrices.

(32.) On suivroit exactement une méthode semblable pour avoir égard aux forces perturbatrices de la Lune, qui résulteroient de la figure de la Terre, supposée non sphérique; dans cette dernière recherche, on peut regarder la Lune comme sphérique, & négliger la quantité dont elle s'écarte de cette figure.

§. III.

Construction fort simple pour représenter la libration de la Lune, en la supposant même très-considérable.

(33.) Nous avons déjà remarqué dans le *Mémoire précédent;*

que les librations de la Lune en longitude, étoient analogues à
Fig. 3. celles d'une verge BCb, dont le centre C se mouvoit autour d'un corps attirant S; on supposera, quant à présent, pour plus de facilité, que le centre C se meuve uniformément avec la vîtesse g, & parcourre l'angle z pendant le temps t; on nommera CS, u, & CB, r, & on aura $\frac{3Sr}{2u^3} \times$ sin. $2BCS$, pour la force accélératrice qui fait tourner le point B; donc, si on nomme $z + \zeta$, l'angle que le point B parcourt dans le temps t, en tournant autour de C, on aura, comme il est aisé de le voir, $rdd\zeta = \frac{3Sr}{2u^3} \times dt^2 \times$ sin. $(2e - 2\zeta)$, en supposant que l'angle $BCS = e$, lorsque $t = 0$; donc, à cause de $dt^2 = \frac{u^2 dz^2}{g^2} = \frac{u^3 dz^2}{S}$, on aura $2dd\zeta = 3dz^2$ sin. $(2e - 2\zeta)$, ou en général, $dd\zeta = Adz^2$ sin. $(2e - 2\zeta)$.

(34.) Supposons que quand $t = 0$, on ait $\frac{d\zeta}{dz} = \pm B$; savoir $+$ si la vîtesse initiale de rotation du point B, qui est $1 + \frac{d\zeta}{dz}$, est $>$ que l'unité, & $-$ si elle est plus petite ou négative; on aura, en intégrant, $d\zeta^2 = dz^2 [B^2 + A$ cos. $(2e - 2\zeta) - A$ cos. $2e]$. Soit $B^2 = A$ cos. $2e'$, on aura $dz = \frac{d\zeta}{\sqrt{A} \times \sqrt{[\text{cos. } 2e' + \text{cos. } (2e - 2\zeta) - \text{cos. } 2e]}}$, & $d\zeta = \pm B\, dz$, lorsque $t = 0$.

Fig. 4. (35.) Décrivant donc d'un rayon quelconque CF, un cercle $FVNE$, & prenant $FE = 2e$, $EK = 2\zeta$, & (après avoir abaissé les perpendiculaires KL, EO) $OH =$ cos. $2e'$, on aura évidemment $HL =$ cos. $2e' +$ cos. $(2e - 2\zeta)$ $-$ cos. $2e$, & $dz = \frac{d(EK)}{2\sqrt{A} \times \sqrt{(HL)}}$.

(36.) Si B étoit négatif, il faudroit prendre K de l'autre côté de E; c'est ce qu'on peut d'ailleurs voir aisément, en consi-

dérant qu'on aura pour lors $-dd\zeta = A$ ſin. $(2e + 2\zeta)d\zeta$, qui donne $-d\zeta^2 = A$ coſ. $2e - A$ coſ. $(2e + 2\zeta) - B^2$; ou $d\zeta = \frac{d\zeta}{\sqrt{A} \times \sqrt{[B^2 + A \text{ coſ. } (2e + 2\zeta) - A \text{ coſ. } 2e]}}$, équation qui ne diffère de celle de l'*article* 34, qu'en ce que $+ 2\zeta$ y eſt au lieu de $- 2\zeta$.

(37.) De-là il eſt aiſé de voir que la valeur de 2ζ ou EK ira d'abord en croiſſant juſqu'en V ou $HL = 0$; & comme HL ne ſauroit devenir négative, puiſque $\sqrt{(HL)}$ ſeroit imaginaire, il eſt viſible que la libration ζ ſera d'abord de la valeur de l'angle $\frac{EFV}{2}$, & que de-là elle ſe fera en ſens contraire, ſuivant l'angle $\frac{VFu}{2}$ ou VF.

(38.) On voit auſſi que KF ou $2e - 2\zeta$ eſt le double de l'angle BCS; d'où il s'enſuit que $\frac{KF}{2}$ eſt l'angle de la verge avec le rayon vecteur au bout du temps t; donc l'arc $\frac{VFu}{2}$ eſt l'arc total de la libration; en ſorte que ſi on imagine par la penſée, un cercle tracé du rayon CB, il préſentera toujours a même face, augmentée ſeulement de l'angle $\frac{Fu}{2}$ d'un côté, & de l'angle $\frac{FV}{2}$ de l'autre. Fig. 3 & 4.

(39.) Nous avons ſuppoſé que $B^2 = A$ coſ. $2e'$, ſuppoſition qui n'eſt permiſe que dans le cas où $\frac{B^2}{A}$ n'eſt pas > 1; mais ſi $\frac{B^2}{A}$ eſt > 1, alors on fera $\frac{B^2}{A} = \lambda = OH$, & les calculs demeureroient les mêmes que ci-deſſus.

(40.) Soit $OH = ON$, en ſorte que le point N tombe en H, on aura $\lambda = 1 +$ coſ. $2e$, & $d\zeta = \frac{d\zeta}{\sqrt{A} \times \sqrt{[1 + \text{coſ. } (2e - 2\zeta)]}}$ $= \frac{d\zeta}{\sqrt{2A} \times \text{coſin. } (e - \zeta)}$, ou, en faiſant coſ. $(e - \zeta) = x$,

$d\zeta = + \frac{dx}{x\sqrt{(1-xx)}} \times \frac{1}{\sqrt{2A}}$; dont l'intégrale (en ſuppoſant $\frac{1}{x} = u$) eſt égale à celle de $\frac{1}{\sqrt{2A}} \int - \frac{du}{\sqrt{(uu-1)}}$ $= \frac{1}{\sqrt{2A}} \log. \left(\frac{\frac{1}{\omega} + \frac{\sqrt{(1-\omega\omega)}}{\omega}}{\frac{1}{x} + \frac{\sqrt{(1-xx)}}{x}} \right)$, ſi $x = \omega$ quand $\zeta = 0$;

(41.) De-là on voit que lorſque $x = 0$, c'eſt-à-dire lorſque $\frac{FK}{2}$ ou $e - \zeta = 90^d$, ζ ou t ſera $= \infty$; donc il faudra un temps infini t pour parcourir l'arc $\frac{EFVN}{2}$.

(42.) Si $B = 0$ & que le point E tombe en N, on aura pour lors $2e = 180^d$; $d\zeta = \frac{d\zeta}{\sqrt{[1 + \text{coſ.}(2e - 2\zeta)]}} = \frac{d\zeta}{\sqrt{(1 - \text{coſ.}\, 2\zeta)}} = \frac{d\zeta}{\sqrt{2} \times \text{ſin.}\, \zeta}$; d'où il eſt aiſé de voir que ζ eſt néceſſairement $= 0$, ζ ou t étant ſuppoſées quelconques; donc il n'y aura pour lors aucune libration, c'eſt le cas où l'angle
Fig. 3. initial $BCS(e)$ feroit $= 90^d$; le mouvement du point B autour de C feroit alors exactement uniforme.

(43.) Il faut pourtant remarquer que cela n'eſt pas vrai à la rigueur; car la force qui anime le point B eſt exactement égale à $\left(\frac{S \times SC}{SB^3} - \frac{S}{SC^2}\right)$ ſin. $(e - \zeta) = S$ ſin. $(e - \zeta)$ $\times \left(\frac{u}{\sqrt{[uu + rr - 2ru\, \text{coſ.}(e - \zeta)]^3}} - \frac{1}{u^2}\right) = S$ ſin. $(e - \zeta)$ $\times \left[\frac{3\, \text{coſ.}(e - \zeta) \times r}{u^3} - \frac{3rr}{2u^4} + \frac{4r^2}{8u^4} \times 15 \times \text{coſ.}(e - \zeta)^2\right.$ &c.]; d'où il réſulte évidemment que le point B aura en effet un mouvement qui ne ſera pas exactement uniforme. Mais ce détail nous méneroit trop loin quant à préſent, & nous ſuppoſerons toujours ici, pour plus de ſimplicité, que la force du point B ſoit exactement $\frac{3Sr\, \text{ſin.}(2e - 2\zeta)}{2u^3}$, & que le mouvement du point C ſoit uniforme autour de S.

§. I V.

Considérations plus particulières sur le temps de la libration.

(44.) Si le point H se trouve sur FN prolongée, alors 1.° l'angle $\frac{KF}{2}$ de la verge avec le rayon vecteur aura évidemment toutes les valeurs possibles, puisque $\surd(HL)$ ne sera nulle part ni zéro, ni imaginaire, HL étant toujours réelle & positive dans le cas présent; 2.° la valeur de $d\zeta$ ou de $dt = \frac{d\zeta}{\surd A \times \surd(HL)}$ ne renfermera évidemment aucune quantité infinie, & par conséquent t sera toujours fini, tant que ζ sera fini.

(45.) Ce n'est pas à dire pourtant que t soit infini quand $HL = 0$, lorsque le point H tombe entre F & N; car nous allons faire voir que la valeur du temps de la libration est toujours finie, excepté dans le seul cas de l'*article 40*, ou H tombe en N, & où nous avons montré que la valeur de ce temps est infinie.

(46.) Pour démontrer que le temps de la libration est fini dans tout autre cas; soit $NL = x$, $FC = r$, $NH = \lambda$, on aura $d\zeta = \frac{dx}{\surd 2A \times \surd(x - \lambda) \times \surd(2rx - xx)}$, quantité évidemment plus petite que $\frac{dx}{\surd 2A \times \surd(x - \lambda) \times \surd(2r\lambda - x\lambda)}$ (puisque x ne sauroit être $< \lambda$) ou, en gardant la loi des homogènes, que $\frac{dx\surd r}{\surd 2A \times \surd(x - \lambda) \times \surd(2r\lambda - x\lambda)}$. Soit $x - \lambda = y$, on aura $\frac{dx}{\surd(x - \lambda) \times \surd(2r - x)} = \frac{dy}{\surd(2ry - \lambda y - yy)}$, c'est-à-dire, en décrivant le demi-cercle $FPMH$, dont le centre soit i, que ζ ou t sera $< \frac{\surd r}{\surd(2A\lambda)}$ multiplié par l'angle PiM. Donc, &c.

(47.) On peut trouver aisément différentes limites finies, entre lesquelles sera renfermée la valeur du temps t de la libration;

on voit d'abord que dz ou $dt = \frac{dx\sqrt{r}}{\sqrt{2A} \times \sqrt{(x \pm \lambda)} \times \sqrt{(2rx - xx)}}$ donne $t > \int \frac{dx\sqrt{r}}{\sqrt{2A} \times \sqrt{(x \pm \lambda)} \times \sqrt{(2rx)}}$, quantité dont l'intégrale est $\frac{1}{2\sqrt{A}}$ log. $[x \pm \frac{\lambda}{2} + \sqrt{(xx \pm \lambda x)}]$ plus une constante convenable; & dans le cas où λ a le signe $-$, on peut encore considérer que t est $> \int \frac{dx\sqrt{r}}{\sqrt{2A} \times \sqrt{x} \times \sqrt{(2rx - xx)}}$ $= \int \frac{dx\sqrt{r}}{\sqrt{2A} \times x\sqrt{(2r - x)}}$; quantité qui s'intègre aussi par logarithmes. On peut aussi remarquer que t est $> \int \frac{dx\sqrt{r}}{\sqrt{(2A)} \times \sqrt{(x \pm \lambda)}}$ $\times \frac{1}{\sqrt{(2rx - xx)}} \times \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2r}} = \int \frac{dx}{2\sqrt{A} \times \sqrt{(x \pm \lambda)}} \times \frac{1}{\sqrt{(2r - x)}}$; & aussi $> \int \frac{dx\sqrt{r}}{\sqrt{2A}} \times \frac{1}{\sqrt{(x \pm \lambda)}} \times \frac{1}{\sqrt{(2rx - xx)}} \times \frac{\sqrt{(x \pm \lambda)}}{\sqrt{(2r \pm \lambda)}}$ $= \int \frac{dx\sqrt{r}}{\sqrt{2A} \times \sqrt{(2rx - xx)}\sqrt{(2r \pm \lambda)}}$; on voit enfin que t est aussi $>$ $\int \frac{dx\sqrt{r}}{\sqrt{2A} \times \sqrt{(x - \lambda)} \times \sqrt{(2rx - x\lambda)}} = \frac{dx\sqrt{r}}{\sqrt{2A} \times \sqrt{(2r - \lambda)} \times \sqrt{(xx - \lambda x)}}$;

(48.) Nous avons déjà trouvé *(art. 46)* une quantité plus grande que t dans l'hypothèse que λ ait le signe $-$; en général, on aura $t < \int \frac{dx\sqrt{r}}{\sqrt{2A} \times \sqrt{(x \pm \lambda)}} \times \frac{1}{\sqrt{(2rx - xx)}} \times \frac{\sqrt{(2r \pm \lambda)}}{\sqrt{(x \pm \lambda)}}$ $= \int \frac{dx\sqrt{r} \times \sqrt{(2r \pm \lambda)}}{\sqrt{2A} \times (x \pm \lambda)\sqrt{(2rx - xx)}}$; & lorsque λ a le signe $-$, en sorte que x ne puisse être $= 0$, on peut encore considérer que $t < \int \frac{dx\sqrt{r}}{\sqrt{2A} \times \sqrt{(x - \lambda)} \times \sqrt{(2rx - xx)}} \times \frac{\sqrt{2r}}{\sqrt{x}}$ $= \int \frac{r\,dx}{\sqrt{A} \cdot x \times \sqrt{(x - \lambda)} \times \sqrt{(2r - x)}}$.

(49.) Toutes ces limites, comme il est aisé de le voir, sont intégrables par des arcs de cercle ou des logarithmes, & elles ont de plus cette propriété, que dans aucun cas elles ne deviennent infinies, sans quoi la limite seroit illusoire; ces limites, il est vrai, auront l'inconvénient de n'être pas fort proches les unes des autres, & par conséquent de ne donner qu'une valeur fort

vague du temps t; aussi ne les proposons-nous ici que pour faire voir seulement que le temps t est *fini*, étant renfermé entre des limites finies; mais en voilà assez sur ce sujet, que nous pourrons traiter plus particulièrement ailleurs.

(50.) Nous nous contenterons de dire ici, que la quantité $\frac{dx}{\sqrt{(x-\lambda)}\sqrt{(2rx-xx)}}$, si on veut en avoir la valeur exacte, peut se mettre sous cette forme $\frac{dx}{\sqrt{x}\times\sqrt{(2rx+\lambda x-2r\lambda-xx)}}$, qui dépend, comme je l'ai fait voir ailleurs, *(Mém. de Berlin, 1746, page 207)* de la rectification d'une ellipse & d'une hyperbole; les difficultés que la construction pourroit souffrir, dans le cas où $2r - x$ seroit $= 0$, ont été résolues dans le *Tome V de nos Opuscules, page 241 & suivantes*, & discutées avec encore plus de détail dans le *Tome IV des Mém. de Turin*, qui est actuellement sous presse.

(51.) Au reste, comme cette construction, par des arcs de sections coniques, est peu commode pour la pratique, quoique rigoureuse & élégante par elle-même, on peut trouver la valeur de dz ou dt par approximation, en mettant $\frac{1}{\sqrt{(x-\lambda)}}$ sous la forme de série, ce qui donnera $dz = \frac{dx\times\sqrt{r}}{\sqrt{2}A\times\sqrt{(2rx-xx)}}$ $\times\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{\lambda}{2x\sqrt{x}}+\frac{3\lambda^2}{8x^2\sqrt{x}}\ \&c.\right)$; chaque terme de cette série sera de cette forme $\frac{B\,dx}{x^n\sqrt{(2r-x)}}$, n étant un nombre entier positif; d'où il est aisé de voir qu'elle sera intégrable par logarithmes, & on pourra d'ailleurs rendre cette approximation tout-à-la-fois plus simple & plus exacte, par les vues que j'ai données sur cet objet dans le *Tome V de mes Opuscules, pages 178, 428 & 431*. Car, soit par exemple $\frac{A}{x^{10}}$ le dixième terme de la série $\frac{1}{\sqrt{x}}\times\frac{1}{\sqrt{(x-\lambda)}}$, on pourra regarder les termes suivans comme formant une progression géométrique,

dont la ſomme ſera, à commencer du dixième terme, $\frac{A^2}{x^{18}}$ diviſé par $\frac{A}{x^{10}} - \frac{A}{x^{11}}$, ou $\frac{A}{x^9(x-1)}$, en ſorte qu'on aura à intégrer une quantité de cette forme $\frac{A\,dx}{x^9(x-1)\sqrt{(2r-x)}\times\sqrt{x}}$; qui peut toujours s'intégrer par logarithmes.

(52.) Lorſque le point *H* eſt ſur *FN* prolongée, alors la quantité à intégrer eſt $\frac{dx}{\sqrt{(x+\lambda)}\times\sqrt{(2rx-xx)}} = \frac{dx}{\sqrt{x}\times\sqrt{(2rx-\lambda x+2\lambda r-xx)}}$, qui s'intègre encore par la rectification de l'ellipſe & de l'hyperbole (*Mémoires de Berlin, 1747, page 204*).

(53.) Pour avoir dans ce cas la valeur de z ou de t par approximation, on mettra $\frac{dx}{\sqrt{(x+\lambda)}\sqrt{(2rx-xx)}}$ ſous cette forme $\frac{dx}{\sqrt{(xx+x\lambda)}\times\sqrt{(2r-x)}}$, & on réduira $\frac{1}{\sqrt{(2r-x)}}$ en ſérie, après quoi on intègrera chaque terme par logarithmes, ſuivant les méthodes connues; mais la ſérie pourra être encore plus convergente ſi λ eſt $> 2r$, car alors on peut écrire $\frac{dx}{\sqrt{(2rx-xx)}} \times \frac{1}{\sqrt{(\lambda+x)}}$, & réduire en ſérie la quantité $(\lambda+x)^{-\frac{1}{2}}$, dans laquelle x ſera toujours $< \lambda$, puiſque x ne ſauroit être $> 2r$.

§. V.

Manière plus générale d'enviſager la Libration.

Fig. 3. (54.) Nous avons ſuppoſé juſqu'à préſent que le point *B* fait, à une libration près, ſa révolution autour de *C* dans le même temps que *C* fait la ſienne autour de *S*, & que la force qui agit ſur les points *B* & *C* dérive de l'attraction du corps central *S*; mais pour enviſager la choſe d'une manière moins limitée, nous allons ſuppoſer que le rapport des vîteſſes rotatoires de *B* & de *C* ſoit tel qu'on voudra, & que les forces qui agiſſent ſur ces points ſoient indépendantes l'une de l'autre.

(55.)

(55.) Soit donc en général g la vîteſſe du centre C autour de S, r le rayon BC, u le rayon CS, $\frac{\varphi \text{ ſin. } 2\, BCS}{2}$ la force qui agit perpendiculairement au point B, g' la vîteſſe moyenne du point B autour du centre C, & $g' = \frac{ngr}{u}$, on aura nz pour l'angle que le point B parcourt par ſon mouvement moyen autour de C, $BCS = e + z - nz - \zeta$, & $r\,dd\zeta = \frac{\varphi}{2}\, dt^2 \text{ ſin. } (2e + 2z - 2nz - 2\zeta)$; ſuppoſant donc $z - nz - \zeta = -\xi$, & dz conſtant, on aura $dd\xi = + \frac{\varphi}{2r}\, dz^2 \text{ ſin. } (2e - 2\xi)$; & ſi on ſuppoſe encore que ψ ſoit la force centrale du centre C autour de S, on aura $g^2 = \psi u$; $dz^2 = \frac{u^2 dz^2}{g^2} = \frac{u\,dz^2}{\psi}$; & $dd\xi = \frac{+\varphi u\,dz^2}{2\psi r} \times \text{ ſin. } (2e - 2\xi)$, équation qu'on intégrera par une méthode ſemblable à celle de l'*article 34*.

(56.) Puiſque $nz + \zeta$ eſt l'angle réellement parcouru par le point B, durant le temps t; donc cet angle ſera $z + \xi$, & la vîteſſe initiale angulaire du point B, ou plutôt le rapport de cette vîteſſe à la vîteſſe angulaire du point C, ſera $1 + \beta$, en nommant β la valeur de $\frac{d\xi}{dz}$ lorſque t & $z = 0$.

(57.) Il eſt évident que la vîteſſe initiale du point B ſera $= 0$, ſi $1 + \beta = 0$, ou bien ſi $1 + B$ (*art. 34*) $= 0$; dans ce dernier cas, on aura $B = -1$, c'eſt-à-dire négatif; les arcs EK ou 2ζ devront être pris, non vers F, mais vers N Fig. 4.
(*art. 36*) & pendant le temps que le point C parcourt l'angle z autour de S, le point B parcourra autour de C l'angle $z - \zeta$. Or B^2 étant ici $= 1$, & $A = \frac{3}{2}$ lorſque la force ſur le point B & ſur le point C vient de l'attraction du corps S, on

aura $B^2 = \frac{3}{2} \times \frac{2}{3}$; donc OH (*art. 39*) $= \frac{2\,FC}{3}$, &

$$z = \int \frac{d\zeta}{\sqrt{(1 + \frac{1}{2}\,[\text{cof.}\,(2\,e + 2\,\zeta) - \text{cof.}\,2\,e\,])}}.$$

(58.) Donc, 1.° comme la valeur de z va toujours en croiffant; il eft vifible que lorfque la plus grande valeur de ζ eft finie, ce qui arrive lorfque le point H ne tombe pas au dehors du diamètre FN, c'eft-à-dire lorfque ON ne fera pas $< \frac{2}{3}\,FC$, alors $z - \zeta$ pourra devenir auffi grand qu'on voudra, & que par conféquent le point B fera des révolutions complètes autour de C fans aucune impulfion primitive, & par la feule force qui agit fur le point B; & de plus, la rotation de ce point B autour de C fe fera (à une libration près) dans le même temps que celle du point C autour de S, fi, lorfque $HL = 0$, $z = 360^d$.

2.° Lorfque le point H eft fur FN prolongée, alors ζ pouvant avoir (*art. 44*) toutes les valeurs poffibles, foit z ou $\int \frac{d\zeta}{\sqrt{[1 + \frac{3}{2}\;[\text{cof.}\,(2\,e + 2\,\zeta) - \text{cof.}\,2\,e\,]]}} = \mu \times 360^d$ lorfque $\zeta = 360^d$; il eft clair que la vîteffe angulaire moyenne $z - \zeta$ du point B fera $(\mu - 1)\,360^d$, pendant que celle du centre C eft $\mu \times 360^d$; d'où il s'enfuit que le rapport des deux vîteffes eft $\frac{\mu - 1}{\mu}$, en forte que fi $\mu = 1$, le point B ne fera que des vibrations autour de C; mais dans tout autre cas, il aura une rotation complète plus ou moins rapide, félon que $1 - \frac{1}{\mu}$ fera plus ou moins grand, & cette rotation fera de B vers O ou de O vers B, félon que $1 - \frac{1}{\mu}$ fera pofitif ou négatif. Il en fera de même, quel que foit B; mais fi $B = -1$; cof. $2\,e$ eft négatif, & $e > 45$ degrés.

(59.) On peut comparer aifément, comme nous l'avons déjà indiqué dans le Mémoire précédent, les librations du point B à celles d'un pendule. Soit p la pefanteur; r le rayon $C'E'$

du pendule; $F'E' = 2c$; 2ζ l'arc parcouru pendant le temps t; enfin $\sqrt{(2ph)}$ la vîteſſe initiale en E'; on aura $2r\,dd\zeta = p\,dt^2$ ſin. $(2e - 2\zeta)$, & $d\zeta^2 = dt^2 \times \frac{p}{2r} \times$ [coſ. $(2e - 2\zeta)$ — coſ. $2e$] $+ \frac{2ph\,dt^2}{4}$; $2ph$ étant la valeur initiale de $\frac{4d\zeta^2}{dt^2}$. Donc (*art. 34 & 55*) ſi la valeur initiale de $\frac{d\xi}{dt}$ eſt $\sqrt{(\frac{2\varphi h}{4})}$, le pendule & le point B décriront des arcs 2ζ & ξ, qui ſeront en raiſon de 2 à 1, dans des temps qui ſeront entr'eux comme $\frac{1}{\sqrt{p}}$ à $\frac{1}{\sqrt{\varphi}}$. Fig. 5.

Soit T la maſſe de la Terre & ρ ſon rayon, on aura $p : \varphi$ dans le cas de l'*article 33* $:: \frac{T}{\rho\rho} : \frac{3Sr}{u^3}$; & en général $:: \frac{T}{\rho\rho} : \frac{3S \times Vr}{u^3}$, ſi la force agitatrice du point B eſt $\frac{3S \times Vr}{u^3} \times \frac{\text{ſin.}\ (2e - 2\zeta)}{2}$, V étant un nombre quelconque.

(60.) Nous ferons ici, à cette occaſion & en paſſant, une remarque aſſez curieuſe; c'eſt que ſi un pendule E' partoit du point E' avec une vîteſſe égale à celle qu'il auroit acquiſe en tombant de la hauteur $N'O'$, il emploiroit un temps infini à remonter juſqu'en N': en effet, nommant $N'L'$, x, le temps par $E'K'$ ſera $= \frac{r\,dx}{\sqrt{(2rx - xx)} \times \sqrt{(2px)}}$, dont l'intégrale ſe trouvera (*article 40*) $= \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{(2p)}}\left[- \sqrt{2}\ \log.\left(\frac{\sqrt{(2r)} + \sqrt{(2r - x)}}{\sqrt{x}}\right) + \sqrt{2}\ \log.\left(\frac{\sqrt{(2r)} + \sqrt{(N'O')}}{\sqrt{(N'O')}}\right)\right]$, quantité qui devient infinie quand $x = 0$, c'eſt-à-dire quand le pendule arrive en N'. Mais le temps de la vibration ſera fini ſi le pendule part du repos au point E'; car en général, ſi on laiſſe tomber le pendule du point E', le temps t ſera $= \int \frac{r\,dx}{\sqrt{[2p\,(x - \lambda)]}\ \sqrt{(2rx - xx)}}$, en appelant $N'O'$, λ; & cette valeur de t ſera pour lors toujours

finie & < que $\int \frac{r\,dx}{\sqrt{[(2p(x-\lambda)]}\sqrt{(2r\lambda - x\lambda)}} = \frac{r}{\sqrt{(2p\lambda)}} \times$ par l'angle dont la valeur est $\int \frac{dx}{\sqrt{(2rx + \lambda x - 2r\lambda - xx)}}$, cet angle étant = o lorsque $x = \lambda$, comme il est aisé de voir qu'il l'est en effet; d'où il s'ensuit que le temps d'une vibration sera < $\frac{r}{\sqrt{(2p\lambda)}} \times 2\pi$, π étant le rapport de la circonférence au diamètre.

§. VI.

Des forces qui peuvent produire la rotation de la Lune.

(61.) Il est aisé maintenant d'appliquer toutes ces recherches à la libration de la Lune; il n'y a de différence entre cette libration & celle de la verge BCb, qu'en ce que dans cette verge, A est une quantité finie $= \frac{3}{2}$ *(article 57)*, au lieu que dans la Lune c'est une quantité très-petite dépendante de l'ellipticité de l'Équateur & égale *(Mémoire précédent, art. 23)* à $\frac{3\int G'ff \text{ cos. } 2\xi}{2\int G'ff}$.

(62.) Le rapport de la vîtesse primitive de rotation à la vîtesse (supposée uniforme) de la Lune autour de la Terre, sera $1 + B$ *(article 34)*, & OH sera $= \frac{B^2}{A}$.

(63.) Si OH est < ON, la Lune présentera toujours la même face à la Terre *(article 38)*, avec un mouvement de libration déterminé par l'angle $\frac{VFu}{2}$; & ce mouvement se fera dans un temps fini.

(64.) Si OH est $= ON$, la Lune tournera toujours la même face vers la Terre, avec une libration $= \frac{EFN}{2}$ ou $\frac{EN}{2}$, selon que B sera positif ou négatif; & le temps de cette libration

ſera infini, en ſorte qu'on ne verra jamais pleinement tout l'arc $\frac{EFN}{2}$ ou $\frac{EN}{2}$.

(65.) Si OH eſt > ON, la Lune montrera ſucceſſivement toutes ſes faces; & cela dans un temps fini.

(66.) Si $B = -1$, c'eſt-à-dire ſi l'impulſion primitive eſt nulle, alors $OH = \frac{B^2}{A}$ ſera $\frac{1}{A}$, c'eſt-à-dire très-grand, puiſque A (*hyp.*) eſt très-petit; en ce cas, on aura $dz = \frac{d\zeta}{\sqrt{[1 + A \text{ coſ. } (2e + 2\zeta) - A \text{ coſ. } 2e]}}$ = à très-peu près $d\zeta \left(1 - \frac{A \text{ coſ. } (2e + 2\zeta)}{2} + \frac{A \text{ coſ. } 2e}{2}\right)$; donc lorſque $\zeta = 360^d$, z ſera à peu-près $360^d \left(1 + \frac{A \text{ coſ. } 2e}{2}\right)$, & l'angle $z - \zeta$, parcouru par la rotation de la Lune, ſera $-\frac{360^d A \text{ coſ. } 2e}{2}$; ainſi la vîteſſe angulaire de rotation de la Lune ſera à celle de cette Planète autour de la Terre, comme $-\frac{A \text{ coſ. } 2e}{2}$ eſt à $1 + \frac{A \text{ coſ. } 2e}{2}$.

(67.) On voit donc que dans ce cas, la Lune tournera autour d'elle-même, ſans aucune impulſion primitive; mais à la vérité elle y tournera fort lentement & en préſentant ſucceſſivement toutes ſes faces à la Terre.

(68.) Puiſque dans ce cas, $dz = d\zeta \left(1 - \frac{A \text{ coſ. } (2e + 2\zeta)}{2} + \frac{A \text{ coſ. } 2e}{2}\right)$, on aura $z = \zeta \left(1 + \frac{A \text{ coſ. } 2e}{2}\right) - \frac{A \text{ ſin. } (2e + 2\zeta)}{4} + \frac{A \text{ ſin. } 2e}{4}$; & par conſéquent ζ = à très-peu près $\frac{z}{1 + \frac{A \text{ coſ. } 2e}{2}} + \frac{A}{4} \text{ ſin. } \left[2e + \frac{2z}{1 + \frac{A \text{ coſ. } 2e}{2}}\right] - \frac{A \text{ ſin. } 2e}{4}$.

(69.) Dans le ſeul cas de coſ. $2e = 0$, c'eſt-à-dire de $e = 45^d$, la Lune n'aura point de rotation complète, mais

ſeulement une libration ou oſcillation déterminée par l'angle $z - \zeta = \frac{A}{4}$ [ſin. $(2e + 2z)$ — ſin. $2e$], & dont la plus grande quantité ſera $\frac{A}{4}(-1 -$ ſin. $2e)$, & la plus petite $\frac{A}{4}(1 -$ ſin. $2e)$, c'eſt-à-dire $\frac{A}{4}(1 -$ ſin. $2e)$ en un ſens, & $\frac{A}{4}(1 +$ ſin. $2e)$ en ſens contraire; la libration ou vibration ſera donc en tout $\frac{A}{2}$.

(70.) Au reſte, ces déterminations ne ſont pas rigoureuſement exactes, tant parce que la quantité $[1 + A$ coſ. $(2e + 2\zeta)$ $- A$ coſ. $2e]^{-\frac{1}{2}}$ n'eſt pas exactement égale à $1 - \frac{A}{2}$ coſ. $(2e + 2\zeta) + \frac{A \text{ coſ. } 2e}{2}$, que parce que la force agitatrice de la verge, & par analogie, de la Lune, n'eſt pas exactement $\frac{3Sr}{2u^3}$ ſin. $(2e + 2\zeta)$ *article 43*; mais il eſt aiſé de voir qu'on peut, par la méthode indiquée, déterminer le rapport de z à ζ auſſi exactement qu'on voudra.

(71.) Si la figure de la Lune & la denſité intérieure de ſes parties étoit telle que $\int G'ff$ coſ. 2ξ ne fût pas fort petite, alors A ne ſeroit plus fort petite; & en ſuppoſant B quelconque, c'eſt-à-dire une vîteſſe initiale quelconque de rotation, ou même cette vîteſſe nulle, il pourroit arriver que la valeur de z fût $= 360^d$ lorſque ζ auroit ſa plus grande valeur: en ce cas, la Lune auroit un mouvement moyen de rotation égal au mouvement moyen de ſon centre dans ſon orbite; & ce mouvement de rotation ſeroit alors produit par la ſeule force d'attraction de la Terre, ſi la vîteſſe initiale de rotation étoit nulle.

(72.) Or la valeur de $\int G'ff$ coſ. 2ξ étant, dans l'hypothèſe elliptique, & même dans toutes les autres, comme on le verra plus bas, égale à $-\frac{16 D \int \Delta d(F'r^5) p}{15}$, il eſt clair

qu'on peut faire ſur la valeur de Δ & ſur celle de F' une infinité d'hypothèſes, dans leſquelles $\int G'ff$ coſ. 2ξ ne ſeroit pas très-petite, quoique ϱ le fût. Ceci pourroit peut-être fournir un moyen d'expliquer la libration de la Lune, ſans ſuppoſer que la vîteſſe de rotation primitive différât peu de la vîteſſe de cette Planète dans ſon orbite, & en ſuppoſant même que cette vîteſſe de rotation primitive fût abſolument nulle.

(73.) Il eſt évident que ſi Δ étoit, par exemple, $= \frac{1}{r^5}$, la valeur de $\int \Delta\, d(r^5)$ ſeroit infinie, & qu'ainſi $\int G'ff$ coſ. 2ξ ſeroit plus grand qu'il ne faudroit pour ſatisfaire aux conditions précédentes; d'où il s'enſuit qu'en faiſant, par exemple, $\Delta = \frac{1}{r^5 + \varphi}$, φ étant une quantité conſtante très-petite & arbitraire, on pourra aſſigner à $\int G'ff$ coſ. 2ξ telle valeur qu'on voudra. Il eſt de plus évident que ϱ pourroit être alors très-petit, puiſque ſi ϱ étoit $= 0$, c'eſt-à-dire ſi l'équateur de la Lune étoit circulaire, $\int G'ff$ coſ. 2ξ ſeroit $= 0$, quelle que fût la loi des denſités Δ; mais dès qu'on ne ſuppoſeroit pas $\varrho = 0$, alors $\int \Delta\, d(r^5)\, \varrho$ pourroit n'être pas très-petit, ϱ reſtant même toujours très-petit. Je fais ici, pour plus de ſimplicité, $F' = 1$; & en général ſi l'on ſuppoſe, ce qui eſt permis, que la figure de la Lune ne ſoit pas celle qu'elle auroit priſe en vertu des loix de l'Hydroſtatique, on pourra prendre pour F' telle fonction de r qu'on voudra, ce qui donnera encore plus de liberté pour les valeurs qu'on voudra donner à $\int G'ff$ coſ. 2ξ. La raiſon pour laquelle je ſuppoſe que ϱ ſoit fort petit, c'eſt-à-dire que l'équateur de la Lune ne diffère pas beaucoup d'un cercle, c'eſt qu'en effet il y a toute apparence que la Lune n'eſt que peu alongée vers la Terre, comme il réſulte des phaſes obſervées de la Lune, & comparées aux phaſes calculées; remarque que j'ai déjà faite autrefois dans la *Seconde Partie de mes Recherches ſur le Syſtème du Monde*, *article 379, page 263.*

(74.) On voit par-là combien on peut faire de ſuppoſitions pour rendre la rotation de la Lune égale à ſon mouvement autour de la Terre, en imaginant que cette Planète ait reçu une impulſion

primitive telle qu'on voudra, ou même abſolument nulle. Mais ce ſeroit un objet digne de l'attention des Mathématiciens, que de voir ſi en prenant pour Δ une fonction de r, & en ſuppoſant ρ très-petit, il ſeroit poſſible que $\int G'ff$ coſ. $2\,\xi$ fût une quantité finie, la Lune ayant d'ailleurs la figure qu'elle auroit priſe étant fluide, en vertu des loix de l'Hydroſtatique; c'eſt une recherche qui ſeroit plus curieuſe & plus importante qu'elle n'eſt difficile; on en trouveroit les matériaux dans les différentes recherches que j'ai faites ailleurs ſur la figure de la Terre; je me contente de l'indiquer ici, pour y revenir peut-être dans une autre occaſion, ſi d'autres n'entreprennent point cette recherche.

(75.) Au reſte, cette quantité $\int G'ff$ coſ. $2\,\xi$, dont la valeur en ſoi eſt abſolument arbitraire, & peut nous conduire à une explication facile & plauſible du phénomène de la libration de la Lune, entre auſſi dans les valeurs de ε & de Π, comme il réſulte de nos formules *(Mém. précéd. art. 71 & 78)*; ainſi le phénomène du mouvement des points équinoxiaux eſt lié à la libration. Mais on doit remarquer encore que la quantité $\int G'\lambda\lambda - \int \frac{G'ff}{2}$, quoiqu'elle renferme un terme égal à la valeur de $\int \frac{Gff \text{ coſ. } 2\xi}{2}$ *(ibid. art. 62)*, peut en être cependant très-différente, à cauſe de l'autre terme $- \frac{16\alpha}{15} \times \int \Delta\, d(Fr^5)$ que cette valeur renferme, & qui dépend de l'ellipticité α des méridiens, laquelle peut être indépendante de ρ, au moins ſi la figure de la Lune n'eſt pas celle qu'elle auroit dû prendre étant fluide.

§. VII.

SOLUTIONS analytiques du Problème de la Libration dans différentes hypothèſes.

(76.) Si on nomme r' le rayon de l'orbite réelle de la Lune, x la projection de ce rayon ſur le plan de l'écliptique, δ la diſtance initiale de la Lune au Nœud, $\varkappa'$ l'inclinaiſon, $\varkappa$ le mouvement des nœuds, ϑ l'argument de la latitude, & enfin ϑ' la latitude,

latitude, comme dans le *Mémoire précédent,* on aura, comme il eſt aiſé de le voir, les équations $\text{ſin.}\ \vartheta' = \text{ſin.}\ \nu' \times \text{ſin.}\ \vartheta$; $\text{coſ.}\ \vartheta' = \frac{x}{r'}$; $x\ \text{coſ.}\ (\delta + z + \nu) = r\ \text{coſ.}\ \vartheta$; $x\ \text{ſin.}\ (\delta + z + \nu) = r'\ \text{ſin.}\ \vartheta\ \text{coſ.}\ \nu'$. De plus, $v = U + z + \varepsilon$, ou, en faiſant $\delta + z + \nu = \sigma, v = U - \delta + \sigma - \nu + \varepsilon$, en ſorte que $\text{ſin.}\ v = \text{ſin.}\ \sigma\ \text{coſ.}\ (U - \delta - \nu + \varepsilon) + \text{coſ.}\ \sigma\ \text{ſin.}\ (U - \delta + \nu + \varepsilon)$, & $\text{coſ.}\ v = \text{coſ.}\ \sigma\ \text{coſ.}\ (U - \delta - \nu + \varepsilon) - \text{ſin.}\ \sigma\ \text{ſin.}\ (U - \delta - \nu + \varepsilon)$; donc, en mettant pour $\text{coſ.}\ \sigma$ ſa valeur $\frac{r'\ \text{coſ.}\ \vartheta}{x}$, & pour $\text{ſin.}\ \sigma$ ſa valeur $\frac{r'\ \text{ſin.}\ \vartheta\ \text{coſ.}\ \nu'}{x}$; il eſt aiſé de voir que les angles z & σ diſparoîtront des valeurs de $\text{coſ.}\ v$, $\text{ſin.}\ v$, $\text{coſ.}\ \vartheta'$, $\text{ſin.}\ \vartheta'$, & que les quantités x & r' diſparoîtront auſſi des valeurs de $\text{ſin.}\ \vartheta'$, $\text{coſ.}\ v\ \text{coſ.}\ \vartheta'$ & $\text{ſin.}\ v\ \text{coſ.}\ \vartheta'$, qui entrent dans l'expreſſion des forces par leſquelles l'axe de la Lune eſt ſollicité.

(77.) De-là il s'enſuit que dans le cas même où l'orbite de la Lune ne ſeroit pas peu inclinée au plan de l'écliptique, on pourroit encore trouver les mouvemens de l'axe, en mettant dt^2 au lieu de dz^2 dans les équations, & en faiſant diſparoître l'angle z par le moyen de l'angle ϑ; car dans le cas où l'angle ν' n'eſt pas très-petit, on ne peut regarder dz comme à peu-près conſtant, au lieu que $d\vartheta$ l'eſt toujours à peu-près ſi l'orbite de la Lune n'eſt pas fort différente d'un cercle; il faudra ſeulement, pour déterminer ϑ, avoir égard à ce qui a été remarqué *Tome V de nos Opuſcules, page 298,* l'orbite lunaire réelle étant à double courbure. Il faudra de plus remarquer que le mouvement moyen obſervé, ou plutôt obſervable, eſt alors déterminé par la valeur moyenne de $\vartheta - \nu$, comme il réſulte de ce qui a été remarqué dans le *Volume cité, page 314 & ſuivantes;* mais en voilà aſſez, quant à préſent, ſur ce ſujet, qui n'a pas un rapport immédiat à celui que nous traitons, & qui eſt même ici de pure Géométrie, puiſque ϑ' eſt toujours un petit angle dans les Satellites, & dans la Lune en particulier.

(78.) Dans le cas où fin. Π eſt preſque $=1$, & où le mouvement de rotation P autour de l'axe feroit $-az-\varepsilon-\theta$, a étant un nombre fini différent de l'unité, l'équation en θ donneroit alors, non la libration, mais les inégalités du mouvement de rotation de la Lune; & cette équation feroit de cette forme, $dd\theta = dz^2 \times A$ fin. $(2B + 2Cz + 2\theta)$, A, B, C étant des quantités données. Soit $2B + 2Cz + 2\theta = 2v$, on aura $\frac{ddv}{dz^2} = A$ fin. $2v$, A étant ſuppoſé une quantité très-petite; & en faiſant $\frac{d\theta}{dz} = D$ lorſque $z = 0$, on aura $dv^2 = dz^2 \times [(C + D)^2 + A$ cof. $2B - A$ cof. $2v]$; & comme la quantité C eſt ſuppoſée très-grande par rapport à D & à A, on pourra mettre l'équation précédente ſous cette forme, $dz = \frac{dv}{\surd(Q - A \text{ cof. } 2v)}$, Q étant une quantité $=$ $(C + D)^2 + A$ cof. $2B$, & beaucoup plus grande que A; donc on aura $dz =$ à très-peu près $\frac{dv}{\surd Q} + \frac{A\,dv \text{ cof. } 2v}{2Q\surd Q}$; d'où l'on tirera, comme ci-deſſus, *art. 66*, la valeur de z en v, & de-là celle de v en z.

(79.) Dans cette expreſſion, $\surd Q$ eſt à peu-près égal à C, & par conſéquent v à peu-près $= Cz$, puiſque D & A ſont fort petits *(hyp.)*; mais on remarquera que le coëfficient qui affecte z dans la valeur de v, doit être exactement égal à C, puiſque *(hyp.)* $Cz + \theta + B = v$, & que θ ne contient point d'arcs de cercle; d'où il eſt aiſé de conclure que la valeur de $d\theta$ ſera à très-peu près $-\frac{A\,dv \text{ cof. } 2v}{2Q}$, & $\theta =$ à très-peu près $-\frac{A}{4Q}$ [fin. $(2B + 2Cz)$ — fin. $2B$].

(80.) C'eſt une choſe digne de remarque, que quand C eſt une quantité finie, pourvu qu'elle ne diffère pas très-peu de zéro, la valeur de θ eſt toujours fort petite, au lieu que quand C eſt $= 0$, la valeur de θ peut être fort grande, comme il réſulte de ce qu'on a vu ci-deſſus *(art. 37 & ſuiv.)* pour les cas où

le mouvement moyen de rotation est égal au mouvement périodique, & où la libration est fort petite ou fort considérable, selon la valeur initiale de B, e pouvant d'ailleurs être fort petit.

(81.) On peut encore, dans le cas dont il s'agit, trouver la valeur de θ par la méthode suivante. Comme θ est une quantité très-petite qui ne doit point renfermer d'arcs de cercle, on écrira d'abord $dd\theta = Adz^2 \times \text{fin.}\,(2B + 2Cz)$, ce qui donne $d\theta = Rdz + Adz \times \frac{[+\text{cof.}\,2B - \text{cof.}\,(2B + 2Cz)]}{2C}$, & on fera $= 0$ le coëfficient $R + \frac{A\,\text{cof.}\,2B}{2C}$ de dz, afin que θ ne contienne point z; ensuite on aura $\theta = + \frac{A}{4CC} \times [\text{fin.}\,2B - \text{fin.}\,(2B + 2Cz)]$; on substituera cette première valeur approchée de θ dans l'équation $dd\theta = Adz^2$ fin. $(2B + 2Cz + 2\theta)$, qu'on mettra sous cette forme, $dd\theta = Adz^2 \times [\text{fin.}\,(2B + 2Cz) + 2\theta\,\text{cof.}\,(2B + 2Cz)]$, & mettant dans le second membre la valeur de θ déjà trouvée, on aura une nouvelle valeur de $d\theta$, dans laquelle le coëfficient de dz devra de même être égal à zéro, & ainsi de suite.

(82.) Soit en général $dP = -m\,dv - d\theta = -m\,dz - m\,d\varepsilon - d\theta$; & supposant, si l'on veut, fin. Π très-différent de l'unité, la valeur de $dd\theta$ ou plutôt de $-dd\theta - m\,dd\varepsilon + d(d\varepsilon\,\text{fin.}\,\Pi)$ sera exprimée par une suite de quantités de cette forme, $Adz^2 \times (\text{fin.}\,2B + 2Cz + 2\theta)$; ensuite faisant $\theta + m\varepsilon - \varepsilon\,\text{fin.}\,\Pi = v'$, & mettant pour ε sa valeur moyenne Hz, on aura $-ddv'$ exprimé par une suite de quantités de cette forme, $Adz^2 \times \text{fin.}\,(D + 2Ez + 2v')$. Cela posé, si $m = \pm \frac{1}{2}$, ou ± 1, ou 0, il est aisé de voir, par l'*article 22 du Mémoire précédent*, que $-dd\theta - m\,dd\varepsilon + d(d\varepsilon\,\text{fin.}\,\Pi)$ sera égal à une suite de quantités de cette forme, $Adz^2 \times \text{fin.}\,(2B + 2Cz + 2\theta)$, dans l'une

desquelles C sera $= 0$; si outre cela, dans ce même terme, $2B$ est un angle très-petit ou au moins peu considérable, on pourra changer sin. $(2B + 2\theta)$ en sin. $2B + 2\theta$, ou même $2B + 2\theta$, & l'équation en θ aura cette forme, $dd\theta + N^2\theta dz^2 + Mdz^2$, M étant une fonction de θ & de sinus & cosinus d'angles exprimés en z; or cette équation s'intégrera par les méthodes connues.

(83.) La raison pour laquelle on peut substituer ici $2B + 2\theta$, au lieu de sin. $(2B + 2\theta)$, c'est que dans cette hypothèse de $2B$ très-petit, la valeur de θ sera aussi très-petite, comme il est aisé de le conclure de l'*article 23 du Mémoire précédent;* & tous les autres termes $A'dz^2 \times$ sin. ou cos. $(2B' + 2C'z + 2\theta)$ que renfermera la valeur de $dd\theta$, n'augmenteront que peu cette valeur de θ, déjà très-petite, puisqu'après l'intégration les coëfficiens seront à peu-près de l'ordre de $\frac{A'}{4C'^2}$, C' étant une quantité finie, & A' une quantité très-petite.

(84.) Dans le cas où aucun des coëfficiens $2C'$ ne seroit ni $= 0$, ni très-petit, alors on trouvera la valeur approchée de θ par une méthode semblable à celle qui a été donnée ci-dessus (*article 81*) pour déterminer cette valeur dans le cas de $dd\theta = Adz^2$ sin. $(2B + 2Cz + 2\theta)$; c'est-à-dire qu'on fera d'abord $dd\theta = Adz^2$ sin. $(2B + 2Cz) + A'dz^2$ sin. $(2B' + 2C'z) +$ &c. & on aura soin que le coëfficient de dz, dans la valeur de $d\theta$ soit $= 0$, après quoi on continuera le calcul suivant la méthode expliquée dans l'*article cité.*

(85.) Mais dans le cas où quelqu'un des coëfficiens $2C$ seroit très-petit sans être absolument égal à zéro, on ne peut alors, pour trouver θ par approximation, employer une méthode analogue à celle de l'*article précédent,* & trouver d'abord la valeur de θ par l'équation $dd\theta = Adz^2$ sin. $(2B + 2Cz + 2\theta)$, C étant fort petit.

(86.) Pour le faire sentir, soit $C = 0$, & $dd\theta = Adz^2$ sin. $(2B + 2\theta) + Zdz^2$, B étant fini, & Z une suite de

finus & de cofinus d'angles exprimés en z; je dis que fi on trouvoit d'abord la valeur de z par l'équation $dd\theta = Adz^2$ fin. $(2B + 2\theta)$, & qu'enfuite on fubftituât cette valeur de z en θ dans Z, pour avoir une nouvelle valeur de z en θ & de θ en z, cette méthode pourroit écarter beaucoup du vrai réfultat, par la raifon que θ étant finie, lorfque B eft finie, les quantités Z & A fin. $(2B + 2\theta)$ peuvent être très-comparables l'une à l'autre, & qu'ainfi on ne peut regarder le fecond terme comme très-petit par rapport au premier.

(87.) Nous avons fuppofé jufqu'ici que dz étoit conftant & proportionnel à dt ou dZ, Z étant le mouvement moyen; mais comme l'angle z eft égal à $Z + \omega$, ω étant une affez petite quantité qui comprend des fin. pZ, on fera en général $P = Q \times Z + \theta$, $\varepsilon = H \times Z + \sigma$, σ étant une quantité connue compofée de finus & de cofinus d'angles exprimés en Z; on fera enfuite réflexion qu'en général fin. $(rZ + \lambda) =$ fin. $rZ + \lambda$ cof. rZ, à très-peu près, fi λ eft un angle peu confidérable; & par ce moyen on réduira l'intégration de l'équation en $dd\theta$ à celle de quelqu'un des cas énoncés & réfolus dans les *articles précédens*; ce qui ne paroît pas exiger un plus grand détail.

§. VIII.

Détermination aftronomique de la libration de la Lune.

(88.) Pour déterminer aftronomiquement la libration de la Lune d'après les équations trouvées dans le *Mémoire précédent*, il fuffit de connoître la pofition de fon difque apparent, par rapport au plan $PC\omega$ qui paffe par l'axe PCp de figure, & par le petit axe $BC\omega$ de l'Équateur. Soit CS la ligne menée du centre de la Lune à celui de la Terre, CK perpendiculaire au plan $PCpLS$; cette ligne CK fera dans le plan de l'Équateur lunaire $BK\omega$ perpendiculaire au plan $PC\omega$, & il eft clair 1.° que la bafe de l'hémifphère vifible de la Lune paffera par CK, & fera perpendiculaire à CS & au plan $PCpLS$; 2.° que le plan de cette bafe fera avec Pp un angle égal au complément de PCS, c'eft-à-dire Fig. 6.

à $90^d - V$; donc si PCB' est cet angle, on aura $PCB' = 90^d - V$, & par conséquent, à cause de l'angle droit PCL, $B'CL = V$. Or $B'CL$ est évidemment égal à l'angle K du plan de l'Équateur avec le plan de la base de l'hémisphère visible; donc cet angle K est $= V$; de plus l'angle ωCK étant $= A$, l'angle BCK sera $= 180^d - A$; donc pour trouver le point Q du plan $PC\omega$ par où passe la base de l'hémisphère visible, il faudra résoudre le triangle sphérique BKQ dans lequel on connoît l'arc $BK = 180^d - A$, l'angle $K = V$, & l'angle droit B, ce qui donnera $\text{tang. } BK^2 + \text{tang. } BK^2 \times \text{tang. } K^2 = \text{tang. } KQ^2$; on aura donc KQ, & ensuite l'angle Q & l'arc BQ par les proportions suivantes, $\text{fin. } Q : \text{fin. total} :: \text{fin. } BK : \text{fin. } KQ$; & $\text{fin. } BQ : \text{fin. total} :: \text{fin. } K : \text{fin. } KQ$.

(89.) Lorsque l'arc BK est peu considérable & que l'angle $BKQ = V$ est presque droit, comme il arrive dans la Lune, à cause que $\text{fin. } \Pi$ est presque $= 1$ & A presque $= 180^d$, BK sera censé une ligne droite très-petite; KQ sera presque égal à BQ; & on aura à très-peu près $\text{fin. } KQ$ ou $\text{fin. } BQ : \text{fin. } Qp :: \text{fin. } BK : \text{fin. } 90^d - V$; c'est-à-dire qu'il suffira de diviser l'arc Bp en deux arcs BQ, Qp, dont les sinus soient entr'eux comme $\text{fin. } BK$ à $\text{fin. } 90^d - V$; on aura aussi l'angle $Q = \frac{BK \times \text{fin.total.}}{\text{fin. } BQ}$.

(90.) On a déjà vu (*Mémoire précédent, article 42*) que la valeur de $\frac{\text{fin. } \Sigma}{\text{cof. } \Sigma}$ ou $\text{tang. } \Sigma$, ou, ce qui revient au même, la cotangente du complément de cet angle est égale à $\frac{\text{cof. } v \text{ fin. } \Pi}{\text{fin. } v} - \frac{\text{fin. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi}{\text{cof. } \vartheta' \text{ fin. } v}$, quantité qu'on peut réduire à $\frac{\text{cof. } v}{\text{fin. } v}$, d'autant que $\text{fin. } \vartheta'$ & $\text{cof. } \Pi$ étant l'un & l'autre très-petits, il n'en peut résulter qu'une erreur très-petite dans la valeur de Σ; le complément de cet angle Σ est l'angle du méridien de la Lune qui passe par la Terre, avec le méridien perpendiculaire au plan de l'Écliptique. Au reste, dans cette expression de la tangente de l'angle Σ, on peut, si l'angle ϑ' n'est pas fort petit, faire à la

place de fin. v, cof. v, fin. ϑ' & cof. ϑ', les fubftitutions indiquées dans l'*article 76,* en employant l'argument de la latitude de la Lune.

(91.) Voici une manière affez fimple de trouver l'angle Σ ou fon complément. Soit C le centre de la Lune, $ZCez$ un plan parallèle à l'Écliptique & paffant par ce centre, Ce la projection de l'axe lunaire fur ce plan, ZCz perpendiculaire à Ce, CO la projection du rayon vecteur de l'orbite fur ce même plan, en forte que l'angle eCO foit $= v$, ZNz l'Équateur lunaire, de manière que l'angle eZN des deux plans Zez, ZNz foit $= \Pi$, c'eft-à-dire, à l'angle que l'axe lunaire fait avec l'écliptique; foit CV la ligne qui va du centre de la Lune à celui de la Terre, l'angle OCV fera égal à la latitude ϑ' de la Lune; foit enfin l'arc OV perpendiculaire au plan Zez. Dans le triangle fphérique zOV, rectangle en O, on connoît le côté $zO = 90^d - v$ & l'angle ou l'arc $OV = \vartheta'$, d'où l'on tirera aifément zV & l'angle OzV. Imaginons préfentement qu'un plan paffant par V & par l'axe lunaire perpendiculaire au plan ZNz de l'Équateur, forme fur la furface fphérique l'arc VL, on connoîtra dans le triangle fphérique VzL, l'arc zV & l'angle $VzL = \Pi - OzV$; donc on aura l'arc zL, qui fera $= \Sigma$, puifque cet arc zL eft le complément de l'angle LCN, & que cet angle eft lui-même le complément de l'angle Σ, ainfi qu'on vient de le remarquer *(art. 90).* On peut remarquer auffi que l'angle V entre l'axe & le rayon vecteur CV, fera $=$ à $90^d - VL$, ce qui eft évident. Fig. 7. Fig. 8.

(92.) De-là on tirera, par des calculs affez fimples, la valeur des finus & cofinus des angles Σ & V, & par conféquent auffi l'angle $A = \Sigma + B - P$ *(Mémoire précédent. art. 13).* Quoique la connoiffance de ces angles ne foit pas abfolument néceffaire pour arriver aux équations qui donnent les mouvemens de l'axe de la Lune, comme on l'a vu dans le *§. 1.er* du préfent Mémoire, elle eft indifpenfable pour connoître la partie de la Lune qui eft vifible de la Terre.

§. IX.

Nouvelles Remarques relatives à la figure de la Lune.

(93.) Nous avons donné dans le *Mémoire précédent*, les valeurs de $\int G'\,ff$ & $\int G'\,ff$ cof. $2\,\xi$, en regardant les Méridiens & l'Équateur comme des ellipses. En conservant les mêmes noms que dans *l'article 59 du Mémoire cité*, soit plus généralement $f = r\,(1 + \Delta\,\xi)$, $\Delta\,\xi$ étant une fonction de ξ très-petite, & qui ait cette propriété qu'elle soit $= 0$ quand $\xi = 0$, & quand ξ égale un multiple quelconque de 360 degrés; on aura $G' = r\,d\,r\,d\,\xi\,(1 + 2\,\Delta\,\xi)\,db$, dont l'intégrale est $\frac{rr}{2} \times (1 + \sigma) \times 4\,D\,db$, $4\,D\,\sigma$ étant la valeur de $\int d\,\xi \times 2\,\Delta\,\xi$ lorsque $\xi = 360$ degrés.

(94.) Soit ensuite R le demi-axe (le premier méridien passant par le petit axe de l'Équateur) & A l'angle qu'un autre rayon quelconque R' fait avec le rayon R; soit $R' = R\,(1 + \Psi A)$, ΨA étant de même une fonction de A qui soit $= 0$ quand $A = 0$ & quand $A = 360$ degrés; nous aurons $b = R - R$ cof. $A\,(1 + \Psi A)$, & $db = + R\,d\,A$ fin. $A\,(1 + \Psi A) - R\,d\,\Psi A \times$ cof. A: donc $\int G' = \int [R\,d\,A$ fin. $A\,(1 + \Psi A) - R\,d\,\Psi A$ cof. $A] \times 2\,D\,rr\,(1 + \sigma)$. Cette quantité, dans laquelle on mettra pour rr sa valeur $R'R' \times$ fin. $A^2 = R^2$ fin. $A^2\,(1 + 2\,\Psi A)$, étant intégrée, en ne faisant varier que A, on aura, en supposant $A = 180$ degrés, la valeur totale des G'; c'est à-dire la masse du solide supposé homogène; il faut seulement avoir attention (dans le cas où l'on voudra que toutes les coupes soient représentées par une équation uniforme) que la valeur de f, tirée de l'équation $f = r\,(1 + \Delta\,\xi)$ en faisant $\xi = 180$ degrés, soit la même que la valeur, prise positivement, de R' fin. $(360^d - A)$, c'est-à-dire que la valeur de R fin. $A\,[1 + \Psi\,(360^d - A)]$; d'où il s'ensuit, à cause de $r = R$ fin. $A\,(1 + \Psi A)$, que $(1 + \Delta\,\xi) \times (1 + \Psi A)$, prise en faisant $\xi = 180$ degrés, doit être $= 1 + \Psi\,(360^d - A)$.

(95.)

(95.) On trouvera par une méthode ſemblable les valeurs de $\int G' ff$, $\int G' (a - b)^2$, $\int G ff$ coſ. 2 ξ; la première ſera égale à $\int r^3 dr (1 + 4 \Delta \xi) d\xi db$, ou $\frac{r^4}{4} \int d\xi (1 + 4 \Delta \xi) \times db$, priſe d'abord en faiſant varier ξ, & ſuppoſant $\xi = 360^d$, puis en mettant pour r & b leurs valeurs en A, & ſuppoſant $A = 180^d$; la ſeconde ſera $= \int r dr (1 + 2 \Delta \xi) d\xi (a - b)^2 db = \frac{r^2}{2} \int d\xi (1 + 2 \Delta \xi) \times db (a - b)^2$, priſe de même en mettant pour $a - b$, ſa valeur R' coſ. $A = R$ coſ. $A (1 + \psi A)$; la troiſième ſera $=$ à $\int r^3 dr d\xi (1 + 4 \Delta \xi) \times$ coſ. $2 \xi \times db = \frac{r^4 db}{4} \int d\xi (1 + 4 \Delta \xi) \times$ coſ. 2ξ; priſe de la même manière.

(96.) Il faudra de plus avoir ſoin de prendre les valeurs de f & de r telles que l'on ait $\int G' (a - b) = 0$, $\int G' f$ ſin. $\xi = 0$, $\int G' f$ coſ. $\xi = 0$, afin que le centre de gravité de la Lune ſoit au point que l'on prend pour ſon centre de figure; il faudra encore que $\int G' f$ ſin. $\xi (a - b) = 0$, $\int G' f$ coſ. $\xi (a - b) = 0$, afin que l'axe de la Lune ſoit un axe naturel de rotation; cette condition, quoiqu'elle ne ſoit pas abſolument néceſſaire, eſt commode pour ſimplifier le calcul. Enfin, comme les deux autres axes naturels de rotation (car il y en a toujours au moins trois) ſe trouvent dans un plan perpendiculaire à un des axes de rotation naturelle, il ſera bon, pour ſimplifier encore le calcul, de faire commencer les angles ξ à un tel point de l'Équateur, qu'on ait $\int G' ff$ ſin. $2 \xi = 0$, c'eſt-à-dire de faire commencer les ξ à un axe de rotation naturelle.

(97.) Au lieu d'employer les coupes perpendiculaires à l'axe pour trouver les valeurs de $\int G'$, $\int G' ff$, &c. on peut employer les méridiens, en regardant l'axe comme leur ſection commune; dans cette hypothèſe, on aura $R' = R (1 + \Delta \xi \psi A)$, $f = R'$ ſin. A, $a - b = R'$ coſ. A, $G' = R' d R' d A \times R' d\xi$ ſin. A; & on prendra enſuite les intégrales *(Opuſcules, tome IV, page 21)* d'abord en faiſant varier A, & ſuppoſant

$A = 180^d$, ensuite en faisant varier ξ & supposant $\xi = 360^d$; mais si on veut assujettir toutes les coupes à une équation uniforme, il faudra avoir soin dans cette supposition, 1.° que la valeur de R' demeure la même en faisant $\xi = 360^d$ & $A = 360^d$; 2.° que lorsque $A = 180^d$, la valeur de R' soit la même quelle que soit ξ; 3.° que la valeur de R' prise en faisant $A' = 360^d - A$, soit la même que la valeur de R prise en faisant $A' = A$, & mettant $\xi + 180$ degrés, au lieu de ξ; 4.° que cette même valeur ne change point en mettant à la fois $\xi + 180$ degrés au lieu de ξ, & $360^d - A$ au lieu de A; d'où il s'ensuit que $\Delta \xi \Psi A$ doit être la même que $\Delta (\xi + 180^d) \cdot \Psi (360^d - A)$, & que $\Delta \xi \times \Psi (360^d - A')$ doit être la même quantité que $\Delta (\xi + 180^d) \times \Psi A'$; A' & A étant, ainsi que ξ, des angles quelconques; c'est-à-dire que si $\Delta (\xi + 180^d) = \pm \Delta \xi$, $\Psi (360^d - A)$ doit être $= \pm \Psi A$, & que si $\Delta (\xi + 180^d) = \pm \Delta \xi$, ΨA doit être $= \pm \Psi (360^d - A)$. Or il est évident que si dans le cas où $\Delta (\xi + 180^d)$ sera $= \pm \Delta \xi$, on a $\Psi (360^d - A') = \pm \Psi A'$, on aura aussi $\Psi A = \pm \Psi (360^d - A)$; d'où il s'ensuit que la troisième & la quatrième condition ci-dessus reviennent à la même.

(98.) Quoique par-là l'hypothèse des méridiens soit simplifiée & réduite à trois conditions, je préférerois celle des couches ou tranches perpendiculaires à l'axe, parce qu'elle ne renferme que deux conditions, dont la première est que les valeurs de f & de R' ne varient point en augmentant ξ de 360 degrés & A de 360 degrés, & la seconde que $[1 + \Delta (180^d)] \times (1 + \Psi A) = 1 + \Psi (360^d - A)$; d'où il s'ensuit, à cause que $\Delta \xi$ & ΨA sont des quantités très-petites, que l'on doit avoir à très-peu près $\Delta (180^d) + \Psi A = \Psi (360^d - A)$, quel que soit l'angle A. Donc, lorsque $A = 360^d$, on aura $\Delta (180^d) + \Psi 360^d = \Psi (o)$. Or on a déjà remarqué que ΨA doit être la même soit que $A = o$, ou $A = 360^d$; d'où il s'ensuit que $\Psi (o) = \Psi (360^d)$, & que par conséquent $\Delta (180 \text{ degrés}) = o$; donc en général ΨA doit être égale à $\Psi (360^d - A)$.

(99.) Il eſt très-eſſentiel, lorſqu'on veut aſſujettir à une même équation les coupes du ſolide, de faire attention à ces différentes remarques ſur l'identité que les valeurs des rayons doivent avoir dans différentes ſuppoſitions; ſans quoi on ne trouveroit que des réſultats fautifs. Nous avons déjà indiqué ces précautions, *pages 22, 23 & 24 du Tome IV de nos Opuſcules;* elles pourront être de quelque utilité à ceux qui traiteront cette matière. On peut même exprimer plus généralement R' dans l'*article 97,* en faiſant $R' = R\,[1 + \Delta(\xi, A)]$, $\Delta(\xi, A)$ étant une fonction très-petite de A & de ξ, aſſujettie aux conditions ci-deſſus.

(100.) Au reſte, ces conditions n'ont lieu que dans le cas où l'on veut que l'équation exprime non-ſeulement la nature des demi-méridiens, mais celle des méridiens en entier; car ſans cela on peut ſe borner à prendre $R' = R\,[1 + \Delta(\xi, A)]$, avec cette ſeule condition, que la valeur de R' ſoit toujours la même, A étant $= 180^d$, quelle que ſoit ξ, & que la valeur de R' ne change point en mettant $\xi + 360^d$, au lieu de ξ, quel que ſoit A.

(101.) On peut même encore, dans l'hypothèſe que l'équation ne repréſente que les demi-méridiens, ſe borner à en conſidérer un ſeul fixe & conſtant, auquel les tranches qui ont pour rayon la variable f ſoient perpendiculaires; on déterminera les quantités $\int G' f f$, &c. par les tranches perpendiculaires à l'axe, A étant un angle variable pris ſur ce méridien fixe, R étant $= R\,(1 + \Psi A)$, $r = R'$ ſin. A, & $b = R - R'$ coſ. A; pour lors il ſuffira que $f = r\,(1 + \Delta\xi)$ demeure la même en mettant $\xi + 360^d$, au lieu de ξ. On pourra encore ſuppoſer, pour plus de généralité, $f = r\,(1 + \Delta\,\xi, A)$; c'eſt la manière la plus générale & la moins limitée de repréſenter la maſſe de la Planète. Paſſons à une autre conſidération.

(102.) Soit $f = r\,[1 + \alpha$ ſin. $\xi + \beta$ ſin. $2\,\xi + \gamma$ ſin. $3\,\xi$, &c. $+ \alpha'\,(1 -$ coſ. $\xi) + \beta'\,(1 -$ coſ. $2\,\xi) + \gamma'\,(1 -$ coſ. $3\,\xi)$ &c.$]$ à l'infini, α, β, &c. étant très-petits; on remarquera 1.° que la quantité $\int G' f f$ coſ. $2\,\xi$ ſera la même

que si α, α', β, γ, γ', *&c.* étoient égales à zéro, en sorte que la valeur de cette quantité sera la même que si f étoit simplement $r[1 + \beta'(1 - \text{cos.}\, 2\,\xi)]$, c'est-à-dire que si l'Équateur étoit elliptique ; 2.° que si $\beta' = 0$, & $\beta = 0$, tous les autres termes subsistant, on aura à la fois $\int G' ff \,\text{cos.}\, 2\,\xi = 0$, & $\int G' ff \,\text{sin.}\, 2\,\xi = 0$, & qu'ainsi la force qui produit le mouvement de libration, sera $= 0$.

(103.) De-là il s'ensuit que, quand même l'Équateur de la Lune ne seroit pas circulaire, $\int G ff \,\text{cos.}\, 2\,\xi$ sera $= 0$, si le terme $\beta'(1 - \text{cos.}\, 2\,\xi)$ manque dans la valeur de f, & que $\int G' ff \,\text{sin.}\, 2\,\xi$ sera aussi $= 0$, si le terme $\beta \,\text{sin.}\, 2\,\xi$ manque; que par conséquent, la Lune n'aura aucune libration, & se mouvra autour de son axe d'un mouvement uniforme ; ainsi la libration vient des seuls termes $\beta \,\text{sin.}\, 2\,\xi$ & $\beta'(1 - \text{cos.}\, 2\,\xi)$ par lesquels l'Équateur de la Lune participe de la figure elliptique ; proposition assez curieuse pour mériter d'être remarquée.

(104.) Dans le solide dont il s'agit, $\int G' f \,\text{sin.}\, \xi$ sera $= \int db \times r^2 dr \times 3\, d\xi \times \alpha \,\text{sin.}\, \xi^2 = \int \frac{r^3 db}{3} \times \frac{3\alpha \times 4D}{2}$; $\int G' f \,\text{cos.}\, \xi$ sera $= -\int \frac{r^3 db}{3} \times 3\, d\xi \times \alpha' \,\text{cos.}\, \xi^2 = -\int \frac{r^3 db}{3} \times \frac{3\alpha' \times 4D}{2}$; enfin $\int G' ff \,\text{sin.}\, 2\,\xi = \int db \times r^3 dr \times 4\beta\, (\text{sin.}\, 2\,\xi)^2 = \int \frac{r^4 db}{4} \times \frac{4\beta \times 4D}{2}$. Or ces trois quantités devant être égales à zéro, il est nécessaire ou que α, α', β soient $= 0$, ou que ces quantités soient des fonctions de l'angle A, telles qu'en mettant pour r & b leurs valeurs en A, tirées de l'*article 101* ci-dessus, & faisant, après l'intégration, $A = 180$ degrés, les valeurs, de $\int r^3 db \times \alpha$, $\int r^3 db \times \alpha'$, $\int r^4 db \times \beta$ soient $= 0$.

(105.) Nous remarquerons ici en passant, qu'afin que tous les diamètres du corps soient des axes possibles de rotation naturelle, il faut qu'on ait les équations suivantes (*Tome IV de nos Opuscules, XXI.ᵉ Mém.*) $\int G' ff \,\text{sin.}\, \xi \,\text{cos.}\, \xi = 0$; $\int G' (a - b) \times f \,\text{sin.}\, \xi = 0$, $\int G' (a - b) f \,\text{cos.}\, \xi = 0$; $\int G' (a - b)^2 = \int G' ff \,\text{sin.}\, \xi^2 = \int G' ff \,\text{cos.}\, \xi^2$. Faisant donc dans

la ſuppoſition des tranches perpendiculaires à l'axe, f égale à $r [1 + \alpha(1 - \text{coſ.}\, \xi) + \beta(1 - \text{coſ.}\, 2\xi) + \delta(1 - \text{coſ.}\, 3\xi) + \&c.]$; $r = R\, \text{ſin.}\, A [1 + \alpha'(1 - \text{coſ.}\, A) + \beta'(1 - \text{coſ.}\, 2A) + \delta'(1 - \text{coſ.}\, 3A) \&c.]$; & $b = R - R\, \text{coſ.}\, A \times [1 + \alpha'(1 - \text{coſ.}\, A) + \beta'(1 - \text{coſ.}\, 2A) + \delta'(1 - \text{coſ.}\, 3A) \&c.]$ on déterminera les coëfficiens α, β, δ, &c. α', β', δ' &c. par ces conditions, en prenant autant de ces coëfficiens qu'il en ſera néceſſaire. *Voyez ſur cela le tome IV de nos Opuſcules, à l'endroit cité; & le tome V, pages 501 & 502.*

§. X.

Nouvelles Remarques ſur les mouvemens de l'axe de la Lune.

(106.) L'équation $-\frac{dv}{L + E\, \text{ſin.}\, v} = dz$ qui donne la preceſſion des équinoxes pour la Lune *(Mém. préc. art. 97)* peut être conſtruite par une méthode analogue à la méthode employée ci-deſſus, *art. 35 & ſuiv.* pour trouver la libration.

(107.) Pour cela, nous mettrons d'abord l'équation ſous cette forme, $dz = \frac{M\, dv}{K + \text{ſin.}\, v}$, M & K étant des quantités quelconques données poſitives ou négatives; & ſoit $DE = e$ la valeur de v lorſque $z = 0$, on fera $CH = K$, $DK = v$, & on aura $dz = \frac{M\, dv}{HL}$. Fig. 9.

(108.) Cela poſé, ſi le point H eſt entre F & N, v ne pourra jamais être $= 360$ degrés; il en ſera de même ſi H tombe en N ou en F; au contraire ſi H tombe hors du diamètre FN, v aura toutes les valeurs poſſibles.

(109.) Si K a le ſigne $-$, il faudra prendre CH du côté de F; les arcs $DK = v$, devront être pris de D vers F ſi la première valeur de dv [c'eſt-à-dire ſa valeur $\frac{dz}{M}(K + \text{ſin.}\, e)$ lorſque $z = 0$] eſt poſitive, & au contraire de D vers N ſi cette valeur eſt négative.

(110.) Lorsque $K = \pm 1$, le point H tombe en N ou en F, c'est le cas de $E^2 = L^2$; on a vu *(Mém. préc. art. 100)* que pour lors la valeur de z est intégrable, & on peut le voir encore d'une autre manière en considérant que $\frac{dv}{K + \text{fin.}\, v}$ devient alors $\frac{dv}{\pm 1 + \text{fin.}\, v}$; & qu'en faisant $v = 2\zeta$, on transformera cette quantité en $\frac{2\,d\zeta}{\pm 1 + \text{cof.}\,(90 - 2\zeta)} = + \frac{d\zeta}{\text{cof.}\,(45 - \zeta)^2}$ ou $\frac{-\,d\zeta}{\text{fin.}\,(45 - \zeta)^2}$, deux quantités qui s'intègrent aisément l'une & l'autre, puisqu'elles peuvent se réduire très-facilement à cette forme intégrable $\frac{dy}{y^2 V(1 - yy)}$.

(111.) Lorsque le point H tombe sur FN, la plus grande différence v des arcs Hz & ε sera $= DdV$, & cette différence ne sera jamais $= 360^d$; mais elle sera $> 180^d$, à moins que K ou CH ne soit négatif; de plus Hz sera $> \varepsilon$, si les arcs v sont pris de D vers F, & au contraire.

(112.) Dans l'équation $d\varepsilon = A'\,dz + E\,\text{fin.}\,(K' + Hz - \varepsilon)\,dz$, nous avons vu que si $(A' - H)^2$ est $=$ ou $< E^2$, $Hz - \varepsilon$ ne sauroit jamais être $= 360^d$, en sorte que ε est toujours égal à $Hz \mp$ un angle ω moindre que 360^d; si cet angle ω est peu considérable, on aura $d\varepsilon =$ à très-peu-près $A'\,dz + E$ fin. $K' \times dz$, en sorte que $A' + E$ fin. K' sera à peu-près $= H$.

(113.) Mais dans le cas où ω ne sera pas un petit angle, on ne pourra pas intégrer par approximation l'équation $d\omega = (A' - H)\,dz + E\,dz\,\text{fin.}\,(K' + \omega)$, en supposant d'abord $\omega = 0$, & continuant ensuite l'approximation par les méthodes connues; parce que la valeur de ω pourroit alors être exprimée par une série très-fautive, comme il résulte du *Mémoire précédent, articles 94 & 95*. Il faut d'ailleurs que le coëfficient de z dans la valeur de ω soit $= 0$; or de là il résulteroit que $A' - H + E\,\text{fin.}\,K' = 0$, & $\omega = 0$, équations qui ne peuvent avoir

lieu que dans les cas où H sera $= A' + E$ sin. K; or la valeur de H étant indépendante de A' & de E, cette condition ne pourra avoir lieu que dans des circonstances particulières.

(114.) Soit encore $d\Pi = A\,dz$ sin. $(Hz - \epsilon)$ & $d\epsilon = A'\,dz + B'\,dz$ cos. $(Hz - \epsilon)$, il n'est pas difficile de voir, en faisant $Hz - \epsilon = v$, qu'on aura $H\,dz - dv = A'\,dz + B'\,dz$ cos. v, ou $\frac{dv}{H - A' - B' \text{cos.}\, v} = dz$, & $d\Pi = \frac{A\,dv\, \text{sin.}\, v}{H - A' - B' \text{cos.}\, v}$; d'où il est clair que la valeur de Π ne contiendra que des logarithmes, & que si $\frac{H - A'}{B'}$ est > 1, jamais Π ne pourra être infini, puisque le logarithme de $(H - A' \pm B'$ cos. $v)$ ne pourra jamais être infini. Cependant si on intégroit ces sortes d'équations par approximation, on trouveroit des arcs de cercle dans l'expression de Π; soit, par exemple, $d\Pi = A\,dz$ sin. $(Hz - \epsilon + K)$, & $d\epsilon = A'dz + B'dz$ cos. $(Hz - \epsilon + K)$; on auroit donc $\epsilon = A'z - \frac{B'}{H - A'}$ [sin. K — sin. $(Hz - A'z + K)$]; & $d\Pi = A\,dz$ sin. $[Hz + K - A'z + \frac{B' \text{sin.}\, K}{H - A'} - \frac{B'}{H - A'}$ sin. $(Hz - A'z + K)]$; d'où il est aisé de voir que la valeur de $d\Pi$ renfermeroit un terme de cette forme $- \frac{A.B'}{2(H - A')}$ sin. $(\frac{B' \text{sin.}\, K}{H - A'})$, & qu'ainsi Π renfermeroit ou paroîtroit renfermer des arcs de cercle.

(115.) Toutes ces remarques viennent à l'appui de celles que nous avons déjà faites dans le *Mémoire précédent*, sur les précautions qu'il faut prendre en intégrant ces sortes d'équations par approximation.

(116.) Dans l'équation $d\epsilon = A'dz + B'dz$ sin. $(K + \eta - \epsilon) + C'dz$ sin. $(\mathfrak{C} + K + \eta - \epsilon)$ du *Mémoire précédent, article 96*, équation qui donne la précession des équinoxes pour la Lune, on a *(article 83 du même Mémoire)* $A' = [- \frac{3}{2} \times$

$(\int G'\lambda\lambda - \frac{\int G'ff}{2}) + \frac{3\mathfrak{C}}{2}$ cof. $(2U - 2\gamma)]:\int G'ff;$

$K = \delta - U;\ B' = -\frac{3m}{2\int G'ff} \times \left(\frac{\int G'\lambda\lambda - \int\frac{G'ff}{2}}{\text{cof.}\,\Pi}\right);$

$C' = +\frac{3\mathfrak{C}m}{2\int G'ff\,\text{cof.}\,\Pi}$; & $\mathfrak{C}' = 2U - 2\gamma$, a étant égal à 180 degrés. Cela posé, pour changer l'équation proposée en celle-ci, $d\varepsilon = A'dz + Edz$ fin. $(K' + n - \varepsilon)$, on remarquera que E fin. K' doit être $= B'$ fin. $K + C'$ fin. $(\mathfrak{C}' + K)$, & E cof. $K' = B'$ cof. $K + C'$ cof. $(\mathfrak{C}' + K)$; d'où l'on tire tang. $K' = \frac{B'\,\text{fin.}\,K + C'\,\text{fin.}\,(\mathfrak{C}' + K)}{B'\,\text{cof.}\,K + C'\,\text{cof.}\,(\mathfrak{C}' + K)}$, & $E = \sqrt{(B'^2 + C'^2 + 2B'C'\,\text{cof.}\,\mathfrak{C}')}$.

(117.) Soit $\mathfrak{C}' = 0$, c'est-à-dire $2U - 2\gamma = 0$, on aura $K' = K = \delta - U$; $E = B' + C' = \frac{3m}{2\int G'ff\,\text{cof.}\,\Pi}$ $\times(\mathfrak{C} - \int G'\lambda\lambda + \int\frac{G'ff}{2})$; $A' - H$ ou L (*Mém. précédent, article 96*) $= \frac{3}{2\int G'ff} \times (\mathfrak{C} - \int G'\lambda\lambda + \int\frac{G'ff}{2}) - H$. Donc si $E = \rho L$, ρ étant un nombre quelconque positif ou négatif qui ne soit pas < 1, le mouvement moyen des points équinoxiaux lunaires sera égal au mouvement moyen des nœuds de la Lune; or $H = \frac{3n^2}{4}$ à peu-près, n^2 étant $\frac{1}{178}$ à peu-près; donc faisant $\frac{3}{2\int G'ff} \times (\mathfrak{C} - \int G'\lambda\lambda + \int\frac{G'ff}{2}) = \delta$, on aura $\frac{m\delta}{\text{cof.}\,\Pi} = \rho\delta - \frac{3\rho n^2}{4}$, & $\delta = \frac{3\rho n^2}{4(\rho - \frac{m}{\text{cof.}\,\Pi})}$;

ou $\rho = \frac{m\delta}{(\delta - \frac{3n^2}{4})\,\text{cof.}\,\Pi} = 1 : (\frac{\text{cof.}\,\Pi}{m} - \frac{3n^2\,\text{cof.}\,\Pi}{4m\delta})$;

donc si $\frac{\text{cof.}\,\Pi}{m} - \frac{3n^2\,\text{cof.}\,\Pi}{4m\delta}$, pris positivement ou négativement, est $=$ ou < 1, les mouvemens moyens des nœuds de la Lune, & de ses points équinoxiaux, feront égaux entr'eux.

(118.) En

(118.) En général, pour que les deux moyens mouvemens dont il s'agit soient égaux, il faut que E^2 soit > ou $= L^2$, c'est-à-dire qu'en faisant $\frac{3}{2\int G'ff} \times (\mathcal{C} \text{ cos. } \mathcal{C}' - \int G' \lambda\lambda + \int \frac{G'ff}{2}) = \delta'$, on ait $\frac{m^2 \delta'^2}{\text{cos. } \Pi^2} + C'^2 \text{ sin. } \mathcal{C}'^2 >$ ou $= (\delta' - \frac{3n^2}{4})^2$; or $\delta' = \delta + \frac{3\mathcal{C}}{2\int G'ff}(\text{cos. } \mathcal{C}' - 1)$, $C' = \frac{3\mathcal{C}m}{2\int G'ff \text{cos. } \Pi}$; on aura donc la condition $\frac{m^2\delta^2}{\text{cos. } \Pi^2} + \frac{3m^2\mathcal{C}\delta}{\int G'ff \text{ cos. } \Pi^2} \times (\text{cos. } \mathcal{C}' - 1) + \frac{9m^2\mathcal{C}^2}{4(\int G'ff)^2 \text{ cos. } \Pi^2} \times (\text{cos. } \mathcal{C}' - 1)^2 + \frac{9\mathcal{C}^2 m^2 \text{ sin. } \mathcal{C}'^2}{4(\int G'ff)^2 \text{ cos. } \Pi^2}$ > ou $= (\delta - \frac{3n^2}{4})^2 + \frac{3\mathcal{C}}{\int G'ff} \times (\text{cos. } \mathcal{C}' - 1) \times (\delta - \frac{3n^2}{4}) + \frac{9\mathcal{C}^2}{4(\int G'ff)^2} \times (\text{cos. } \mathcal{C}' - 1)^2$.

(119.) Dans le cas où $\frac{L^2}{E^2}$ est > 1, soit $\mu \times 360^d$ la valeur de z lorsque $v = e + 360^d$; le mouvement moyen de la Lune sera au moyen mouvement des nœuds de son orbite comme μ à $\frac{3n^2\mu}{4}$; cette quantité μ se trouvera aisément par le *Mémoire précédent, article 98*, & sera $\frac{1}{\sqrt{(LL - EE)}}$.

(120.) Donc si $z = 360$ degrés, on aura la valeur moyenne de $\varepsilon = \frac{3n^2}{4} \times 360^d - \frac{360^d}{\mu}$; & le mouvement des points équinoxiaux sera dans le même sens que le mouvement des nœuds si $\frac{3n^2}{4} - \frac{1}{\mu}$ est positif, & au contraire.

(121.) Dans le cas où $L + E$ sin. $K' = 0$ (*Mémoire précédent, article 101*), nous avons vu que le mouvement des points équinoxiaux lunaires est exactement égal au mouvement moyen des nœuds de la Lune; mais de plus il est bon de remarquer, que dans ce cas, qui donne $L^2 =$ ou $< E^2$, les quantités

t, t', ou s, s' que renferme la valeur de z, ſont infinies, en ſorte que la valeur, même finie, de l'arc z, ou du temps qu'il repréſente, ne peut ſe déterminer que par des différences de quantités infinies. Ce n'eſt pas tout ; il ſemble d'abord que z, par ces équations, doive être $=$ o ; car les quantités infinies t, t' ou s, s', paroiſſent égales entr'elles, puiſque $t' = \frac{A^2}{L + E \text{ ſin. } K'}$, & que $t = \frac{A^2}{L + E \text{ ſin. } (K' + Hz - \epsilon)} = \frac{A^2}{L + E \text{ ſin } K'} = \infty$; il en ſera de même de s & de s'. Il eſt cependant évident que la valeur de z ou du temps n'eſt pas $=$ o, mais qu'au contraire elle croît à l'infini ; d'ailleurs un peu d'attention à l'équation différentielle $dz = -\frac{dv}{L + E \text{ ſin. } v}$, ou $dz = -\frac{dv}{L + E \text{ ſin. } (K' + Hz - \epsilon)}$ fait voir que ſi $L + E$ ſin. $K' = 0$; on aura $dv = 0$, & par conſéquent v toujours égal à K', le temps z croiſſant à l'infini.

(122.) La ſeule réponſe, ce me ſemble, qu'on puiſſe faire à cette difficulté, c'eſt de dire que des quantités infinies ne ſont proprement ni égales, ni inégales, & que leur rapport ou leur différence (d'où réſulte ici la valeur de z) peut être conſidérée ſuivant les cas, ou comme nulle (ce qui arrive au commencement du mouvement, qui donne $z = 0$), ou comme finie, ou enfin comme infinie, lorſque le temps eſt infini. Mais cette réponſe, je l'avoue, ne me paroît pas porter dans l'eſprit une lumière ſuffiſante ; & la queſtion me paroît digne d'exercer les Géomètres Philoſophes. En général, la même difficulté aura lieu dans toutes les équations de cette forme $dz = \frac{A\,dv}{(B - v)^m}$, m étant $=$ ou $>$ 1, & v étant $= B$ lorſque $z = 0$, & plus univerſellement encore ſi $dz = dv\,\phi v$, ϕv étant ſuppoſée infinie lorſque $z = 0$, pourvu

qu'elle ſoit infinie d'un ordre = ou > 1; c'eſt un point que je pourrai traiter ailleurs plus en détail.

(123.) L'intégration des différentielles dans leſquelles il entre des quantités infinies, eſt quelquefois ſujette à des difficultés à peu-près de même eſpèce que la précédente. *Voyez le Tome IV de nos Opuſcules, page 62 & ſuivantes.*

§. XI.

Autres Remarques ſur les Équations qui donnent les mouvemens de l'axe de la Lune.

(124.) J'ai indiqué dans le Mémoire précédent, *article 113*, comment on pouvoit repréſenter le mouvement des points équinoxiaux lunaires par le mouvement d'un corps dans une ſection conique, la force centrale étant dirigée vers un point fixe. Pour développer davantage cette remarque, je mettrai d'abord ſous cette forme l'équation de l'*article cité*, $dz = \frac{d\vartheta}{L + E \operatorname{coſ.}(2K' + 2\vartheta)}$; ce qui eſt toujours poſſible; on fera de plus $2K' + 2\vartheta = 2\sigma$, & on aura $dz = \frac{d\sigma}{L + E \operatorname{coſ.} 2\sigma}$, ou $bb\,dz = \frac{bb\,d\sigma}{L + E(\operatorname{coſ.}\sigma^2 - \operatorname{ſin.}\sigma^2)}$, bb étant une conſtante. Suppoſant enſuite $\frac{x}{y} = \frac{\operatorname{coſ.}\sigma}{\operatorname{ſin.}\sigma}$, on trouvera, comme dans l'*article cité*, $(xx + yy)\,d\vartheta = \frac{bb\,d\vartheta}{L + \frac{E(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2}}$, & $L(x^2 + y^2) + E(x^2 - y^2) = bb$.

(125.) Dans le cas où la ſection eſt une ellipſe ou une hyperbole, c'eſt-à-dire, dans le cas où L eſt > ou < E, il n'eſt pas difficile de voir que l'origine commune des x & des y, centre de tendance de la force centrale, eſt le centre même de la ſection, qui ſera par conſéquent décrite en vertu d'une force

proportionnelle à la diſtance au centre, comme le ſavent les Géomètres; de plus, ſi la ſection eſt une ellipſe, ſon demi-grand axe ſera évidemment $\frac{b}{\sqrt{(L - E)}}$, & l'autre demi-axe $\frac{b}{\sqrt{(L + E)}}$; le produit des deux demi-axes ſera donc $\frac{bb}{\sqrt{(L^2 - E^2)}}$, en ſorte que le mouvement moyen dans cette ellipſe, ſeroit repréſenté par $\frac{bb \times Z}{\sqrt{(L^2 - E^2)}}$, Z déſignant les arcs d'un cercle, égal en ſurface à l'ellipſe; donc puiſque bbz repréſente auſſi les ſecteurs de cette ellipſe, le mouvement z, conſidéré comme uniforme, ſera au mouvement Z comme l'unité eſt à $\sqrt{(L^2 - E^2)}$. Ainſi décrivant un cercle tel que le quarré de ſon rayon ſoit $\frac{bb}{\sqrt{(L^2 - E^2)}}$, on prendra ſur la circonférence de ce cercle un arc $Z = z\sqrt{(L^2 - E)}$, & le ſecteur elliptique proportionnel à l'angle Z ſera parcouru dans le même temps que l'angle z.

(126.) Voici encore une autre manière de déterminer la valeur de $\frac{dv}{L + E \operatorname{coſ.} v}$, lorſque L^2 eſt $> E^2$. Soit NLK un cercle

Fig. 10. décrit du rayon CK, G un point pris au dedans ou au dehors de ce cercle, $CK = \rho$, $CG = k$, l'angle $LCK = v$; on trouvera très-aiſément $\operatorname{coſ.} LGC = \frac{k - \rho \operatorname{coſ.} v}{\sqrt{(k^2 + \rho^2 - 2k\rho \operatorname{coſ.} v)}}$; & $LGC = \int \frac{dv\,(k\rho \operatorname{coſ.} v - \rho\rho)}{k^2 + \rho^2 - 2k\rho \operatorname{coſ.} v}$; d'où il s'enſuit que l'angle LGC eſt égal à $= -\frac{1}{2}v + \int \frac{(k^2 - \rho^2)\,dv}{2\,(kk + \rho\rho - 2k\rho \operatorname{coſ.} v)}$; donc $LGC + \frac{1}{2}v$ eſt égal à $\int \frac{(k^2 - \rho^2)\,dv}{2\,(k^2 + \rho^2 - 2k\rho \operatorname{coſ.} v)}$; de-là il réſulte qu'on peut avoir la valeur de $\frac{dv}{L + E \operatorname{coſ.} v}$, en ſuppoſant $\frac{dv}{L + E \operatorname{coſ.} v} = \frac{c\,dv}{Lc + Ec \operatorname{coſ.} v}$, & $L \times c = \frac{E^2 c^2}{2} + 1$, ce qui donnera $\frac{E \times c}{2} = \frac{L}{E} \pm \sqrt{(\frac{L^2}{E^2} - 1)}$,

$\frac{E \times c}{2} = -\frac{k}{\rho}$, & $\int \frac{c\,dv}{Lc + Ec \text{ cos. } v} = (LGC + \frac{1}{2} v)$ $\times 2c : (\frac{k^2}{\rho^2} - 1)$, quantité dans laquelle on mettra pour c sa valeur $\frac{2L}{EE} \pm \frac{2}{E} \surd(L^2 - E^2)$, & pour $\frac{k}{\rho}$ sa valeur $-\frac{L}{E} \mp \frac{\surd(L^2 - E^2)}{E}$.

(127.) Si on suppose que le point K décrive uniformément la circonférence KLN, & que pendant qu'il parcourt l'arc KL, le point C décrive autour du point G en allant de O vers C, un angle $= \frac{LCK}{2}$, la somme des deux angles LGC, $\frac{LCK}{2}$, ou $LGC + \frac{1}{2} v$, sera l'angle compris entre l'origine & le rayon d'une épicycloïde que décrira pour lors le point K; ce qui donne encore un moyen facile de représenter les angles $\int \frac{dv}{L + E \text{ cos. } v}$. De plus les rayons vecteurs de l'ellipse (*article 124 ci-dessus*) étant $\frac{b}{\surd(L + E \text{ cos. } v)} = \frac{b\surd c}{\surd(Lc + Ec \text{ cos. } v)}$ $= \frac{\rho b \surd c}{\surd(kk + \rho\rho - 2k\rho \text{ cos. } v)}$, il s'ensuit, à cause de LG $= \surd(\rho\rho + kk - 2k\rho \text{ cos. } v) = \frac{CG^2 - CK^2}{GV}$ $= \frac{k^2 - \rho^2}{GV}$, que le rayon vecteur de l'ellipse est $= \frac{\rho b \surd c}{k^2 - \rho^2} \times GV$; d'où il résulte que comme b est arbitraire, on aura le rayon vecteur $= GV$, si on prend $b = \frac{k^2 - \rho^2}{\rho \surd c}$; ainsi les rayons vecteurs de l'ellipse seront alors égaux à GV, & les angles correspondans seront σ ou $\frac{v}{2}$. Si $\frac{k}{\rho}$ (*article 126*) étoit négatif, il faudroit faire commencer les angles v au point N & non au point K, & l'on auroit pour lors dans les calculs GV au lieu de GL, & GL au lieu de GV.

(128.) Si $L = E$, on aura, *article 124*, $(L + E)\, x^2 = bb$, & la ſection conique deviendra une ligne droite perpendiculaire à la ligne qu'on a priſe pour axe; l'abſciſſe x ſera conſtante, & les y ſeront les diſtances des différens points de cette ligne à l'extrémité de l'axe; & en effet, il eſt aiſé de voir que les diſtances de ces points au centre ſeront alors en raiſon inverſe de coſ. ϑ, & les quarrés de ces diſtances en raiſon inverſe de coſ. ϑ^2, ou de $L + E$ coſ. $2\,\vartheta$, puiſque L eſt *(hyp.)* $= E$, & que $1 +$ coſ. $2\,\vartheta = 2$ coſ. ϑ^2.

(129.) On peut remarquer à cette occaſion, que le paſſage de l'ellipſe à l'hyperbole ſe fait quelquefois par la ligne droite, & non par la parabole; c'eſt ce qui arrive dans le cas préſent, où l'équation générale étant $xx + m\, yy = bb$, donne une ellipſe ſi m eſt poſitif, une hyperbole s'il eſt négatif, & une ligne droite ſi $m = 0$; au contraire, ſi on avoit l'équation $ax - bxx = yy$, cette équation ſeroit celle d'une ellipſe ſi b étoit poſitif, d'une hyperbole ſi b étoit négatif, & d'une parabole ſi b étoit $= 0$. Dans le cas où la courbe eſt une ellipſe ayant les lignes GV pour rayons *(art. 124)*, les racines de GV ſeront les rayons vecteurs de la courbe qui peut ſervir à déterminer la libration de la Lune *(Mémoire précédent, article 115)*.

(130.) Si au lieu de l'équation $dz = \frac{A\,dv}{L + E \text{ ſin. } v}$, on a en général $dz = \frac{V\,dv}{L + E \text{ ſin. } V'}$, V & V' étant des fonctions de l'angle v, & qu'en prenant v tel que ſin. $V' = -\frac{L}{E}$ $(L^2$ eſt ſuppoſé $< E^2)$ l'intégrale $\int \frac{V\,dv}{L + E \text{ ſin. } V'}$ ſoit infinie; il eſt conſtant que z étant infinie, v reſtera finie, & qu'ainſi la différence de Hz & de ε ne ſera jamais $= 360^d$.

(131.) Dans le *Mémoire précédent*, *ſ. XI*, où nous avons donné les valeurs exactes de α & de Π, nous avons ſuppoſé $dP = -dz$, c'eſt-à-dire, le mouvement de rotation égal au mouvement périodique, à la libration près. Le problème ne ſeroit pas plus difficile, ſi dP étoit $= m\,dz$, m étant une quantité finie

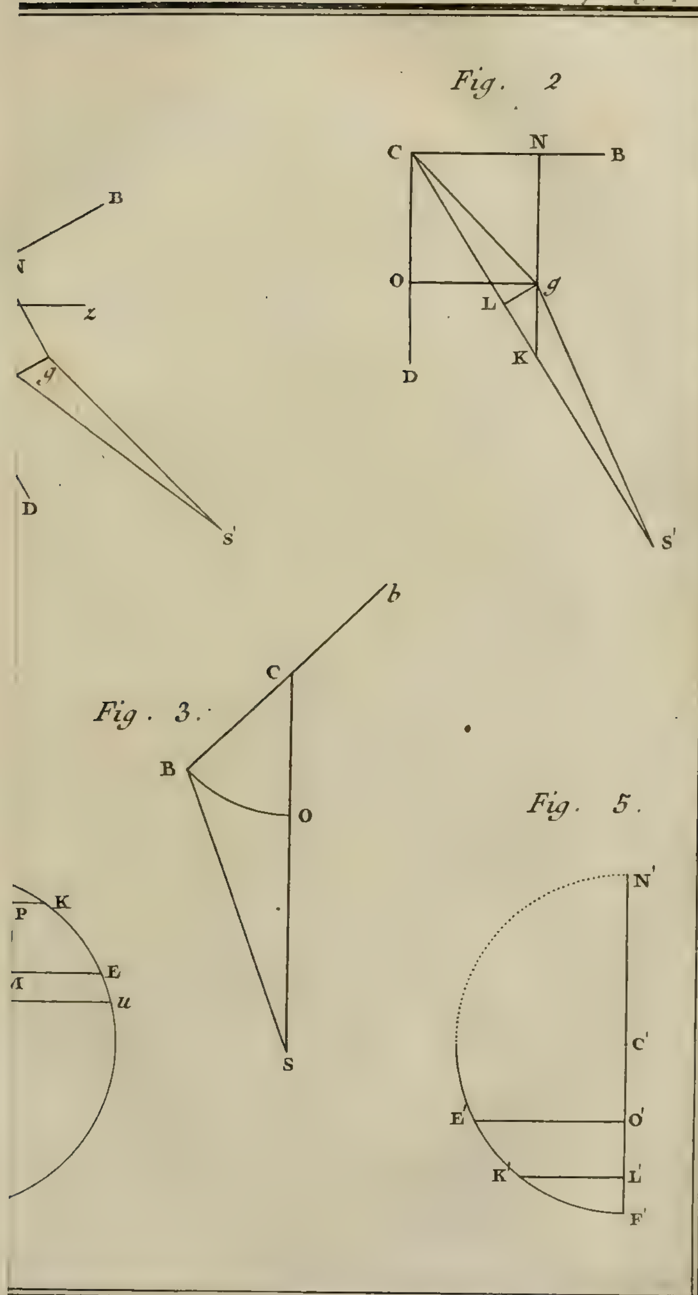
quelconque; mais si m étoit fort petit, il est aisé de juger par la nature de notre solution, que le résultat pourroit être alors fort différent de ceux du *§. IX du même Mémoire.* On peut voir en effet par le *Chapitre XII de nos Recherches sur la précession des Équinoxes,* que l'équation qui donne la précession dans le cas où dP est comparable à dz, donne la nutation dans le cas où $dP = 0$, & que réciproquement; & que dans ce cas de $dP = 0$, il ne faut négliger ni $dd\varepsilon$ ni $dd\Pi$. Au reste, comme ce cas de m très-petit n'est ici que de pure Géometrie, je le laisse à examiner, du moins quant à présent, à d'autres Mathématiciens.

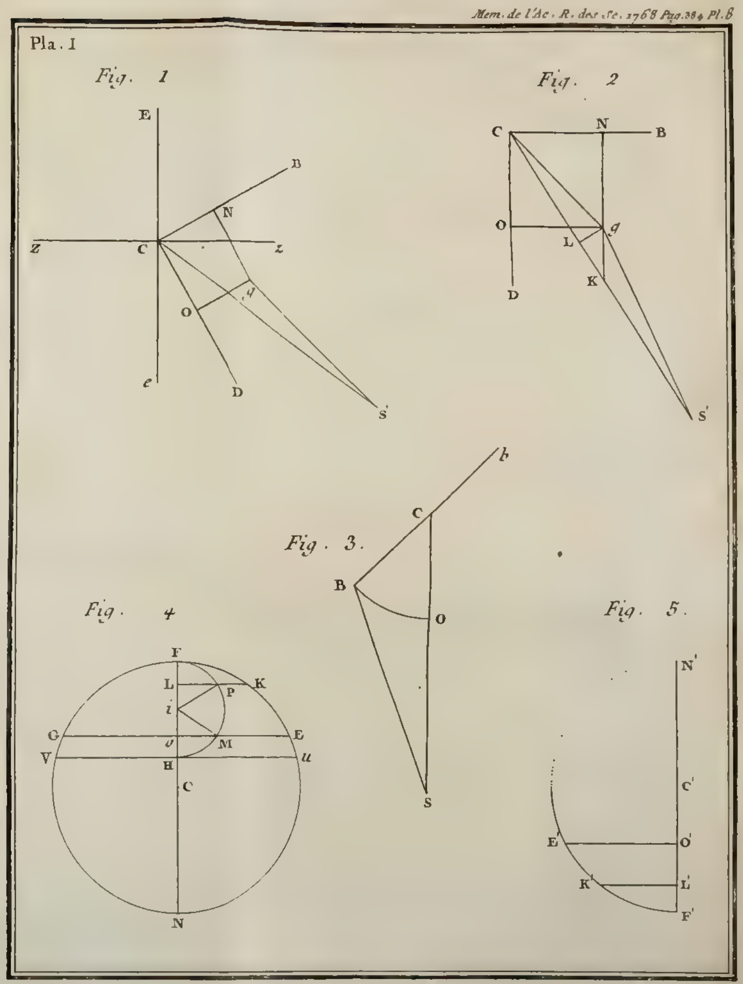
(132.) Je me contenterai de dire, que si le coëfficient de α dans l'équation de l'*art. 121 du précédent Mémoire*, est très-différent de l'unité, la solution donnera encore à peu-près le même résultat que celles *du §. IX du même Mémoire*, pourvu que ce coëfficient de α ne soit pas très-petit & comparable à λ; car alors les deux solutions conduiroient à un résultat très-différent. Pour le voir d'une manière fort simple, soient les deux équations $d(Md\varepsilon) = Ldzd\alpha + \Omega dz^2$, & $dd\alpha + Ndzd\varepsilon + \Gamma dz^2 = 0$; on aura d'abord, en négligeant les termes $d(Md\varepsilon)$ & $dd\alpha$, comme dans le *§. IX du Mémoire précédent*, $\alpha = -\int\frac{\Omega dz}{L}$, & $\varepsilon = -\int\frac{\Gamma dz}{N}$; ayant ensuite égard aux termes négligés, on aura $Md\varepsilon - M'\mu dz = L\alpha dz + dz\int\Omega dz$, & en supposant $M = M' + \rho\alpha$, $dd\alpha + \alpha dz^2\left(\frac{N \times L}{M'} - \frac{N\mu\rho}{M'}\right) + N\mu dz + \frac{N}{M'}dz^2\int\Omega dz + \Gamma dz^2 = 0$; d'où il est aisé de s'assurer 1.° que, si Ω renferme des quantités de cette forme B sin. λz, ou C cos. λz, ou en général D cos. $(E + \lambda z)$ & que λ^2 soit fort petit par rapport à $L - \mu\rho$, la valeur de α sera à peu-près $-\int\frac{\Omega dz}{L}$, comme dans la première solution; 2.° qu'au contraire ces deux solutions auront un résultat très-différent, si $L - \mu\rho$ n'est pas très-grand par rapport à λ^2; 3.° que dans la même supposition de $L - \mu\rho$ très-grand par rapport

à λ^2, si on substitue la valeur de α, prise exactement, dans l'équation $M d\varepsilon - M' \mu dz = L \alpha dz + dz \int \Omega dz$, les termes où se trouve Ω se détruiront à très-peu-près, & il ne restera que des termes d'où résultera une valeur de ε, à peu-près égale à $-\int \frac{\Gamma dz}{N}$; mais il n'en sera pas de même, si $L - \mu \varrho$ n'est pas très-grand par rapport à λ^2; car alors les deux solutions ne donneront pas le même résultat, & celui de la première sera peu exact. J'ajouterai encore que si $\int \Omega dz$ renfermoit une constante, il pourroit être nécessaire d'avoir égard, du moins en certains cas, au nouveau terme qui en résulteroit dans le coëfficient de αdz^2. Je me borne presque à énoncer ici ces différens objets, uniquement afin d'indiquer aux Géomètres ce qui reste encore à faire dans la question présente, pour perfectionner & employer dans tous les cas les méthodes d'approximation : c'est par-là que je terminerai ces Recherches, dans lesquelles je crois du moins avoir ajouté quelques vérités & quelques vues nouvelles aux travaux de mes prédécesseurs.



MÉMOIRE


Fig. 2
C
N
B
O
g
L
K
D
S'
B
z
g
D
S'
b
C
Fig. 3.
B
O
S
Fig. 5.
N'
C'
E'
O'
K'
L'
F'
K
P
E
u


Pla. I
Fig. 1
E
B
N
Z
C
z
q
O
e
D
S'
Fig. 2
C
N
B
O
g
L
K
D
S'
b
C
Fig. 3.
B
O
S
Fig. 4
F
L
K
P
i
G
o
M
E
V
H
u
C
N
Fig. 5.
N'
C'
E'
O'
K'
L'
F'

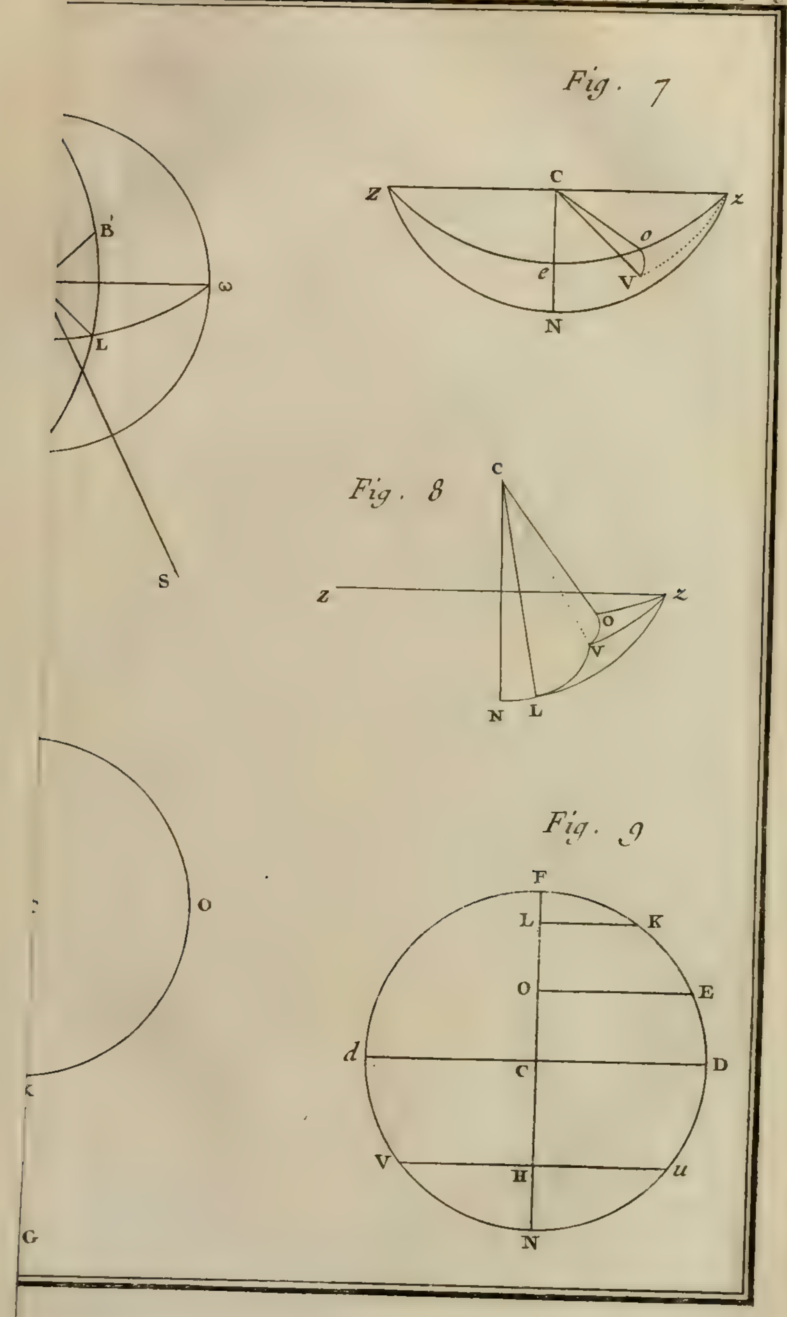
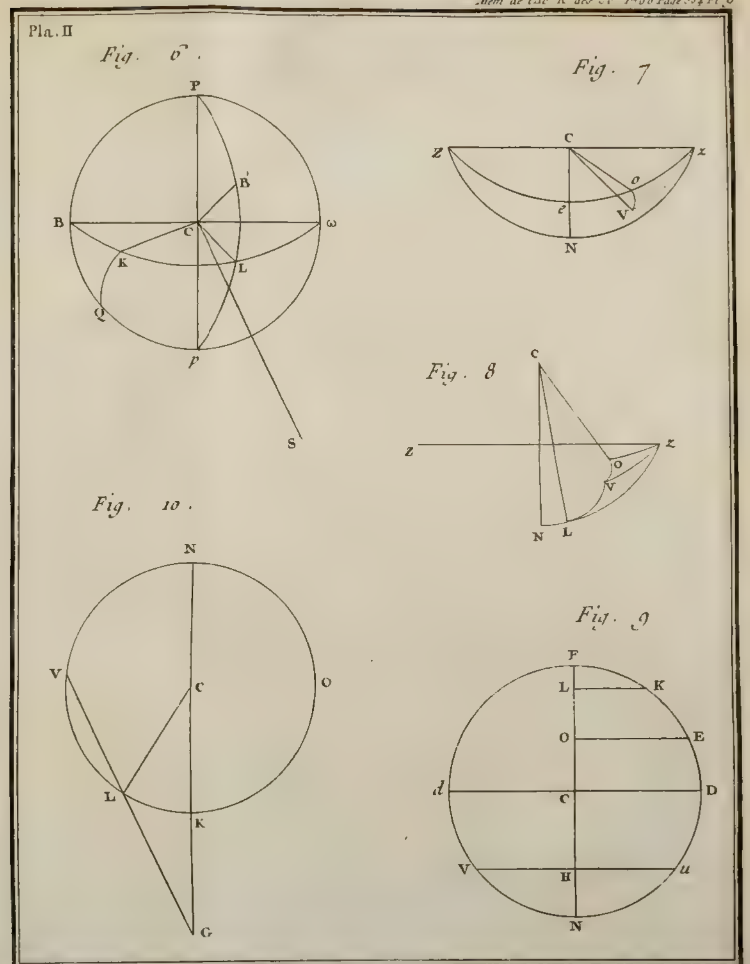


Fig. 7
C
Z
z
B'
o
e
V
ω
N
L
Fig. 8
C
Z
z
O
V
S
N
L
Fig. 9
F
L
K
O
O
E
d
C
D
V
H
u
N
K
G



Pla. II
Fig. 6.
P
B
C
ω
K
L
Q
p
S
Fig. 7
C
Z
z
o
e
V
N
Fig. 8
C
Z
z
O
V
N
L
Fig. 10.
N
V
C
O
L
K
G
Fig. 9
F
L
K
O
E
d
C
D
V
H
u
N

SUR LA PLUS GRANDE INCLINAISON DE L'ORBITE DE LA LUNE AU PLAN DE L'ÉCLIPTIQUE;

Et sur la Parallaxe de cet Astre.

Premier Mémoire.

Par M. LE MONNIER.

LES distances mesurées à la mer, de la Lune aux Étoiles, avec le mégamètre, lorsqu'on s'est trouvé au mois de Janvier dernier, à la vue d'une des côtes de Saint-Domingue, m'ont engagé successivement à quelques recherches importantes sur la longitude & la latitude de la Lune. 20 Juillet 1768.

J'ai commencé d'abord par vérifier quelle étoit l'erreur des Tables le 26 & le 27 Janvier 1768, en y comparant les observations correspondantes que j'ai faites à Paris, du passage de la Lune par le méridien, & celles des 14 & 15 Janvier 1750; j'ai trouvé l'erreur des Tables la même, savoir le 14 Janvier 1750, de $-2' 17''\frac{1}{2}$ à $5^h 16' 35''\frac{1}{3}$ de temps vrai, & le jour suivant de $-3' 32''$; ce qui s'accorde à 7 secondes près, à celles du 26 Janvier 1768, que j'ai faites à la même distance de la Lune au Soleil à $5^h 47' 53''\frac{1}{2}$, les Tables des Institutions ne donnant pour lors que ♉ $9^d 39' 48''$, c'est-à-dire $3'\frac{1}{2}$ de moins en longitude que suivant l'observation, savoir ♉ $9^d 43' 15''$.

J'ai repris d'ailleurs pour la troisième fois le travail que j'avois fait & publié en 1751, sur l'inclinaison de l'orbite lunaire & sur les parallaxes, & je l'ai d'abord recherchée par les observations du 1.er & du 14 Janvier 1750, & ensuite par celles de Janvier & de Juin 1768 dans les plus grandes latitudes australes * & boréales de la Lune.

* Ceux qui ont recherché la constante de la Parallaxe pour Paris par les observations du Cap & de Berlin, ont d'abord donné un excès qu'ils ont enfin réduit à $57' 3''$, & d'autres environ 10 secondes de moins. *Mémoires de l'Académie, années 1760 & 1761.*

Avant que de rapporter ces obſervations, j'avertirai que malgré les quatre équations qu'on vient d'introduire en 1765, dans de nouvelles Tables de la Lune, & qui paroiſſent faire varier l'inclinaiſon de $20'\frac{3}{4}$, la variation totale de la plus grande à la plus petite inclinaiſon n'y doit guère excéder celle de $17'\frac{3}{4}$ & $18'$, que les Tables de Halley & celles dont je me ſers, attribuent à cette variation: au reſte, je n'examinerai ici que les plus grandes inclinaiſons poſſibles de l'orbite lunaire, ſavoir celles qui répondent au temps du paſſage du Soleil par la ligne des Nœuds, ce qui n'arrive que tous les ſix mois de chaque année.

Le 1.er Janvier 1750 au matin, la Lune étant en quadrature & dans la plus grande latitude auſtrale, j'ai trouvé à $6^h\ 01'\ 22''\frac{1}{2}$ de temps vrai, que ſon 2.e bord précédoit l'Épi de la Vierge au méridien, de $5^d\ 52'\ 55''\frac{1}{2}$; d'où j'ai tiré l'aſcenſion droite de ſon centre $191^d\ 53'\ 01''\frac{1}{2}$: la diſtance méridienne au Zénith du bord inférieur étoit, à l'heure du paſſage de ſon centre, de $60^d\ 41'\ 50''$, & le demi-diamètre tiré de l'obſervation étant de $15'\ 00''\frac{1}{2}$, j'en ai conclu la déclinaiſon vraie du centre de la Lune $10^d\ 49'\ 03''\frac{1}{2}$, mais réduite à l'heure du paſſage du 2.d bord, lequel s'eſt fait une minute après de $10^d\ 49'\ 15''$. On tire de ces élémens la longitude de la Lune ♎ $15^d\ 09'\ 08''\frac{1}{2}$, & ſa latitude auſtrale $5^d\ 15'\ 28''$; les nouvelles Tables, publiées en 1765, donnent au même inſtant ♎ $15^d\ 10'\ 46''$, avec une latitude de $5^d\ 16'\ 18''$, c'eſt-à-dire 50 ſecondes plus grande en excès, & l'erreur ſeroit moindre ſi l'on eût employé la parallaxe horizontale de la Lune, adoptée dans la première édition de ces Tables; mais j'ai fait ce calcul en employant la parallaxe horizontale de $54'\ 33''$, & diminuant de 8 ſecondes la parallaxe de hauteur, à cauſe de l'aplatiſſement de la Terre.

EXAMEN de la Parallaxe des Tables nouvelles.

Dans cette recherche ſur l'inclinaiſon de l'orbite & ſur la parallaxe, il importe très-peu que l'erreur des Tables de M. Clairaut ſoit de $1'\ 37''\frac{1}{2}$ en excès; celles de Flamſtead & de Halley, donnent au contraire l'erreur en défaut de $3'\ 52''$ & de $3'\ 20''$: or la latitude de la Lune étant auſtrale, j'en ai déduit l'inclinaiſon la plus grande de l'orbite de $5^d\ 16'\ 36''$ & $5^d\ 16'\ 55''$; en comparant aux Tables des Inſtitutions, qui la repréſentent

néanmoins 54 & 35 secondes plus grande, avec un excès de 10 secondes sur celles de Halley, l'argument annuel étoit alors de $3^{s}\ 19^{d}\frac{3}{4}$, & le Soleil n'étoit qu'à $0^{d}\frac{2}{3}$ de ligne des Nœuds.

Le 14 Janvier 1750 au soir, à $5^{h}\ 16'\ 35''\frac{1}{2}$ de temps vrai, le 1.er bord de la Lune comparé à son passage au Méridien avec les étoiles o & η du lien des Poissons, & avec γ de la Tète du Bélier, a donné pour l'ascension droite du centre de la Lune, $15^{d}\ 54'\ 10''$; j'ai mesuré avec deux quarts-de-cercle la distance méridienne au Zénith du bord inférieur de la Lune, & j'ai trouvé $37^{d}\ 17'\ 20''$, ce qui donne la déclinaison boréale du centre $12^{d}\ 25'\ 45''\frac{1}{2}$, ou bien, réduite à l'heure du passage du 1.er bord de la Lune, $12^{d}\ 25'\ 33''$; les nouvelles Tables donnent au même instant la longitude du centre ♈ $19^{d}\ 25'\ 51''$, avec un excès de $22''\frac{1}{2}$ à $23''$ sur la longitude observée; & quant à la latitude, au lieu de $5^{d}\ 12'\ 19''$ boréale, on ne trouve que $5^{d}\ 11'\ 55''\frac{1}{2}$ par les Tables; d'où il s'ensuit qu'en adoptant la parallaxe des Tables, & ayant égard à l'accourcissement causé par la figure de la Terre, l'inclinaison de l'orbite la plus grande auroit été ce jour-là par observation $5^{d}\ 17'\ 36''\frac{1}{2}$, au lieu que par la latitude australe, on a trouvé vers la précédente quadrature $5^{d}\ 16'\ 36''$; l'erreur semble ainsi devoir être plutôt attribuée ici à l'effet de la parallaxe qu'au défaut d'inclinaison de l'orbite, puisque si l'on retient $5^{d}\ 17'\ 30''$, il est nécessaire de diminuer l'effet de la parallaxe, en la supposant moins grande à l'horizon.

On pourroit objecter qu'il y a peut-être quelqu'erreur dans les divisions du quart-de-cercle mural dont je me suis servi, & qu'il étoit nécessaire de vérifier la hauteur méridienne avec un autre instrument; c'est ce que j'ai exécuté soigneusement, ayant conclu d'abord à mon quart-de-cercle mobile, quelques secondes avant le passage du 1.er bord de la Lune au méridien, la hauteur $52^{d}\ 42'\ 31''$, & $0^{h}\ 3'\frac{1}{6}$ après le passage du 1.er bord de la Lune $52^{d}\ 42'\ 50''$. Il faut ajouter $1''\frac{1}{2}$ à la première des deux hauteurs pour réduire à l'instant du passage du centre par le Méridien, & pareillement 10 secondes à la deuxième observation; il faut aussi d'ailleurs avoir égard au mouvement de la Lune en déclinaison pendant les intervalles, savoir $15''\frac{1}{3}$ — $24''\frac{1}{2}$, & les

deux hauteurs méridiennes réduites au passage du centre, seront 52ᵈ 42′ 48″, & 52ᵈ 42′ 35″ $\frac{1}{2}$, tandis que le quart-de-cercle mural la représentoit de 52ᵈ 42′ 40″, c'est-à-dire moyenne entre les deux déterminations du quart-de-cercle mobile.

Le 12 Décembre 1749 au matin, l'Étoile polaire au Méridien 46ᵈ 51′ 04″, plus basse de 4ᵈ 2′ 55″ que dans sa plus grande hauteur apparente sur le même quart-de-cercle mobile, & la hauteur apparente du pôle sur le quart-de-cercle bien vérifié au zénith & à l'horizon, sera 48ᵈ 53′ 06″, laquelle ayant égard à la réfraction de 50″, excède à peine de 6″ celle que j'ai toujours supposée. Il ne m'a pas été possible de bien comparer les deux instrumens à la hauteur du bord supérieur du Soleil au solstice d'hiver, le mural ayant donné le 24 Décembre la hauteur solsticiale 17ᵈ 59′ 17″, & le quart-de-cercle mobile 18″ plus petite; le fil-aplomb étoit trop écarté du limbe dans ce dernier cas, & la réfraction étant variable pour un autre jour, il ne seroit pas prudent de comparer la hauteur solsticiale observée au quart-de-cercle mobile le 24, savoir 17ᵈ 58′ 59″, avec celle du 21 Décembre lorsque le quart-de-cercle mural a donné 17ᵈ 59′ 07″. Enfin les 18 secondes de différence disparoissent, & même la différence se manifeste 6 à 7 secondes en sens contraire par une hauteur méridienne solsticiale du 23 Décembre; mais le vent, en cette saison, nuisoit chaque fois à l'état du fil-aplomb de ce quart-de-cercle mobile, dont le résultat diffère peu, comme l'on voit, de ce qu'a représenté le mural.



MÉMOIRE
SUR LE
MÉCANISME DE LA RUMINATION,
ET SUR LE
TEMPÉRAMENT DES BÊTES À LAINE.

Par M. DAUBENTON.

ON ſait que pluſieurs eſpèces de quadrupèdes mangent deux fois le même aliment; après avoir pris leur nourriture, comme les autres animaux, ils la font revenir dans leur bouche par la gorge, ils la mâchent de nouveau, & ils l'avalent une ſeconde fois : c'eſt ce que l'on appelle la *rumination.* On ſait auſſi que les animaux ruminans ont pluſieurs eſtomacs; on a même cru juſqu'à préſent qu'ils en avoient quatre. A l'inſpection de ces eſtomacs & des matières qu'ils contenoient, on a reconnu que les alimens étoient conduits la première fois dans le premier eſtomac, qu'ils en ſortoient pour revenir à la bouche, & qu'ils rentroient dans l'œſophage après la rumination pour aller dans un autre eſtomac. Mais l'on a tenté vainement d'expliquer le mécaniſme de cette opération ſingulière. Je me ſuis occupé de cette recherche, d'abord par curioſité, parce qu'elle m'a paru fort intéreſſante dans l'étude de l'économie animale; j'ai reconnu bientôt qu'elle ſeroit importante pour le traitement du bétail, & principalement des bêtes à laine, ſoit en ſanté, ſoit en maladie.

13 Avril 1768.

La rumination a plus d'influence qu'on ne le croit, ſur le tempérament de l'animal, parce qu'elle ne peut ſe faire que par des organes qui affectent toutes les parties du corps, & qui ſont particuliers aux animaux ruminans. Le principal de ces organes eſt le viſcère que l'on appelle *le bonnet ;* on l'a regardé juſqu'à préſent comme un eſtomac, c'eſt le ſecond des quatre que l'on attribue aux animaux ruminans; cependant il ne fait aucune

fonction d'eſtomac. Pour mieux expliquer celles du bonnet, il faut commencer par conſidérer le trajet que les alimens font pour la rumination.

L'animal broute de l'herbe & la mâche ſeulement pour en faire dans ſa bouche une pelote qu'il puiſſe avaler : cette pelote paſſe dans l'œſophage & tombe dans le premier eſtomac, qui eſt la panſe; ce viſcère eſt fort ample, il ſe remplit peu à peu d'herbes groſſièrement broyées qui forment une maſſe compacte. Lorſque l'animal veut ruminer, il faut qu'une petite portion de cette maſſe rentre dans l'œſophage & revienne à la bouche. La panſe peut ſe reſſerrer, ſe contracter, comprimer la maſſe d'herbe qu'elle contient, & la preſſer contre l'orifice de l'œſophage; mais comment une portion de cette maſſe s'en ſéparera-t-elle? comment pourra-t-elle gliſſer dans l'œſophage, s'il n'y a des organes particuliers pour opérer cette déglutition renverſée?

Je donne le nom de *déglutition* à cette opération, qui ſe fait dans le premier eſtomac des animaux ruminans, parce qu'elle peut être comparée à celle qui eſt commune à tous les animaux, & qui ſe fait à l'autre bout de l'œſophage au fond de la bouche dans le pharynx. Il faut que l'aliment ſolide ſoit arrondi dans la bouche & humecté par la ſalive pour être avalé; de même ne faut-il pas auſſi qu'une portion de la maſſe d'herbes contenue dans la panſe ſoit détachée, arrondie & humectée par quelqu'agent particulier avant d'entrer dans l'œſophage pour revenir à la bouche? Le viſcère que l'on appelle *le bonnet*, eſt l'agent qui fait toutes ces fonctions : ce qui me les a fait reconnoître, c'eſt que j'ai vu ce viſcère en différens états de relâchement & de contraction.

On ne l'a jamais décrit ni repréſenté que comme une poche dilatée, dont les parois internes forment des reliefs ſemblables aux mailles d'un réſeau. Je l'ai moi-même vu & décrit en cet état dans quinze eſpèces d'animaux ruminans. Mais m'étant appliqué depuis à faire des recherches particulières ſur la conformation des bêtes à laine & ſur les cauſes de leurs maladies, obſervant ſouvent leurs viſcères, j'ai vu le bonnet en contraction. Dans cet état, il a peu de volume; le diamètre de ſa cavité n'eſt guère que d'un pouce : en l'ouvrant, j'y ai trouvé une pelote d'herbes ſemblables

à celles de la maſſe qui étoit dans la panſe; cette pelote avoit environ un pouce de diamètre & rempliſſoit toute la concavité du bonnet. Après avoir enlevé la pelote, j'ai vu les parois intérieures de ce viſcère, & je ne les ai pas reconnues; au lieu d'un réſeau à larges mailles, il n'y avoit que de petites ſinuoſités, dirigées irrégulièrement; en ſondant ces ſinuoſités, j'ai vu qu'elles avoient de la profondeur & qu'elles contenoient de la féroſité. Pendant que je faiſois ces obſervations, le bonnet ſe relâcha en ſe refroidiſſant; les ſinuoſités s'agrandirent & elles prirent ſous mes yeux la figure des mailles d'un réſeau, telles qu'on les voit ſur les parois de ce viſcère, lorſqu'il n'eſt pas en contraction : alors la ſéroſité diſparut; je reſſerrai les mailles du réſeau pour leur faire reprendre leur première forme, & à l'inſtant je vis la ſéroſité ſuinter & même couler. Je réitérai cette compreſſion & la ſéroſité reparut à chaque fois, elle étoit contenue dans l'épaiſſeur du viſcère, comme dans une éponge.

Cette obſervation me rappela celle que j'avois faite quatorze ans auparavant ſur le Chameau & ſur le Dromadaire, dans leſquels j'avois trouvé un réſervoir d'eau placé de manière à me faire préſumer dès-lors, qu'il fourniſſoit une liqueur pour humecter les alimens qui revenoient de la panſe à la bouche dans le temps de la rumination, & pour déſaltérer l'animal par ce moyen lorſqu'il n'avoit point d'eau à boire *. Je vois à préſent que le réſervoir du Chameau & du Dromadaire fait les mêmes fonctions que le bonnet des autres animaux ruminans qui eſt auſſi un réſervoir d'eau ou de ſéroſité.

Après ces obſervations & à l'inſpection exacte des parties qui concourent à la rumination, on peut commencer à expliquer ſon mécaniſme. La rumination paroît être un acte qui dépend de la volonté; lorſque l'animal veut ruminer, la panſe qui contient la maſſe d'herbe qu'il a paturée, ſe contracte, & en comprimant cette maſſe elle en fait entrer une portion dans le bonnet. Ce viſcère ſe contracte auſſi, enveloppe la portion d'alimens qu'il reçoit, l'arrondit, en fait une pelote par ſa compreſſion & l'humecte avec

* Voyez le XIe Volume de l'Hiſtoire Naturelle, générale & particulière, *édition in-4.° pages 252 & 253.*

l'eau qu'il répand dessus en se contractant : la pelote, ainsi arrondie & humectée, est disposée à entrer dans l'œsophage; mais pour qu'elle y entre, il faut encore un acte de déglutition.

Les Anatomistes savent qu'il y a beaucoup d'appareil pour la déglutition commune à tous les animaux, qui se fait dans le pharynx; le mécanisme de cette fonction du corps est encore difficile à expliquer : le mécanisme de la déglutition particulière aux animaux ruminans me paroît moins compliqué & plus facile à découvrir, quoiqu'il ne paroisse pas plus difficile de faire aller des alimens de la bouche dans la panse, que de les faire revenir de la panse dans la bouche ; car ce dernier trajet ne se fait pas à l'aide d'un mouvement convulsif, comme le vomissement; mais par un mouvement réglé, comme la déglutition du pharynx.

La partie de l'œsophage qui aboutit à la panse, au bonnet & au feuillet, que l'on regarde comme le troisième estomac des ruminans, forme une sorte de gouttière qui a des bords renflés par un gros muscle demi-circulaire. Je ne décrirai pas ici les différens muscles que j'ai découverts dans cette partie de l'œsophage; il suffit de donner le résultat de leurs mouvemens. Il est tel que la gouttière de l'œsophage peut s'ouvrir & se fermer à peu près comme l'un des coins de notre bouche peut faire ces deux mouvemens, tandis que l'autre coin reste fermé.

J'ai fait voir comment le bonnet détache une portion de la masse d'herbes contenue dans la panse, comment il l'arrondit en forme de pelote & l'humecte en la comprimant; il est situé de façon que la pelote qu'il contient, se trouve placée contre les bords de la gouttière de l'œsophage, & à portée d'y être introduite par la pression subsistante du bonnet : la pelote étant entrée dans l'œsophage est conduite jusqu'à la bouche par l'action des muscles de ce canal : lorsque la pelote repasse dans l'œsophage au sortir de la bouche, la gouttière se trouve fermée par l'action de ces muscles; & la pelote arrive dans le feuillet sans pouvoir entrer dans la panse ni dans le bonnet : ce fait est avéré par l'inspection des matières qui se trouvent dans la panse & dans le feuillet; je n'ai jamais vu dans la panse que des alimens grossièrement broyés ; je n'ai trouvé dans le feuillet que des alimens bien broyés, tels qu'ils

doivent

doivent être après la rumination. J'ai fait manger à un Mouton des herbes aussi bien broyées que s'il les avoit ruminées; cependant après la mort du mouton, je les trouvai dans la panse & non pas dans le feuillet.

Quoiqu'il faille le concours de plusieurs organes pour faire revenir dans la bouche une petite portion de la masse d'alimens contenus dans la panse, cette opération se fait en peu de temps. Pour s'en assurer, il suffit de considérer une bête à laine tandis qu'elle rumine; lorsqu'elle a fait revenir une pelote de la panse dans sa bouche, elle la mâche pendant environ une minute, ensuite elle l'avale, & l'on voit la pelote descendre sous la peau le long du cou: alors il se passe quelques secondes, pendant lesquelles l'animal reste tranquille & semble être attentif à ce qui se passe au-dedans de son corps; j'ai tout lieu de croire que pendant ce temps la panse se contracte & le bonnet reçoit une nouvelle pelote, ensuite le corps de l'animal se dilate, il se resserre bientôt par un effort subit, & enfin l'on voit la nouvelle pelote remonter le long du cou. Il me paroît que le moment de la dilatation du corps est celui où la gouttière de l'œsophage s'ouvre pour recevoir la pelote, & que l'instant où le corps se resserre subitement est celui de la déglutition qui fait entrer la pelote dans l'œsophage pour revenir à la bouche & pour y être broyée de nouveau. Je crois que l'animal satisfait presqu'autant le sens du goût en ruminant qu'en mangeant l'herbe pour la première fois: quoiqu'elle ait été macerée dans la panse, elle n'a pas beaucoup changé de saveur; elle a encore à peu près le même goût d'herbe.

J'ai tiré de ces connoissances sur le mécanisme de la rumination plusieurs conséquences par rapport au tempérament & au traitement des animaux ruminans, & principalement des bêtes à laine, soit pour les maintenir en bonne santé, soit pour les guérir de leurs maladies.

La santé des bêtes à laine, & probablement de tous les animaux ruminans, est très-sujette à s'altérer par des différences de quantité dans la sérosité du sang, qui sont plus fréquentes que dans les autres animaux, parce que les ruminans ont un viscère particulier, où il se fait une secrétion de sérosité: cette secrétion est abondante,

car il faut beaucoup de liqueur pour humecter toutes les pelotes d'un pouce de diamètre, que fournit la maſſe d'alimens contenue dans la panſe d'une bête à laine. La ſérosité du ſang n'y ſuffiroit pas ſans épuiſer l'animal, ſi elle n'étoit ſuppléée par la boiſſon; ſoit que l'eau entre, au ſortir de l'œſophage, dans le bonnet, pour imbiber & remplir ce réſervoir, & qu'il en entre auſſi dans la panſe, pour humecter la maſſe d'alimens qui s'y trouve & la diſpoſer à la macération qui ſe fait dans cet eſtomac; ſoit que l'eau arrive par d'autres voies, dans le bonnet & dans la panſe. Si la maſſe d'alimens, contenue dans la panſe, eſt trop humectée, parce que l'animal a trop bû, les pelotes qui ſortent de la panſe dans le temps de la rumination ſont aſſez imbibées pour ne point tirer de liqueur du bonnet & même pour en fournir à ce réſervoir au lieu d'en recevoir; alors la ſecrétion de la ſérosité du ſang eſt ralentie ou interrompue dans le bonnet: cette humeur n'ayant pas ſon cours ordinaire ſurabonde dans le ſang, s'épanche dans le corps & cauſe un grand nombre de maladies, que je ne peux pas détailler ici & qui ne ſont que trop fréquentes parmi les bêtes à laine; au contraire, ſi la boiſſon manquoit pendant trop long-temps, l'animal maigriroit, il s'affoibliroit & il tomberoit à la fin dans l'épuiſement. L'on ſait que pour engraiſſer les Moutons, on les fait boire ſouvent en leur donnant de bonnes nourritures; l'animal prend bientôt un embonpoint, qui ayant été favoriſé par une boiſſon abondante, eſt une vraie maladie dont il mourroit, ſi on ne le livroit pas aſſez tôt au Boucher.

Il ne faut donc abreuver les bêtes à laine qu'avec circonſpection; ſoit pour les maintenir en bonne ſanté, ſoit pour les guérir de la plupart de leurs maladies. Indépendamment des raiſons que j'ai rapportées & qui prouvent que la boiſſon trop fréquente leur eſt nuiſible, il y a des faits avérés depuis long-temps qui en ſont auſſi de bonnes preuves: on ſait que les chèvres boivent peu; le cerf & le chevreuil boivent rarement & peut-être point du tout dans certains temps. Les pacos que l'on appelle auſſi *brebis du Pérou*, parce qu'ils ont des rapports avec nos brebis, peuvent ſe paſſer de boire pendant quatre ou cinq jours, quoiqu'ils habitent un pays chaud & qu'ils fatiguent en ſervant de bêtes de ſomme;

Les chameaux & les dromadaires qui ſont auſſi des animaux ruminans, comme ceux que je viens citer, fatiguent encore plus que les pacos; car ils parcourent un grand eſpace de chemin chaque jour, avec une très-groſſe charge; ils traverſent des déſerts de ſables brûlans, qui ne produiſent point d'herbes, parce qu'ils manquent d'eau & même d'humidité; les chameaux ſont réduits à une nourriture sèche & entièrement privés d'eau dans des voyages qui durent ordinairement cinq jours, ſouvent dix & quelquefois quinze. On a toujours admiré la merveilleuſe propriété de ces animaux qui peuvent ſe paſſer d'eau pendant ſi long-temps. J'ai éprouvé par des expériences ſuivies, que nos bêtes à laine peuvent reſter plus long-temps ſans boire & ſans que leur appétit diminue, même lorſqu'elles ne vivent que de paille & de foin ſans ſortir de l'étable. La plupart des Bergers croient qu'il ne faut pas abreuver les bêtes à laine tous les jours; mais leurs pratiques varient beaucoup ſur le nombre des jours qu'ils leur font paſſer ſans boire. Après tant de preuves de différens genres, on ne peut pas douter que l'abondance de l'eau priſe en boiſſon ou avec les herbes mouillées ou d'une conſiſtance trop aqueuſe, ne ſoit contraire au tempérament des bêtes à laine & la cauſe de la plupart de leurs maladies. On reconnoît ſenſiblement les effets de cette cauſe dans les hydatides ou véſicules pleines d'eau qui ſont très-fréquentes dans les bêtes à laine; elles adhèrent aux viſcères, j'en ai trouvé ſouvent dans la tête au milieu du cerveau, où elles groſſiſſent au point de le comprimer & de le réduire à un très-petit volume; j'en ai vu qui occupoient les trois quarts de la capacité du crâne, & qui avoient cauſé la mort de l'animal après l'avoir fait languir pendant très-long-temps: ces hydatides percent quelquefois la peau & y ſont adhérentes entre les flocons de la laine; pour remplir ces véſicules, il faut que la ſéroſité du ſang ſoit tellement abondante & épanchée, qu'elle forme des dépôts, tant au dehors qu'au dedans du corps.

La ſueur eſt auſſi un écoulement de la ſéroſité du ſang, & par conſéquent elle eſt plus à craindre pour les animaux ruminans que pour aucun des autres, parce qu'elle ſuſpend ou diminue de beaucoup la ſecrétion de la même ſéroſité qui doit ſe faire pour

la rumination. Si les bêtes à laine ſont en ſueur lorſqu'elles ruminent, elles ont en même temps deux évacuations de ſéroſité, leur corps étant deſſéché & le ſang épaiſſi & échauffé par la perte de cette liqueur elles éprouvent une ſoif qui les fait boire au point de s'incommoder & d'altérer leur tempérament: la ſueur eſt encore nuiſible à d'autres égards pour ces animaux; les filets de leur laine ſont privés d'une partie de leur nourriture, que la ſueur entraîne au dehors du corps & la chaleur qui cauſe cette ſueur fait croître la laine trop promptement pour qu'elle prenne aſſez de conſiſtance.

Cependant nous logeons nos bêtes à laine dans des étables, où elles ſuent non-ſeulement dans l'été, mais auſſi dans l'hiver: par des ſoins mal entendus & par une dépenſe inutile & même nuiſible, nous altérons leur ſanté & nous gâtons leur laine. Pourquoi renfermer ces animaux dans des bâtimens? La Nature les a vêtus de façon qu'ils n'ont pas beſoin de couvert; ils ne craignent que la chaleur: le froid, la pluie, ni les injures de l'air ne leur ſont pas tant de mal; je puis l'aſſurer, parce que j'en ai des preuves acquiſes par des expériences qui s'accordent avec ce que j'ai pu ſavoir d'autres expériences faites auſſi en France ſur le même ſujet, mais dont je ne connois pas les détails: voici l'expoſé des miennes.

J'ai tenu aux environs de la ville de Montbard un petit troupeau dans un parc en plein air, nuit & jour ſans aucun abri, pas même pour le ratelier, pendant tout l'hiver dernier qui a été fort rigoureux; les bêtes qui compoſoient ce troupeau étoient de tout ſexe & de tout âge, il y avoit deux agneaux l'un du 1.er Mars & l'autre du 1.er Avril précédens, deux brebis pleines & ſix moutons de différens âges; tous de la race des bêtes à laine de l'Auxois: ces animaux étoient placés dans un lieu expoſé au nord & l'un des plus froids du canton, ils ont éprouvé des gelées qui ont fait deſcendre le thermomètre de M. de Reaumur juſqu'à 14 degrés & demi au-deſſous de la congélation; ils ont été expoſés à des vents très-froids & très-violens, à des pluies froides & continuelles, à des brouillards qui ont duré pluſieurs jours de ſuite, au givre & à la neige; ils ont ſubi toutes ſortes d'épreuves des intempéries de l'air, & cependant ils ont toujours été & ils

ſont encore plus ſains & plus vigoureux que ceux que l'on a renfermés dans des étables. J'ai viſité très-ſouvent ces animaux dans les temps les plus critiques de l'hiver; après de grandes pluies j'ai écarté les flocons de leur laine pour toucher leur peau, jamais je ne l'ai ſenti mouillée, la laine étoit toujours chaude & sèche autant qu'elle peut l'être, ſur la longueur de près d'un pouce au-deſſus de ſa racine, tandis que le reſte étoit mouillé, glacé, couvert de neige ou de givre; le ſuint de la laine, qui eſt une matière graſſe, empêche pendant long-temps l'eau de la pluie de pénétrer juſqu'à la peau de l'animal, la partie de la laine qui ſe mouille eſt bien plutôt ſéchée au grand air que dans des étables.

Les deux brebis du troupeau expoſé en plein air, ont mis bas au mois de Février, l'une le 18 & l'autre le 28; l'agneau du 18 étant né par un temps de pluie, y fut expoſé nuit & jour; l'agneau du 28 Février éprouva d'aſſez fortes gelées dans les premiers jours de ſa vie, au commencement de Mars: cependant ces agneaux ſont très-ſenſiblement plus vigoureux que ceux des étables, & leurs mères n'ont eu aucun mal.

Il y a eu dans l'expérience dont je viens de rapporter le détail, une circonſtance qui la rend encore plus déciſive; c'eſt que le 14 Décembre dernier, je joignis au troupeau que je tenois en plein air, un mouton qui m'arriva du Rouſſillon avec d'autres bêtes à laine de cette province; quoique ce mouton fût né dans un pays plus chaud que celui où il arrivoit, & qu'il eût été élevé & ſoigné ſelon l'uſage de ce pays, qui eſt de loger les bêtes à laine dans des étables bien fermées & de ne les jamais expoſer à la pluie, s'il eſt poſſible; cependant il a réſiſté au froid à la neige & aux pluies auſſi-bien que les autres.

J'ai auſſi mis dans le même troupeau un mouton flandrin qui m'arriva de Lille le 21 Janvier; quoique ce mouton eût été renfermé tous les ans dans une étable, depuis le commencement de Novembre juſqu'au mois de Mars, comme les autres bêtes à laine de Flandre; les injures de l'air ne lui ont fait aucun mal depuis qu'il y eſt expoſé.

Dans la ſuite, toutes les bêtes à laines qui ſeront en ma diſpoſition n'auront point d'autre gîte qu'un parc; ce ne ſera pas tant pour faire une épreuve, comme je l'ai faite l'hiver dernier, que parce que je ſuis convaincu qu'il n'y a point de moyen plus ſûr pour maintenir les bêtes à laine en bonne ſanté, pour leur donner de la vigueur, pour les préſerver de la plupart des maladies auxquelles elles ſont ſujettes, pour donner un meilleur goût à leur chair & pour rendre la laine plus blanche, plus abondante & de meilleure qualité; il eſt fort à deſirer pour le bien public que cet uſage ſe répande dans tout le Royaume.

La plupart des gens de la campagne ne connoiſſant ni la force des raiſonnemens ni l'authenticité des faits, ne peuvent pas avoir confiance aux innovations qu'on leur propoſe, ſans leur en montrer le ſuccès au doigt & à l'œil: il n'y a que l'exemple palpable qui puiſſe les déterminer à ſuivre de nouvelles pratiques; il faut leur faire voir dans les différentes provinces du Royaume, & s'il ſe peut dans chaque canton, des troupeaux de bêtes à laine élevés en plein air & ſoignés de la manière la plus convenable au tempérament de ces animaux; leur faire remarquer la vigueur de ce bétail, les bonnes qualités de leur laine, le produit que l'on en retire, & les exhorter à comparer ces troupeaux avec les leurs: cette comparaiſon les déterminera bientôt à faire tout ce qui ſera néceſſaire pour en avoir de pareils; voilà le meilleur moyen d'établir des uſages qui peuvent relever l'eſpèce des bêtes à laine en France, y multiplier & y maintenir de bonnes races & procurer à la Nation les laines néceſſaires pour les Manufactures. Qui peut faire un ſi grand bien? le Gouvernement s'en occupe efficacement; c'eſt aux bons Citoyens à y concourir: vous qui avez le goût des occupations champêtres & l'amour de l'humanité, élevez des troupeaux, donnez par votre exemple aux gens de la campagne, des moyens d'être plus heureux par le produit qu'ils peuvent tirer des bêtes à laine.

OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES

Faites sous un Méridien $0^h\ 13'\frac{1}{2}$ plus occidental que Paris, avec l'ancien quart-de-cercle mobile de M. Picard & avec l'instrument des Passages.

Par M. LE MONNIER.

L'ENTREPRISE célèbre de rectifier les côtes de la mer Méditerranée, par des Observations astronomiques, est annoncée & mise en exécution depuis plusieurs années : M. de Chabert, qui en a rendu compte, m'ayant encore demandé cette fois-ci de continuer les observations correspondantes, pour établir quelques principaux points de la Navigation, je les ai faites à Paris & les ai continuées assidûment ailleurs pendant nos vacances; ce sont ces dernières très-détaillées, que j'ai cru devoir publier ici, n'ayant pu y employer pour lors les grands instrumens dont j'ai coutume de me servir : en effet, ils ne sont point destinés à changer de place, ni susceptibles d'être transportés, & à plus forte raison bien éloignés de l'être aussi fréquemment & d'une façon beaucoup plus dispendieuse, que ceux qui sont dans le cas d'être souvent embarqués ou transportés à bras d'hommes à la vue des côtes maritimes.

Le travail, il est vrai, en est devenu plus pénible à l'Observateur; mais d'un autre côté, des soins multipliés & de nouvelles tentatives, que j'avois en vue & que j'ai commencé à mettre en exécution, ont eu quelqu'influence ou relation sur un autre genre d'observations touchant les réfractions horizontales, ce qui n'est pas moins essentiel à l'Astronomie & à la Navigation : je n'ai pu trouver aux environs de Paris un aussi bel horizon que celui dont j'ai fait usage en Province.

Ce sont-là les motifs qui m'ont fait entreprendre de vérifier, par les nouvelles méthodes que j'ai imaginées, les réfractions horizontales, soit dans les environs du nord, que je vois à huit lieues de mon rez-de-chaussée, soit dans l'ouest & à l'horizon

de la mer, que j'y vois abſolument libre depuis le mont Saint-Michel & la pointe de Cancale, au pied de la tour que Sa Majeſté m'a permis de faire bâtir au ſud-oueſt, & dans le plus haut de la forêt de Saint-Sever.

Mon pavillon, proche le bourg dudit lieu, eſt ſitué ſous la latitude de $48^d\ 50'\ 00''$, à cinquante-ſix lieues de diſtance de Paris vers l'oueſt, ſur la route de Grandville: il eſt repréſenté déjà dans la nouvelle Carte générale du royaume; j'y vois dans l'eſt nord-eſt le bourg de Saint-Sever.

On ne ſera peut-être pas fâché de parcourir ici cet article de nos Mémoires à l'occaſion des Voyages futurs, & de conſulter dans ce journal d'obſervations, les moyens & les précautions néceſſaires pour éviter, avec d'auſſi petits inſtrumens, les erreurs toujours redoutables, pour peu que l'Obſervateur ſe néglige ſur la moindre des circonſtances néceſſaires à ces ſortes d'opérations.

A Paris, le quart-de-cercle mobile de M.[rs] Picard & de la Hire, avant ſon départ, hauſſoit au zénith de $7'\ 10''$, & le pôle apparent, au commencement de l'hiver ou quelques jours auparavant, avoit paru de $48^d\ 59'\ 40''$ ſur le même inſtrument: or j'ai établi en 1738, dans nos Mémoires, la réfraction de 50 ſecondes à cette hauteur; & comme la latitude de mon Obſervatoire ordinaire à Paris eſt $48^d\ 52'\ 05''$ ou $10''$ oueſt, il ne reſteroit en ce cas que $6'\ 42''\frac{1}{2}$ pour la correction de ce quart-de-cercle à 49^d de hauteur: cette correction, comme l'on voit, eſt compoſée de celles qu'entraînent avec elles, le parallélíſme de la lunette qui ſe vérifie d'ordinaire au zénith, & la correction de l'arc total, lequel n'eſt pas égal à 90 degrés: on peut conſulter ſur cela nos Mémoires de l'année 1738.

Quoique j'ai déjà averti, il y a trente ans, que ce quart-de-cercle hauſſoit au zénith de plus d'une minute lorſqu'il étoit parfaitement rectifié à l'horizon; il n'eſt pas inutile de l'examiner encore, l'ayant prêté en 1761 à M. Deſmarêts pour obſerver à Bordeaux le paſſage de Vénus; car à ſon retour j'y ai ſubſtitué à la place de l'ancien, un nouveau centre mobile ou cylindre; il étoit donc néceſſaire d'en conſtater l'état actuel avant qu'il fût dans le cas de ſubir un nouveau tranſport, & c'eſt ce que j'ai exécuté en ces dernières

dernières années par les hauteurs méridiennes solsticiales du Soleil, & par celles des Étoiles de la première grandeur.

À la vérité, les vents d'équinoxes m'ont empêché à la suite des ouragans & saisons extraordinairement pluvieuses, de vérifier au zénith sur la fin de Septembre, ce même instrument à Saint-Sever, où il étoit déjà rectifié à l'horizon; le balcon ou terrasse de ma maison y étoit trop exposé au hâle du sud-est, qui y a dominé pour lors pendant quelques retours des belles saisons, mais dont la durée fut trop courte: cependant cela ne m'a pas empêché de constater la latitude du lieu par d'autres hauteurs méridiennes plus aisées à obtenir que celles du zénith, & sur-tout en y employant deux Étoiles très-remarquables & qu'on voyoit presque à la même hauteur au nord & au sud, savoir α de la grande Ourse & *Sirius*.

1768. Septembre.

Le 20 à 3 heures après midi, le quart-de-cercle vérifié par le renversement, haussoit à l'horizon de $4' \; 30''$ seulement; telle est l'erreur soustractive que j'ai constamment employée dans les calculs ou résultats qui vont suivre: j'ai aussi placé le 22 Septembre une mire fort près de la direction du méridien, l'ayant clouée sur un poteau à 33 toises $\frac{1}{2}$ de distance; la pendule ce jour-là marquoit à midi précisément $0^h \; 01' \; 46''$, à l'aide de la montre*.

Le 23 au matin, hauteur méridienne de *Sirius*, que je crois trop petite, $24^d \; 52' \; 40''$, ce qu'il seroit nécessaire de vérifier encore: je l'avois trouvée à Paris avec le même instrument, le 7 & le 8 Août 1768, de $24^d \; 52' \; 15''$ ou $22'' \frac{1}{2}$. Par les hauteurs correspondantes du Soleil, le midi vrai à la pendule à $0^h \; 01' \; 23'' \frac{3}{4}$, ce qui donne le retardement diurne sur le temps vrai de $22'' \frac{1}{4}$; la hauteur méridienne du bord supérieur du Soleil a paru de $41^d \; 10' \; 30''$; si la correction est $4' \; 30''$ à l'horizon, & la réfraction $1' \; 5''$, la latitude du lieu sera $48^d 49' 00''$. À $2^h \; 04' \; 10''$ de temps vrai, *Arcturus* $61^d \; 38' \; 27'' \frac{1}{2}$; cette hauteur n'a pas été prise au vrai méridien, mais $0^h \; 2' \frac{1}{2}$ trop tard, & par conséquent selon nos Tables communiquées à M. d'Après, & qui vont

* Montre à secondes de *Graham.*

être publiées dans le Supplément au Traité du Pilotage, la hauteur méridienne corrigée sera 61^d 38′ 45″.

À Paris le 20 Juillet, la hauteur méridienne d'*Arcturus* a été trouvée sur le même instrument, de 61^d 39′ 30″, ce qui indiquoit une déclinaison de 7½ à 10″, plus grande que ne la donnoit mon grand quart-de-cercle mural.

Le 23 Septembre au soir, le fil de l'instrument des passages, dirigé au méridien, lequel pourroit être 2 à 3 secondes plus à l'est.

7^h 36′ 26″ passage de α de l'Aigle à 49^d ⅔ de hauteur.
9. 31. 02¾ .... α du Capricorne 24 ⅓ }
9. 37. 25¾ .... μ .... 27 ¼ } sur le demi-cercle.
9. 48. 51½ ... 1.er bord de la ☾ ... centre. 31 ¼ }
Donc 9. 47. 38 de temps vrai, passage du même bord.
à 9^h 48′ ⅔, le bord inférieur 31^d 19′ 07″½.
9. 50. 28½ passage de α du Verseau à 39^d ½.

De ces observations, on tire par δ & μ du Capricorne, l'ascension droite du 1.er bord de la Lune 328^d 01′ 56″½, & sa déclinaison réduite au même instant, de 8^d 50′ 28″½; ce qui donne la longitude du centre 327^d 24′ 56″; sa latitude 3^d 46′ 21″⅓ à 10^h 01′ 08″ de temps vrai au méridien de Paris, dans la supposition que la différence des méridiens est 0^h 13′ 30″ occidentale: les Tables des Institutions astronomiques donnent pour la même heure 9^h 53′ 04″, temps moyen 327^d 21′ 57″, c'est-à-dire moins avancée de 2′ 59″.

1768. Septembre.

Le 24 Septembre au matin, brumes; je n'ai pu conclure le midi assez exactement avec l'instrument des passages, n'ayant aperçu qu'un des bords du Soleil, je l'avois d'abord établi à 0^h 01′ 01″ de la pendule; on pourroit donc admettre à 0^h 01′ 05″ le m ...pvai : bord supérieur du Soleil 40^d 47′ 00″.

9^h 26′ 34″ passage de δ du Capricorne à 24^d 17′ ½
9. 46. 08 .... α du Verseau .... 39 ⅙
10. 39. 25½ .... 1.er bord de la ☾, centre. 38   à 10^h 40′ ½ bord inf. 37^d 29′ 00″.
10. 54. 24½ .... φ du Verseau 34

De ces observations, l'on tire à 10^h 38′ 30″ de temps vrai,

l'aſcenſion droite du 1.er bord de la Lune, de $341^d\ 50'\ 27''\frac{1}{2}$, ou 10 ſecondes ſeulement par α & φ du Verſeau : ſi l'on admet $341^d\ 50'\ 22''\frac{1}{2}$, & ſa déclinaiſon réduite au même inſtant de $2^d\ 42'\ 41''\frac{1}{2}$ méridionale, on aura la longitude de $11^f\ 12^d\ 28'\ 12''\frac{1}{2}$, & ſa latitude boréale $4^d\ 31'\ 08''$; les Tables des Inſtitutions donnent $11^f\ 12^d\ 23'\ 10''$, ſi la longitude géographique eſt de $13\frac{1}{2}$ minutes d'heure. À Paris, les Tables — $4'\ 46''\frac{1}{2}$.

Le 25 au matin, à $6^h\ 24'$ de la pendule, *Sirius* $24^d\ 52'\ 35''$ qu'il faudra corriger : *voyez ci-après celle du 28 Septembre.*

$11^h\ 59'\ 31''\frac{1}{2}$ paſſage du 1.er bord } du Soleil, le bord ſupérieur $40^d\ 23'\ 30''$.
0.01.40 .... 2.d bord }

Donc ſi le fil étoit à $7''\frac{1}{2}$ à l'eſt du méridien, midi vrai à $0^h\ 01'\ 43''$.

La brume, & le halo qui a paru au ſoir, ont été ſuivis le 26 Septembre, du vent général de l'eſt, lequel a rétabli la ſaiſon, devenue très-pluvieuſe depuis deux mois entiers.

Le 26, fort ſerein & grand vent d'équinoxe.

$11^h\ 59'\ 12''$ paſſage du 1.er bord } du Soleil, le bord ſupérieur $40^d\ 00'\ 00''$
$0.01.20\frac{1}{2}$ ..... 2.d bord }

Le fil tant ſoit peu à l'orient; donc midi vrai à $0^h\ 00'\ 22''\frac{1}{2}$.

Le 27 Septembre au matin,

$0.25.05\frac{1}{2}$ paſſage du 1.er bord } de la Lune, bord ſupérieur $50^d\ 52'\ 45''$.
0.27. ou $26\frac{1}{2}$ .... 2.d bord }

Donc à $0^h\ 26'\ 10''$, paſſage du centre de la Lune qu'il vaut mieux comparer avec η.

$0^h\ 47'\ 39''\frac{1}{2}$ paſſage de ζ du lien des Poiſſons à $45^d\ \frac{2}{3}$.
$1.05.04\frac{1}{4}$ .... η .... $53\ \frac{2}{3}$.

Soit à $0^h\ 26'\ 28''$ de temps vrai, l'aſcenſion droite du centre de la Lune $10^d\ 33'\ 50''$, ſa déclinaiſon boréale $9^d\ 58'\ 40''\frac{1}{2}$, la longitude obſervée ſera $13^d\ 37'\ 21''$, latitude boréale $4^d\ 59'\ 31''$.

On a trouvé le vrai midi par les hauteurs correſpondantes depuis $25^d\frac{2}{3}$ juſqu'à $27^d\frac{1}{6}$, à $11^h\ 59'\ 55''$ de la pendule, ce qui donne en quatre jours $88''\frac{1}{2}$ de retardement ſur le temps

vrai; mais cependant on a cru devoir ſoupçonner ce midi vrai anticipé de 3 à 4 ſecondes; il a été adopté à 11^h 59′ 58″$\frac{1}{2}$, à cauſe des comparaiſons éloignées & qu'il a fallu réduire, de la montre à ſecondes à la pendule dont on ſe ſert.

Les Tables des Inſtitutions donnent à 12^h 30′ 53″, temps moyen, la longitude de la Lune ♈ 13^d 37′ 22″.

Au ſoir,

7^h 20′ 14″$\frac{1}{2}$ paſſage de α de l'Aigle à 49^d $\frac{1}{3}$
9. 13. 15 $\frac{1}{2}$ . . . . ε de Pégaſe à 39 $\frac{1}{2}$
9. 34. 00 . . . . . . α du Verſeau 39 $\frac{2}{3}$

Le fil tant ſoit peu à l'orient, à l'égard du vrai méridien déterminé ci-après en Octobre.

Le 28 au matin, fort ſerein, l'aiguille des minutes de la pendule changée: à 6^h 12′ 57″$\frac{1}{3}$, paſſage de *Sirius;* donc au méridien 6^h 13′02″ & 24^{d}53′17″$\frac{1}{2}$; ſi la réfraction eſt ſuppoſée de 2′ 3″ & la déclinaiſon moyenne 16^d 24′ 45″, la nutation & l'aberration au nord 1″ & 13″, la latitude ſera 48^d 48′ 42″; mais ci-après, le 17 Octobre au nord, par α de l'Ourſe 48^d 50′ 44″; le milieu 48^d 49′ 43″.

11^h 57′ 23″$\frac{3}{4}$ paſſage du 1.er bord
11. 59. 33 $\frac{1}{4}$ . . . . 2.e bord
du Soleil, le fil ſur une mire 3 à 4″ à l'orient du vrai méridien.

Au ſoir,

7. 15. 15 $\frac{1}{2}$ paſſage de α de l'Aigle à 49^d $\frac{1}{2}$, le fil comme hier 7 $\frac{1}{2}$ à 8″ à l'orient du vrai méridien, & le 29 au matin quand il a fait jour, la même apparence.

Le 29 au matin, fort ſerein juſqu'à 5 heures, la brume s'eſt enſuite diſſipée. Remarquez qu'on a établi une nouvelle Mire, & que la comparaiſon de la montre à la pendule, a été faite & le ſera déſormais fort à proximité de la pendule.

Les Tables des Inſtitutions donnent à 2^h 26′ 30″ temps moyen à Paris, la longitude de la Lune ♉ 15^d 02′ 43″, & ſi l'aſcenſion droite de δ eſt 44^d 36′ 39″, ou 37′ 16″$\frac{1}{2}$ l'apparente; la longitude de la Lune obſervée ſera ♉ 15^d 03′ 32″.

2^h 11′ 57″, paſſage de Mars à 54$^d\frac{1}{8}$.
2. 21. 05 $\frac{3}{4}$, ou 2^{h}22′47″, temps vrai, le 2.^{d} bord de la ☾, à 61 $\frac{1}{8}$ le centre.
2. 32. 56$\frac{3}{4}$ . . . . δ du Bélier 60 $\frac{1}{6}$.
3. 56. 55 $\frac{1}{2}$ . . . . Aldebaran 57 $\frac{5}{8}$ ou $\frac{2}{3}$.
4. 43. 25, hauteur occidentale du bord ſupérieur de la ☾ 50^d 21′ 00″.

$11^h\ 57'\ 01''\frac{1}{2}$, passage du 1.er bord } du Soleil, le fil comme hier à midi.
$11.\ 59.\ 10\frac{3}{4}$, ... 2.d bord }

Au soir.

$7.\ 10.\ 17\frac{1}{2}$, passage de α de l'Aigle, le fil $4''$ ou $3''\frac{1}{2}$ à l'orient du vrai méridien, & le 30 au matin au même état.

Le 30 au matin, à $3^h\ 08'\ 55''$, η des Pléïades sortoit du champ de la lunette; donc η a dû passer à $3^h\ 03'\ 18''\frac{1}{2}$.

$3^h\ 20'\ 49''\frac{3}{4}$, passage du 2.d bord de la Lune, le bord supérieur $64^d\ 20'\ 35''$ dans le méridien.

Donc à $3^h\ 23'\ 53''\frac{3}{4}$, temps vrai, l'ascension droite du 2.d bord de la Lune étant $57^d\ 50'\ 35''$, & la longitude du centre sera ♉ $0^d\ 24'\ 36''\frac{1}{2}$, les Tables donnent ♉ $0^d\ 25'\ 37''$.

$11^h\ 55'\ 39''\frac{1}{2}$, passage du 1.er bord } du Soleil, le fil au centre de la mire.
$11.\ 57.\ 48\frac{3}{4}$, ... 2.d bord }

Donc $11^h\ 56'\ 44''\frac{1}{8}$, passage du centre, savoir $4''\frac{1}{8}$ plus tôt que le vrai midi conclu par deux hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil à $39^d\frac{2}{3}$: la lunette a été vérifiée par le retournement de l'axe des passages & m'a paru bien centrée.

À $7^h\ 06'\ 21''\frac{3}{4}$, passage de l'Aigle, le fil comme à midi, hauteur méridienne $49^d\ 32'\ 17''\frac{1}{2}$, donc l'Équateur $41^d\ 10'\ 22''\frac{1}{2}$.

Ainsi α de l'Aigle a passé au méridien après le Soleil, après $7^h\ 09'\ 37''\frac{5}{8}$ de temps écoulé à la pendule, ou de temps moyen $7^h\ 09'\ 39''\frac{4}{5} = 107^d\ 42'\ 35''$; & si l'ascension droite moyenne de α de l'Aigle est supposée $294^d\ 52'\ 35'' + 19''\frac{1}{2} + 5''$ d'aberration orientale, c'est-à-dire l'apparente $294^d\ 52'\ 59''\frac{1}{2}$, on auroit celle du Soleil de $187^d\ 10'\ 24''\frac{1}{2}$, sauf l'erreur des passages à différentes hauteurs de l'instrument, ce qu'il faudra vérifier dans la suite.

Octobre.

Le 2 au matin, à $5^h\ 56'\ 01''$, passage de *Sirius*, le fil effleuroit à gauche le centre de la Mire, c'est-à-dire de la moitié de son épaisseur.

$9^h\ 56'\ 39''\frac{3}{4}$, le bord supérieur du Soleil à l'orient $31^d\ 40'$; ce qui donneroit $4'\ 2''\frac{3}{4}$ pour le retardement de la pendule sur le temps vrai.

$10^h\ 00'\ 45''\frac{1}{2}$, hauteur du bord supérieur de la Lune à l'occident.

$11.\ 54.\ 45\frac{1}{2}$, passage du 1.er bord du Soleil
$11.\ 56.\ 54\frac{3}{4}$ . . . . 2.d bord
} le fil entamoit par son épaisseur le centre de la Mire, & à gauche, vu dans la lunette qui renverse.

Le 3 Octobre au matin, j'ai vérifié la direction du fil qui étoit au centre de la Mire.

$6^h\ 17'\ 15''\frac{3}{4}$, ou temps vrai. $6.\ 22.\ 38\frac{3}{4}$ } passage du 2.d bord de la Lune, le bord inférieur au méridien $62^d\ 44'\ 07''\frac{1}{2}$.

$6.\ 42.\ 53\frac{1}{2}$, passage de Procyon, & à $11^h\ 54'\ 30''\frac{1}{4}$ midi vrai, par deux hauteurs correspondantes à $25^d\frac{1}{2}$.

$10.\ 46.\ 17\frac{1}{2}$, hauteur occidentale du bord supérieur de la Lune $32^d\ 00'00''$.

$11.\ 53.\ 21\frac{3}{4}$, passage du 1.er bord du Soleil
$11.\ 55.\ 31\frac{1}{2}$, ... 2.d bord
} le milieu du fil effleuroit le centre de la Mire vers l'est, le bord supérieur $37^d\ 16'\ 37''\frac{1}{2}$, exacte.

Donc $11^h\ 54'\ 26''\frac{5}{6}$, passage du centre. Si l'on suppose que Procyon a précédé le Soleil de $5^h\ 11'\ 33''\frac{3}{4}$ de temps écoulé à la pendule, ou de temps moyen $5^h\ 11'\ 34''\frac{3}{8}$ $= 78^d\ 06'\ 23''$, on aura l'ascension droite du Soleil à midi, $189^d\ 54'\ 28''$ si l'on prend $111^d\ 48'\ 05''$ pour l'ascension droite apparente de Procyon. Ayant égard à l'erreur de l'azimut de l'instrument des passages, à cause que le Soleil n'étoit pas à la même hauteur que Procyon, il sera facile d'en conclure la correction de l'ascension droite, & par conséquent le vrai lieu du Soleil.

Si l'on néglige cette erreur dans les passages de la Lune & de Procyon, l'ascension droite du 2.d bord de la Lune, sera $105^d\ 22'\ 33''\frac{1}{2}$: un autre calcul me donne $105^d\ 22'\ 02''\frac{1}{2}$, ayant égard au défaut de direction de la lunette des passages, qui pointoit $4''\frac{2}{3}$ & $3''$ seulement dans l'est, à l'égard des hauteurs de l'Étoile & de la Lune, &c. par conséquent la longitude du centre de la Lune sera ♋ $13^d\ 56'\ 44''$, avec une latitude australe de $0^d\ 34'\ 33''\frac{1}{2}$. Les Tables des Institutions astronomiques donnent, en supposant la différence des méridiens de $0^h\ 13'\frac{1}{2}$, la longitude vraie ♋ $13^d\ 58'\ 21''$, c'est-à-dire $1'\ 37''$ plus avancée; celles d'Euler & Mayer, publiées dans le

deuxième volume des Mémoires de Gottingue, donnent ſeulement ♋ $13^d\ 57'\ 3''$, avec une latitude auſtrale de $0^d\ 33'\ 35''$.

On pourra, ſi l'on veut, rechercher le lieu de la Lune, le 2 & le 3, à 10^h du matin, par les hauteurs occidentales du même bord, obſervées lorſqu'elle s'approchoit du 1.er vertical, ou vers l'oueſt; mais il faut s'aſſurer auparavant de la correction préciſe du quart-de-cercle & de la latitude du lieu.

Les jours ſuivans, les vents ayant repaſſé du ſud-eſt au ſud-oueſt, les pluies abondantes qui étoient ceſſées, ont recommencé, & le vent s'eſt fixé au ſud-oueſt.

Le 4 au ſoir, à $6^h\ 49'\ 09''\frac{1}{2}$, paſſage de α de l'Aigle; le fil a paru au crépuſcule du matin, à l'eſt de la Mire, de ſa demi-épaiſſeur circulaire, ou 1″,9.

Le 5 au matin, à 7. 58. 40 $\frac{3}{4}$, paſſage du 2.d bord de la Lune, le bord inférieur $55^d\ 15'\frac{1}{2}$,

$9^h\ 19'\ 57''$, le bord du Soleil à l'orient $27^d\ 00'\ 00''$.

9. 24. 23, ... 23. 30. 05.

11. 53. 37 $\frac{1}{2}$, paſſage du Soleil, conclu des bords, au fil central qui étoit dirigé comme au matin ſur la circonférence de la Mire fixée à 33 toiſes, &c.

demi-diam. de la Mire 4 lig. qui répondent à 1″,9 de temps.

6. 45. 05 $\frac{1}{2}$, paſſage de α de l'Aigle.

De ces obſervations, on a conclu qu'à $8^h\ 03'\ 58''\frac{1}{4}$ de temps vrai, l'aſcenſion droite du 2^d bord de la Lune étoit $132^d\ 49'\ 25''$, en la comparant avec α de l'Aigle, dont l'apparente a été ſuppoſée de $294^d\ 52'\ 59''$; & par conſéquent, ſa longitude $130^d\ 52'\ 55''$: les Tables des Inſtitutions donnent $4^ſ\ 10^d\ 51'\ 55''$, avec une latitude auſtrale de $2^d\ 46'\ 15''$; ainſi la longitude eſt moins avancée d'une minute, ſelon ces Tables.

Le 6 au ſoir, $6^h\ 41'\ 04''\frac{3}{4}$, paſſage de α de l'Aigle, le fil entre le centre & la circonférence de la Mire.

Le 7 au matin, 6. 26. 47 $\frac{3}{4}$ .... Procyon, le fil *idem* que ci-deſſus.

Aſcenſ. dr. moyenne de α de l'Aigle $294^d\ 52'\ 35''\frac{1}{2}$, la moyenne ſuit de $19''\frac{1}{4}$, l'aberr. 3″ orient.

.... Procyon 111. 47. 47 $\frac{2}{3}$, ... 21 $\frac{1}{3}$. .... 2. occid.

Et par conſéq.ent, la différence en aſcenſion droite apparente, entre ces deux Étoiles, ſera $176^d\ 55'\ 09''$ ſelon ma Table

publiée, & ayant égard aux mouvemens propres & particuliers à ces Étoiles, ainsi qu'il résulte des Tables & Comparaisons détaillées, *page 397* des Institutions astronomiques. Or l'observation donne le temps écoulé 11^h 45′ 42″ $\frac{1}{2}$, ou de temps moyen 11^h 45′ 45″ 35‴, qui valent 176^d 55′ 24″ $\frac{1}{2}$; ce qui diffère à peine de 1″ de temps, & assure l'uniformité de la marche de la pendule, dont l'aiguille des minutes a besoin d'être resserrée, parce qu'elle a donné quelquefois 0^h 1′ de plus que l'on ne devoit compter.

Au soir, le plan du quart-de-cercle étant au vrai méridien selon les repaires particuliers que l'on en a établis, la hauteur méridienne de α de la Lyre .... 79^d 50′ 45″.

L'aberration est 17″$\frac{1}{4}$, au nord & la nutation nulle; donc hauteur corrigée .... 79. 45. 48.

Et la déclinaison boréale & moyenne étant .... 38. 34. 48.

L'Équateur seroit .... 41. 11. 00, mais il y a une seconde correction de l'arc à introduire, dont on a déjà assez averti pour le quart-de-cercle.

Le 10 Octobre au matin, hauteur méridienne de Procyon.. 47. 04. 02$\frac{1}{2}$.

Si la réfraction est 53″ & la déclinaison apparente....... 5. 48. 27. l'Équateur sera .... 41. 10. 12$\frac{1}{2}$, ce qui s'accorde avec ce qui a été conclu le 30 Septembre par α de l'Aigle.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

	à l'orient.		*à l'occident.*
Le 12, nord-est, l'air tempéré, Si la correction est 19″ soustractive, le vrai midi sera à 11^h 59′ 13″$\frac{2}{5}$.	9^h 11′ 17″	23^d 00′	2^h 46′ 30″$\frac{1}{2}$.
	9. 25. 51$\frac{1}{2}$	24. 40	2. 31. 56.

11^h 58′ 05″, passage du 1.er bord } du Soleil, le fil au centre de la Mire, & par
0. 00. 16 .... 2.^{d} bord } conséquent pointé trop à l'est de 3″.

Au soir, au nord, sous le Pôle α de la grande Ourse 22^d 00′ douteuse, 1.er essai.

Le 14, à 11^h 59′ 59″$\frac{2}{3}$, passage du 2.^{d} bord du Soleil; donc midi à 11^h 58′ 57″.

2^h 38′ 29″, passage du 1.er bord de la Lune, le fil entre le centre & la circonférence de la Mire.

+ 1. 04. hauteur du centre 17^d 0′.

2. 39. 33, temps vrai.

Le

Le 16 au matin, à 11^h 59′ 41″$\frac{3}{4}$, passage du 2.^{d} bord du Soleil, le fil au centre de la Mire.

Au soir.

4^h 19′ 05″$\frac{1}{2}$, passage du 1.er bord de la Lune à 4^h 20″$\frac{1}{4}$, bord supérieur 16^d 32′ 17″$\frac{1}{2}$.

Si l'on suppose le midi vrai à 11^h 58′ 39″$\frac{1}{2}$, & le retardement diurne de 9″, on aura le passage du 1.er bord de la Lune à 4^h 20′ 27″$\frac{1}{2}$ de temps vrai, le fil étant pointé entre le centre & la circonference de la Mire.

6^h 09′ 33″$\frac{1}{2}$, passage de α de l'Aigle	à 49^d $\frac{1}{2}$ sur le demi-cercle.	
6. 11. 52	ω de la croupe du ♐	13 $\frac{1}{2}$.
6. 12. 56 $\frac{1}{4}$.......	*b*	13.
6. 15. 04	*A*	13 $\frac{5}{6}$.
6. 18. 35 $\frac{1}{2}$ ou 36..	*C*	12 $\frac{1}{2}$.
6. 34. 54 $\frac{1}{2}$,	la boréale α du Capricorne ...	27 $\frac{1}{2}$.
6. 35. 18 $\frac{1}{4}$,	l'australe α	27 $\frac{5}{6}$.

De ces observations, à 4^h 6′ 03″, temps moyen, à Paris, l'on déduit par *A* du Sagittaire & α du Capricorne, l'ascension droite du 1.er bord de la Lune de 267^d 09′ 15″, & par conséquent la longitude de son centre 8^s 27^d 39′ 09″, avec une latitude australe de 0^d 41′; or les Tables des Institutions donnent au même instant, qui répond à 4^h 53′ 57″ de temps vrai, au méridien de Paris, la longitude 8^s 27^d 40′ 53″ $\frac{1}{2}$; c'est-à-dire 1′ 44″ $\frac{1}{2}$ plus avancée.

Le 17.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

Au matin.		*Au soir.*	*Midi vrai.*.... 11^h 58′ 31″$\frac{1}{2}$.
9^h 05′ 57″$\frac{3}{4}$.	20^d 50′ 00″.	2^h 50′ 24″$\frac{1}{2}$.	11^h 58′ 30″$\frac{1}{2}$.
9. 11. 43.	21. 30. 05.	2. 45. 43 $\frac{1}{2}$.	11. 58. 32 $\frac{1}{2}$.
9. 58. 32$\frac{2}{3}$.	26. 30. 00.	1. 55. 59$\frac{1}{3}$.	

11. 57. 22 $\frac{2}{3}$, passage du 1.er bord }
11. 59. 33 $\frac{3}{4}$ .... 2.^{d} bord } du Soleil, le fil au centre de la Mire.

2. 11, passage du centre 11^h 58′ 28″$\frac{1}{4}$, environ 3″$\frac{1}{4}$ plus tôt qu'au vrai méridien.

Au soir.

5. 10. 04 $\frac{2}{3}$, passage du 1.er bord de la Lune, le bord inférieur 17^d 29′ 35″. Le fil comme à midi sur la Mire.

Le 17 Octobre 1768 au soir, il s'ensuit qu'à
$5^h\ 11'\ 34''\frac{2}{3}$ de temps vrai, le premier bord de la Lune a précédé β du Capricorne de $1^h\ 24'\ 05''\frac{2}{3} = 21^d\ 04'\ 52''$.

6. 05. 37 $\frac{2}{3}$, passage de α de l'Aigle à 49^d $\frac{1}{2}$.
6. 10. 05 $\frac{1}{2}$ .... 47 $\frac{1}{6}$.
6. 14. 39 $\frac{1}{2}$, *C* de la croupe du Sagittaire 12 $\frac{2}{3}$.
6. 25. 38 ou 39, l'australe des deux qui précèdent α.
6. 30. 59 α du Capricorne........... 27 $\frac{3}{4}$.
6. 31. 23 $\frac{1}{4}$, la 2.e α & australe.
6. 34. 10 $\frac{1}{2}$..... β .... 25 $\frac{1}{2}$.
7. 42. 30, au nord α de Céphée, le limbe en face de l'occident................* 75^d 02' 05".
Sa déclinaison moyenne............. 61. 34. 10.
9. 16. 00 . . α de la grande Ourse sous le Pôle..... 21. 57. 30.

Si la réfraction est 2' 21" la nut. & aberration 11"$\frac{3}{4}$, la distance apparente au Pôle sera.............. 27. 00. 05.

Et sa latitude sera........................... 48. 50. 44.

On a trouvé par α de l'Aigle & Procyon.......... 48. 49. 47$\frac{1}{2}$, ou 39, &c.

Par un milieu, la latitude..................... 48. 50. 15.

Comparant le passage du 1.er bord de la Lune avec le Soleil & les Étoiles α & β du Capricorne, l'on trouve l'ascension droite du 1.er bord à $5^h\ 25'\ 05''$ temps vrai au Méridien de Paris, de........... 280. 55. 23.

Et par conséquent sa longitude .... 9^f 10. 19. 22.

Avec une latitude boréale de.................. 0. 24. 17.

Les Tables des Institutions donnent au même instant, ou plutôt à $5^h\ 10'\ 27''$ de temps moyen, la longitude 9. 10. 21. 00, c'est-à-dire 1' 38" plus avancée.

Le 18 au matin, à $5^h\ 38'\ 00''$, passage d'une Étoile qui étoit environ 30" plus boréale que Saturne, vers *P* des Gemeaux.

$5^h\ 42'\ 10''\frac{1}{4}$, passage de Saturne, le fil effleuroit dans l'est le centre de la Mire.

5. 51. 21 $\frac{1}{2}$, passage de Procyon.

Le 19 au matin.

9. 02. 14 $\frac{1}{2}$, le bord supérieur du Soleil à l'orient	26^d 00"	nuages à midi.
9. 06. 03	26. 20	
9. 08. 00	26. 30	

* Voyez sa déclinaison le 21 Novembre 1739, Observations de la Lune, *livre Ier A Paris, de l'Imprimerie Royale, in-folio.*

Octobre, le 19 au soir.

$5^h\ 57'\ 51''\frac{1}{2}$, passage de α de l'Aigle, le fil au centre de la Mire.
6. 00. 08 $\frac{1}{4}$........ ω de la croupe du Sagittaire à $13^d\frac{1}{3}$.
6. 06. 54 $\frac{1}{4}$........ C
6. 17. 56 $\frac{1}{2}$ celle qui précède α................ 27.
6. 23. 13 $\frac{1}{2}$...... la 1.re α du Capricorne.
6. 23. 36 $\frac{1}{2}$...... la 2.de
6. 26. 23 .... β . . .. 25.
6. 50. 40, passage du 1.er bord de la Lune.
+ 1. 46, le bord inférieur.................. $24^d\ 03'\ 05''$, dans le Méridien.
6. 52. 26, temps vrai.
6. 58. 28, passage de μ du Verseau........... 30 $\frac{2}{3}$.

Ainsi, à $6^h\ 50'\ 56''$ de temps moyen, au méridien de Paris, l'ascension du 1.er bord de la Lune sera $308^d\ 05'\ 45''$, celle du centre, $308^d\ 21'\ 00''$; la longitude du centre $10^s\ 06^d\ 38'\ 18''$, avec une latitude boréale de $2^d\ 37'\ 17''\frac{1}{2}$. Or les Tables donnent au même instant la longitude de la Lune $0'\ 12''$ plus avancée; savoir ≈ $6^d\ 38'\ 30''$, la latitude boréale $2^d\ 35'\ 08''$, à Paris à $6^h\ 52'\ 01''$ ≈ $6^d\ 31'\ 13''\frac{1}{2}$ par γ de Pégase, & selon les Tables........ ≈ $6^d\ 31'\ 01''$.

Le 20 Octobre.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

Au matin.		*Au soir.*	*Midi non corrigé.*	*Midi vrai.*
$9^h\ 16'\ 48''\frac{3}{4}$	$21^d\ 10'\ 00''$	$2^h\ 30'\ 51''\frac{1}{2}$	$11^h\ 57'\ 50''\frac{1}{8}$	$11^h\ 58'\ 09''$.
9. 19. 49.	21. 30. 00.	2. 35. 51.	11. 57. 50.	

$11^h\ 57'\ 01''\frac{1}{2}$, passage du 1.er bord }
11. 59. 12 $\frac{3}{4}$...... 2.d bord } du Soleil, à 30^d, le fil au centre de la Mire.

Au soir.

7. 40. 00 $\frac{1}{2}$, passage du 1.er bord de la Lune à $7^h\ 43'\frac{1}{3}$, bord inférieur $28^d\ 52'\ 55''$.
+ 1. 53 $\frac{1}{2}$.
7. 41. 54, temps vrai.

L'ascension droite du 1.er bord de la Lune, déduite de celle du Soleil, dont on suppose le lieu vrai, ♎ $27^d\ 56'\ 08''$, à $7^h\ 40'\ 14''$ de temps moyen, au méridien de Paris, étoit

$321^d\ 42'\ 10''$, & par conſéquent la longitude du centre de la Lune $10^f\ 20^d\ 27'\ 21''\frac{1}{2}$, avec une latitude boréale de $3^d\ 35'\ 08''$: les Tables donnent la longitude de la Lune $0'\ 47''\frac{1}{2}$ moins avancée; ſavoir ≈ $20^d\ 26'\ 34''$.

Le mauvais temps ayant ceſſé le 31 Octobre, j'ai dirigé le fil au centre d'une nouvelle Mire au vrai méridien, l'ancienne ayant été effacée par les pluies.

$11^h\ 56'\ 56''\frac{1}{2}$, paſſage du 1.er bord } du Soleil, le fil n'a pas varié ſa direction
11. 59. 11 .... 2.d bord } juſqu'au matin du jour ſuivant.

5. 11. 42 $\frac{2}{3}$............ α de l'Aigle.

5. 37. 04, paſſage de la 1.re α du Capricorne, à $27^d\frac{1}{4}$.

5. 37. 28 .... la 2.e α.

5. 40. 15 .... β........... 25.

Novembre.

Le 1.er au matin, entre les nuages.

$6^h\ 03'\ 47''\frac{1}{2}$, paſſage du 2.d bord de la Lune, le centre à $56^d\ 52'\frac{1}{1}$.

Donc à $6^h\ 05'\ 37''$ de temps vrai, ou $6^h\ 02'\ 58''$ de temps moyen au méridien de Paris, l'aſcenſion droite du 2.d bord de la Lune, comparé avec α de l'Aigle, étoit $128^d\ 25'$ ou $24'\ 30''$; ainſi la longitude du centre ſera par obſervation $4^f\ 6^d\ 26'\ 40''$, avec une latitude auſtrale de $2^d\ 41'\frac{1}{4}$, les Tables donnent ♌ $6^d\ 25'\ 43''$.

Le 2 au matin à

$6^h\ 42'\ 28''\frac{1}{2}$, paſſage de α de l'Hydre à $33^d\frac{1}{2}$.

$6^h\ 51'\ 07''\frac{1}{2}$, paſſage du 2.d bord de la Lune, à $6^h\ 49'$, le bord inſér. $51^d\ 55'\ 20''$ } exacte.
le fil au centre de la Mire, à 6. $54\frac{1}{2}$........ 51. 53. 15 }

Et par conſéquent à $6^h\ 52'\ 51''$ de temps vrai, ou bien en réduiſant au Méridien de Paris à 6. 50. 12 de temps moyen.

L'aſcenſion droite du 2.d bord de la Lune ſera $141^d\ 13'\ 48''\frac{1}{2}$.

Le 3 Novembre au matin, le ciel s'éclaircit.

$11^h\ 57'\ 13''\frac{3}{4}$, paſſage du 1.er bord } du Soleil à $25^d\frac{1}{3}$, le fil étoit à peine 1″
11. 59. 29 $\frac{3}{4}$ .... 2.d bord } de temps plus près du vrai méridien que le 2 au matin.

Si l'on ſuppoſe le vrai midi à $11^h\ 58'\ 25''\frac{1}{2}$, & l'accélération de la pendule de 6″ en 24^h ſur le temps vrai, le vrai midi du 2 Novembre ſera à $11^h\ 58'\ 19''\frac{1}{2}$; la vraie longitude du centre de

la Lune, le 2, au temps du passage de son 2.^{d} bord, sera donc ♌ 19^d 42′ 35″, & sa latitude australe 3^d 36′ 43″ : on a supposé dans le calcul de la déclinaison, la hauteur du bord inférieur, au moment du passage du 2^d bord de la Lune 51^d 54′ 45″, ayant égard à la quantité dont la Lune a dû varier en 2′ & 3′ $\frac{1}{2}$ de temps; savoir 23″ $\frac{1}{2}$, & 41″ à raison de 4^d $\frac{2}{3}$ de variation en déclinaison, en vingt-quatre heures: il a fallu ajouter aussi aux deux hauteurs prises avant & après le passage au méridien, la quantité dont une Étoile fixe à 52^d auroit descendu en 2′ & 3′ $\frac{1}{2}$; d'où l'on a conclu par un milieu la hauteur méridienne apparente du bord inférieur, au moment du passage au méridien de son bord oriental; les Tables donnent au même instant le centre de la Lune 46″ moins avancé.

Le 4 au matin à 8^h 17′ 36″, passage du 2.^{d} bord de la Lune, le centre à 41^d $\frac{3}{4}$ ou 42^d.

Au soir. . . . . . 4. 56. 22, passage de α de l'Aigle.

Donc à 8^h 19′ 06″ de temps vrai, ou bien en réduisant au Méridien de Paris à 8^h 16′ 30″ de temps moyen, l'ascension droite du 2.^{d} bord de la Lune comparée avec α de l'Aigle sera 164^d 50′ 40″.

Le 5 au matin à 8^h 58′ 53″, passage du 2.^{d} bord de la Lune, le bord inferieur 36^d 34′ 00″.

+ 1. 22 $\frac{1}{2}$

Donc. . . . . 9. 00. 15 $\frac{1}{2}$ de temps vrai.

11^h 57′ 27″$\frac{1}{2}$, passage du 1.er bord du Soleil, c'est-à-dire que son centre a passé après le 2.^{d} bord de la Lune 2^h 59′ 43$\frac{1}{2}$″,

+ 1. 08 $\frac{1}{2}$ ou bien de temps vrai 2. 59. 42 $\frac{1}{2}$,

11. 58. 36, le centre.

On trouve d'abord par α de l'Aigle, observé le soir précédent, l'ascension droite du 2.^{d} bord de la Lune de 176^d 09′ 20″; mais plus petite par le Soleil, à cause du défaut de l'axe. Si l'ascension droite du centre est 175^d 52′ 40″, la longitude observée sera 27^d 42′ 14″; les Tables donnent 27^d 44′ 05″.

TABLE des Déviations de la Lunette des Passages à l'égard du vrai Méridien.

	Azimut $0^d\ 1'\ 30''$ *à l'est.*			*Azimut* $0^d\ 0'\ 52''\frac{1}{2}$.
Déclinaisons australes.				
$33^d\frac{1}{2}$ P.	$107''$ =	$0^h\ 0'\ 7''\frac{1}{8}$	Angle au Pôle $62''\frac{1}{2}$ =	$0^h\ 0'\ 4''\frac{1}{8}$.
$23\ \frac{1}{2}$ . . .	$93\frac{2}{3}$	$6\frac{1}{4}$	$54\frac{1}{2}$	$3\frac{3}{5}$.
$16\ \frac{1}{2}$ . . .	86	$5\frac{3}{4}$	50	$3\frac{1}{3}$.
$4\ \frac{1}{4}$ . . .	75	5	$45\frac{1}{2}$	3.
0 . . .	68	$4\frac{1}{2}$	$39\frac{1}{2}$	$2\frac{3}{5}$.
Déclinaisons boréales.				
0^d . . .	68	$4\frac{1}{2}$	$39\frac{1}{2}$	$2\frac{3}{5}$.
$5\ \frac{4}{5}$ . . .	62	$4\frac{1}{8}$	$36\frac{1}{2}$	$2\frac{2}{5}$.
$8\ \frac{1}{4}$ . . .	$59\frac{1}{2}$	4	$34\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{4}$.
$21\ \frac{3}{4}$ . . .	44	3	26	$1\frac{2}{3}$.
$23\frac{1}{2}$ . . .	42	$2\frac{4}{5}$	25	$1\frac{3}{5}$.

L'angle *P* est l'angle horaire que l'on a réduit en temps : ces corrections sont indépendantes de celles que l'on pourra faire pour les défauts de l'axe de rotation, que l'on a eu soin d'ailleurs, à l'aide du niveau, de tenir à chaque fois dans une situation horizontale. On avoit établi en Septembre, que 6 lignes répondoient à $2''\ \frac{7}{8}$ de grand cercle, à la distance de la Mire : or 4 lignes représentent le demi-diamètre de la Mire. Ainsi l'on pourra s'aider dans la réduction des observations de l'une & de l'autre Table, à cause qu'il n'est pas possible que la direction de la lunette soit absolument en douze heures invariable, & qu'il arrive quelquefois, du soir au matin, qu'on trouve $0\ \frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{4}$ du diamètre de la Mire, pour le changement de direction de la lunette des passages. On s'est servi de l'une & de l'autre Table ci-dessus, à cause qu'on a trouvé les 3 & 12 Octobre, que le centre de la Mire a dû donner pour 0^d de déclinaison, $3''\frac{2}{5}$ trop tôt ; mais on a trouvé le 2 & le 17 Octobre une autre erreur pour le défaut de l'axe de rotation que feu Sisson a voulu rendre plus léger par deux demi-cônes creux & soudés par leurs bases ; ce défaut de solidité a causé un dérangement imprévu dans le transport, il faudra donc corriger encore dans la suite les Observations rapportées ci-dessus.

OBSERVATION DE L'OPPOSITION DE JUPITER AU SOLEIL DE CETTE ANNÉE 1768.

Par M. BAILLY.

LE 6 Avril, j'ai arrêté mon ſextant dans le plan du méridien, & j'ai obſervé à la lunette de cet inſtrument les différences de déclinaiſon entre Jupiter & les étoiles θ & α de la Vierge, qui ne différoient que de quelques degrés du parallèle de cet Aſtre : les différences d'aſcenſion droite ont été obſervées à la lunette de mon inſtrument des paſſages. 15 Juin 1768.

J'ai obſervé le 6 à $12^h 4' 10''$, temps vrai,

Différence d'aſcenſ. droite entre ♃ & θ ♍	$+ 2^d 39' 57''$.	
Différence de déclinaiſon..........	1. 17. 18,	l'Étoile étoit plus boréale.
Différence d'aſcenſ. droite entre ♃ & α ♍	$-$ 1. 5. 56.	
Différence de déclinaiſon..........	4. 21. 19,	l'Étoile étoit plus auſtrale.

J'ai pris les poſitions de ces deux Étoiles dans le Catalogue des Étoiles zodiacales de feu M. l'abbé de la Caille, imprimé dans le dernier Volume des Éphémérides.

Ces poſitions, réduites au 6 Avril 1768, & corrigées de la déviation & de l'aberration, ſont

	Aſcenſion droite.	*Déclinaiſon auſtrale.*
θ ♍.........	$194^d 30' 12''$	$4^d 17' 41''$.
α ♍.........	198. 15. 51	9. 56. 39.

J'ai donc conclu à $12^h 4' 10''$, temps vrai,

L'aſcenſion droite de Jupiter..................	$197^d 10' 2''$.
Déclinaiſon auſtrale..........................	5. 35. 10.

Longitude. . . . . 6^s 17^d 57′ 34″.
6. 17. 57. 21 corrigée de l'aberration.
Latitude boréale. . . . . 1. 35. 17.

J'ai obſervé le 10 à 11^h 47′ 44″, temps vrai,

Différence d'aſcenſion droite entre θ & Jupiter. . . . . + 2^d 11′ 7″.
Différence de déclinaiſon. 1. 5. 36.
Différence d'aſcenſion droite entre α & Jupiter. . . . — 1. 34. 46.
Différence de déclinaiſon. 4. 33. 3.

D'où j'ai conclu à 11^h 47′ 44″, temps vrai,

L'aſcenſion droite de Jupiter. . . 196^d 41′ 12″.
Déclinaiſon auſtrale. . . . . 5. 23. 21 ½.
Longitude. . . . . 6^s 17. 26. 31 ½.
Longitude. . . . . 6. 17. 26. 18 ½ corrigée de l'aberration.
Latitude boréale. . . . . 1. 35. 15.

J'ai obſervé le 11 à 11^h 43′ 36″, temps vrai,

Différence d'aſcenſion droite entre α & Jupiter. . . . . — 1^d 41′ 32″.
Différence de déclinaiſon entre θ & Jupiter. . . . . . . 1. 2. 24.
Différence de déclinaiſon entre α & Jupiter. . . . . . 4. 36. 14.

D'où j'ai conclu à 11^h 43′ 36″, temps vrai,

L'aſcenſion droite de Jupiter. . 196^d 34′ 19″.
Déclinaiſon auſtrale. . . . . 5. 20. 15.
Longitude. . . . . 6^s 17. 18. 59.
Longitude. . . . . 6. 17. 18. 46 corrigée de l'aberration.
Latitude boréale. . . . . 1. 35. 31.

Les longitudes géocentriques réduites à l'écliptique, & les latitudes de Jupiter ſont, pour ces trois inſtans, par les Tables de M. Caſſini,

Jours.	*Longitudes.*	*Erreur des Tables.*	*Latitudes.*	*Erreur des Tables.*
6 Avril. . .	6^s 17^d 56′ 47″ ½	— 0′ 33″ ½	1^d 36′ 3″	+ 0′ 46″.
10 Avril. . .	6. 17. 25. 20	— 0. 58 ½	1. 35. 50	+ 0. 35.
11 Avril. . .	6. 17. 17. 55	— 0. 51	1. 35. 40	+ 0. 9.
Erreur moyenne.		— 0. 47 ½	. . . .	+ 0. 30.

Le

Le 6, à 18^h 14′ 32″, temps moyen, j'ai calculé le lieu du Soleil par les Tables de M. l'abbé de la Caille, je l'ai trouvé dans 0^f 17^d 55′ 33″; le lieu de Jupiter par les Tables de M. Caſſini, je l'ai trouvé dans 6^f 17^d 54′ 58″. Cette longitude corrigée de l'erreur des Tables, donne 6^f 17^d 55′ 45″$\frac{1}{2}$, ce qui montre qu'à 18^h 14′ 32″, le 6 Avril, Jupiter n'étoit éloigné de l'oppoſition que d'un angle de 12″$\frac{1}{2}$.

Donc l'oppoſition de Jupiter au Soleil eſt arrivée le 6 Avril à 18^h 19′, temps moyen, dans 6^f 17^d 55′ 45″, avec une latitude boréale de 1^d 35′ 30″, l'erreur des Tables de M. Caſſini en longitude étant — 0′ 47″$\frac{1}{2}$, & en latitude + 0′ 30″.

L'erreur des Tables de M. Wargentin, en longitude, eſt au contraire + 0′ 48″.



MÉMOIRE SUR LES POMPES.

Par M. le Chevalier DE BORDA.

L'OBJET de ce Mémoire est d'examiner l'effet des *étranglemens* ou *contractions* que les colonnes d'eau qui se meuvent dans les Pompes, éprouvent en traversant les passages des *soupapes*.

La méthode dont je vais me servir dans cet examen, pouvant s'appliquer avec une égale facilité à toutes les différentes espèces de pompes, j'ai pensé qu'il suffiroit de faire des recherches sur une seule espèce & j'ai choisi celle qui est la plus ordinaire; cette pompe qui est représentée dans la *figure 1.re*, est composée d'un simple tuyau vertical dont une extrémité puise dans un réservoir *MNOQ*, & l'autre extrémité aboutit à un bassin *AB* dans lequel l'eau est élevée, la partie inférieure du corps de pompe contient une soupape *KL*, & le piston porte d'autres soupapes *H* & *I*; il est facile d'imaginer que, lorsque le piston monte, l'eau inférieure pressée par le poids extérieur de l'atmosphère fait ouvrir la soupape *KL* & entre dans la partie *KH* du corps de pompe; que pendant ce mouvement l'eau supérieure se dégorge dans le bassin *AB*, & qu'ensuite, lorsque le piston descend, l'eau inférieure pressée par le poids de ce piston, en fait ouvrir les soupapes & passe dans la partie supérieure *HF*.

Je vais considérer dans les deux problèmes suivans deux manières principales de faire mouvoir les pistons des pompes.

PROBLEME I.

Soit une roue VST *qui tourne par l'action du poids* P *&* *qui fait mouvoir par le moyen d'une manivelle* RX *le piston* HI *d'une pompe* CO, *on suppose que cette roue ait acquis un mouvement à peu près uniforme, & on demande l'effet de la résistance produite par les* étranglemens.

SOLUTION.

Pour résoudre ce problème, je me servirai du principe de la conservation des forces vives, de la même manière que je l'ai fait dans mon Mémoire sur la Théorie des fluides, imprimé dans le volume de l'Académie de 1766; on a par ce principe l'incrément des forces vives de tout le système, pendant un instant, plus la perte de forces vives faite pendant le même instant, égal à l'incrément des momens de tout le système par rapport à un plan horizontal supérieur; mais je remarque qu'après une révolution entière la somme des incrémens des forces vives est nulle, parce qu'on suppose que la vîtesse de la roue est toujours la même à la fin de chaque révolution; il suit de-là que la somme des pertes de forces vives après une révolution entière, sera égale à la variation des momens de tout le système pendant ce même temps; il s'agit donc de trouver ces deux quantités, & pour cela

Soit la surface de la section transversale CF du corps de pompe.. $= A$.
Celle de la section DE de la branche qui porte le piston..... $= a$.
La hauteur à laquelle l'eau est élevée........................ $= H$.
Le rayon SX de la roue........................ $= R$.
Celui de la manivelle RX........................ $= r$.
La vîtesse de la circonférence de la roue que je supposerai à peu près uniforme........................ $= V$.
Le poids qui fait mouvoir la roue........................ $= P$.
La force de la gravité........................ $= g$.
Un élément du temps........................ $= dt$.
L'angle TXS qui marque la position de la manivelle après un temps quelconque t........................ $= z$.

Cela posé, je cherche d'abord la quantité de forces vives perdues par le fluide pendant l'ascension du piston. Je remarque 1.° que la colonne de fluide $NOZY$, en entrant dans le corps de pompe, éprouve une contraction, & acquiert par conséquent un accroissement de vîtesse qu'elle perd ensuite contre le fluide supérieur; or j'ai fait voir dans mon Mémoire sur les fluides, que cette perte de vîtesse supposoit dans le système une perte de forces vives

proportionnelle au carré de la différence des vîtesses de cette colonne, avant & après le choc; soit donc v la vîtesse actuelle du piston, mv celle du fluide au point de la contraction, & ε la petite tranche de fluide qui entre dans le corps de pompe pendant un instant, on aura la perte de forces vives qui vient de cette première contraction $= \frac{\varepsilon v^2}{2g} \times (m - 1)^2$; 2.° par la même raison, la colonne de fluide se contractant encore lorsqu'elle passe à travers la soupape KL, il y aura une nouvelle perte de forces vives qui, en supposant que le fluide acquiert par cette seconde contraction une vîtesse nv, sera $= \frac{\varepsilon vv}{2g} \times (n - 1)^2$; 3.° le fluide qui se dégorge dans le bassin supérieur, perd toute sa vîtesse contre le fluide stagnant de ce bassin, il y a donc encore dans cet endroit une autre perte de force vives $= \frac{\varepsilon . (A - a) . vv}{A . 2g}$; réunissant toutes ces quantités, on aura la perte de forces vives faite par le fluide dans un instant $= \varepsilon \frac{vv}{2g} [(m - 1)^2 + (n - 1)^2 + \frac{A - a}{A}]$; mais $v = \frac{Vr \text{ sin. } z}{R}$, $\varepsilon = A \times v\, dt = A r\, dz \text{ sin. } z$; mettant ces valeurs dans l'expression ci-dessus, on aura $\frac{AVVr^3}{2gR^2} \times \text{sin. } z^3 dz \times [(m - 1)^2 + (n - 1)^2 + \frac{A - a}{A})]$; intégrant cette quantité, on trouvera la perte de forces vives faite par le fluide pendant tout le temps de l'ascension du piston $= \frac{AVVr^3}{2gR^2} \times \frac{4}{3} [(m - 1)^2 + (n - 1)^2 + \frac{A - a}{A}]$.

Cherchons maintenant les forces vives perdues pendant la descente du piston. Il est clair que la colonne de fluide se contractera en passant à travers les soupapes H & I; supposons que cette contraction soit dans le rapport de p à 1, on verra facilement que la vîtesse du fluide au point de la contraction sera $= v \times (p - 1)$; d'ailleurs la vîtesse du fluide au-dessus du

piston $= \frac{av}{A - a}$; d'où il s'ensuit qu'il y aura au passage de cette soupape une perte de forces vives $= \varepsilon \times \frac{vv}{2g} \times (p - 1 - \frac{a}{A - a})^2$; outre cela, la quantité de fluide qui se dégorge dans le bassin supérieur $= \varepsilon \times \frac{a}{A}$, & sa vîtesse $= \frac{av}{A - a}$; & comme cette quantité de fluide perd tout son mouvement dans le bassin supérieur, il y aura encore une perte de forces vives $= \frac{\varepsilon a}{A} \times (\frac{a}{A - a})^2 \times \frac{vv}{2g}$; donc toute la force vive perdue par le fluide pendant un instant de la descente du piston, sera $= \frac{\varepsilon vv}{2g} \times [(p - \frac{A}{A - a})^2 + \frac{a}{A} \times (\frac{a}{A - a})^2] = \frac{AV^2 r^3 dz \text{ sin. } z^3}{2gRR} [(p - \frac{A}{A - a})^2 + \frac{a}{A} \times (\frac{a}{A - a})^2]$; intégrant, on aura la perte de forces vives, faite pendant tout le temps de la descente du piston $= \frac{Ar^3V^2}{2gR^2} \times \frac{4}{3} \times [(p - \frac{A}{A - a})^2 + \frac{a}{A} \times (\frac{a}{A - a})^2]$. On aura donc la somme des forces vives perdues pendant l'aspiration entière

$$= \frac{Ar^3V^2}{2gR^2} \times \frac{4}{3} \times [(m - 1)^2 + (n - 1)^2 + \frac{A - a}{A} + (p - \frac{A}{A - a})^2 + \frac{a}{A} \times (\frac{a}{A - a})^2].$$

Quant aux momens de tout le systême par rapport à un plan horizontal supérieur, il est clair que le poids p sera descendu après une révolution entière d'une quantité $R \times 360^\circ$, & qu'une quantité de fluide $2rA$ sera montée d'une hauteur H; on aura donc la variation totale des momens pendant une aspiration $= pR \times 360^\circ - 2rAH$; égalant cette quantité à celle que nous avons trouvée pour la perte des forces vives, on aura enfin l'équation

$$pR \times 360^\circ - 2rAH = \frac{Ar^3v^2}{2gR^2} \times \frac{4}{3} [(m - 1)^2 + (n - 1)^2 + \frac{A - a}{a} + (p - \frac{A}{A - a})^2 + a \times (\frac{a}{A - a})^2]$$

dont le second membre donne l'effet des étranglemens, C. Q. F. T. & D.

COROLLAIRE I.

Il est facile de voir par la solution, que le défaut causé par les étranglemens est, toutes choses égales d'ailleurs, proportionnel au carré de la vîtesse de la roue, & par conséquent au carré du nombre d'aspirations faites dans un temps donné.

COROLLAIRE II.

Si le fluide n'éprouvoit aucune contraction dans le corps de pompe, on auroit $p = \frac{2rAH}{R \times 360°}$; d'où on conclut que la force qui suffiroit pour faire agir cettte pompe, s'il n'y avoit pas de contraction, est à la force nécessaire lorsqu'il y a des contractions, comme $2rAH$ est à $2rAH + \frac{Ar^3V^2}{2gR^2} \times \frac{4}{3} [(m - 1)^2 + (n - 1)^2 + \frac{A - a}{a} + (p - \frac{A}{A - a})^2 + \frac{a^3}{(A - a)^3}]$.

PROBLEME II.

Supposons que la force qui fait mouvoir le piston, au lieu d'agir par le moyen d'une manivelle, soit appliquée directement à la branche mn, *& fasse aller la pompe en élevant & en laissant tomber alternativement le piston ; on demande de déterminer la résistance produite par les contractions que la colonne de fluide éprouve dans le corps de pompe.*

SOLUTION.

Je suppose pour simplifier la question, que le piston monte & descend uniformément; cela posé, soit t le temps pendant lequel il monte, θ celui pendant lequel il descend, h le jeu du piston, & F la force moyenne employée, on aura en conservant les dénominations de la solution précédente, 1.° les forces vives perdues pendant le temps de l'aspiration entière $= \frac{h^3}{2gt^2} \times [(m - 1)^2 + (n - 1)^2 + \frac{A - a}{A}] + \frac{h^3}{2g\theta^2}$

$\times \left[(p - \frac{A}{A-a})^2 + a(\frac{a}{A-a})^2\right]$. 2.° La variation du moment de la force $= hF$, celle du fluide $= - AhH$; on aura donc $hF - AhH = \frac{h^2}{2gt^2} \times \left[(m-1)^2 + (n-1) + \frac{A-a}{A}\right]$ $+ \frac{h^2}{2g\theta^2} \left[(p - \frac{A}{A-a})^2 + a(\frac{a}{A-a})^2\right]$, ce qui donnera l'effet des contractions ou étranglemens. C. Q. F. T. & D.

REMARQUE.

J'ai ſuppoſé dans la dernière ſolution, que le piſton ſe mouvoit uniformément, ſoit dans le temps qu'il monte, ſoit dans le temps qu'il deſcend; quoique cette ſuppoſition ſoit évidemment fauſſe, il ne paroît pas qu'elle puiſſe donner de grandes erreurs dans la pratique, parce qu'en effet le mouvement du piſton parvient très-promptement à l'uniformité; au reſte ſi on vouloit avoir égard aux variations de la vîteſſe du piſton pour en conclure plus exactement la ſomme des forces vives perdues, il faudroit d'abord déterminer le mouvement du piſton pendant tout le temps de l'aſpiration entière, & pour cela on pourroit employer la méthode dont je me ſuis ſervi dans mon Mémoire ſur les fluides; mais on tomberoit dans des réſultats longs & embarraſſans, parce qu'il faudroit avoir égard au mouvement du piſton, non-ſeulement lorſqu'il eſt élevé par la force motrice, mais encore lorſque, abandonné par cette force, il continue à ſe mouvoir par la vîteſſe acquiſe; il faudroit outre cela faire entrer dans ce calcul la force vive que le piſton perd ſubitement à la fin de ſa chute, & encore malgré toutes ces conſidérations, la ſolution ne ſeroit jamais entièrement exacte, parce qu'on ne pourroit connoître qu'imparfaitement la loi de la force motrice.

APPLICATIONS À LA PRATIQUE.

Je me propoſe de montrer dans les exemples ſuivans, la manière dont on doit faire uſage de ma ſolution dans la pratique, la première application que je ferai regardera les pompes que les *machines-à-feu* font mouvoir, on ſait que le jeu du piſton de ces

ſortes de pompes eſt ordinairement fort grand, ainſi ce ſera un extrême dans ce genre que nous conſidèrerons.

J'ai eu la facilité d'examiner une de ces machines qui vient d'être établie aux mines de charbon de Montrelais près d'Ingrande-ſur-Loire, elle élève les eaux de la profondeur de 612 pieds par dix répétitions de pompe, dont chacune eſt de 61 à 62 pieds, les piſtons ont 6 pieds 3 pouces de jeu, & la machine donne neuf coups de piſton par minute; ainſi chaque vibration dure $6''\frac{2}{3}$, mais j'ai remarqué que dans les changemens de mouvement de la machine, c'eſt-à-dire lorſque le piſton après être deſcendu va remonter, ou qu'après être monté il va redeſcendre, il y a un petit intervalle de temps pendant lequel la machine eſt pour ainſi dire en repos; & qu'outre cela le mouvement eſt très-lent dans les premiers inſtans de l'aſcenſion & de la deſcente du piſton; d'après ces conſidérations j'ai eſtimé que le vrai temps de la vibration étoit réduit à $5''\frac{1}{3}$ & chaque demi-vibration à $2''\frac{2}{3}$.

Cela poſé, j'ai cherché les différentes contractions qu'éprouvent les colonnes de fluide; pour cela, j'ai meſuré d'abord les ouvertures des ſoupapes des piſtons, mais j'ai vu que cela ne ſuffiſoit pas pour connoître les vraies contractions; en effet 1.° l'eau arrive à ces ouvertures par différentes directions convergentes qui, après que l'eau a traverſé les ſoupapes, produiſent un reſſerrement dans les colonnes plus grand que celui qu'indiqueroit le ſeul rétréciſſement des paſſages. 2.° Par la manière dont les valvules s'ouvrent, le fluide eſt rejeté contre la circonférence du corps de pompe, ce qui augmente encore le reſſerrement; il ſuit de-là que les contractions ſont plus grandes qu'on ne l'eſtimeroit par le rapport du paſſage des ſoupapes à l'ouverture entière de la pompe; & c'eſt pour cela que quoique dans le piſton que j'ai examiné, ce rapport fût celui de 4 à 1, j'ai eſtimé que la vîteſſe du fluide au point de la contraction, étoit ſix fois plus grande que celle du piſton; quant à la ſoupape fixe, il m'a paru qu'elle devoit contracter la colonne dans le rapport de 5 à 1; enfin l'orifice inférieur du corps de pompe étant garni d'une petite grille deſtinée à empêcher les corps étrangers d'entrer dans le corps de pompe, j'ai eſtimé que les différens reſſerremens qu'elle produiſoit,

équivaloient

équivaloient à la contraction causée par la soupape fixe KL.

On aura donc dans l'exemple que nous examinons, $m = 5$, $n = 5$, $p = 6$, $H = 61$, $h = 6\frac{1}{4}$, $t = \theta = 2'',66$; & j'ai trouvé que $a = \frac{1}{3}A$; mettant ces valeurs dans l'équation du Problème II, on aura $F = A \times [61 + \frac{(6\frac{1}{4})^2}{60 \times (2,66)^2} \times (16 + 16 + \frac{2}{3} + \frac{81}{4} + \frac{1}{6})] = A \times (61 + 4,88)$; & par conséquent la force nécessaire pour faire mouvoir cette pompe, est à la force qui suffiroit, s'il n'y avoit pas de contraction, comme $61 + 4,88$ est à 61; d'où il suit que les différens étranglemens que les colonnes de fluide éprouvoient dans les pompes diminuoient l'effet de la machine de plus d'un 13.me

J'ai encore appliqué ma solution à l'examen des pompes d'une autre machine-à-feu que j'ai vu employée au dessèchement d'un grand lac, cette machine n'élevoit l'eau qu'à 5 pieds de hauteur seulement, elle faisoit dix aspirations par minute, le jeu de chaque piston étoit de 6 pieds : il y avoit, ainsi que dans la machine précédente, deux temps de repos, chacun d'une demi-seconde à peu près entre les changemens de mouvement de la machine; le piston paroissoit monter avec plus de vîtesse qu'il ne descendoit, & j'estimai que le temps de la levée étoit à celui de la descente, comme 3 est à 4. Par la mesure des ouvertures des soupapes & par la manière dont les clapets s'ouvroient, je jugeai que les passages des soupapes du piston, contractoient la colonne de fluide dans le rapport de $4\frac{1}{2}$ à 1, & que les soupapes inférieures produisoient une contraction un peu plus grande; enfin, je trouvai que la contraction à l'entrée du corps de pompe pouvoit être négligée, ainsi que la grosseur des branches de fer qui portoient les pistons; on avoit donc $m = 1$, $n = 4\frac{3}{4}$ à peu près, $p = 4\frac{1}{2}$, $a = 0$, $t = 2\frac{1}{7}$, $\theta = 2\frac{6}{7}$; mettant ces valeurs dans l'équation du Problème II, on aura $F = A \times [5 + \frac{6^2}{60 \times (2\frac{1}{7})^2} \times [(\frac{15}{4})^2 + 1] + \frac{6^2}{60 \times (2\frac{6}{7})^2} \times (\frac{49}{4})] = A \times (5 + 2,868)$; par conséquent la force nécessaire pour faire mouvoir ces pompes, étoit à la force

qui auroit suffi s'il n'y avoit eu aucun étranglement dans les colonnes de fluide, comme 7,868 est à 5.

Pour faire voir dans cet exemple, combien les défauts qui viennent des étranglemens, sont augmentés par la vîtesse qu'on donne aux pistons, supposons que sans rien changer à cette machine on eût seulement rapproché d'un tiers de leur distance les centres des pompes du centre du balancier, & qu'on eût augmenté le nombre de ces pompes, de manière que la machine eût toujours eu la même résistance à vaincre, & qu'elle eût donné le même nombre de coups de piston que ci-devant; il est clair qu'alors le jeu des pistons des pompes auroit été réduit aux deux tiers de ce qu'il etoit auparavant; par conséquent, la quantité 2,868, que nous avons trouvée pour l'effet des étranglemens, auroit été diminuée dans le rapport de 9 à 4; on auroit donc eu $= F' = A \times (5 + 1,275)$; mais on avoit ci-dessus $= F = A \times (5 + 2,868)$; ainsi par ce seul changement, les résistances de chaque piston auroient diminué, & l'effet de la machine auroit pu être augmenté dans le rapport de 7868 à 6275, ou de 5 à 4.

La dernière application que je vais faire regardera les pompes qu'on emploie ordinairement dans nos Vaisseaux. La pompe que j'ai examinée avoit 6 pouces de diamètre intérieur; le passage de la soupape inférieure avoit 3 pouces $\frac{1}{2}$ de diamètre, ce qui indiqueroit une contraction dans le rapport de 3 à 1 seulement; mais par les raisons que j'ai données ci-dessus, cette contraction étoit en effet plus grande, & je l'ai estimée dans le rapport de $4\frac{1}{2}$ à 1. J'ai estimé de la même manière que la contraction produite par le passage de la soupape du piston étoit dans le rapport de 6 à 1; enfin l'orifice inférieur de la pompe étoit garni d'une lame de plomb percée de plusieurs petits trous qui, ensemble, pouvoient être égaux au passage de la soupape *KL*, & qui devoient produire à peu-près la même contraction que cette soupape.

J'ai vu mouvoir cette pompe par le moyen de onze hommes, qui, dans 15 minutes de temps, ont donné cinq cents quatre-vingt-deux coups de piston dont le jeu moyen étoit de 2 pieds; comme il m'a paru que le piston employoit moins de temps à

monter qu'à descendre, je supposerai que le temps de la levée étoit à celui de la descente, comme 3 à 4; d'après cela, le piston devoit monter dans o",663 & descendre dans o",883; mais je réduis ces temps à o",6 & o",8, à cause des momens de repos qui se trouvoient entre les changemens de mouvement du piston.

D'après ce que nous venons de dire, on a $m = 4\frac{1}{2}$, $n = 4\frac{1}{2}$, $p = 6$, $t = 0'',6$ & $\theta = 0'',8$; d'ailleurs H étoit = 15 pieds, $a = \frac{2}{7}A$; mettant ces valeurs dans l'équation du Problème, on aura

$$F = A\left[15 + \frac{4}{60 \times (0,6)^2} \times \left(\frac{49}{2} + \frac{5}{7}\right) + \frac{4}{60 \times (0,8)^2} \times \left(\left(\frac{23}{5}\right)^2 + \frac{2}{7} \times \frac{4}{25}\right)\right] = A \times (15 + 6,88);$$

d'où il suit que par l'effet des étranglemens, il y avoit presque un tiers de la force de perdu.

Supposons que le jeu du piston n'eût été que de 18 pouces au lieu de 2 pieds, on auroit trouvé $F = A \times (15 + 6,88 \times \frac{9}{16}) = A \times (15 + 3,87)$, & alors la résistance causée par les étranglemens n'auroit été que la cinquième partie à peu-près de la force totale employée.

Supposant encore que le jeu du piston n'eût été que de 18 pouces, & qu'outre cela le nombre de vibrations eût été réduit à 30 par minute (au lieu que dans l'expérience citée il étoit de 39 par minute), la résistance causée par les étranglemens n'auroit plus été que la septième partie de la force totale.

Nous croyons inutile de pousser plus loin les applications de notre solution; on comprend assez la manière dont il faut s'en servir pour déterminer dans tous les cas les défauts qui viennent des étranglemens, non-seulement dans les pompes que nous venons d'examiner, mais encore dans toutes les autres espèces de pompes.

ADDITION.

J'AI supposé, dans ma solution du *Problème II*, que le piston, après avoir été élevé par l'action de la force F, retomboit ensuite

par ſon propre poids; j'ai eu la curioſité d'éprouver ſi le temps qu'un piſton emploieroit à deſcendre d'une hauteur donnée dans un corps de pompe, différeroit beaucoup de celui qu'on trouveroit par ma théorie. Pour cela, j'ai d'abord cherché le mouvement du piſton, & je l'ai déterminé de la manière ſuivante.

Fig. 1. Soit la hauteur CG du baſſin AB. . . . . $= b$.

La hauteur d'une colonne d'eau qui auroit le même diamètre que le corps de pompe & la même peſanteur que le piſton . . . $= E$.

La ſection tranſverſale du corps de pompe . . . . $= A$.

Celle de la branche qui porte le piſton . . . . $= a$.

La ſection de la colonne de fluide à ſa plus grande contraction lorſqu'elle a traverſé la ſoupape . . . . $= pA$.

Suppoſons qu'après un temps t depuis le commencement du mouvement, le piſton ſoit parvenu en H, & ſoit $HG = x$, la vîteſſe en $H = u$, & la force de la gravité $= g$.

On aura 1.° la force vive du piſton $= AE\frac{uu}{2g}$, celle du fluide $CI = (A-a) \times (x-b) \times \frac{aauu}{2g \times (A-a)^2}$ (parce que la vîteſſe de cette partie du fluide $= \frac{au}{A-a}$); donc la force vive totale actuelle $= \frac{uu}{2g} \times [AE + \frac{aa}{A-a} \times (x-b)]$; & ſon incrément $= \frac{udu}{g} \times [AE + \frac{aa}{A-a} \times (x-b)] + \frac{uu}{2g} \times \frac{aa}{A-a}dx$.

2.° La perte de forces vives pendant cet inſtant $=$ (*Prob. II*) $\frac{uudx}{2g} \times [A \times (p - \frac{A}{A-a})^2 + \frac{a^3}{(A-a)^2}]$.

3.° L'incrément du moment du piſton $= AEdx$, & celui du moment du fluide $= - axdx$.

Donc on aura en réuniſſant ces trois eſpèces de quantités

$\frac{udu}{g} \times [AE + \frac{aa}{A-a} \times (x-b)] + \frac{uudx}{2g} \times [A \times (p - \frac{A}{A-a})^2 + \frac{Aa^2}{(A-a)^2}] = (AE - ax)dx$. C. Q. F. T.

Intégrant cette équation, on parvient à une expreſſion finie de la vîteſſe; mais pour tirer de cette expreſſion une valeur de t en x qui eſt celle qu'il nous importe de connoître, il eſt néceſſaire de recourir à une approximation, & voici celle qui m'a paru la plus ſimple; j'ai remarqué que les coëfficiens de x dans l'équation trouvée, ſont très-petits, & que d'ailleurs la différence entre la plus grande & la plus petite valeur de x eſt peu conſidérable, d'où il ſuit qu'on peut ſans une grande erreur mettre pour x dans le coëfficient de udu une valeur conſtante h qui tienne le milieu entre les valeurs extrêmes de x, & alors l'équation prendra cette forme $Mudu + uudx = Ndx$, (M & N étant des conſtantes poſitives); intégrant, on aura $uu = N \times (1 - c^{-\frac{2(x-h')}{M}})$, h' étant la valeur de x au commencement du mouvement: mettant enſuite pour u ſa valeur $\frac{dx}{dt}$, & intégrant de nouveau on aura l'équation $t = \frac{M}{2\sqrt{(N)}} \times L \left[\frac{1 + \sqrt{(1 - c^{-\frac{2e}{M}})}}{1 - \sqrt{(1 - c^{-\frac{2e}{M}})}}\right]$ dans laquelle e eſt la quantité dont le piſton eſt deſcendu,

$$M = \frac{E + \frac{aa}{A \times A - a}(h-b)}{(p - \frac{A}{A-a})^2 + \frac{a^3}{(A-a)^2}} \times 2, \quad N = \frac{E - \frac{ha}{A}}{(p - \frac{A}{A-a})^2 + \frac{a^3}{(A-a)^2}} \times 2g.$$

Maintenant, voici l'expérience que j'ai faite, j'ai cloué ſur l'ouverture de la ſoupape d'un piſton, une plaque de fer-blanc, dans le milieu de laquelle il y avoit un trou exactement rond de 18 lignes de diamètre; ce piſton, que j'avois chargé de poids ſuffiſans, étant à ſon point le plus bas, peſoit 41 livres, & comme il déplaçoit un volume d'eau d'un demi-pied cube, ſon poids total étoit de 77 livres, ce qui équivaloit à une colonne de 5 pieds $\frac{1}{2}$ de hauteur (parce que le corps de pompe avoit

6 pouces de diamètre); j'ai obſervé pluſieurs fois avec un pendule à demi-ſeconde, que ce piſton ainſi chargé ayant été élevé dans la pompe à la hauteur de 4 pieds, eſt deſcendu dans le temps de douze vibrations du pendule; voyons à préſent ce que le calcul donneroit. Nous avons déjà dit que le trou fait dans la plaque de fer-blanc n'avoit que 18 lignes de diamètre, ainſi le paſſage de l'eau n'étoit que la ſeizième partie de l'étendue de la ſection du corps de pompe, ce qui indiqueroit une contraction dans le rapport de 16 à 1; mais la colonne de fluide, après avoir traverſé la ſoupape, ſe contractoit encore dans le rapport de 14 à 10 à peu-près; donc la contraction totale étoit dans le rapport de 16 × 14 à 10, ou de 22,4 à 1; on avoit donc $p = 22,4$; d'ailleurs a étoit $= \frac{2}{7}A$ & $h = 7$. Mettant ces valeurs dans l'équation ci-deſſus, on trouvera $t = 5'' \frac{3}{4}$; or l'expérience a donné 6", ainſi ma théorie s'accorde aſſez bien avec l'expérience.

REMARQUE qui a rapport à la réſiſtance des fluides.

Si dans l'équation que nous venons de trouver, on ſuppoſe que la vîteſſe eſt parvenue à l'uniformité, que la branche qui porte le piſton a un diamètre infiniment petit, & que le piſton eſt abandonné à ſa ſeule peſanteur, on trouvera $uu = \frac{2gE}{(p-1)^2}$; d'où il ſuit que la vîteſſe d'un piſton qui ſe meut dans un corps de pompe étant u, la réſiſtance qu'il éprouve $= \frac{Auu \times (p-1)^2}{2g}$;

Fig. 2. ainſi en ſuppoſant *(fig. 2)* que la colonne qui paſſe à travers la ſoupape ſe contracte de manière qu'elle n'ait plus que le diamètre CD, on aura la hauteur de la colonne de fluide qui repréſente la réſiſtance $= \frac{uu}{2g} \times (\frac{AB^2}{CD^2} - 1)$.

Fig. 3. De la même manière, ſi un cercle AB *(fig. 3)* d'un diamètre plus petit que le corps de pompe, ſe mouvoit perpendiculairement à l'axe de la pompe, en faiſant refouler l'eau autour de ſa circonférence, & que par ce mouvement la colonne de fluide contractée n'occupât plus que la couronne $CDEF$, la réſiſtance

qu'éprouveroit ce cercle ſeroit $= \frac{Auu}{2g} \times \left(\frac{DE}{CF^2 - DE^2}\right)$; mais il faut remarquer que ce réſultat n'eſt exact que lorſque l'intervalle entre le cercle & les parois intérieures de la pompe eſt fort petit, parce qu'alors on peut ſuppoſer, ainſi que nous l'avons fait dans notre ſolution, que les molécules de fluide qui ſont refoulées, ſe meuvent toutes avec la même vîteſſe: au lieu que ſi le diamètre de la pompe étoit beaucoup plus grand que celui du cercle (comme dans la *figure 4*), les parties voiſines de la circonférence du cercle ayant alors beaucoup plus de vîteſſe que celles qui en ſeroient éloignées, l'expreſſion que nous avons trouvée pour la réſiſtance, ſeroit fondée ſur une fauſſe ſuppoſition. Il faudroit dans le cas de la *figure 4*, pouvoir déterminer la plus grande vîteſſe à laquelle chaque molécule parvient; prenant enſuite la ſomme des carrés de ces plus grandes vîteſſes, on auroit une quantité proportionnelle à la réſiſtance.



MÉMOIRE

SUR LES

ÉLÉMENS DE L'ORBITE DE SATURNE.

Par M. DE LA LANDE.

14 Décemb. 1768.

LE dérangement ſingulier & nouveau que j'ai fait voir dans le mouvement de Saturne, prouve aſſez qu'il eſt impoſſible de concilier avec une ſeule hypothèſe les obſervations anciennes & les modernes, & de les repréſenter toutes avec les mêmes Tables; cependant le beſoin que nous avons de Tables qui ſoient actuellement exactes, ſoit pour les calculs de la Connoiſſance des Temps, ſoit pour l'uſage des Longitudes en mer, où l'on peut comparer la Lune à Saturne, m'a fait rechercher s'il étoit poſſible de concilier les obſervations faites depuis trente ans, de manière à pouvoir eſpérer de nos Tables quelque préciſion pour les années qui vont ſuivre; j'y ſuis parvenu au-delà de mes eſpérances, & je ne doute pas que les calculs faits ſur mes nouveaux élémens, ne ſoient aſſez bien d'accord pendant pluſieurs années à l'avenir, avec les obſervations; c'eſt tout ce que l'on peut eſpérer quant à préſent; ne voyant point encore ni la période, ni la loi, ni la cauſe des dérangemens de Saturne.

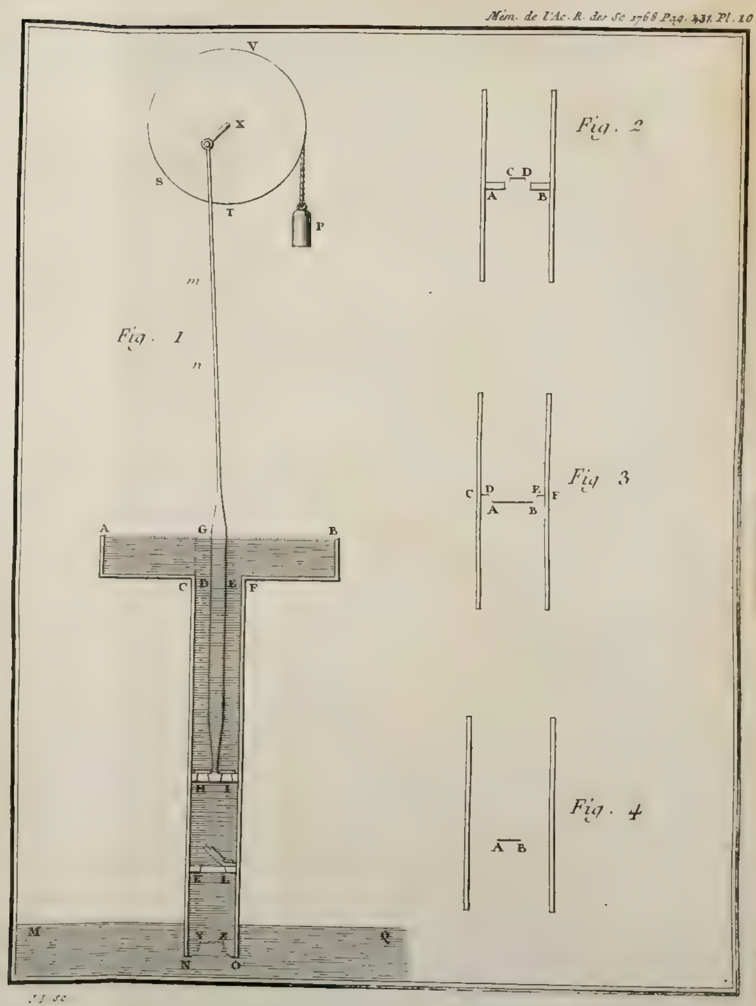
J'ai choiſi les obſervations de 1738, 1746, 1753, 1760 & 1767, faites dans les apſides & dans les moyennes diſtances, & après pluſieurs tentatives, en ſuivant la méthode que j'ai expliquée dans mon Aſtronomie *(Liv. VI, art. 964)*; j'ai trouvé qu'il falloit faire aux élémens des Tables de M. Halley les corrections ſuivantes.

J'ajoute 12′ 44″ à l'époque de la longitude moyenne en 1753, & 17′ 0″ à celle de l'aphélie pour le même temps; j'ôte 8′ 46″ de la plus grande équation du centre, j'ajoute 5″$\frac{1}{8}$ au mouvement annuel de Saturne, ou 8′ 33″ au mouvement ſéculaire; j'ai conſervé le mouvement de l'aphélie de Saturne tel qu'il

. 2

. 3

. 4



V
X
S
T
P
m
Fig. 1
n
A
G
B
C
D
E
F
H
I
K
L
M
Y
Z
Q
N
O
Fig. 2
C D
A
B
Fig 3
C
D
E
F
A
B
Fig. 4
A B

S J sc

qu'il est dans les Tables de Halley, non que je croie avoir aucune raison de l'adopter, mais parce que je n'avois aucune espérance de pouvoir le déterminer, & qu'il influe peu sur les lieux de Saturne pendant quelques années, auxquels je me restreins quant à présent.

Pour que l'on voie avec quelle précision j'ai représenté par mes nouvelles Tables le mouvement de Saturne dans les principaux points de son orbite, je vais placer ici les Longitudes en opposition, observées & réduites à l'orbite, avec l'erreur de mes nouvelles Tables; le signe + signifie qu'il faut ajouter à la longitude des Tables.

	TEMPS MOYEN à Paris.	LONGITUDES observées.	ERREUR.	ANOMALIE.
1738	28 Décemb. 1^h 7′	3^s 6^d 43′ 43″	− 31″	6^s 6^d 13″
1746	31 Mars. . . 10. 51	6. 11. 4. 18	+ 42	9. 4. 54
1753	23 Juin. . . 22. 17	9. 2. 52. 49	+ 2	0. 3. 11
1760	17 Septemb. 8. 11	11. 25. 19. 25	− 1	3. 1. 30
1767	22 Décemb. . 0. 52	3. 0. 31. 39	− 1	6. 0. 8

On ne pouvoit y employer d'observations plus récentes, puisque l'opposition de 1767, est la dernière que nous ayons observée, ni espérer une plus grande précision que celle des quatorze dernières années; j'aurois pu me rapprocher un peu des deux premières observations, mais mon objet étoit mieux rempli en me tenant près des dernières.

Pour faciliter les calculs de Saturne, dans ma nouvelle hypothèse, à ceux qui n'auroient entre les mains que les Tables de M. Halley, telles que je les ai publiées en 1759, je placerai ici une Table du changement qu'il faut faire, tant à l'équation qu'au logarithme de la distance pour mille parties de changement dans l'excentricité, qui font 7′ 14″ de diminution dans la plus grande équation des Tables de Halley. M. DE CHALIGNY, Chanoine régulier de la Congrégation de France à Metz, a bien voulu prendre la peine de faire ces calculs, de même que beaucoup

d'autres dont j'aurai occasion de rendre compte ailleurs: cette Table n'est pas à la vérité pour le nombre de 8′ 46″ auquel je m'en tiens dans ce Mémoire, mais je n'ai pas cru que cela méritât de changer les nombres que le calcul lui a donnés, parce qu'il suffira, pour y suppléer, d'une simple partie proportionnelle; d'ailleurs il faudra probablement dans quelques années employer d'autres nombres, & la Table de M. de Chaligny pourra servir dans tous les cas à trouver aisément l'équation de Saturne pour l'excentricité que l'on voudra choisir.

À l'égard du lieu du nœud, les observations que j'ai faites à la fin de 1768, m'ont appris qu'il falloit ajouter 15 minutes à celui qui est dans les Tables de Halley, en sorte qu'on a pour le commencement de 1769, $3^{s}\ 21^{d}\ 40'\ 47''$. Ces élémens représentent exactement le lieu de Saturne tant en longitude qu'en latitude, que j'ai observé dans l'opposition du 4 Janvier 1769, & je m'en suis servi pour calculer les nouvelles Tables de Saturne, qui seront dans mon ASTRONOMIE.

Longitude moyenne de Saturne le 1.er Janvier 1772.	4^{s}	19^{d}	46′	30″.
Aphélie de Saturne	9.	0.	27.	30.
Nœud ascendant	3.	21.	42.	17.
Mouvement séculaire de Saturne	4.	23.	14.	30.
Mouvement de l'aphélie		2.	30.	0.
Mouvement du Nœud		0.	50.	0.
Équation de l'orbite		6.	23.	19.
Inclinaison		2.	30.	20.

Équation séculaire 47 secondes pour un siècle; elle augmente comme les carrés des temps.



TDE LA DISTANCE DE SATURNE;

Tables de HALLEY de 1000 parties.

De	F. o- ès.	III.	Diff. des Hypothèses.	IV. —	Diff. des Hypothèses.	IV.	Diff. des Hypothèses.	V. —	Diff. des Hypothèses.	V.	Diff. des Hypothèses.	
	S.	59.		D. M. S.	M. S.	59.		D. M. S.	M. S.	59.		
	8	80906	51	5. 44. 39	6. 39	68320	192	3. 24. 36	4. 5	58364	399	30
	9	80485	43	5. 41. 30	6. 36	67925	201	3. 18. 32	3. 57	58122	404	29
	11	80062	36	5. 38. 15	6. 32	67532	209	3. 12. 23	3. 49	57887	409	28
	12	79639	28	5. 34. 53	6. 29	67143	217	3. 6. 9	3. 42	57659	414	27
	13	79214	20	5. 31. 24	6. 26	66756	224	2. 59. 51	3. 35	57439	419	26
	13	78789	12	5. 27. 47	6. 23	66372	231	2. 53. 29	3. 28	57226	423	25
	14	78364	4	5. 24. 5	6. 18	65993	239	2. 47. 4	3. 20	57021	428	24
	13	77937	+ 4	5. 20. 16	6. 14	65618	247	2. 40. 35	3. 12	56824	433	23
	13	77511	+ 12	5. 16. 20	6. 10	65247	255	2. 34. 3	3. 4	56634	437	22
	13	77085	20	5. 12. 17	6. 6	64880	263	2. 27. 26	2. 57	56451	441	21
1	14	76658	29	5. 8. 8	6. 2	64516	269	2. 20. 46	2. 49	56276	444	20
1	13	76232	38	5. 3. 53	5. 57	64157	286	2. 14. 4	2. 40	56109	447	19
1	13	75806	46	4. 59. 32	5. 52	63804	284	2. 7. 19	2. 32	55951	451	18
1	12	75380	54	4. 55. 4	5. 47	63455	292	2. 0. 31	2. 23	55801	454	17
1	12	74954	62	4. 50. 30	5. 42	63110	299	1. 53. 39	2. 16	55659	457	16
1	11	74527	69	4. 45. 50	5. 36	62770	305	1. 46. 45	2. 8	55525	460	15
1	10	74103	77	4. 41. 4	5. 31	62437	314	1. 39. 49	2. 0	55400	463	14
1	8	73680	86	4. 36. 12	5. 26	62108	321	1. 32. 51	1. 52	55282	465	13
1	7	73258	95	4. 31. 14	5. 21	61784	328	1. 25. 51	1. 43	55174	468	12
1	5	72837	103	4. 26. 10	5. 16	61466	335	1. 18. 49	1. 34	55074	470	11
2	3	72416	110	4. 21. 0	5. 10	61152	341	1. 11. 44	1. 26	54983	573	10
2	1	71997	118	4. 15. 46	5. 3	60846	347	1. 4. 39	1. 17	54901	475	9
2	59	71581	127	4. 10. 26	4. 56	60544	353	0. 57. 32	1. 8	54826	477	8
2	57	71166	135	4. 5. 0	4. 49	60249	359	0. 50. 23	1. 0	54760	478	7
2	56	70752	143	3. 59. 28	4. 43	59961	366	0. 43. 13	0. 52	54703	479	6
2	54	70340	151	3. 53. 51	4. 38	59678	372	0. 36. 2	0. 44	54654	480	5
2	51	69932	160	3. 48. 10	4. 32	59403	378	0. 28. 50	0. 35	54615	481	4
2	48	69525	168	3. 42. 24	4. 25	59133	384	0. 21. 38	0. 26	54584	481	3
2	45	69121	176	3. 36. 33	4. 18	58871	39[illegible]	0. 14. 26	0. 17	54562	482	2
2	42	68720	185	3. 30. 37	4. 11	58613	394	0. 7. 13	0. 9	54549	482	1
3	39	68320	192	3. 24. 36	4. 5	58364	399	0. 0. 0	0. 0	54544	482	0
		VIII.		VII. +		VII.		VI. +		VI.		Deg.

TABLE DE L'ÉQUATION ET DU LOGARITHME DE LA DISTANCE DE SATURNE;

L'excentricité étant supposée de 53381, plus petite que dans les Tables de HALLEY *de 1000 parties.*

Degr.	O. −	Diff. des Hypothèses.	O.	Diff. des Hypothèses.	I. −	Diff. des Hypothèses.	I.	Diff. des Hypothèses.	II. −	Diff. des Hypothèses.	II.	Diff. des Hypothèses.	III. −	Diff. des Hypothèses.	III.	Diff. des Hypothèses.	IV. −	Diff. des Hypothèses.	IV.	Diff. des Hypothèses.	V. −	Diff. des Hypothèses.	V.	Diff. des Hypothèses.	
	D. M. S.	M. S.	600.		D. M. S.	M. S.			D. M. S.	M. S.	59.		D. M. S.	M. S.	59.		D. M. S.	M. S.	59.		D. M. S.	M. S.	59.		
0	0. 0. 0	0. 0	3197	431	3. 1. 16	3. 11	6000425	386	5. 21. 26	5. 47	92484	257	6. 23. 55	7. 8	80906	51	5. 44. 39	6. 39	68320	192	3. 24. 36	4. 5	58364	399	30
1	0. 6. 17	0. 6	3194	431	3. 6. 50	3. 17	0218	383	5. 24. 57	5. 52	92146	251	6. 24. 20	7. 9	80485	43	5. 41. 30	6. 36	67925	201	3. 18. 32	3. 57	58122	404	29
2	0. 12. 33	0. 13	3184	431	3. 12. 20	3. 23	0026	380	5. 28. 23	5. 56	91804	244	6. 24. 37	7. 11	80062	36	5. 38. 15	6. 32	67532	209	3. 12. 23	3. 49	57887	409	28
3	0. 18. 49	0. 20	3168	431	3. 17. 48	3. 29	5999827	378	5. 31. 43	6. 0	41458	238	6. 24. 48	7. 12	79639	28	5. 34. 53	6. 29	67143	217	3. 6. 9	3. 42	57659	414	27
4	0. 25. 5	0. 26	3146	431	3. 23. 12	3. 35	9623	375	5. 34. 57	6. 5	91108	232	6. 24. 51	7. 13	79214	20	5. 31. 24	6. 26	66756	224	2. 59. 51	3. 35	57439	419	26
5	0. 31. 20	0. 33	3117	431	3. 28. 33	3. 41	9414	372	5. 38. 6	6. 9	90753	226	6. 24. 48	7. 13	78789	12	5. 27. 47	6. 23	66372	231	2. 53. 29	3. 28	57226	423	25
6	0. 37. 35	0. 40	3083	430	3. 33. 52	3. 47	9199	369	5. 41. 10	6. 12	90395	220	6. 24. 37	7. 14	78364	4	5. 24. 5	6. 18	65993	239	2. 47. 4	3. 20	57021	428	24
7	0. 43. 50	0. 46	3042	429	3. 39. 7	3. 52	8978	366	5. 44. 8	6. 15	90034	213	6. 24. 20	7. 13	77937	+ 4	5. 20. 16	6. 14	65618	247	2. 40. 35	3. 12	56824	433	23
8	0. 50. 4	0. 52	2996	428	3. 44. 18	3. 58	8752	362	5. 47. 0	6. 19	89668	207	6. 23. 55	7. 13	77511	+ 12	5. 16. 20	6. 10	65247	255	2. 34. 3	3. 4	56634	437	22
9	0. 56. 17	0. 59	2942	427	3. 49. 26	4. 3	8521	357	5. 49. 46	6. 23	89299	201	6. 23. 23	7. 13	77085	20	5. 12. 17	6. 6	64880	263	2. 27. 26	2. 57	56451	441	21
10	1. 2. 29	1. 5	2883	426	3. 54. 31	4. 9	8284	353	5. 52. 27	6. 26	88927	195	6. 22. 44	7. 14	76658	29	5. 8. 8	6. 2	64516	269	2. 20. 46	2. 49	56276	444	20
11	1. 8. 40	1. 12	2817	425	3. 59. 32	4. 14	8042	348	5. 55. 2	6. 29	88551	188	6. 21. 58	7. 13	76232	38	5. 3. 53	5. 57	64157	286	2. 14. 4	2. 40	56109	447	19
12	1. 14. 50	1. 19	2745	425	4. 4. 30	4. 20	7794	344	5. 57. 30	6. 32	88172	181	6. 21. 4	7. 13	75806	46	4. 59. 32	5. 52	63804	284	2. 7. 19	2. 32	55951	451	18
13	1. 21. 0	1. 25	2667	423	4. 9. 23	4. 25	7542	340	5. 59. 52	6. 35	87790	174	6. 20. 4	7. 12	75380	54	4. 55. 4	5. 47	63455	292	2. 0. 31	2. 23	55801	454	17
14	1. 27. 8	1. 31	2582	422	4. 14. 12	4. 31	7284	336	6. 2. 8	6. 38	87405	167	6. 18. 56	7. 12	74954	62	4. 50. 30	5. 42	63110	299	1. 53. 39	2. 16	55659	457	16
15	1. 33. 15	1. 37	2491	420	4. 18. 57	4. 36	7020	331	6. 4. 19	6. 41	87017	160	6. 17. 41	7. 11	74527	69	4. 45. 50	5. 36	62770	305	1. 46. 45	2. 8	55525	460	15
16	1. 39. 20	1. 44	2395	418	4. 23. 39	4. 41	6751	327	6. 6. 23	6. 43	86626	153	6. 16. 19	7. 10	74103	77	4. 41. 4	5. 31	62437	314	1. 39. 49	2. 0	55400	463	14
17	1. 45. 24	1. 50	2292	416	4. 28. 16	4. 46	6477	323	6. 8. 21	6. 46	86232	146	6. 14. 50	7. 8	73680	86	4. 36. 12	5. 26	62108	321	1. 32. 51	1. 52	55282	465	13
18	1. 51. 26	1. 57	2183	415	4. 32. 49	4. 52	6198	319	6. 10. 12	6. 49	85835	140	6. 13. 13	7. 7	73258	95	4. 31. 14	5. 21	61784	328	1. 25. 51	1. 43	55174	468	12
19	1. 57. 27	2. 3	2068	413	4. 37. 18	4. 57	5915	314	6. 11. 57	6. 51	85436	134	6. 11. 30	7. 5	72837	103	4. 26. 10	5. 16	61466	335	1. 18. 49	1. 34	55074	470	11
20	2. 3. 25	2. 10	1947	411	4. 41. 42	5. 2	5626	309	6. 13. 35	6. 53	85034	127	6. 9. 39	7. 3	72416	110	4. 21. 0	5. 10	61152	341	1. 11. 44	1. 26	54983	473	10
21	2. 9. 21	2. 17	1819	410	4. 46. 2	5. 7	5333	304	6. 15. 7	6. 55	84631	119	6. 7. 41	7. 1	71997	118	4. 15. 46	5. 3	60846	347	1. 4. 39	1. 17	54901	475	9
22	2. 15. 17	2. 23	1686	408	4. 50. 17	5. 11	5035	299	6. 16. 33	6. 57	84225	111	6. 5. 36	6. 59	71581	127	4. 10. 26	4. 56	60544	353	0. 57. 32	1. 8	54826	477	8
23	2. 21. 10	2. 29	1547	405	4. 54. 28	5. 16	4732	294	6. 17. 52	6. 59	83816	104	6. 3. 24	6. 57	71166	135	4. 5. 0	4. 49	60249	359	0. 50. 23	1. 0	54760	478	7
24	2. 27. 0	2. 36	1401	403	4. 58. 34	5. 21	4424	289	6. 19. 4	7. 1	83406	96	6. 1. 4	6. 56	70752	143	3. 59. 28	4. 43	59961	366	0. 43. 13	0. 52	54703	479	6
25	2. 32. 49	2. 42	1250	400	5. 2. 35	5. 26	4112	284	6. 20. 9	7. 3	82993	89	5. 58. 37	6. 54	70340	151	3. 53. 51	4. 38	59678	372	0. 36. 2	0. 44	54654	480	5
26	2. 38. 35	2. 48	1093	397	5. 6. 32	5. 30	3795	279	6. 21. 8	7. 4	82579	81	5. 56. 4	6. 51	69932	160	3. 48. 10	4. 32	59403	378	0. 28. 50	0. 35	54615	481	4
27	2. 44. 19	2. 54	0929	395	5. 10. 23	5. 34	3474	273	6. 22. 0	7. 5	82164	70	5. 53. 23	6. 48	69525	168	3. 42. 24	4. 25	59133	384	0. 21. 38	0. 26	54584	481	3
28	2. 50. 1	2. 59	0760	392	5. 14. 9	5. 39	3148	268	6. 22. 45	7. 6	81746	66	5. 50. 36	6. 45	69121	176	3. 36. 33	4. 18	58871	390	0. 14. 26	0. 17	54562	482	2
29	2. 55. 40	3. 5	0585	389	5. 17. 50	5. 43	2818	263	6. 23. 44	7. 7	81327	59	5. 47. 41	6. 42	68720	185	3. 30. 37	4. 11	58613	394	0. 7. 13	0. 9	54549	482	1
30	3. 1. 16	3. 11	0405	386	5. 21. 26	5. 47	2484	257	6. 23. 55	7. 8	80906	51	5. 44. 39	6. 39	68320	192	3. 24. 36	4. 5	58364	399	0. 0. 0	0. 0	54544	482	0
	XI. +		XI.		X. +		X.		IX. +		IX.		VIII. +		VIII.		VII. +		VII.		VI. +		VI.		Deg.

MÉMOIRE

Sur la construction des Aréomètres de comparaison, applicables au commerce des Liqueurs spiritueuses, & à la perception des Droits imposés sur ces Liqueurs.

Par M. DE MONTIGNY.

JE me suis engagé dans le travail dont je vais rendre compte, tant sur les sollicitations qui m'ont été faites de la part des Fermiers généraux de Sa Majesté, que sur celles des anciens Syndics de la communauté des Épiciers, également intéressés à diminuer le nombre & la longueur des procès qui naissent entr'eux, pour la perception des droits établis sur l'esprit-de-vin, sur les eaux-de-vie de différens degrés de force, & sur les vernis. Je me suis porté d'autant plus volontiers à l'examen de cette matière, qu'ils m'ont témoigné de part & d'autre que leur intention étoit de s'en rapporter, pour régler leurs intérêts, à la décision de l'Académie, dans la partie qui peut la concerner, c'est-à-dire sur le choix des moyens les plus sûrs & les plus expéditifs pour déterminer la qualité & la valeur des différentes sortes de liqueurs spiritueuses dont on fait commerce dans le Royaume. 5 Décembre 1768.

Mais avant que d'exposer les moyens qu'on y emploie aujourd'hui, & ceux que je propose d'y substituer, je crois qu'il est nécessaire d'établir les caractères qui distinguent les différentes liqueurs spiritueuses, sujettes aux droits affermés.

Des caractères qui distinguent l'Eau-de-vie & l'Esprit-de-vin.

L'esprit-de-vin est une liqueur inflammable, limpide, sans couleur, d'une odeur agréable, très-pénétrante, très-volatile, plus légère que l'eau, brûlant toute entière sans donner de fumée,

& ne laissant après sa combustion aucun résidu solide ni fluide. En cet état, l'esprit-de-vin est parfaitement sec & déflegmé; il sert aux opérations de la Chimie, de la Pharmacie, de la Chirurgie, à la composition des vernis, & à différens arts.

Cette liqueur se tire des eaux-de-vie par la distillation, & les eaux-de-vie sont elles-mêmes les produits d'une première distillation des liqueurs végétales fermentées, telles que le vin, le cidre, la bière, le jus des cérises, des cannes de sucre, &c.

Dans la première distillation des liqueurs fermentées, l'esprit ardent, défini ci-dessus, ne monte presque jamais pur; il est accompagné d'une assez grande quantité de flegme & d'une petite portion d'huile : ce composé se nomme *eau-de-vie;* on l'emploie aux usages domestiques; on en prépare des liqueurs pour la table; il sert aux Distillateurs & aux Parfumeurs; on s'en sert aussi dans la pratique de la Chirurgie, de la Pharmacie & autres arts.

L'eau-de-vie est d'autant plus forte & de meilleur goût qu'elle contient moins de flegme & moins d'huile; c'est cette huile qui donne à l'eau-de-vie un goût âcre, un goût de brûlé, si l'on n'a pas bien ménagé le feu pendant la distillation : une seconde distillation dégage l'esprit ardent du flegme & de l'huile auxquels il est joint dans l'eau-de-vie, pourvu que la chaleur soit bien gouvernée.

Lorsque les eaux-de-vie ont pris un goût âcre ou de brûlé, par une trop forte impression du feu, on remarque qu'elles sont beaucoup moins saines, indépendamment de l'altération qui en résulte dans leur goût & dans leur odeur; les eaux-de-vie y sont fort sujettes par la négligence de ceux qui brûlent les vins; en cet état elles ne peuvent plus servir à faire des liqueurs agréables à boire, elles ne conviennent plus aux Parfumeurs.

Si l'on veut composer des liqueurs agréables pour le goût ou pour l'odorat, le mieux, suivant M. Geoffroy *, est de ramener l'esprit-de-vin à l'état de l'eau-de-vie, en l'affoiblissant plus ou moins avec de l'eau pure, selon le degré de force qu'on veut donner aux liqueurs : cette pratique est aussi la plus sûre pour la Chirurgie & pour la Pharmacie.

* *Voy. les Mém. de l'Académie, année 1718.*

Il ne faut donc pas regarder comme une fraude le mélange

qui se fait journellement de l'eau, soit avec de l'esprit-de-vin, soit avec les eaux-de-vie, pour les affoiblir; ce mélange est indispensablement nécessaire dans bien des cas, & n'est point un abus frauduleux, comme on a voulu l'insinuer dans quelques Mémoires imprimés, l'esprit-de-vin ayant payé le droit auquel il est imposé, l'eau qu'on y mêle ne doit rien de plus; elle peut en diminuer la force, mais elle ne peut point en altérer la qualité, comme on l'a prétendu.

Des Droits qui se perçoivent à présent sur les liqueurs spiritueuses.

Pour établir les droits actuels, on a distingué ces liqueurs en trois classes: les eaux-de-vie simples, les eaux-de-vie doubles, & l'esprit-de-vin. Par une Déclaration donnée en Décembre 1687, il est ordonné que les eaux-de-vie doubles ou rectifiées, payeront deux fois le droit précédemment établi sur les eaux-de-vie simples, & que l'esprit-de-vin payera le triple de ce droit: cette même Déclaration défend aux Marchands de mêler de l'eau avec les eaux-de-vie qu'ils tiennent en magasin; mais elle ne fixe aucun caractère distinctif entre l'eau-de-vie simple & l'eau-de-vie double ou rectifiée, entre l'eau-de-vie rectifiée & l'esprit-de-vin. Les termes où ces liqueurs commencent & finissent, sont restés arbitraires; de-là sont nés beaucoup de procès entre les Marchands & les Fermiers, beaucoup d'abus, une grande gêne pour le commerce, & de plus une contrebande très-préjudiciable aux intérêts du Roi. En Chimie, en Pharmacie & en Physique, le nom d'eau-de-vie rectifiée ne signifie autre chose que l'esprit-de-vin; mais dans le commerce on entend assez communément par eau-de-vie double celle qui rend à la distillation deux parties d'esprit ardent contre une de flegme: les Fermiers généraux ont cru devoir comprendre dans la classe des eaux-de-vie doubles ou rectifiées, toutes celles où la quantité d'esprit ardent excède la quantité du flegme qui y est joint; les Tribunaux n'ont point admis ces distinctions, & n'ont reconnu que deux sortes de liqueurs spiritueuses, l'eau-de-vie & l'esprit-de-vin; cependant la crainte de l'impôt & des procès, avoit réduit presqu'à rien l'introduction des eaux-de-vie fortes dans la ville de

Paris; quoiqu'on n'en distillât point d'autres dans les Provinces, on étoit obligé de les affoiblir, en y mêlant de l'eau pour qu'elles puissent passer aux barrières, en payant le droit simple. Les eaux-de-vie ainsi coupées se nommoient, par dérision, eaux-de-vie *preuve de Paris* dans les Provinces où les bonnes eaux-de-vie sont connues sous le nom de *preuve de Hollande*. Les Fermiers généraux ayant été troublés dans la perception du droit sur les eaux-de-vie doubles, il n'entre plus aujourd'hui dans Paris que des eaux-de-vie de la plus grande force.

Presque toutes les eaux-de-vie qui se fabriquent dans les différentes provinces du Royaume, ont été examinées en 1744, par ordre du Gouvernement: M.rs Hellot & Geoffroi ont été chargés de ce travail. Il résulte des analyses nombreuses qu'ils ont faites par la distillation ou par la combustion, que la plupart des eaux-de-vie distillées dans le Royaume, contiennent environ deux parties d'esprit-de-vin contre une partie d'eau; les plus foibles, & celles-ci sont rares, contiennent huit parties d'esprit-de-vin & sept parties d'eau, d'où il suit qu'elles appartiennent encore à la classe des eaux-de-vie doubles, en partant du terme fixé par les Fermiers généraux, & sur ce pied, il ne se fabrique point d'eau-de-vie simple dans le Royaume.

Le droit sur l'esprit-de-vin, triple de l'impôt sur l'eau-de-vie simple, a été regardé avec raison comme une surcharge, & a produit l'effet d'une prohibition. Deux pièces d'eau-de-vie simple donnant par la distillation une pareille pièce d'esprit-de-vin, personne n'est assez simple pour payer le triple droit sur l'esprit-de-vin qu'on feroit venir des Provinces : on a établi dans Paris des laboratoires pour l'esprit-de-vin; & pour diminuer les frais de la distillation, les Distillateurs se sont abonnés avec les Fermes générales, au moyen d'une remise sur les droits, pour faire entrer chaque année dans Paris une certaine quantité d'eaux-de-vie fortes, dont ils séparent l'esprit ardent; & ils prennent leurs mesures pour que ces eaux-de-vie qu'ils tirent des Provinces, contiennent très-peu de flegme, c'est-à-dire, pour qu'elles diffèrent peu de l'esprit-de-vin.

L'esprit-de-vin distillé dans Paris, peut servir à faire toutes les liqueurs intermédiaires entre l'eau-de-vie simple & l'esprit-de-vin; il ne s'agit que de l'affoiblir plus ou moins par le mélange de l'eau;

& si l'on veut lui donner l'apparence d'une eau-de-vie ordinaire, on ne fait qu'y mêler un peu de ce flegme huileux & coloré par son séjour dans les futailles, qu'on a séparé de l'esprit ardent par la distillation.

Ainsi le triple droit sur l'esprit-de-vin est devenu, pour ainsi dire, illusoire, & cette liqueur distillée dans Paris ne paye pas même le double du droit établi sur l'eau-de-vie simple: à l'égard des eaux-de-vie doubles ou rectifiées, dès qu'on s'est aperçu que le double droit auquel elles sont sujettes, portoit en partie sur l'esprit-de-vin qu'elles contiennent, & en partie sur l'eau qui s'y trouve mêlée, on a senti qu'il seroit plus avantageux de faire ce mélange dans Paris, & qu'il en résulteroit une épargne assez considérable, tant sur les droits que sur le transport de ces liqueurs; motifs qui devoient engager à faciliter l'entrée de l'esprit-de-vin.

Lorsque les droits sont portés très-haut, non-seulement ils diminuent les consommations, mais ils deviennent des encouragemens pour la contrebande, & ils excitent l'industrie à frauder l'Impôt. Dans un Mémoire que les Fermiers généraux ont donné au Conseil, & qui m'a été remis, cette Compagnie se plaint d'un nouveau genre de fraude qui s'est introduit depuis quelques années dans le commerce des liqueurs spiritueuses; elle consiste à faire entrer dans Paris, sous le nom de Vernis, une très-grande quantité d'esprit-de-vin, ayant en effet l'odeur de vernis sans en avoir la consistance: plusieurs de ces prétendus vernis ayant été arrêtés & soumis à l'examen de M. Cadet, Membre de cette Académie, on a reconnu, par l'analyse qu'il en a faite, que ces liqueurs ne sont autre chose qu'un esprit-de-vin sec, altéré par le mélange d'une petite quantité de résine qu'on y fait dissoudre pour lui donner l'odeur de vernis, mais qu'il est facile d'en séparer, de façon qu'il n'en reste aucune impression dans la liqueur, & qu'elle peut ensuite se débiter comme esprit-de-vin, sans déchet sensible.

Ceux qui ont inventé cette manœuvre en ont dû tirer un très-grand parti, car les vernis ne doivent aux entrées de Paris que 27 sols du cent pesant; ce qui fait 8 livres 2 sols par pièce de 600 livres: une pareille pièce d'eau-de-vie simple paye à très-peu près 124 livres, celle d'eau-de-vie double 206 livres,

& celle d'eſprit-de-vin 300 livres, indépendamment des droits qui ſe perçoivent au profit de la Ville.

Pour mettre ordre à ces abus, & pour éviter déſormais les conteſtations, les Fermiers généraux demandent par ce même Mémoire, que la méthode pratiquée par les Eſſayeurs, ſoit des Fermes, ſoit de la Ville, pour connoître & décider les différentes eſpèces d'eau-de-vie & d'eſprit-de-vin, ſoit communiquée à l'Académie, pour y être examinée & jugée, à l'effet d'en faire autoriſer l'uſage, ſi elle eſt approuvée; ſinon de lui ſubſtituer toute autre méthode que l'Académie auroit reconnu pour être d'une pratique plus ſûre & auſſi facile dans l'exécution. La diſcuſſion de ces méthodes eſt le ſujet de la ſeconde partie de mon Ouvrage.

Des différentes méthodes qui ont été pratiquées ou propoſées pour eſſayer les liqueurs ſpiritueuſes.

Je ne m'étendrai point ſur les méthodes groſſières qui ſont encore en uſage chez les Marchands, quoiqu'on en ait depuis long-temps reconnu l'inſuffiſance : telles ſont l'éprouvette & la preuve par l'huile. L'éprouvette eſt un petit vaiſſeau de verre où l'on met un peu d'eau-de-vie que l'on fait mouſſer en la ſecouant; on eſtime par la quantité, par la groſſeur & par la durée des bulles qui s'y forment, ſi la liqueur eſt forte ou foible; mais on ne peut ſavoir à quel degré, & d'ailleurs il eſt fort aiſé de la rendre trompeuſe en ajoutant un peu de ſucre ou quelque mucilage dans la liqueur. L'épreuve par l'huile a les mêmes inconvéniens; elle conſiſte à faire tomber quelques gouttes d'huile d'olive ſur la liqueur qu'on met à l'eſſai : ſi la goutte paſſe à travers la liqueur pour ſe fixer au fond du vaſe, on juge que c'eſt de l'eſprit-de-vin ou du moins une forte eau-de-vie; la goutte d'huile ſurnage les eaux-de-vie foibles; elle deſcend plus ou moins vîte, à meſure que les liqueurs s'approchent ou s'éloignent de l'eſprit-de-vin : on voit que cette méthode, quoiqu'imparfaite, eſt un moyen de comparer les liqueurs ſpiritueuſes, par leur peſanteur ſpécifique, mais ſans pouvoir en déterminer le degré.

La diſtillation eſt ſans doute un moyen ſûr pour connoître les degrés de force & la valeur des liqueurs ſpiritueuſes, en ſéparant

ſéparant l'eſprit ardent du flegme & de la petite quantité d'huile qui y ſont unis dans les eaux-de-vie; mais cette méthode longue & diſpendieuſe ne peut point être appliquée aux beſoins journaliers du Commerce qui demandent une prompte expédition.

M. Geoffroi, traitant la même matière, ſous les mêmes points de vue, dans les Mémoires de l'Académie *(année 1718)* a propoſé de ſubſtituer à la diſtillation un moyen beaucoup plus prompt pour connoître les degrés de force des eaux-de-vie. Il conſiſte à brûler l'eſprit ardent, & à meſurer avec une jauge la quantité de flegme qui reſte dans le vaſe après la combuſtion; mais pour que cette méthode donne des meſures préciſes, il faut que le vaiſſeau où la liqueur eſt allumée, ſoit continuellement rafraîchi; car lorſqu'il s'échauffe à un certain point, une partie du flegme s'élève en vapeurs, & ſe diſſipe avec l'eſprit ardent; on en a la preuve dans le Mémoire même de M. Geoffroi, où l'on voit que pour conſerver tout le flegme de l'eſprit-de-vin, il étoit obligé de refroidir ſans ceſſe le vaſe où brûloit cette liqueur, & d'entretenir le même degré de fraîcheur au moyen de deux robinets & d'un thermomètre: cette précaution eſt d'autant plus néceſſaire qu'on eſt obligé de chauffer les eaux-de-vie, même les eaux-de-vie fortes, parce qu'elles ne s'allument que quand elles commencent à s'évaporer. Il eſt aiſé de ſentir qu'une pratique auſſi délicate n'eſt pas faite pour des mains groſſières, & qu'elle ne peut être d'uſage que dans le cabinet d'un Phyſicien.

La plupart de ceux qui diſtillent des eaux-de-vie ou qui en font commerce, connoiſſent les degrés de force de ces liqueurs par leur peſanteur ſpécifique; ils ont à cet effet des eſpèces de pèſe-liqueurs que chacun conſtruit à ſa fantaiſie: ce ſont des corps flottans ou des bouteilles nageantes, ſur leſquels ils font des marques qui répondent aux différens degrés de force des ſortes d'eaux-de-vie qu'on leur demande; pour affoiblir ou pour fortifier les produits de leurs diſtillations, ils ajoutent de l'eau ou des eaux-de-vie plus fortes, juſqu'à ce que la marque faite à leur pèſe-liqueur ſe trouve à la ſurface de l'eau-de-vie; par ce moyen ils ſont ſûrs de retrouver toujours les mêmes degrés de force, ſur-tout ſi leurs épreuves ſont faites dans des caves où la température ne change que très-peu.

Les Eſſayeurs des Fermes & ceux de l'Hôtel-de-ville ſe ſervent auſſi depuis long-temps de pèſe-liqueurs pour comparer les degrés de force des différentes eaux-de-vie. Ces inſtrumens qu'ils conſtruiſent eux-mêmes, ſont d'un uſage beaucoup plus étendu que ceux dont on vient de parler; c'eſt l'Aréomètre de Boyle, auquel ils appliquent une échelle diviſée en cent parties, ſervant à marquer les différens degrés d'abaiſſement du pèſe-liqueur dans toutes les liqueurs ſpiritueuſes, depuis le volume qu'il occupe dans l'eau juſqu'à celui qu'il déplace dans l'eſprit-de-vin rectifié; mais faute de prendre les précautions néceſſaires, & ſur-tout de ſe garantir des impreſſions du chaud & du froid ſur les liqueurs ſpiritueuſes, ces inſtrumens n'ont pas une marche uniforme, c'eſt-à-dire qu'ils ne marquent pas toujours le même degré dans les liqueurs de même peſanteur ſpécifique. Il eſt poſſible, comme je le ferai voir dans la ſuite, de perfectionner ces inſtrumens de façon qu'ils marquent exactement dans quelle proportion l'eau & l'eſprit ardent ſont mêlés dans une eau-de-vie quelconque, & qu'ils marquent tous les mêmes degrés dans les mêmes circonſtances, en ſe répondant exactement, comme les thermomètres de comparaiſon.

Mais avant que d'en expoſer la méthode, je ne dois pas paſſer ſous ſilence ce qui a déjà été fait ou propoſé pour le même objet en 1730. M. Clarke a donné dans les Tranſactions philoſophiques, *n.° 413*, la deſcription d'un pèſe-liqueur, qu'il nomme *hydromètre,* à l'uſage de ceux qui font commerce des liqueurs ſpiritueuſes, ou qui ſont prépoſés à la perception des droits ſur ces liqueurs. Cet inſtrument eſt compoſé d'un globe de cuivre, traverſé par un gros fil de cuivre d'environ 3 lignes de diamètre; ce fil doit être tiré à la filière, parfaitement dreſſé, exactement placé dans l'axe du globe, & ſoudé de part & d'autre à ſa ſurface : les deux parties du fil au dehors du globe ſont fort inégales; la partie la plus petite qui doit être plongée, eſt terminée par une vis, au moyen de laquelle on peut charger plus ou moins l'inſtrument, en y joignant de petites boules ſolides de différentes peſanteurs, qui ſe montent à vis au bas de la tige; par cet artifice, l'hydromètre de M. Clarke peut également ſervir dans les liqueurs

qu'on peut appeller *légères*, telles que les eaux-de-vie & l'esprit-de-vin, comme dans celles qu'on nomme *pesantes*, comme les eaux minérales & les eaux des fontaines salées : la tige de cet instrument étant dressée à la filière, a par-tout le même diamètre, ainsi les volumes qu'il déplace sont toujours proportionnels aux pesanteurs spécifiques des différentes liqueurs où il est plongé; il peut donc servir à mesurer exactement les rapports de ces pesanteurs, & à déterminer leur quantité.

Quant à l'application de cet instrument aux besoins du commerce & au service des Douanes, on n'en dit autre chose dans les Transactions philosophiques, sinon qu'il faut faire une marque à la tige de l'instrument, après l'avoir plongé dans la liqueur d'épreuve, c'est-à-dire dans la liqueur qui remplit les conditions nécessaires, & qui doit servir de terme de comparaison ; que cette marque doit être à l'endroit où la tige est coupée par la surface de la liqueur, & qu'ensuite il faut en faire deux autres, l'une au-dessus, l'autre au-dessous de la première répondant aux liqueurs de même espèce, dont la pesanteur différeroit d'un dixième en plus ou en moins. Mais on n'y donne point la construction des échelles pour marquer les différens degrés de force ou de pesanteur des liqueurs spiritueuses; c'est cependant en quoi consiste le principal avantage de cet instrument. On peut observer d'ailleurs que M. Clarke a mal choisi la matière de son pèse-liqueur qui seroit beaucoup mieux en argent, parce que le cuivre peut donner prise tant aux acides qui sont développés dans les liqueurs spiritueuses, qu'aux sels contenus dans les eaux minérales & dans les fontaines salées: un pèse-liqueur de cuivre seroit bientôt entamé par le verd-de-gris: plusieurs années auparavant, M. Fahrenheit avoit donné dans les Transactions philosophiques *, la construction d'un pèse-liqueur de verre, de son invention, propre à mesurer les pesanteurs spécifiques, non-seulement des esprits tant volatils qu'inflammables, mais aussi des eaux salées, des eaux lixivielles & des esprits acides, foibles ou concentrés. Sa méthode se réduit à plonger dans ces différentes liqueurs un même corps dont le volume & la pesanteur sont connus, la partie plongée étant toujours la même dans toutes les liqueurs; à cet effet M. Fahrenheit a fait construire un

* *Année 1724. N.° 384.*

petit inſtrument de verre formé de deux globes & de deux tubes unis enſemble, le tout ſurmonté d'un petit plateau en forme de godet, que l'on peut charger de différens poids. La boule inférieure eſt la plus petite, elle ſert à leſter l'inſtrument avec du mercure pour le faire plonger & le tenir droit, ſa diſtance au centre de la grande boule eſt triple de la diſtance de ce centre au plateau; le tube ſupérieur a peu de longueur & peu de diamètre; on y fait une marque ou un trait viſible ſur la ſurface extérieure. On prend la plus légère de toutes les liqueurs dont on veut meſurer les peſanteurs ſpécifiques, telle que l'eſprit-de-vin alkooliſé; on introduit peu à peu du mercure dans l'aréomètre à travers les tubes pour le faire deſcendre dans cet eſprit-de-vin juſqu'à la marque; on ſoude enſuite hermétiquement le tube ſupérieur auprès du plateau; on conçoit aiſément que pour faire plonger cet inſtrument juſqu'à la marque, dans une liqueur plus peſante que l'eſprit-de-vin, il faut ajouter des poids dans le plateau, on le charge peu à peu & ſur la fin, en ſe ſervant de poids très-petits; la ſomme de ces poids jointe au poids total de l'inſtrument, repréſente dans tous les cas la peſanteur ſpécifique de chaque liqueur, puiſque le volume plongé eſt toujours le même: à l'égard des peſanteurs abſolues, il eſt facile de les conclure après avoir déterminé le rapport des deux parties de l'inſtrument, c'eſt-à-dire de la partie plongée & de celle qui ne l'eſt pas. On trouve les principes, les méthodes & même les formules néceſſaires pour déterminer les peſanteurs ſpécifiques par ces ſortes d'inſtrumens, dans les leçons d'Hydroſtatique de Cote, dans celles de Derham, dans le Cours de Phyſique expérimentale de Deſaguliers, publié en 1744, & dans d'autres Traités de Phyſique.

M. Deſaguliers a fait conſtruire, pour comparer les peſanteurs des eaux des ſources & des rivières, un aréomètre, qui diffère de celui de Boile en ce que les deux boules ſont de verre, & la tige de cuivre; la boule inférieure eſt chargée de grenaille de plomb; la boule ſupérieure a 3 pouces de diamètre, ſon col eſt garni d'une virole de cuivre, ſur laquelle eſt monté à vis, un fil de même métal dont le diamètre n'eſt que d'un 40.[e] de pouce; cette tige a 10 pouces de longueur, & forme par les

divisions qui y sont tracées, une échelle décimale, c'est-à-dire qu'elle est divisée exactement en pouces & en dixièmes de pouce, chaque pouce du fil gradué pese 10 grains: le poids total de l'instrument est de 4000 grains; il est proportionné de façon, que quand il nage dans l'eau, si l'on applique un poids d'un grain au haut de la tige, on enfonce cet instrument d'un pouce dans la liqueur; il s'ensuit que chaque division marquée sur la tige, répond à une quarante-millième partie du volume total: on peut donc avec cet aréomètre, mesurer jusqu'aux plus petites différences de pesanteur spécifique, pourvu que les liqueurs où on l'applique, ne diffèrent pas beaucoup entr'elles, & que leurs différences se trouvent contenues dans les termes de sa graduation; mais on peut l'employer successivement pour le même objet, dans des liqueurs plus ou moins pesantes, en augmentant ou diminuant la quantité des globules de plomb dont il est lesté; il a, comme le pèse-liqueur de M. Clarke, l'inconvénient de ne pouvoir pas être appliqué aux liqueurs acides, & d'être sujet au verd-de-gris.

L'éprouvette d'étain dont on fait un grand usage aux salines de Lorraine & de Franche-comté est une autre sorte de pèse-liqueur qui sert à connoître le degré de salure des eaux, c'est-à-dire combien l'eau de la mer ou des fontaines contient de livres de sel par quintal; l'éprouvette est composée de deux cylindres creux, de même hauteur, mais de différens diamètres; tous deux sont d'étain, le plus large est ouvert par en haut, l'autre est fermé en haut & en bas; on le place dans le premier, & par le moyen d'un entonnoir fixé à celui-ci, on remplit d'eau salée tout l'intervalle compris entre les deux cylindres jusqu'à ce qu'elle se répande par-dessus les bords du cylindre extérieur; le poids du fluide soulève le cylindre intérieur & le fait sortir en partie hors du premier; le rapport de la partie plongée à celle qui surnage, pourroit donner par une échelle tracée sur la surface du cylindre mobile, les pesanteurs spécifiques des eaux à différens degrés de salure, mais pour éviter tout calcul & toute réduction, on a fait répondre les degrés de l'échelle aux quantités de sel qu'on a tiré des eaux en les évaporant jusqu'à siccité. C'est en 1756 que l'usage de cette éprouvette a été introduit dans nos

ſalines par M. Deſchênes, & autoriſé par les ordres du Miniſtère; au lieu d'une ancienne éprouvette ou pèſe-liqueur de buis, dont on avoit reconnu les imperfections : la nouvelle eſt ſuffiſamment exacte pour faire connoître les variations qui arrivent dans les ſources, quant à leur ſalure & les produits qu'on peut attendre de l'évaporation de leurs eaux.

Telles ſont les différentes ſortes d'aréomètres qui ſont venus juſqu'à préſent à ma connoiſſance; on peut juger ſur l'expoſition que j'en ai faite, des ſoins que les Phyſiciens ſe ſont donnés, ſoit pour en étendre, ſoit pour en perfectionner l'uſage, & ſur-tout pour les mettre en état d'indiquer les plus petites différences entre les peſanteurs ſpécifiques de toutes les différentes ſortes de liqueurs.

Les pèſe-liqueurs qui ont été préſentés depuis deux ans à l'Académie, ne diffèrent point eſſentiellement de ceux qui ſont décrits ci-deſſus; celui dont M. de Parcieux s'eſt ſervi pour comparer les eaux des rivières & des ſources naturelles, ne diffère de celui du Docteur Deſaguliers, qu'en ce qu'il eſt plus volumineux, & qu'au lieu d'un globe, le corps de l'inſtrument eſt une bouteille de verre alongée, leſtée de même avec des grains de plomb; l'échelle, à la vérité, eſt placée hors de la liqueur, ce qui rend les diviſions plus ſenſibles, mais elle n'en eſt pas moins graduée ſur les mêmes principes.

L'aréomètre que le ſieur Germain, Orfèvre du Roi, conſtruit pour comparer les vins, & qu'il a annoncé ſous le nom d'*oïnomètre,* tombe auſſi dans la même eſpèce, avec cette différence que la graduation eſt tracée ſur une lame plate ſubſtituée au fil de cuivre, que la lame eſt d'argent ainſi que la boule, & que ces deux pièces ſont ſoudées enſemble; mais l'inſtrument anglois eſt conſtruit par un Phyſicien, toutes ſes parties ſont meſurées & peſées pour donner les peſanteurs ſpécifiques; on ne trouve pas les mêmes avantages dans celui du ſieur Germain.

Le pèſe-liqueur que M. Lavoiſier, Membre de cette Académie, a fait exécuter en argent, & dont il s'eſt ſervi avec beaucoup de ſuccès l'année dernière pour l'examen des différentes eaux minérales, n'eſt autre choſe que l'aréomètre de Fahrenheit & l'application

de sa méthode; lorsqu'il s'agit de faire plonger toujours le même volume, il importe peu que l'instrument soit de verre ou d'argent, ou plutôt le verre a l'avantage, parce qu'il peut servir pour toutes les liqueurs, même pour les liqueurs acides, & c'est dans cette vue que l'inventeur l'a préféré, & d'ailleurs l'aréomètre de Fahrenheit est mieux lesté, c'est-à-dire mieux disposé pour conserver la position verticale qui est essentielle dans l'usage de ces instrumens: je passe à l'application qu'on peut faire des aréomètres pour connoître le degré de force d'une eau-de-vie quelconque, & le prix qu'elle peut avoir dans le Commerce, relativement au prix de l'esprit-de-vin.

Du mélange de l'eau avec l'esprit-de-vin.

L'esprit ardent, comme je l'ai déjà dit, doit être considéré dans le Commerce comme la seule partie active des eaux-de-vie; elles affectent plus ou moins vivement le goût & l'odorat à raison de la quantité d'esprit qu'elles contiennent; c'est aussi cette quantité qui en fait le prix: on les fortifie, comme je l'ai déjà dit, en y ajoutant de l'esprit ardent, on les affoiblit en y mêlant de l'eau: il en est des eaux-de-vie comme des monnoies qui ont d'autant plus de valeur réelle qu'elles ont moins d'alliage; il seroit donc avantageux de pouvoir déterminer facilement le titre de ces liqueurs, c'est-à-dire les quantités d'eau & d'esprit-de-vin qu'elles contiennent, & d'introduire dans le Commerce quelque méthode, quelque instrument d'un usage prompt & commode pour déterminer la proportion du mélange du flegme avec l'esprit-de-vin dans une eau-de-vie quelconque, non avec la précision géométrique, qui seroit superflue, mais avec assez d'exactitude pour que personne ne fût lésé, que le Marchand pût savoir ce qu'il vend, le Particulier ce qu'il achette, & le Fermier ce que la denrée lui doit; c'est à quoi se réduit la question proposée par la Ferme générale & par la Communauté des Épiciers.

Plusieurs des pèse-liqueurs décrits ci-dessus, paroissent propres à la résoudre, & se présentent d'eux-mêmes comme le moyen le plus facile: en effet, rien n'est plus simple que de plonger un corps dans une liqueur, & de voir sur une échelle, de quelle quantité il est plongé; mais l'application de ces instrumens à la

question proposée, n'est pas aussi facile qu'elle paroît l'être au premier coup d'œil : il est certain cependant qu'on peut y employer l'aréomètre; car l'eau & l'esprit-de-vin différant sensiblement en pesanteur spécifique, il faut que leur mélange, en toutes proportions, passe par tous les degrés de pesanteur spécifique, depuis la plus grande qui est celle de l'eau, jusqu'à la plus petite qui est celle de l'esprit-de-vin : l'aréomètre s'enfoncera donc dans les eaux-de-vie d'autant moins qu'elles seront plus flegmatiques, & d'autant plus qu'elles approcheront davantage de l'état de l'esprit-de-vin pur ou rectifié ; mais les parties plongées de l'instrument, qui représenteront les pesanteurs spécifiques de ces liqueurs, ne donneront pas directement les proportions des mélanges qu'il seroit facile de conclure, si on avoit mêlé d'autres fluides d'inégale pesanteur.

M. de Reaumur, en travaillant à rendre les thermomètres d'esprit-de-vin comparables, a découvert que l'eau & l'esprit inflammable, se pénétroient, pour ainsi dire, l'une des liqueurs remplissant les vides de l'autre, ou plutôt, qu'il se faisoit dans leur mélange, une espèce de dissolution de l'esprit-de-vin par l'eau, de façon que quand on les mêle, par exemple, à volume égal, le volume qui en résulte, n'est pas double de celui que chaque liqueur occupoit séparément, comme on le croiroit, & comme il arrive, lorsqu'on mêle ensemble d'autres liqueurs; si l'on mêle 50 mesures de bon esprit-de-vin avec 50 mesures d'eau, le volume résultant qui devroit être de 100 mesures, ne sera, suivant M. de Reaumur, que de 98 mesures pareilles; la diminution de volume est d'un cinquantième, & par conséquent, la pesanteur spécifique du mélange est augmentée, ce qu'on ne soupçonnoit pas, avant que cet habile Physicien s'en fût aperçu : cette propriété de l'esprit-de-vin, fait varier inégalement l'échelle des pesanteurs spécifiques; car, suivant les expériences du même auteur, rapportées dans les Mémoires de l'Académie (*année 1733*) si l'on mêle deux parties d'esprit-de-vin & une partie d'eau, faisant ensemble 100 mesures égales, la diminution de volume après le mélange, sera d'une mesure & deux tiers : Si au contraire, on mêle deux parties d'eau avec une partie d'esprit-de-vin, la diminution de volume sera de cinq mesures, c'est-à-dire, qu'au

qu'au lieu de 100 mesures que les deux liqueurs formoient séparément, on n'en trouvera que 95.

« Nos expériences, dit cet auteur, donnent une méthode singulière d'éprouver les qualités des différens esprits-de-vin, & de « les déterminer ; un esprit-de-vin de la qualité de celui que j'ai « employé, mêlé avec un volume d'eau, double du sien, donnera « un vide qui sera un vingtième de son volume, ou un vide de « cinq de ces mesures dont son volume en contenoit cent; un esprit- « de-vin plus foible ne donnera alors qu'un vide de quatre de ces « mesures, ou de trois mesures & demi; & un esprit-de-vin plus « fort donnera un plus grand vide. Si l'on avoit, continue-t-il, « une esprit de vin très-foible & tel que le nôtre, affoibli par une « partie d'eau mêlée avec deux des siennes, l'épreuve feroit « connoître son degré de foiblesse; si on le mêle avec un volume « d'eau, double du sien, il ne donnera qu'un vide d'un deuxième « & demi de ces mesures, pendant que par le même mélange, « notre esprit-de-vin pur eût donné un vide de cinq mesures dont « il contient cent. »

Cette méthode ingénieuse, employée comme l'auteur le propose, peut servir à connoître si un esprit-de-vin est plus fort ou plus foible que celui qu'on prendroit pour terme de comparaison; mais elle ne donneroit pas le degré de force de chaque liqueur, à moins qu'on n'eût construit des tables d'après des expériences faites exprès sur l'esprit-de-vin & sur les eaux-de-vie, répondant aux diminutions de volume, observées dans les mélanges en toutes proportions; cette méthode exige d'ailleurs des attentions scrupuleuses, des mains adroites, des mesures exactes, des tubes divisés avec précision, en un mot, beaucoup plus de soins qu'on n'en peut trouver dans les boutiques des marchands, ou dans les bureaux des fermiers.

Je crois donc qu'il faut recourir au pèse-liqueur, comme au moyen le plus simple & le plus commode à tous égards, & diviser son échelle, non en parties égales, comme le font les Essayeurs des Fermes, ce qui rend l'instrument très-fautif; mais en corrigeant l'échelle des pesanteurs spécifiques, d'après les expériences de M. de Reaumur, ou plutôt, en graduant les

échelles dans les mélanges mêmes, ſuivant la méthode que je vais expoſer.

Mais quand on travaille ſur les liqueurs ſpiritueuſes, il ne faut point perdre de vue la propriété qu'elles ont de ſe dilater par la chaleur, & de ſe condenſer par le froid, ce qui fait varier leurs peſanteurs ſpécifiques; toutes les expériences doivent être faites, & toutes les meſures doivent être fixées dans un même degré de température; celui des caves de l'Obſervatoire, marquant 10^{d} au thermomètre de M. de Reaumur, me paroît être le plus commode, parce qu'on peut le retrouver en tout temps, ou l'établir par-tout pendant l'hiver, au moyen d'un poêle bien gouverné.

Conſtruction de l'Aréomètre pour l'Eſprit-de-vin & pour les Eaux-de-vie.

On prendra un eſprit-de-vin bien déflegmé, on déterminera le rapport de ſa peſanteur ſpécifique à celle de l'eau diſtillée dans un lieu où le thermomètre de M. de Reaumur marquera 10 degrés; on ſe ſervira à cet effet d'une grande bouteille à goulot étroit, que l'on remplira ſucceſſivement d'eau & d'eſprit-de-vin, pour les peſer dans la même balance & comparer leur poids, plus le vaſe ſera grand, plus cette détermination ſera exacte; ſi l'on en fait faire exprès, les meſures étalonnées de M. d'Ons-en-Bray, à goulot étroit, qui ſont au cabinet de l'Académie, pourront ſervir de modèle. Il ſeroit ſans doute plus avantageux de ſe ſervir des pèſe-liqueurs de Fahrenheit ou de Deſaguliers: mais, comme on ne peut pas s'en pourvoir aiſément par-tout, on peut y ſuppléer, en peſant les deux liqueurs dans une même bouteille d'une ou de deux pintes; les petites différences deviendront preſque inſenſibles ſur des volumes auſſi conſidérables.

Au moyen de cette détermination préliminaire, on ſera toujours ſûr de pouvoir retrouver le même eſprit-de-vin, pour s'en ſervir au même uſage; avec ces deux liqueurs on en compoſera neuf, comme il ſuit, en ſe ſervant pour tous les mélanges, d'une même meſure à goulot étroit.

La première ſera compoſée de huit parties d'eſprit-de-vin &

d'une partie d'eau, la ſeconde de ſept parties d'eſprit-de-vin & de deux parties d'eau, la troiſième de ſix parties d'eſprit-de-vin & de trois parties d'eau, la quatrième de cinq parties d'eſprit-de-vin & de quatre parties d'eau, la cinquième de parties égales d'eau & d'eſprit-de-vin, la ſixième de quatre parties d'eſprit-de-vin & cinq parties d'eau, la ſeptième de trois parties d'eſprit-de-vin & ſix parties d'eau, la huitième de deux parties d'eſprit-de-vin & ſept parties d'eau, la neuvième de huit parties d'eau & une partie d'eſprit-de-vin : on formera peu à peu ces différens mélanges, pour ne pas exciter dans les vaſes qui les contiendront, une trop grande chaleur, qui diſſiperoit une partie de l'eſprit-de-vin; ces liqueurs étant refroidies, on les gardera dans des bouteilles fermées, au moins pendant vingt-quatre heures.

Dans cet intervalle, on leſtera avec du mercure tel nombre d'aréomètres dont on voudra règler la marche pour pouvoir les comparer; on peut prendre les mêmes pèſe-liqueurs de verre dont on s'eſt ſervi juſqu'à préſent, faits ſur le modèle du pèſe-liqueur de Boile, pourvu que leurs tiges ſoient ſenſiblement cylindriques & qu'elles aient environ 6 pouces de hauteur au-deſſus de la boule ſupérieure; la diſtance entre les deux boules eſt ordinairement de 22 lignes; le diamètre des tiges ou tubes cylindriques eſt de 2 à 3 lignes : on chargera de mercure les boules inférieures de ces inſtrumens juſqu'à ce que la boule ſupérieure ſoit enfoncée de 3 à 4 lignes au-deſſous de la ſurface de l'eau, ayant ſoin de ſe ſervir d'eau diſtillée & de faire cette opération, ainſi que les ſuivantes, dans un lieu où la température ſoit entretenue à 10 degrés.

Pour pouvoir graduer exactement les échelles des aréomètres, on ſe ſervira de l'inſtrument que je vais décrire : on prendra un vaſe cylindrique d'étain d'un diamètre ſuffiſant pour que les aréomètres puiſſent monter & deſcendre librement, la longueur de ce vaſe doit être un peu plus grande que celles des aréomètres; je ſuppoſe que les inſtrumens ont été ajuſtés de façon que leur tige ſoit bien verticale lorſqu'ils nagent dans une liqueur, ce qu'il eſt facile de reconnoître en les plaçant à quelques pouces d'un fil à-plomb ; près du bord ſupérieur & au dehors du vaſe d'étain,

on fera ſouder une petite baguette d'étain de 2 à 3 lignes de diamètre, deſtinée à porter une règle d'ivoire à quatre faces, longue de 6 pouces ſur 4 lignes d'équarriſſage, ſemblable à celles qui ſervent en même-temps de demi-pied & d'étui pour un crayon, en faiſant entrer la baguette d'étain dans la cavité de cette règle, elle ſe trouvera poſée verticalement ſur le bord du vaſe, ce que l'on vérifiera par le moyen du fil à-plomb; cette même règle ſera garnie d'un curſeur de cuivre, j'appelle ainſi une pièce mobile qui l'embraſſe carrément & qui peut couler d'un bout à l'autre pour peu qu'on la preſſe, & qui s'arrête lorſqu'on ceſſe de la preſſer, ce qui s'exécute par le moyen d'un petit reſſort appuyé contre une des faces de cette règle: ſur une des faces du carré de cuivre eſt une petite règle en ſaillie de même hauteur que les côtés du carré, & perpendiculaire à la règle d'ivoire; ſa longueur eſt à peu près la même que le diamètre du vaſe d'étain, au-deſſus duquel elle peut s'élever & s'abaiſſer, en conſervant toujours le parallélisme à l'horizontale.

Au moyen de cet inſtrument, dont la conſtruction n'eſt ni difficile ni diſpendieuſe, on pourra prendre exactement la hauteur de la tige d'un thermomètre au-deſſus de la ſurface du liquide où il ſera plongé en partie, il ſuffira de faire deſcendre le curſeur juſqu'à ce que le bord inférieur de la règle de cuivre coïncide, ſoit avec l'extrémité ſupérieure de l'aréomètre, ſoit avec quelque marque faite ſur la tige à quelque diſtance de ſon extrémité; le carré du curſeur ſervira de règle pour marquer d'un trait de crayon ſur l'ivoire, la hauteur de l'aréomètre dans chaque liqueur, pourvu que le vaſe d'étain ſoit toujours rempli juſqu'au bord.

On mettra ſucceſſivement dans ce vaſe, à la même hauteur, les neuf liqueurs compoſées d'eau & d'eſprit-de-vin dans les proportions indiquées ci-deſſus, après avoir marqué ſur la règle d'ivoire les hauteurs du pèſe-liqueur, tant dans l'eſprit-de-vin que dans l'eau diſtillée, on marquera de même les hauteurs de l'inſtrument dans les liqueurs intermédiaires, on aura ainſi dix intervalles tracées ſur la règle d'ivoire, qui ſeront ſenſiblement inégaux à cauſe des inégalités obſervées dans les peſanteurs ſpécifiques des différens mélanges d'eau & d'eſprit-de-vin, mais ces inégalités

deviennent très-petites dans les intervalles qui ne ſont pas éloignés les uns des autres, comme on le peut voir en pratiquant la méthode que j'expoſe; on pourroit donc ſe diſpenſer de pouſſer plus loin les diviſions, parce que les différences ſont ſi petites dans les ſubdiviſions, qu'elles deviennent tout-à-fait indifférentes & qu'elles peuvent être regardées comme nulles dans le commerce, au moins pour les eaux-de-vie foibles.

Des échelles ainſi tracées au crayon & gravées enſuite ſur l'ivoire, pourront ſervir aux Eſſayeurs pour connoître avec une préciſion ſuffiſante la proportion des mélanges d'eau & d'eſprit-de-vin dont les différentes eaux-de-vie ſont compoſées; on y marquera les degrés par des chiffres de neuf en neuf, depuis 0, terme de l'eau diſtillée, juſqu'à 90, terme de l'eſprit-de-vin rectifié; le degré où le curſeur s'arrêtera en coïncidant avec le bord de l'aréomètre ou avec la marque faite à ſa tige, indiquera la quantité de pintes d'eſprit-de-vin, & le complément de ce nombre à 90 degrés, indiquera la quantité de pintes d'eau dont chaque liqueur ſera compoſée.

Quant aux pèſe-liqueurs à l'uſage du commerce, il ſuffira que chacun porte une échelle de papier, diviſée de même en dix parties, ſur les mêmes principes & par le moyen du même inſtrument; cette échelle ſera placée dans le vide de leur tige, comme on l'a pratiqué juſqu'ici; pour la conſtruire on marquera ſur la règle d'ivoire les dix principales diviſions, en ſuivant la méthode donnée ci-deſſus; on portera très-facilement les intervalles de ces diviſions ſur le papier: avant que de tracer l'échelle ſur l'ivoire, on aura ſoin d'introduire dans la tige de l'aréomètre, le papier ſur lequel on doit rapporter ces mêmes diviſions, autrement le poids de ce papier changeroit un peu la poſition de l'inſtrument dans les différentes liqueurs, ce qu'il eſt facile d'éviter; & en procédant ainſi, l'on n'aura point à ſe garantir des petites inégalités qui peuvent ſe trouver dans la tige, chaque échelle étant formée ſur chaque inſtrument; la longueur de l'échelle ſera ſuffiſante & ſa graduation ſera très-ſenſible ſi en préparant & en leſtant les aréomètres on a ſoin de ménager environ 5 pouces d'intervalle entre le terme de l'eſprit-de-vin & celui de l'eau

diſtillée; le dixième de chaque diviſion ſera ſenſible, en ſorte qu'on pourra connoître la force & la valeur d'une liqueur ſpiritueuſe à une pinte près ſur quatre-vingt-dix, préciſion plus que ſuffiſante, tant pour le Commerce que pour la perception des impôts.

Cette méthode me paroît ſimple, peu coûteuſe & d'une pratique aiſée à tous égards, ces pèſe-liqueurs ne coûteront guère plus que ceux qui ſe débitent à préſent, mais dont les échelles diviſées en parties égales ne ſont point exactes à beaucoup près; dans celles que je propoſe, les petites inégalités de la tige & celles qui naiſſent des changemens dans les peſanteurs ſpécifiques, ſe trouvent compriſes & compenſées dans les inégalités des grandes diviſions de dix en dix degrés & même de cinq en cinq vers le terme où la peſanteur ſpécifique des mélanges donne les plus grandes inégalités.

À l'égard des ſous-diviſions dont chacune eſt la dixième partie des intervalles inégaux qu'on aura marqué de dix en dix ſur les échelles; il eſt aiſé de s'aſſurer par le calcul qu'elles ſeront ſuffiſamment exactes pour l'uſage des Commerçans ou des Eſſayeurs, les erreurs ſe trouvant ſi petites qu'elles ne méritent aucune attention. On pourroit rendre les ſous-diviſions plus exactes en diviſant chaque intervalle en parties proportionnelles au tout, par le compas de proportion.

En pratiquant cette méthode, on pourra facilement diviſer en une matinée les échelles de ſix aréomètres, ainſi ces inſtrumens ne coûteront guère plus que ceux dont on s'eſt ſervi juſqu'à préſent & dont on a reconnu l'inſuffiſance; par cette conſtruction on ſe débarraſſe d'un grand nombre de meſures & de précautions qui rendent tous les autres pèſe-liqueurs connus, d'une exécution difficile & diſpendieuſe; on n'eſt point obligé de déterminer les peſanteurs abſolues des liqueurs, ni les peſanteurs des aréomètres & de leurs parties plongées; on n'eſt point obligé de porter avec ſoi de très-petits poids parfaitement étalonnés, comme quand on veut ſe ſervir du pèſe-liqueur de Fahrenheit, qui par cette raiſon ne paroît pas convenir aux beſoins multipliés & aux mouvemens rapides du Commerce.

Le ſeul embarras qui paroît y reſter (mais cet inconvénient eſt commun à tous les pèſe-liqueurs) eſt la néceſſité de faire tous les eſſais dans une même température, il eſt encore poſſible d'y remédier au moyen des règles d'ivoire décrites ci-deſſus; comme elles ont chacune quatre faces, on pourra ſur chaque règle graver quatre échelles, en faiſant varier la température de cinq en cinq degrés ſeulement; un long uſage de ces inſtrumens m'a fait connoître que l'erreur qui répond à un changement de 5 degrés dans la température, eſt tout au plus d'une pinte ſur quatre-vingt-dix.

Il ſuffira donc pour l'uſage des Eſſayeurs, d'avoir deux règles d'ivoire portant chacune quatre échelles, au haut deſquelles ſera marqué le degré de température dans lequel elles auront été diviſées de cinq en cinq degrés du thermomètre, partant de 5 degrés au-deſſous du terme de la glace, juſqu'à 30 degrés au-deſſus: avec ces deux règles, qui peuvent être diviſées & gravées en moins d'une journée, on pourra en tout temps faire les eſſais, ſans être obligé de chauffer un lieu exprès, ou de ſe tranſporter dans une cave. Ceux qui font un grand commerce de liqueurs ſpiritueuſes, trouveront auſſi ces règles d'ivoire, ainſi diviſées, très-commodes pour le même uſage.

Si cette méthode étoit adoptée & preſcrite pour les eſſais, on pourroit aſſurer la juſteſſe des aréomètres, ſoit en réſervant leur conſtruction à quelqu'Artiſte intelligent, qui prêteroit ſerment en Juſtice, ainſi que les Eſſayeurs, ſoit en faiſant vérifier les échelles par les Eſſayeurs; on pourroit après la vérification, faire marquer les règles d'ivoire comme on marque les dez en Angleterre pour en empêcher la contrefaction.

S'il eſt poſſible, comme je viens de le faire voir, de connoître avec une exactitude ſuffiſante, quelle que ſoit la température de l'air, la proportion des mélanges d'eau & d'eſprit-de-vin qui composent une eau-de-vie quelconque; il eſt également poſſible de règler & de percevoir les droits ſur ces liqueurs avec beaucoup plus d'intelligence & d'équité qu'on n'en a pu mettre juſqu'à préſent dans cette partie.

Il eſt de toute juſtice que le droit, quel qu'il puiſſe être, ſoit

établi ſur l'eſprit-de-vin ſeulement, & non ſur l'eau; qu'ainſi chaque barique d'eau-de-vie, ne ſoit taxée qu'à raiſon de la quantité d'eſprit-de-vin qu'elle renferme. Partant de ce principe, une barrique d'eau-de-vie dont la liqueur marquera 45 degrés ſur notre échelle, étant compoſée moitié eſprit-de-vin & moitié eau, ne doit payer que la moitié du droit impoſé ſur une pareille barique d'eſprit-de-vin; de même celle dont la liqueur marquera 60 degrés ſur l'échelle, doit payer les deux tiers de ce droit, parce que la liqueur contient deux tiers d'eſprit & un tiers d'eau; celle où l'aréomètre deſcendra juſqu'à 30 degrés, ne doit payer que le tiers du droit, parce qu'elle contient deux parties d'eau contre une d'eſprit-de-vin.

Loin de porter dans ces ſortes d'objets, une exactitude minutieuſe, je penſe qu'il ſuffiroit de faire varier les droits de dix en dix degrés, relativement aux diviſions de notre échelle, qui peut, comme on l'a vu ci-deſſus, approcher beaucoup plus près des meſures préciſes, & tout au moins, à une pinte près ſur cent quatre-vingts; car un demi-degré ſera très-viſible ſur nos règles diviſées, lorſque le pèſe-liqueur ſera plongé dans une eau-de-vie forte.

Quelque parti qu'on prenne à cet égard, les droits étant mieux proportionnés qu'ils ne l'ont été juſqu'ici, le commerce ſera plus libre; on pourra tirer des provinces, de l'eſprit-de-vin & des eaux-de-vie, de tous les degrés de force, ſans crainte d'être léſé dans la perception des impôts, & ſans avoir, comme à préſent, un grand intérêt à s'y ſouſtraire. Les eaux-de-vie de grains, de ceriſes, de ſucre & autres, ſuivroient le même tarif: elles ſeroient taxées à raiſon de la quantité d'eſprit ardent, reconnue par les mêmes eſſais. A l'égard des vernis, marchandiſe de luxe, qui ſe fabrique peu dans les provinces, il ſeroit juſte de les impoſer aux mêmes droits que l'eſprit-de-vin, d'autant mieux qu'ils ne ſont point à l'uſage du peuple, & qu'ils demandent un eſprit-de-vin déflegmé.

La perception de l'impôt n'occaſionnera point de procès, ſi les Fermiers veulent faire remiſe au public d'un ou deux degrés ſur la meſure déterminée par le pèſe-liqueur, ce qui répond à une pinte ou deux de différence ſur 90; le particulier craindra les eſſais

faits

faits en Justice, quand il sera sûr qu'ils lui sont moins favorables que ceux qui sont faits dans les douanes.

Quant aux essais en Justice, s'il étoit nécessaire d'y recourir, on pourroit les faire d'une manière plus simple encore, en suivant la même méthode, mais sans s'écarter de la précision, & sans avoir égard à la température de l'air.

On prendra de l'esprit-de-vin bien déflegmé, de même pesanteur spécifique que celui qui est déterminé pour graduer les échelles; on mêlera le nombre de mesures de cet esprit-de-vin, & le nombre de mesures d'eau distillée, qui doivent former ensemble le degré contesté. S'agit-il, par exemple, de constater si la liqueur est au-dessus ou au-dessous de 60 degrés? on mêlera deux mesures d'esprit-de-vin avec une mesure d'eau pour former la liqueur de comparaison; on la laissera refroidir, jusqu'à ce que toute ébullition soit cessée.

On aura deux petits cylindres de cuivre ou d'argent bien égaux, suspendus par des cheveux aux deux bras d'une petite balance, & faisant équilibre dans l'air; on fera plonger un des cylindres dans la liqueur de comparaison, l'autre dans la liqueur dont le degré est contesté: si l'équilibre est rompu, & si le cylindre s'abaisse dans la liqueur de comparaison, l'autre liqueur sera plus pesante & par conséquent d'un degré inférieur à 60; si au contraire, le cylindre s'abaisse dans la liqueur qu'il s'agit d'éprouver, celle-ci sera plus légère que l'eau-de-vie de comparaison, & par conséquent d'un degré supérieur à 60, c'est-à-dire, qu'elle contiendra plus de deux parties d'esprit-de-vin contre une partie d'eau. Cette méthode n'est point sujette aux vicissitudes de l'air, parce que tout est égal de part & d'autre; elle ne demande point de poids étalonnés, ni de déterminations délicates: rien de plus facile que de l'exécuter, s'il est nécessaire, devant des Commissaires nommés par le Tribunal où la contestation doit être jugée; on fait journellement devant les Officiers des Cours des Monnoies, des examens beaucoup plus délicats & des déterminations bien plus difficiles; l'usage de la petite balance que je propose, n'est pas plus embarrassant que celui de la balance ordinaire: il ne s'agit que d'y suspendre deux corps en équilibre, & de les plonger dans deux liqueurs; ce moyen

ſimple & précis, me paroît le plus ſûr & le plus commode pour décider un point conteſté: mais, comme il n'a pas d'étendue, on ne pourroit l'appliquer aux uſages du Commerce, que par des cylindres de rechange, étalonnés pour les différentes liqueurs; il vaudroit encore mieux ſe ſervir du pèſe-liqueur de Clarke, en joignant à ſa tige des boules étalonnées pour tous les articles d'une table ou d'un tarif, pour faire deſcendre la tige au même point dans toutes les liqueurs, comme on le pratique en Angleterre. L'uſage des échelles que j'ai propoſées, me paroît préférable à tous égards; on pourroit conſtruire ces mêmes échelles en cuivre, pour des inſtrumens beaucoup plus parfaits que le pèſe-liqueur de Boële. M. Leroy, Membre de cette Compagnie, & M. Germain, Orfèvre du Roi, m'ayant demandé au mois de Mai de l'année dernière, communication de mes idées ſur la manière de déterminer la valeur des liqueurs ſpiritueuſes, ont exécuté des pèſe-liqueurs d'argent très-bien faits, & qui peuvent être gradués ſuivant la méthode expoſée ci-deſſus; mais ils ont deux inconvéniens: le premier eſt, que les diviſions deviendroient trop inégales, & les ſous-diviſions impoſſibles pour toutes les liqueurs qui contiendroient beaucoup d'eau & peu d'eſprit-de-vin, une partie de l'œuf qui forme le corps de l'aréomètre, nageant toujours au-deſſus de ces liqueurs foibles; le ſecond eſt, que les aréomètres deviendroient beaucoup trop chers, par les ſoins & les attentions ſcrupuleuſes qu'ils exigent dans leur conſtruction, & cela pour approcher d'un degré de préciſion que nous devons regarder comme ſuperflu, relativement aux beſoins du Commerce; mais ces inſtrumens qui ſont très-bien exécutés à tout autre égard, peuvent être utiles aux Phyſiciens, & peuvent être perfectionnés.

Je crois avoir ſatisfait à toutes les conditions propoſées au commencement de ce Mémoire: Premièrement, en donnant les moyens de rendre les aréomètres comparables, de façon qu'ils marquent tous les mêmes degrés dans les mêmes températures comme les thermomètres: Secondement, en rendant cette conſtruction auſſi ſimple, auſſi facile & auſſi peu coûteuſe que celle des thermomètres de M. de Reaumur: Troiſièmement, en rendant ces inſtrumens propres à meſurer avec une exactitude ſuffiſante les

degrés de force de toutes les liqueurs ſpiritueuſes, c'eſt-à-dire la proportion des mélanges d'eau & d'eſprit ardent qu'elles contiennent, proportion qui conſtitue leur vraie valeur & qu'on auroit dû ſuivre en impoſant les droits ſur ces liqueurs: Quatrièmement, en donnant un moyen très-ſimple & parfaitement exact, d'une exécution prompte & facile pour décider en Juſtice toute conteſtation ſur les degrés de force des liqueurs ſpiritueuſes, ſoit qu'il s'agiſſe de ſtatuer ſur leur valeur ou ſur l'impôt qu'elles doivent payer.

Je crois avoir jeté ſur cette matière toute la lumière dont elle eſt ſuſceptible, lumière dont elle avoit grand beſoin, à en juger par les inconvéniens qui en réſultoient, par la multiplicité des procès, des fraudes & des abus dont on ſe plaint. Le Public plus éclairé ſur ſes intérêts, me ſaura gré de mon travail; il ne peut déplaire qu'à ceux qui ſavent mettre à profit l'ignorance & les abus, ſoit en trompant les acheteurs, ſoit en fraudant les Droits du Roi.



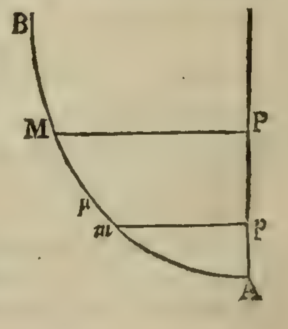
ADDITION AU MÉMOIRE, IMPRIMÉ EN 1734, SUR LES COURBES TAUTOCHRONES.

Par M. FONTAINE.

20 Mai 1768.

ON appelle *Courbe tautochrone* une courbe telle que si un corps descend le long de sa concavité, de quelque point qu'il commence à descendre, il emploiera toujours le même temps à arriver au point le plus bas; ou bien, une courbe telle que si un corps monte le long de sa concavité, il emploiera toujours le même temps à monter depuis le point le plus bas jusqu'à celui où le fera arriver la vîtesse avec laquelle il sera parti de ce point.

Dans le Mémoire que je donnai sur ces courbes, dans le volume de l'Académie de l'année 1734, avant d'en venir à la méthode que j'avois imaginée, je voulus faire connoître ce qu'on avoit fait auparavant. M. Newton avoit appris à trouver la courbe qui seroit tautochrone dans le vide, quelle que fût la loi de la pesanteur. M. Jean Bernoulli avoit déterminé cette courbe dans l'hypothèse de la pesanteur ordinaire & d'un milieu dont la résistance seroit comme le quarré de la vîtesse. M. Euler avoit fait la même chose de son côté, mais je ne le savois pas alors; la manière dont je donnai les solutions de ces deux Auteurs étoit différente de la leur, & nouvelle; elle m'a servi à entendre le Mémoire que M. de la Grange vient de donner sur ce même sujet, dans le volume de l'Académie de Berlin, pour l'année 1765, & j'en ai tiré son équation, comme on va le voir.



Je conçois le corps montant & arrivé de A en m; soit l'arc $Am = x$, l'abscisse correspondant $Ap = s$, la vîtesse du corps au point $m = u$, le temps employé pour

y arriver $= t$, la force qui le retarde le long du petit côté $m\mu$ $= p$; p eſt une fonction de x, de s & de u qui eſt donnée.

Soit M le point juſqu'où pourra monter le corps, & ſoit $AM = a$, l'abſciſſe AP qui lui correſpond $= c$, le temps qu'il emploiera à y monter $= T$; il faut que T ait une expreſſion déterminée & entièrement indépendante de a & de c.

$$\text{On aura } -p \times \frac{\dot{x}}{u} = \dot{u}, \text{ ou } p\dot{x} + u\dot{u} = 0.$$

Si la choſe étoit poſſible, l'on prendroit la FLuente de cette équation en faiſant que u fut $= 0$ lorſque x ſeroit $= a$, & $s = c$, & on auroit $u =$ une fonction de x, de s, de a & de c; l'on ſubſtitueroit cette valeur de u dans l'équation $\dot{t} = \frac{\dot{x}}{u}$; enſuite (en ſuppoſant que X & A ſont deux fonctions pareilles, l'une de x & l'autre de a) l'on tâcheroit de déterminer s en x, & par conſéquent c en a, de manière à rendre l'élément $\frac{\dot{x}}{u}$ une fonction de dimenſion nulle des deux fonctions X & A, & le problème ſeroit réſolu, car la FLuente de l'équation $\dot{t} = \frac{\dot{x}}{u}$, priſe de façon que t & x fuſſent $= 0$ en même-temps, ſeroit $t =$ une fonction de dimenſion nulle de X & A; & lorſque x deviendroit $= a$, & $t = T$, on auroit $T =$ une fonction de dimenſion nulle de A, c'eſt-à-dire une quantité déterminée & indépendante de a.

D'après cette théorie qui ſe trouve en entier dans mon Mémoire, concevons que $FL\,\frac{\dot{x}}{u}$ eſt réellement une fonction de dimenſion nulle de X & de A, en y ſubſtituant zA au lieu de X, A diſparoîtroit & il n'y reſteroit que z.

Soit $dX = \frac{1}{X'}\,dx$, $dA = \frac{1}{A'}\,da$, $du = -\frac{p}{u}\,dx + Q\,da$, Q eſt une fonction que nous ne connoiſſons pas.

En différenciant l'équation $t = FL\frac{\dot{x}}{u}$, on aura.....

$dt = \frac{1}{u}dx + FL\frac{-Q}{u^2}\dot{x} \times da$; en mettant pour dx & da leurs valeurs $X'(Adz + zdA)$ & $A'dA$, on aura $dt = \frac{AX'}{u}dz + (\frac{zX'}{u} - A'FL\frac{Q}{u^2}\dot{x})dA$, & puisqu'il n'étoit pas resté d'A dans t, le coëfficient de dA dans dt sera $= 0$; on aura donc $\frac{zX'}{u} - A'FL\frac{Q}{u^2}\dot{x} = 0$; en remettant $\frac{X}{A}$ au lieu de z, on aura $\frac{XX'}{u} - AA'FL\frac{Q}{u^2}\dot{x} = 0$.

Soit, pour plus de simplicité, $XX' = \xi$, $AA' = \alpha$, on aura l'équation $\frac{\xi}{u} - \alpha FL\frac{Q\dot{x}}{u^2} = 0$, dont la fluxion sera

$$u\dot{\xi} - \xi\dot{u} - \alpha Q\dot{x} = 0\text{; donc } Q = \frac{u\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}} - \xi\frac{\dot{u}}{\dot{x}}}{\alpha},$$

ou en mettant pour $\frac{\dot{u}}{\dot{x}}$ sa valeur $-\frac{p}{u}$, $Q = \frac{u\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}} + \frac{\xi p}{u}}{\alpha}$,

donc $du = -\frac{p}{u}dx + \frac{u\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}} + \xi\frac{p}{u}}{\alpha}da$.

Si cette équation est possible, on aura, ainsi que je l'ai appris aux Géomètres, $\alpha\frac{d(\frac{p}{u})}{da} + \frac{d(u\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}} + \frac{\xi p}{u})}{dx} = 0$, ou

$\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}} \times \frac{dp}{du}u - p\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}} + u^2\frac{d(\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}})}{dx} + \xi\frac{dp}{dx} = 0$, & cette équation-ci, $du + \frac{p}{u}dx + \frac{-u\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}} - \frac{\xi p}{u}}{\alpha}da = 0$,

ſera poſſible auſſi, c'eſt-à-dire qu'il y aura une fonction R de u, de x & de a, qui, la multipliant, rendra ſon premier membre une différence exacte; ceci $R\,du + \frac{Rp}{u}\,dx + - \frac{R(u\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}} + \frac{\xi p}{u})}{a}\,da$ ſera donc une différence exacte, l'on trouvera que $R = \frac{u}{u^2\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}} + \xi p}$; c'eſt-à-dire que $\frac{u}{u^2\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}} + \xi p}\,du + \frac{p}{u^2\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}} + \xi p}\,dx + - \frac{1}{a}\,da$ eſt une différence exacte; ceci $\frac{u\,du + p\,dx}{u^2\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}} + \xi p}$ ſera donc auſſi une différence exacte de u & de x.

Soit $u^2\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}} + \xi p = r$, on aura $p = \frac{r}{\xi} - u^2\frac{\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}}}{\xi}$, & en ſubſtituant cette valeur de p, on aura la transformée $\frac{\xi u\,du - u^2\,d\xi}{\xi r} + \frac{dx}{\xi}$, laquelle en faiſant $\frac{u}{\xi} = y$, ſe changera en celle-ci $\frac{u^2\,dy}{ry} + \frac{dx}{\xi}$ qui ne ſauroit être une différence exacte, à moins que $\frac{u^2}{r}$ ne ſoit une fonction de y ſeule. Soit donc $r = u^2\varphi y$, en entendant par φy une fonction de y, ou en mettant pour y ſa valeur, ſoit $r = u^2\,\varphi\,(\frac{u}{\xi})$; en ſubſtituant cette valeur de r dans l'équation $p = \frac{r}{\xi} - u^2\frac{(\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}})}{\xi}$, on aura

$$p = \xi\varphi(\frac{u}{\xi}) - u^2\frac{(\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}})}{\xi};$$

Ceux qui examineront cette ſolution & qui la compareront avec celle de M. de la Grange, verront :

1.° Que M. de la Grange paroît n'avoir pas bien entendu la ſienne, quoique ſon réſultat ſoit le même, car ſi l'on ſuivoit ce qu'il dit, l'on trouveroit toute autre choſe que ce qu'il a trouvé :

2.° Qu'elle eſt bornée par la ſuppoſition qu'on pourroit toujours déterminer s en x & c en a, de manière à rendre l'élément $\frac{\dot{x}}{u}$ une fonction de dimenſion nulle de X & de A; il faudroit démontrer qu'il n'y a que ce ſeul moyen de faire qu'une courbe ſoit tautochrone dans quelque hypothèſe de peſanteur & de réſiſtance que ce ſoit, & c'eſt ce que M. de la Grange ne démontrera pas, car il eſt bien ſûr qu'il y en a d'autres.

Par exemple, ſoient X & A deux fonctions pareilles, l'une de x & l'autre de a.

Et ſoient Y & B deux autres fonctions pareilles auſſi de x & de a; avec X & A formez une fonction de dimenſion nulle, & nommons F cette fonction.

Avec Y & B formez une autre fonction auſſi de dimenſion nulle, & nommons E cette fonction.

Maintenant avec F & E formez une fonction quelconque, & ſuppoſez cette fonction $= t$, il eſt évident que lorſque x deviendra $= a$, on aura pour T une expreſſion déterminée & indépendante de a.

3.° Enfin l'on verra qu'on n'en tirera jamais que les cas déjà connus.

Revenons à préſent à l'équation de condition

$$\frac{\dot{\xi}}{\dot{u}} \times \frac{dp}{du}\, u - p\,\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}}\, u^2 d\,\frac{\left(\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}}\right)}{dx} + \xi\,\frac{dp}{dx} = 0$$

que nous avons trouvée pour que l'équation

$$du = -\frac{p}{u}\, dx + \frac{u\,\frac{\dot{\xi}}{\dot{u}} + \frac{\xi p}{u}}{\alpha}\, da$$

ſoit poſſible, & nous verrons que ſi M. de la Grange avoit penſé à chercher cette équation & à s'en ſervir, il auroit eu une ſolution

directe

directe, & se seroit épargné toute la peine qu'il a prise pour n'en avoir qu'une indirecte.

Soit, par exemple, la force donnée $p = \sigma + gu + hu^2$; par σ j'entends une fonction de x.

On aura $\frac{dp}{dx} = \frac{d\sigma}{dx}$, $\frac{dp}{dx} = g + 2hu$, & en substituant, on aura $h\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}}u^2 - \sigma\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}} + \frac{f(\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}})}{\dot{x}}u^2 + \xi\frac{\dot{\sigma}}{\dot{x}} = 0$;

donc $h\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}} + \frac{f(\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}})}{\dot{x}} = 0$, & $\xi\frac{\dot{\sigma}}{\dot{x}} - \sigma\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}} = 0$;

donc $\frac{f(\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}})}{(\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}})} = -h\dot{x}$ & $\frac{\dot{\sigma}}{\sigma} = \frac{\dot{\xi}}{\xi}$, donc $\dot{\xi} = me^{-hx}\dot{x}$;

donc $\xi = n - \frac{m}{h}e^{-hx}$, ce qui est la solution de M. de la Grange; je n'avois plus pensé à cette méthode que je trouvai autrefois pour déterminer les courbes tautochrones, le Mémoire de M. de la Grange a fait que je me la suis rappelée & que je me suis mis à l'examiner, j'en ai tiré la solution générale du problème comme il suit.

Je prends sur la courbe AB, que je suppose être celle que l'on demande, deux arcs AM, AM' se surpassant infiniment peu l'un l'autre, & je conçois deux corps partant au même instant, l'un pour monter le long de la courbe jusqu'en M, & l'autre jusqu'en M'.

Soit T le temps qu'emploiera le premier, & T' celui

qu'emploiera le fecond, T & T' étant deux fonctions pareilles; l'une de a & l'autre de a'; car je me propofe, comme je fis anciennement, non-feulement de déterminer les courbes dont tous les arcs foient montés ou defcendus en temps égaux, mais de trouver les courbes où les temps pour monter ou pour defcendre foient comme une fonction des arcs.

Au bout d'un temps t le premier fera en m, & au bout d'un temps t' le fecond fera en m', je conçois que t' eft même nombre par rapport à T' que t par rapport à T.

En différentiant l'équation $p\dot{x} + u\dot{u} = 0$, on aura $pd\dot{x} + \dot{x}\frac{dp}{dx}dx + \dot{x}\frac{dp}{du}d\dot{u} + ud\dot{u} + \dot{u}du = 0$.

Je fais $dx = \alpha\, da$, & par α j'entends une fonction de dimenfion nulle de x & de a; laquelle doit être $= 0$, lorfque $x = 0$, & $= 1$ lorfque $x = a$; car la différence des arcs parcourus en temps proportionnels eft nulle au commencement, & elle eft da à la fin.

On aura fluxion de différence de x, ou différence de fluxion de x, c'eft-à-dire $d\dot{x} = \frac{d\alpha}{dx}\dot{x}\,da$.

Pour avoir du, je fais la proportion fuivante, $FL\frac{\dot{x}}{u'} : FL\frac{\dot{x}}{u} :: T' : T$.

Soit $dT = S da$, on aura différence de $FL\frac{\dot{x}}{u}$, ou FLuente de différence de $\frac{\dot{x}}{u}$, c'eft-à-dire $FLd\frac{\dot{x}}{u} : FL\frac{\dot{x}}{u} :: Sda : T$; donc $FLd\frac{\dot{x}}{u} = \frac{Sda}{T}FL\frac{\dot{x}}{u}$; donc $ud\dot{x} - xd\dot{u} = \frac{Sda}{T}u\dot{x}$; donc $d\dot{u} = \frac{d\alpha}{dx}u\,da - \frac{S}{T}u\,da$ & $d\dot{u} = \frac{d\alpha}{dx}\dot{u}\,da + \frac{d^2\alpha}{dx^2}u\dot{x}\,da - \frac{S}{T}\dot{u}\,da$.

En substituant pour dx, $d\dot{x}$, du & $d\dot{u}$ ces valeurs, on aura

$$p\frac{d\alpha}{dx}\dot{x} + \alpha\frac{dp}{dx}\dot{x} + \frac{d\alpha}{dx}\frac{dp}{du}u\dot{x} - \frac{S}{T}\frac{dp}{du}u\dot{x} + 2\frac{d\alpha}{dx}u\dot{u} + \frac{d^2\alpha}{dx^2}u^2\dot{x} - \frac{2S}{T}u\dot{u} = 0,$$

& en mettant pour $\dot{u}$ sa valeur $-\frac{p\dot{x}}{u}$, on aura

$$\alpha\frac{dp}{dx} - p\frac{d\alpha}{dx} + \frac{d\alpha}{dx}\frac{dp}{du}u - \frac{S}{T}\frac{dp}{du}u + \frac{d^2\alpha}{dx^2}u^2 + \frac{2S}{T}p = 0.$$

Comme cette équation ne suffit pas pour la solution de notre problème, & qu'il nous en faut quelqu'autre, j'en tire

$$\frac{dp}{dx} = \frac{\frac{p\,d\alpha}{dx} - \frac{d\alpha}{dx}\frac{dp}{du}u + \frac{S}{T}\frac{dp}{du}u - \frac{d^2\alpha}{dx^2}u^2 - \frac{2S}{T}p}{\alpha},$$

&

$$\frac{dp}{du} = \frac{\frac{\alpha\,dp}{dx} - p\frac{d\alpha}{dx} + \frac{d^2\alpha}{dx^2}u^2 + \frac{2S}{T}p}{\frac{S}{T}u - \frac{d\alpha}{dx}u},$$

d'où je conclurois tout de suite que

$$\frac{d\left(\frac{p\frac{d\alpha}{dx} - \frac{d\alpha}{dx}\frac{dp}{du}u + \frac{S}{T}\frac{dp}{du}u - \frac{d^2\alpha}{d^2x}u^2 - \frac{2S}{T}p}{\alpha}\right)}{du}$$

$$= \frac{d\left(\frac{\alpha\frac{dp}{dx} - p\frac{d\alpha}{dx} + \frac{d^2\alpha}{dx^2}u^2 + \frac{2S}{T}p}{\frac{S}{T}u - \frac{d\alpha}{dx}u}\right)}{dx}.$$

Mais en observant que p n'est pas une fonction de x & de u en général, mais qu'elle est la somme de deux fonctions, l'une de x & l'autre de u, non-seulement on aura $\frac{d^2p}{dx\,du} = \frac{d^2p}{du\,dx}$; on aura de plus $\frac{d^2p}{dx\,du} = 0$ & $\frac{d^2p}{du\,dx} = 0$, c'est-à-dire

$$\frac{d\alpha}{dx}\frac{d^2p}{du^2}u + \frac{S}{T}\frac{dp}{du} - \frac{S}{T}\frac{d^2p}{du^2}u + 2\frac{d^2\alpha}{dx^2}u = 0;$$

& $\alpha \frac{d^2 p}{dx^2} - p \frac{d^2 \alpha}{dx^2} + \frac{d^2 \alpha}{dx^2} \frac{dp}{du} u + \frac{d^3 \alpha}{dx^3} u^2 + \frac{2S}{T} \frac{dp}{dx} = 0$;
on trouvera que cette dernière équation eſt renfermée dans les deux autres, & qu'ainſi le problème eſt réſolu généralement par ces deux-ci

$$\alpha \frac{dp}{dx} - p \frac{d\alpha}{dx} + \frac{d\alpha}{dx} \frac{dp}{du} u - \frac{S}{T} \frac{dp}{du} u + \frac{d^2\alpha}{dx^2} u^2 + \frac{2S}{T} p = 0,$$

$$\frac{d\alpha}{dx} \frac{d^2 p}{du^2} u + \frac{S}{T} \frac{dp}{du} - \frac{S}{T} \frac{d^2 p}{du^2} u + 2 \frac{d^2 \alpha}{dx^2} u = 0.$$

Soit, par exemple, $p = \sigma + gu + hu^2$, & ſoit T conſtant; on aura $S = 0$, $\frac{dp}{dx} = \frac{d\sigma}{dx}$, $\frac{dp}{du} = g + 2hu$, $\frac{d^2 p}{du^2} = 2h$.

En mettant ces valeurs dans la ſeconde équation, on aura

$$h \frac{d\alpha}{dx} + \frac{d^2\alpha}{dx^2} = 0, \text{ ou } \frac{\left(\frac{d^2\alpha}{dx^2}\right)}{\left(\frac{d\alpha}{dx}\right)} \dot{x} = - h \dot{x}, \text{ ou}$$

$$\frac{d\alpha}{dx} \dot{x} = m e^{-hx} \dot{x}, \text{ ou } \alpha = n - \frac{m}{h} e^{-hx}.$$

Et en rempliſſant les conditions que α ſoit $= 0$ au commencement & $= 1$ à la fin, on aura $0 = n - \frac{m}{h}$ &

$$1 = n - \frac{m}{h} e^{-ha}; \text{ donc } \alpha = \frac{e^{-hx} - 1}{e^{-ha} - 1}.$$

En ſubſtituant dans la première, l'on aura $(e^{-hx} - 1)$

$$\frac{d\sigma}{dx} + h\sigma e^{-hx} = 0, \text{ ou } \frac{\left(\frac{d\sigma}{dx}\right)}{\sigma} = - \frac{h e^{-hx}}{e^{-hx} - 1};$$

donc $\sigma = m e^{-hx} - m$.

Soit $p = \sigma + gu + hu^2 + ku^3$, & ſoit T conſtant, on aura $S = 0$, $\frac{dp}{dx} = \frac{d\sigma}{dx}$, $\frac{dp}{du} = g + 2hu + 3ku^2$,

$$\frac{d^2 p}{du^2} = 2h + 6ku.$$

En mettant ces valeurs dans la ſeconde équation, on aura

$$h\frac{d\alpha}{dx}+3k\frac{d\alpha}{dx}u+\frac{d^2\alpha}{dx^2}=0; \text{ donc } u=-\frac{(h\frac{d\alpha}{dx}+\frac{d^2\alpha}{dx^2})}{3k\frac{d\alpha}{dx}}.$$

En les mettant dans la première, on aura

$$\alpha\frac{d\sigma}{dx}-\sigma\frac{d\alpha}{dx}+(h\frac{d\alpha}{dx}+\frac{d^2\alpha}{dx^2})u^2+2k\frac{d\alpha}{dx}u^3=0,$$

ou $\alpha\frac{d\sigma}{dx}-\sigma\frac{d\alpha}{dx}+(h\frac{d\alpha}{dx}+\frac{d^2\alpha}{dx^2}+2k\frac{d\alpha}{dx}u)u^2=0,$

ou en substituant pour u sa valeur,

$$27k^2\alpha(\frac{d\alpha}{dx})^2\frac{d\sigma}{dx}-27k^2(\frac{d\alpha}{dx})^3\sigma+(h\frac{d\alpha}{dx}+\frac{d^2\alpha}{dx^2})^3=0.$$

Si la fonction α qui convient à cette hypothèse-ci m'étoit donnée & que je la substituasse dans cette équation, il est certain qu'il n'y resteroit point d'a, car la fonction σ ne peut pas dépendre de l'arc a; donc si l'on différencie cette fonction-ci,

$$27k^2\alpha(\frac{d\alpha}{dx})^2\frac{d\sigma}{dx}-27k^2(\frac{d\alpha}{dx})^3\sigma+(h\frac{d\alpha}{dx}+\frac{d^2\alpha}{dx^2})^3$$

en faisant varier a seulement, le coëfficient de da sera $=0$; on aura donc $18k^2\alpha\frac{d\alpha}{dx}\frac{d^2\alpha}{dxda}\frac{d\sigma}{dx}+9k^2\frac{d\alpha}{da}(\frac{d\alpha}{dx})^2\frac{d\sigma}{dx}$ $-27k^2(\frac{d\alpha}{dx})^2\frac{d^2\alpha}{dxda}\sigma+(h\frac{d\alpha}{dx}+\frac{d^2\alpha}{dx^2})^2(h\frac{d^2\alpha}{dxda}+\frac{d^3\alpha}{dx^2da})=0;$ mais par le théorème que j'ai mis à la tête de la première méthode du Calcul intégral, $\frac{d\alpha}{da}$ étant $=-\frac{x}{a}\frac{d\alpha}{dx}$, $\frac{d^2\alpha}{dxda}$ $=-\frac{1}{a}\frac{d\alpha}{dx}-\frac{x}{a}\frac{d^2\alpha}{dx^2}$, $\frac{d^3\alpha}{dx^2da}=-\frac{2}{a}\frac{d^2\alpha}{dx^2}$ $-\frac{x}{a}\frac{d^3\alpha}{dx^3}$; on aura $9k^2\alpha(\frac{d\alpha}{dx})^2\frac{d\sigma}{dx}-18k^2x\alpha\frac{d\alpha}{dx}\frac{d^2\alpha}{dx^2}\frac{d\sigma}{dx}$ $-9k^2x(\frac{d\alpha}{dx})^3\frac{d\sigma}{dx}+27k^2x(\frac{d\alpha}{dx})^2\frac{d^2\alpha}{dx^2}\sigma-(h\frac{d\alpha}{dx}$ $+\frac{d^2\alpha}{dx^2})^2[(hx+1)\frac{d^2\alpha}{dx^2}+x\frac{d^3\alpha}{dx^3}]=0.$

Et au moyen de ces deux équations en éliminant σ, on aura une équation aux quatrièmes différences pour déterminer α;

ayant α, en en substituant la valeur dans l'expression de σ, on aura σ, & le problème sera résolu.

Soit $p = \sigma$; par la seconde équation, on aura $\frac{d^2\alpha}{dx^2} = 0$; d'où l'on tirera $\alpha = \frac{x}{a}$; en substituant dans la première, on aura $x\frac{d\sigma}{dx} - \sigma + \frac{2Sa}{T}\sigma = 0$, soit $\frac{2Sa}{T} = 2n$; donc $T = ca^n$; donc $\frac{\left(\frac{d\sigma}{dx}\right)}{\sigma} = \frac{1-2n}{x}$; donc $\sigma = Ax^{1-2n}$;

Soit $p = \sigma + hu^2$, donc $\frac{dp}{dx} = \frac{d\sigma}{dx}$, $\frac{dp}{du} = 2hu$, $\frac{d^2p}{du^2} = 2h$.

En substituant dans la seconde équation, l'on aura $h\frac{d\alpha}{dx} + \frac{d^2\alpha}{dx^2} = 0$; d'où l'on tirera comme dans le premier exemple $\alpha = \frac{e^{-hx}-1}{e^{-ha}-1}$.

En substituant dans la première, on aura $(e^{-hx} - 1)\frac{d\sigma}{dx} + he^{-hx}\sigma + (e^{-ha} - 1)\frac{2S}{T}\sigma = 0$.

Soit $(e^{-ha} - 1)\frac{2S}{T} = -2nh$; on aura $T = A(e^{ha} - 1)^n$.

Et $(e^{-hx} - 1)\frac{d\sigma}{dx} + he^{-ha}\sigma - 2nh\sigma = 0$, ou $\frac{\left(\frac{d\sigma}{dx}\right)}{\sigma} = -\frac{2nhe^{hx}}{e^{hx}-1} + = \frac{he^{-hx}}{e^{-hx}-1}$; donc $\sigma = ce^{-hx}(e^{hx} - 1)^{1-2n}$.



OBSERVATIONS BOTANICO-MÉTÉOROLOGIQUES,

Faites au château de Denainvilliers, proche Pithiviers en Gâtinois, pendant l'année 1767.

Par M. DU HAMEL.

AVERTISSEMENT.

LES Obſervations météorologiques ſont diviſées en ſept colonnes, de même que les années précédentes. On s'eſt toujours ſervi du thermomètre de M. de Reaumur, & on part du point zéro, ou du terme de la glace: la barre à côté du chiffre indique que le degré du thermomètre étoit au-deſſous de zéro; quand les degrés ſont au-deſſus, il n'y a point de barre; o déſigne que la température de l'air étoit préciſément au terme de la congélation.

Il eſt bon d'être prévenu que dans l'Automne, quand il a fait chaud pluſieurs jours de ſuite, il gèle, quoique le thermomètre, placé en dehors & à l'air libre, marque 3 & quelquefois 4 degrés au-deſſus de zéro; ce qui vient de ce que le mur & la boîte du thermomètre ont conſervé une certaine chaleur; c'eſt pourquoi on a mis dans la ſeptième colonne, *Gelée.*

Les Obſervations ont été faites à huit heures du matin, à deux heures après midi, & à onze heures du ſoir.

Nota. Les Obſervations du baromètre, à commencer du premier de ce mois, ont été faites ſur un baromètre callé ſur celui de l'Obſervatoire, qui eſt 3 lignes plus haut que celui dont nous nous ſervions les années précédentes.

JANVIER 1767.

Jours du Mois.	Vent.	Thermomètre. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		État du Ciel.
		Degrés.	*Degrés*	*Degrés*	*pouc.*	*lign*	
1	S.	— 1 ½	½	0 ½	27.	8 ½	couvert, venteux & nébuleux.
2	O.	— 2	— 1	— 1	27.	3	*idem.*
3	N.	— 1	½	— 2	27.	3	couvert; la terre poudrée de neige.
4	N.	— 2	— 2	— 3 ½	27.	7	couvert & petite neige.
5	N. E.	— 4 ½	— 4	— 5	27.	8	*idem.*
6	S. O.	— 6 ½	— 2	— 2	27.	6	couvert, venteux & nébuleux.
7	N. E.	— 10 ¾	— 8 ¾	— 13 ½	27.	6	beau ſoleil.
8	S. E.	— 10	— 2	— 3	27.	4 ½	couvert & nébuleux.
9	S. E.	— 8 ½	— 4	— 5	27.	7	couvert avec petite neige.
10	S.	— 1	— 2	— 5	27.	6	couvert avec givre.
11	E.	— 9 ½	— 6 ½	— 11	27.	4	beau ſoleil.
12	E.	— 12 ¼	— 6	— 10	27.	3	*idem.*
13	E.	— 5 ½	0	— 1	26.	11 ¾	couvert & grand verglas.
14	S.	1	2	0	27.	3	couvert, venteux & nébuleux.
15	E.	2	1 ½	½	27.	4	couvert.
16	E.	0	1	— ½	27.	5 ½	grand brouillard.
17	N. E.	— 1	— 2	— 4	27.	6 ½	brouillard & givre.
18	N. E.	— 5 ½	— 4 ½	— 6 ½	27.	6	couvert & grand givre.
19	N. E.	— 9	— 5	— 7 ½	27.	7	brouillard & grand givre.
20	N. E.	— 10	— 5	— 8 ½	27.	10	beau ſoleil.
21	S. O.	— 9	— 3	1 ½	27.	10	grand brouillard & neige.
22	S. O.	0	— 3	3	27.	5 ½	variable avec pluie, bruine & vent.
23	O.	1 ½	2	1	27.	8 ½	couvert & bruine.
24	S. O.	0	2	0	27.	10	couvert.
25	S. E.	— 1	2	— 1 ½	27.	9 ½	beau temps; gelée blanche.
26	E.	— 2 ½	3	0	27.	9 ½	}
27	E.	— 2	5	2	27.	10	}
28	S.	0	8	3	27.	9	} beau temps.
29	S.	2	9 ½	3	27.	10 ½	}
30	S.	— ½	7	2	27.	11	}
31	S.	1 ½	7	5	27.	10 ½	beau & nébuleux.

Ce

Ce mois a été très-froid, il a gelé tous les jours & presque toujours assez fort: le plus grand froid a été le 7, il a fait descendre le thermomètre ici à 13 degrés $\frac{1}{2}$ au-dessous de zéro; à Paris il n'a descendu qu'à 12 $\frac{1}{2}$, & à Lille à 14: il y a eu quelques jours de brouillard qui a produit un grand givre sur les arbres & sur la terre qui étoit aussi blanche que s'il fût tombé de la neige; mais comme le soleil n'a pas paru, il s'est détaché de dessus les arbres sans faire un véritable verglas.

La terre étoit couverte de glace, ce qui a rendu les chemins impraticables, même pour les bêtes de charge qui ne pouvoient se soutenir; plusieurs chevaux ont eu des écarts ou se sont cassé les jambes.

Le 4, il est tombé un peu de neige, mais il y a apparence qu'il en étoit tombé davantage dans le voisinage; car le 5, veille des Rois, il y avoit une telle quantité d'alouettes, qu'un seul alouettier pendant la nuit, en a pris avec son filet quinze douzaines & il en auroit pris davantage s'il avoit eu des poches pour les mettre: la nuit suivante il n'en a pas pris une seule, parce que pendant le jour il étoit tombé assez de neige pour blanchir la terre, & les alouettes avoient passé plus loin; elles faisoient route de l'ouest à l'est, sans doute pour gagner les grèves du bord de la Loire où elles subsistent quelque temps, devenant si maigres qu'elles ne sont bonnes à rien.

Quoique la gelée ait été très-forte & qu'elle ait duré long-temps, cependant elle n'a pas pénétré plus d'un pied en terre, ce qui n'est pas, à beaucoup près, autant que l'année dernière, parce que le peu de neige qui étoit sur terre en a diminué l'effet; la glace dans les mares n'avoit pas plus de 7 à 8 pouces d'épaisseur.

La petite vérole a continué tout le mois sur les enfans, mais la plupart de ces petites véroles ont été bénignes & discrettes, cependant il y en a eu quelques-unes de confluentes qui ont fait mourir plusieurs enfans.

FÉVRIER.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S.	3 ½	8 ½	3	27.	11	beau avec nuages.
2	S. O.	1 ½	7 ½	2	27.	10	beau avec nuages & petite gélée.
3	E.	— ½	7	1	27.	9	*idem.*
4	S. O.	— ½	7	1	27.	7	gelée blanche.
5	E.	— ½	7 ½	0	27.	6	brouillard toute la journée.
6	S.	0	6 ½	5	27.	7	couvert & nébuleux.
7	S. E.	3	9 ½	6 ½	27.	5	variable avec pluie, vent & neige.
8	S.	5 ½	8	5	27.	3	couvert, grand vent & pluie le ſoir.
9	S.	5	8 ½	8	27.	4	variable avec pluie & bruine.
10	S. O.	5 ½	5	5 ½	27.	6	variable avec pluie, tonnerre & grêle.
11	S.	6	7	8 ½	27.	6	venteux & pluvieux.
12	S. O.	7	8	4	27.	6	variable avec grand vent ſans pluie.
13	S.	4	8	8 ½	27.	5	couvert & venteux.
14	S.	8	12	9	27.	8	grand vent & nébuleux.
15	S.	8 ½	11 ½	8	27.	8	beau avec nuages.
16	S.	4	9	8	27.	8	beau & couvert avec nuages.
17	S. E.	6	15	9 ½	27.	6	beau avec vent.
18	S.	8	8 ½	6	27.	10	couvert & petite pluie.
19	S.	4	7 ½	3	27.	11	beau avec nuages.
20	S.	½	10	7 ½	27.	6	gelée blanche & bruine.
21	E.	6	5	6 ½	27.	5	grande pluie continue.
22	S.	4 ½	6	2 ½	28.	8	variable avec giboulées.
23	N. E.	2 ½	4 ½	1	27.	10	couvert & pluvieux.
24	S.	— 1	6 ½	5	27.	11	nébuleux & petite bruine.
25	S.	5	9 ½	7 ½	27.	10	couvert, pluvieux & venteux.
26	S. O.	4 ½	7 ½	8	27.	8	grand vent & pluvieux.
27	S. O.	5	10 ½	8 ½	27.	7	grand vent & bruine.
28	O.	5 ½	7	3	27.	10	giboulées.

Ce mois a été fort doux pour la saison, il n'y a eu que quelques gelées blanches; il a souvent tombé de petites pluies fines qui ressembloient à un brouillard & produisoient peu d'eau: on a commencé pendant ce mois à labourer les terres pour les mars; à l'égard des vignes, les uns commençoient à les tailler & les autres achevoient de leur donner cette façon qu'on nomme *parer;* elle a coutume de se donner avant l'hiver, mais quelques Vignerons ayant été surpris par la gelée, elle a été retardée jusqu'après le dégel.

Les perdrix ont commencé à s'appareiller dans les premiers jours du mois. Le 16, les perces-neige & les ellébores jaunes étoient en fleur, ainsi que le bois-gentil ou *mezereon* & le cornouiller; à la fin du mois les plaies des charmes pleuroient.

La petite vérole étoit beaucoup diminuée pendant ce mois; vers la fin il y a eu beaucoup d'éréſipèles & plusieurs personnes âgées sont mortes d'apoplexie.

MARS.

Jours du Mois.	Vent.	Thermomètre. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		État du Ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés	pouc.	lign.	
1	S.	1 ½	8	3	28.		variable ſans pluie.
2	S. O.	½	9	6	27.	8 ½	beau avec vent & nuages.
3	O.	4 ½	8	2	27.	10	vent froid & giboulées.
4	O.	3	4 ½	1 ½	27.	11 ½	couvert & petite pluie.
5	N. E.	— ½	5	4	28.	1	beau & nébuleux.
6	N. E.	2 ½	8 ½	3	28.		beau avec nuages.
7	N.	2 ½	8	5 ½	27.	10	*idem.*
8	N. E.	4	7	1 ½	27.	10	variable avec nuages.
9	N. E.	— 1	6	1 ½	27.	11	beau temps, gelée blanche.
10	N. E.	— 1	6 ½	1	27.	8	beau temps, gelée à glace.
11	N. E.	— 1	9 ½	3 ½	27.	6	*idem.*
12	N. E.	0	9 ½	3	27.	6	petite gelée blanche.
13	E.	— 1	8 ½	3	27.	6	beau temps.
14	S. E.	0	9	5	27.	5 ½	beau avec nuages.
15	O.	1 ½	8	— 1	27.	10	grand vent froid avec neige.
16	N. O.	— 2	5	½	28.		beau & vent froid.
17	S.	0	5	4	27.	6	couvert, vent, pluie & neige.
18	S. O.	4	7	7 ½	27.	6 ½	variable avec vent & bruine.
19	S. O.	3 ½	8	6	27.	7	grande pluie & vent.
20	S. O.	7	9	5	27.	8 ½	*idem.*
21	O.	4 ½	8	5	27.	9	beau & variable ſans pluie.
22	N. O.	1	7	2 ½	27.	7	beau temps, gelée blanche.
23	N.	1	3 ½	1	27.	8	gelée blanche, neige & grêle.
24	N.	— 1	6	¼	27.	8	beau avec nuages.
25	N. E.	— ½	6 ½	3	27.	6	*idem.*
26	E.	1 ½	9	4 ½	27.	3 ½	beau temps.
27	S. E.	2	13	8	27.	5	beau avec nuages.
28	O.	7	11	6 ½	27.	7	variable ſans pluie.
29	N. E.	6	13	7	27.	9	*idem.*
30	S. O.	6 ½	14 ½	9	27.	9	variable avec petite roſée.
31	S. O.	9 ½	12 ½	10	27.	11	couvert & petite bruine.

Ce mois a été froid & ſec; il a été très-favorable pour ſemer les avoines, on attendoit de l'eau pour les faire lever; l'avoine étoit toujours fort chère & valoit 8 livres ou 8 livres 10 ſous le ſac, qui eſt la moitié du ſetier de Paris; les blés étoient beaux & bien verds; le grain avoit diminué au marché pendant le courant de ce mois, le plus beau ne s'étoit vendu au dernier marché du mois que 16 livres 10 ſous; il y avoit même du petit blé à 14 livres le ſac peſant 240 livres; on commençoit à ſemer les pois, les veſces, &c.

Les Vignerons avançoient la taille de la vigne, & remarquoient qu'il y avoit beaucoup de bois de gâté dans des cantons & point dans d'autres, & que celles qui avoient le plus ſouffert étoient les vignes qui avoient été gelées d'automne & qui s'étoient dépouillées avant la vendange, parce que le bois n'étoit pas mûr.

Les oignons de ſafran n'avoient point été gelés, parce que le peu de neige qui étoit tombé, couvroit aſſez la terre pour empêcher la gelée de pénétrer fort avant.

L'hiver a été fort ſec & peut paſſer pour très-froid, mais il y a eu peu de givre & point de verglas ſur les arbres, c'eſt pourquoi ils ont peu ſouffert; cependant les lauriers-francs, les figuiers, la lavande, la petite ſauge, &c. ont été gelés en grande partie.

Le 12, les abricotiers étoient en fleur, & les pêchers commençoient à fleurir. Le 15, les crocus printanniers étoient fleuris, les narciſſes jaunes communs & les jacintes étoient en boutons. Le 28, on vit beaucoup d'hirondelles le long des vallées, mais point encore dans la plaine.

AVRIL.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S. O.	10	11 ½	10 ½	27.	11	variable avec pluie.
2	N. E.	10	14 ½	11	27.	11	variable ſans pluie.
3	N. E.	9	11 ½	8	27.	11	variable avec pluie.
4	N. E.	6 ½	10 ½	5	27.	9	beau avec nuages.
5	N. E.	3 ½	11 ½	5 ½	27.	8	beau temps.
6	N. E.	5	15	8	27.	9	*idem.*
7	N. E.	6 ½	8	4	27.	10	variable avec pluie froide & vent.
8	N. E.	5	9 ½	4	27.	10	orage & grand tonnerre.
9	N. E.	4 ½	11 ½	6 ½	27.	10	beau avec nuages.
10	N. E.	6 ½	13 ½	6 ½	27.	10	beau avec nuages & vent frais.
11	N. E.	7	14	9	27.	10	beau temps
12	N. E.	8 ½	15 ½	10	27.	10	beau avec nuages.
13	N.	8 ½	15	9 ½	27.	9	beau temps.
14	N. E.	7 ½	13	8	27.	8	variable avec nuage ſans pluie.
15	N. E.	5	8 ½	2 ½	27.	9	beau ſoleil, vent froid.
16	N.	2 ½	8	1	27.	8	beau temps, gelée sèche, vent froid.
17	N.	— 1 ½	5	— ½	27.	9	giboulée de neige. *Ther. à 6h m.* — 1 ½.
18	N.	— 1 ½	6	½	27.	8 ½	beau avec nuages & vent.
19	N.	— ½	4	½	27.	7	venteux avec neige. *Th. à 6h m.* — 2 ½.
20	O.	2	6 ½	2	27.	7	couvert.
21	E.	4	10 ½	5 ½	27.	5 ½	couvert & pluvieux.
22	S.	6 ½	12 ½	5 ½	27.	6 ½	couvert, pluie & tonnerre.
23	S.	7	11	7	27.	5 ½	variable avec bruine.
24	N. O.	6	9	5	27.	9 ½	variable avec pluie par ondées.
25	N.	6	8	4	28.		beau avec nuages.
26	N. E.	7	13 ½	6	27.	9 ½	variable avec pluie & tonnerre.
27	N. O.	6 ½	10 ½	5	27.	9 ½	couvert & venteux.
28	N.	5	8 ½	4	28.	1	beau avec nuages & gelée blanche.
29	N. E.	4 ½	10	6	27.	2	*idem.*
30	N.	6 ½	12 ½	5	27.	2	eau temps.

Ce mois a été très-sec & fort froid, depuis quinze jours la verdure ne faisoit aucun progrès, les charmilles n'avoient point de feuilles, les boutons prêts à s'ouvrir leur donnoient un petit œil vert.

Les blés étoient toujours très-beaux, quoique le froid & le vent du nord eussent un peu fatigué & jauni la feuille; leur progrès étoit retardé, ainsi que des autres productions de la terre, ils ne montoient pas encore en tuyau.

À l'égard des vignes, il n'y a eu que les jeunes plans qui étoient plus avancés qui ont souffert, & sur-tout le plan de gouas; mais comme les vignes étoient en général peu avancées, on comptoit que s'il n'arrivoit point d'autre accident le contre-cosson donneroit encore du fruit, même dans les cantons qui avoient été les plus gelés.

Le 3, on vit sortir de terre les petits hannetons, qui tous les ans précèdent les hannetons ordinaires. Le 8, les pruniers étoient en fleur. Le 12, le rossignol chantoit le matin dans le bois. Le 13, les poiriers étoient en pleine fleur.

Les trois jours de gelée qui sont survenues le 17, le 18 & le 19, ont fait prodigieusement de tort aux fruits de toute espèce qui étoient en pleine fleur, & à presque tous nos arbres étrangers, qui ont perdu leurs nouvelles pousses & ont eu peine à faire de nouvelles productions; il en a été de même des mûriers blancs, ce qui a mis ceux qui avoient des vers éclos dans un grand embarras; ils ont presque tout perdu.

Les morilles ont été très-rares à cause du froid & de la sécheresse.

MAI.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	*Degrés.*	*Degrés.*	*pouc.*	*lign.*	
1	N. E.	6	12	7 ½	28.	1	beau ſoleil.
2	O.	7 ½	10	7 ½	27.	11	variable avec bruine.
3	N.	8	10 ½	7 ½	27.	7 ½	beau avec nuages.
4	S.	7	10 ½	6	27.	7	pluvieux.
5	N.	4 ½	9	2 ½	27.	8	le matin gelée, couvert & bruine.
6	N. O.	3 ½	10 ½	5	27.	9 ½	beau temps, gelée à glace.
7	N. O.	5	13	8	27.	10	*idem.*
8	S. E.	8 ½	17	12	27.	9	ciel enfumé tout le jour, un cercle autour du ſoleil.
9	S. O.	9 ½	11 ½	9 ½	27.	9	variable avec pluie.
10	O.	9 ½	13 ½	8	27.	11	variable ſans pluie, avec vent.
11	S. O.	8	15	10	27.	11	
12	S. O.	10 ½	16	12 ½	27.	9 ½	beau avec nuages.
13	S. O.	13	21	13	27.	8 ½	
14	S.	11 ½	11 ½	8	27.	10	variable & pluvieux.
15	E.	8 ½	15	10	27.	8	gelée blanche, roſée.
16	S. O.	11	15 ½	10	27.	9	variable.
17	S. O.	9	9 ½	6	27.	8	couvert & pluvieux.
18	S. O.	10	12 ½	9	27.	9	variable avec vent & bruine.
19	S. O.	9	16	10	27.	9	beau avec nuges.
20	E.	11	14 ½	12	27.	8	beau avec gros nuages.
21	S. E.	12	11	10	27.	8 ½	variable avec pluie.
22	S. E.	11	12 ½	10	27.	8	*idem.*
23	N.	10	13	8 ½	27.	9 ¼	beau avec nuages, vent froid.
24	N.	8 ½	13	6 ½	27.	11	*idem.*
25	N. O.	7 ½	14	11	27.	10	beau avec nuages, gelée blanche.
26	S. O.	11 ½	14 ½	10 ½	27.	9 ½	couvert.
27	S. O.	9 ½	11	8 ½	27.	8	pluie & vent.
28	O.	7 ½	9 ½	15	27.	9	variable avec pluie froide & grêle.
29	S.	7 ½	9 ½	9 ½	27.	6	gelée blanche, variable avec pluie.
30	S.	10 ½	10 ½	10	27.	6	grande pluie. *Le barom. à midi 27. 5.*
31	S. O.	10	14 ½	10	27.	7	couvert.

Ce

Ce mois a été fort ſec & très-froid, & on n'a pas pu ſe paſſer de feu dans les appartemens; il n'y auroit plus eu d'eau dans les marres ſans la pluie du 30 qui eſt tombée pendant preſque toute la journée.

Les blés ſe ſentoient de ce froid; les vents & les brouillards du matin avoient fait jaunir le bout des feuilles; à l'égard des avoines elles étoient fort belles.

Les ſainfoins commençoient à fleurir, mais ils étoient fort bas à cauſe du froid qui avoit retardé la végétation.

Le loriot étoit arrivé depuis quelques jours, mais le 4 on ne voyoit encore que peu d'hirondelles & l'on n'entendoit point le roſſignol, parce que le froid avoit contraint ces oiſeaux de ſe retirer aux abris le long des vallées où les roſſignols ſe ſont établis pour faire leur nid, il n'y en a eu qu'un ſeul qui ſoit reſté dans le parc pour y faire ſon nid auprès du boſquet d'hiver, qui, par ſa ſituation, eſt plus à l'abri du vent du nord; cependant il y en a ordinairement beaucoup dans tout le bois.

Le 5, on ſortit les orangers de la ſerre; cependant le 5, le 6 & le 7 il gela à glace pendant la nuit, ces gelées gâtoient tous les jours quelques bourgeons de vignes, ſur-tout le 5 il y eut des cantons dans le vignoble entièrement gelés, principalement dans les terres légères, & indépendamment de ces déſordres, les vignes montroient peu de raiſins.

Les figuiers, les lauriers ont été gelés juſqu'au raz de terre; les cyprès expoſés au vent du nord ont été fort fatigués & pluſieurs ont été gelés.

Il a paru fort peu de hannetons & preſque point de chenilles, fort peu de mauviettes.

Les eaux étoient fort baſſes, les puits tariſſoient & les meilleures ſources ne pouſſoient point.

JUIN.

Jours du Mois.	Vent.	Thermomètre. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		État du ciel.
		Degrés.	Degrés	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S.	10½	12½	9	27.	10	variable & grande pluie par ondées.
2	S.	10½	11	9	27.	4¾	couvert & pluvieux, il a tonné à midi.
3	S.	9	11	7	27.	7	gr. vent forcé, pluie par ondées, tonn.
4	S. O.	9	14	10	27.	10½	
5	S. O.	10	15	12	27.	11½	beau avec nuages.
6	S. E.	15	22	15	27.	10½	
7	N.	13	18	12	28.	1½	
8	N.	11½	18	12	28.	1	beau temps.
9	N. E.	12½	16½	10½	27.	11½	beau avec vent.
10	N. E.	12	16½	12	27.	10	beau avec nuages.
11	N. E.	10	11	10	27.	8½	pluie tout le jour par averses & tonnerre.
12	N. E.	11	14	13	27.	9	beau avec nuages.
13	N. E.	11½	13	12½	27.	8	couvert avec brouillard sec.
14	N. E.	8½	14	8	27.	8	beau avec nuages.
15	N. E.	9	12	9	27.	8½	couvert & variable avec bruine.
16	N. E.	9	11	9½	27.	10½	couvert avec bruine & vent froid.
17	N.	9½	14	8	27.	11½	couvert, le matin gelée blanche.
18	O.	9	15½	10	27.	11	*idem.*
19	O.	10½	15½	11½	27.	10	beau avec nuages.
20	S. O.	12	16½	12	27.	8½	*idem.*
21	N. E.	13½	16	12	27.	9½	variable avec petite pluie.
22	N. E.	12	17½	13	27.	11	*idem.*
23	N. E.	13	21	13	27.	11½	
24	S. O.	15	23	17	27.	11½	beau avec nuages.
25	O.	16½	24	18	28.	½	
26	S	18	25¼	18½	27.	10	
27	N.	21	22	15½	27.	9½	beau avec nuages & tonn. 11^h *Th.* 26^d.
28	N. E.	11½	14½	11½	27.	10	variable avec pluie & tonnerre.
29	N. E.	12½	14	11½	27.	10	variable avec petite pluie par ondées.
30	N.	11	17	12½	27.	10½	beau temps.

On n'a cessé que le 20 de ce mois à faire du feu, & si les appartemens n'avoient pas été échauffés par les chaleurs qu'il a fait depuis le 23 jusqu'au 27, on auroit été obligé de se chauffer les derniers jours de ce mois.

Le 24, les blés étoient en pleine fleur, ils étoient bas, mais l'épi étoit plus beau par proportion dans les terres légères que dans les terres fortes; les avoines avoient bien épié, mais elles n'étoient pas hautes.

Le 15, on a commencé à faucher les sainfoins, ils étoient bien garnis, mais fort bas.

Vers le milieu du mois la vigne a commencé à fleurir; les orangers n'ont fleuri que tard, la fleur a duré jusqu'à la fin du mois, mais il y en a eu très-peu.

Dès le commencement du mois les abeilles ont jeté, mais les essains sortoient avec peine à cause du froid & par petits pelotons dont la plupart ont péri, cependant on les ramassoit avec soin & on en mettoit plusieurs dans une même ruche.

On a commencé vers le 7 Juin à servir des fraises, on voyoit aussi des guignes & des cerises rouges qui n'étoient pas mûres.

JUILLET.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés	pouc.	lign.	
1	S. O.	13	17	14½	27.	10	beau avec nuages.
2	S.	15½	11½	11½	27.	8	variable & pluvieux.
3	S.	10	13	11	27.	5	pluie à verſe toute la nuit & tonn. le mat.
4	S. O.	11	14	11	27.	7½	variable avec pluie & vent.
5	S.	11½	17	14	27.	6	}
6	S.	13	17	14½	27.	9	} beau avec nuages.
7	E.	13½	20	16	27.	9½	}
8	S. O.	18	24	17	27.	9	beau avec nuages & vent.
9	S. O.	15	18	12½	27.	9	gr. vent avec nuages & ondées de pluie.
10	O.	12½	16½	11½	27.	8	*idem.*
11	S. O.	12	15	12	27.	8	variable avec ondées.
12	S. O.	11	15	10	27.	10	*idem.*
13	S. O.	12½	17	13	27.	10	beau avec nuages.
14	S. O.	14	18½	13	27.	9½	*idem.*
15	E.	15½	20	15	27.	8	beau avec nuages & le temps lourd.
16	N.	12½	16	13	27.	10	pet. pluie, le ſoir beau avec gros nuages.
17	E.	15	23	16	27.	9	beau avec gros nuages.
18	O.	15	19	15	27.	11	tonn. la nuit, le jour beau avec nuages.
19	S. E.	15½	22½	16½	27.	9	beau avec nuages.
20	S. O.	18	24	15½	27.	8½	venteux, beau avec nuages, le ſ. éclairs.
21	S. O.	14	18	12	27.	8	variable avec petites ondées & tonnerre.
22	S. O.	13	14	14	27.	10	variable avec vent & petites ondées.
23	S. O.	13½	15	12	27.	½	couvert & pluvieux.
24	S. O.	13½	15	12½	27.	9	variable avec gros nuages & ondées.
25	S. O.	12½	17	12	27.	9	variable avec vent & petites ondées.
26	S. O.	13	12½	13½	27.	10½	couvert & pluvieux. Il a tonné au loin.
27	S. O.	14	19	14½	27.	11	variable avec nuages & ondées.
28	S. O.	13	19	14	27.	11	beau avec nuages.
29	S. O.	14	17½	14	27.	10	*idem.*
30	S. O.	14	18½	15	27.	8	variable avec nuages ſans pluie.
31	S. O.	14½	16	9	27.	9	variable avec pluie, vent & tonnerre.

Pendant ce mois le temps a été variable, & si l'on en excepte quelques jours de chaleur, il a toujours fait froid.

Le 7, les abeilles ont commencé à tuer les bourdons ou grosses mouches, & les marchands faisoient sortir les mouches des paniers.

Le 28, on a commencé à couper les seigles, & on a discontinué à cause de la pluie; à la fin du mois il y en avoit encore la moitié sur pied: on craignoit que les pluies ne continuassent, car comme il y avoit beaucoup de blés de versés, ils auroient germé.

AOUST.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	N.	12	16½	11½	28.	½	beau avec quelques nuages.
2	E.	12	18	12	27.	10	beau temps.
3	E.	13	21	16	27.	8	*idem.*
4	S. O.	16	22½	17½	27.	9	beau avec nuages.
5	S. O.	17	24	18½	27.	10	*idem.*
6	S. E.	18	26½	17½	27.	8	variab. avec tonn. éc.& gr. vent la nuit.
7	S. O.	15½	15½	15	27.	9	couvert tout le jour, tonnerre le soir.
8	S. O.	14	18½	16	27.	10	variable avec nuages.
9	S. O.	15	22	16½	27.	10	beau temps.
10	S. O.	16½	24½	18	27.	11	beau temps fixe.
11	S.	17	26½	21½	27.	11	beau avec quelques nuages.
12	N.	15	22	16	28.	½	beau avec nuages & tonnerre.
13	E.	14	22	16	27.	10½	beau avec nuages.
14	S. E.	17½	22	15	27.	7	couvert, venteux & nébuleux.
15	S. O.	11	15½	11	27.	9	variable & froid avec pluie.
16	S.	12	16	13	27.	9	variable avec nuages & ondées.
17	S. O.	12½	16	11	27.	8½	variable avec ondées, le soir il éclaire.
18	S. O.	11½	13	10	27.	7	variable avec ondées.
19	O.	10	13	10	27.	7½	variable avec bourasque de vent.
20	N. E.	11	14½	10	27.	6	variable avec gros nuage, il a gelé.
21	O.	10	15½	10	27.	10	*idem.*
22	S.	10	17½	13	27.	10	beau avec nuages.
23	S. O.	13	17½	13	27.	9½	variable avec nuages & bruine.
24	N.	11½	16½	12	27.	11	beau avec nuages.
25	N. O.	13	18½	11	28.	½	*idem.*
26	N. E.	12½	15½	11½	28.	1	beau temps.
27	N. E.	12	20½	13	28.	1	*idem.*
28	E.	14	19½	14½	27.	10	beau fixe & venteux.
29	E.	13	21½	16½	27.	8½	beau fixe.
30	O.	16½	19½	14½	27.	9	variable avec petite bruine.
31	N. O.	11	12	11	27.	10	gr. pluie le mat. pluv. le reste du jour.

Ce mois a été extrêmement frais, on peut même dire froid pour le mois d'Août, car excepté quelques jours de chaleur, il a toujours été si froid qu'il a gelé plusieurs jours de suite ; il peut aussi passer pour sec, parce qu'il n'est point tombé d'eau par orage; les mares ont tari, ainsi que les sources: la rivière d'Essonne a été à sec, c'est pourquoi la pluie abondante qui a tombé le 31 a fait grand plaisir.

Le lundi 3 de ce mois, les Fermiers qui avoient achevé de serrer leurs seigles, commencèrent à faire couper les fromens; la moisson a été finie le 29, & sur le champ on a commencé à lever les avoines les premières fauchées : le temps frais qu'il a fait pendant la moisson a été très-favorable pour les moissonneurs, & les petites pluies qui ne l'ont point interrompue, ont fait beaucoup de bien au grain, qui paroissoit de bonne qualité; il n'y avoit pas tant de paille que l'année dernière, cependant il n'y a point de Fermiers qui n'aient été obligés de faire des gerbiers, mais les gerbes étoient légères, ce qui annonçoit peu de grain.

Il n'y avoit encore à la fin du mois aucun grain de verjus de tourné.

SEPTEMBRE.

Jours du Mois.	Vent.	Thermomètre. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		État du Ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S. O.	10	14½	11	27.	10	couvert avec nuages.
2	S. O.	12½	17	13	27.	9	variable avec nuages & petite pluie.
3	S.	13	19	13½	27.	9	beau avec nuages.
4	S.	15	24½	18	27.	9	beau fixe, le soir éclairs & tonnerre.
5	S. E.	16½	24½	18	27.	9	beau avec vent.
6	S. E.	14½	15½	12½	27.	9½	grande pluie & tonnerre.
7	S. O.	12	15	12½	27.	9	beau avec nuages.
8	S. O.	9½	15	11	27.	9½	*idem.*
9	S.	10	12½	10	27.	6	var. avec grande pluie & gelée blanc.
10	O.	10½	15	9½	27.	11	beau avec nuages, vent & gelée blanche.
11	E.	10	18	12	27.	11½	beau avec nuages.
12	E.	11	20	14	27.	10	*idem.*
13	O.	14	17	12	28.	½	couvert & tonnerre.
14	S. O.	9	15	12	28.		beau avec nuages.
15	O.	9½	14½	11	27.	11½	couvert.
16	S. O.	11½	15½	11	27.	11½	brouillard & petite bruine.
17	S.	12	19½	13½	27.	11½	beau fixe.
18	E.	14	20½	15	28.	1	beau temps.
19	N. E.	13	19½	14	27.	2	beau avec nuages.
20	N. E.	12½	18½	12	27.	2½	beau temps.
21	N. E.	10½	15½	10½	27.	11½	beau & venteux.
22	N. E.	11	16	10	27.	11	beau & venteux.
23	N. E.	9	16	11½	27.	9½	beau & venteux.
24	N. E.	8½	13	11	27.	11	beau temps.
25	N. E.	10	15½	13	28.		couvert.
26	N. E.	11½	15	12	28.	1	*idem.*
27	S. O.	11	16	13	27.	11	beau avec nuages.
28	O.	13	15	10½	27.	11½	pluvieux & venteux.
29	S. O.	12½	15½	11½	27.	7	variable avec nuages sans pluie.
30	N. O.	8	11½	6	27.	10	couvert & venteux.

Ce

Ce mois a été froid, mais très-ſec, ce qui fait qu'on mangeoit encore de fort bons melons quoiqu'ils euſſent manqué de chaleur; on peut dire en général qu'il n'y a point eu d'été & qu'il a été très-ſec: toutes les ſources, même les plus baſſes, ont tari, c'eſt pourquoi la rivière d'Eſſonne étoit à ſec; des puits très-anciens qui avoient toujours fourni beaucoup d'eau, en manquoient; il y avoit apparence que les eaux ſeroient encore baſſes, parce que n'y ayant pas eu de chaleur pendant l'été, les neiges n'ont point fondu dans les montagnes; c'eſt pour cette raiſon qu'il n'y a point eu de crûe dans la rivière de Loire.

À la fin du mois les raiſins étoient en partie noirs, en partie rouges, & il y avoit des grains verds & encore en verjus; pluſieurs cantons de vigne ont été gelés la nuit du 23 au 24.

On a travaillé pendant tout ce mois à donner aux terres à blé le dernier labour qu'on nomme *à demeure.*

Sur la fin du mois, on ne voyoit plus d'hirondelles; il eſt mort pendant l'été quantité de petits hirondeaux dans les nids, ſoit à cauſe du froid, ſoit faute de trouver des moucherons pour leur nourriture.

On commençoit à voir quelques grives.

OCTOBRE.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre.		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S. O.	4	12½	10	27.	11½	gelée blanche, beau avec nuages.
2	S. O.	8	14	10½	27.	11	beau avec nuages.
3	S. O.	10	14	11	27.	5	couvert & grand vent.
4	O.	6½	10	4	27.	3	couvert, pluvieux & grand vent.
5	O.	4	9	5½	27.	7	beau & venteux avec nuages.
6	S. O.	6	13	11½	27.	10	variable & venteux avec bruine.
7	S. O.	10½	15½	11	27.	9½	beau avec nuages.
8	S. O.	9	15	14½	27.	7½	beau avec nuages & pluvieux.
9	N. O.	12	14½	7	27.	9	variable avec pluie & vent.
10	N.	4	8	4	27.	11	pluie la nuit, beau avec nuages & vent.
11	N. O.	1½	7	3½	27.	10½	variable & gelée blanche.
12	N.	2	5½	5	28.		variable & couvert avec petite bruine.
13	N. E.	5	7½	6½	28.		couvert.
14	N. E.	5½	5½	6	27.	9	couvert & pluvieux.
15	N. E.	3½	7½	3	27.	11	beau avec nuages.
16	S. O.	1	7½	3½	27.	8½	gel. à glace, couv. & pluv. après-midi.
17	N. O.	5	11	3	27.	10	beau avec nuages.
18	S. O.	8½	11½	10	27.	10½	couvert & bruine.
19	S.	9	11	8	27.	11½	*idem.*
20	S.	8	15	10	28.		beau ſoleil.
21	S.	8	11½	10	28.	1	couvert & humide, brouillard le matin.
22	E.	8	15½	11	27.	11	le matin brouillard, beau ſoleil.
23	E.	8	15½	11	27.	11	beau ſoleil.
24	S. O.	9	14½	11	28.	1	couvert & pluvieux.
25	S. O.	9½	15½	12	28.	1	beau temps.
26	S. O.	11½	16	12	28.	½	couvert.
27	O.	11	13	7	28.	2	variable avec bruine.
28	E.	4½	10½	10	27.	10½	couvert & pluvieux.
29	S. O.	9½	12	7½	27.	11	beau avec nuages.
30	S.	6½	15½	12	27.	7	couvert.
31	S.	7	9	5½	27.	8	variable avec pluie & vent.

Ce mois a été variable & la fin très-pluvieuſe, cependant le baromètre a toujours été aſſez haut.

Le 12, on a commencé la vendange, les vignes qui ont été vendangées le 20, ont commencé le 21 à pouſſer un petit bouillon, & le 22 la cuve étoit en pleine fermentation couleur de roſe; on s'attendoit que le vin n'auroit point de qualité : tous les vins ont été entonnés vers le 26 : il y en a eu très-peu & moins encore que l'on ne comptoit; les meilleures vignes n'ont donné qu'une pièce par arpent; le vin avoit peu de couleur & étoit verd à l'excès, ce qui a fait prodigieuſement augmenter le prix du vin vieux.

À la fin du mois de Septembre il y avoit beaucoup de fleurs mâles ſur les cèdres du Liban, tant au jardin du Roi à Paris qu'à Denainvilliers : vers le 20 on a vu les premières fleurs de ſafran, ils ont très-peu donné & à la fin du mois on n'en voyoit preſque plus.

Il a règné dans les derniers jours de Septembre & pendant tout le courant d'Octobre des dyſſenteries épidémiques dans toute la Province, pluſieurs en ſont morts & les autres ont été long-temps à ſe rétablir.

Beaucoup de chevaux ont été attaqués de la toux; les poules ont eu la pepie, & les dindons ont eu des chancres ſur la langue.

NOVEMBRE.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	*Degrés.*	*Degrés.*	*pouc.*	*lign.*	
1	S.	3½	7	5	27.	8	pluie par ondées le jour & la nuit.
2	S. O.	6	9	11	27.	8	couvert & bruine.
3	S. O.	10	12½	11	27.	9	couvert, humide & venteux.
4	S. O.	9½	11½	10	27.	9	couvert.
5	S. O.	10½	12	10½	27.	9	couvert & pluvieux.
6	S.	6	10	5	27.	11	beau avec nuages.
7	S.	6	10½	9	27.	10½	couvert, pluvieux & venteux.
8	S.	6	11	10½	27.	11	grand brouillard, couvert & humide.
9	S. O.	10	12½	10½	28.		couvert.
10	S. O.	8	12½	8½	27.	11	variable & couvert ſans pluie.
11	S. O.	9½	9½	6½	28.	1½	beau avec nuages.
12	S. O.	5½	11	10½	27.	9½	couvert.
13	S.	8	7	5	27.	9	pluvieux.
14	S. O.	6	8	7	27.	4	pluie & vent.
15	S. O.	5	6½	5	27.	4½	pluvieux & venteux.
16	S.	6	7	6	27.	3	*idem.*
17	S. O.	5	6	4	27.	7	couvert & bruine.
18	S.	0	4½	1	28.		beau avec nuages & bruine.
19	S. O.	— ½	2½	2½	28.	2	couvert, brouillard & verglas.
20	E.	3	6½	1	28.	3	beau ſoleil.
21	N. E.	—1½	4½	0	28.	1	*idem.*
22	E.	—1½	4½	1	28.	½	beau avec nuages.
23	E.	1	5	1	28.		brouillard.
24	E.	½	2	1	27	11½	grand brouillard.
25	E.	0	3	¼	28.	1	*idem* le matin; beau l'après-midi.
26	S. O.	1	5	5	28.	1	couvert & bruine.
27	S. O.	6	9	8	28.		couvert.
28	N.	3	6	2	28.	2	beau ſoleil.
29	E.	— ½	3	—2	27.	11½	variable avec bruine.
30	S. O.	—1½	2½	3	27.	11	couvert & bruine.

Ce mois a été pluvieux & le temps a presque toujours été couvert; il y a cependant eu quelques beaux jours & du froid.

Les dyssenteries ont beaucoup diminué pendant ce mois, mais ceux qui en avoient été attaqués ont eu de la peine à se rétablir.

La toux des chevaux est devenue presque générale, mais elle n'a point eu de mauvaises suites.

Les dindons étoient attaqués de plusieurs maladies qui en ont fait mourir un grand nombre; les uns ont eu des dévoiemens & sont morts en langueur, d'autres ont eu des fluxions sur la tête; les ganglions s'endurcissoient, la tête enfloit, les yeux se fermoient, la langue & le bec étoient couverts de chancre, on leur a lavé la tête avec une lessive & le bec avec du sel, du poivre, de l'ail ou de l'eau vulnéraire, & on leur a fait manger à la main du son détrempé avec une décoction de rue, d'absinthe & de lavande; malgré tous ces remèdes & d'autres qu'on a tentés, il en est mort beaucoup; d'autres ne paroissant point malades mouroient tout d'un coup pendant la nuit; j'en ai fait ouvrir qui avoient le foie & le gésier très-sains, mais la membrane intérieure du gésier se détachoit & se déchiroit aisément comme si elle eut été attaquée de la gangrène.

Comme cette maladie a continué tout l'hiver, le détail s'en trouvera dans le Journal de 1768.

DÉCEMBRE.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin.	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	*Degrés.*	*Degrés.*	*pouc.*	*lign.*	
1	N.	3½	4	−1	27.	9½	variable ſans pluie.
2	N.	0	2	−2½	28.		variable & beau avec grêle.
3	N.	−4	−1	−3½	28.	2	beau & venteux.
4	E.	−6	0	−1	28.	½	beau avec nuages & greſil.
5	S.	½	3	3	27.	7	brouillard & bruine froide.
6	O.	2½	4½	3½	27.	8	couvert & humide.
7	S.	4	6½	6½	27.	9	*idem.*
8	S.	5	7	7	27.	10½	couvert & venteux avec bruine.
9	S.	6½	7½	6½	27.	10½	couvert & humide.
10	S.	4½	5	5	27.	9	couvert.
11	E.	4	5	3½	27.	11	beau avec nuages.
12	N. E.	−1½	3	−½	27.	11½	beau & brouillard le ſoir.
13	S.	−3	−1	0	27.	11½	givre & brouillard.
14	S.	3	3	1½	28.		couvert, brouillard & bruine.
15	E.	1½	3½	2	27.	11½	variable ſans pluie.
16	N. E.	0	3	−½	27.	10	brouillard & beau ſoleil l'après-midi.
17	N. E.	−1½	3½	0	27.	7½	beau ſoleil.
18	S.	0	6	−2	27.	4½	beau temps.
19	E.	2	8	2½	27.	3	beau avec nuages.
20	E.	2	4½	3½	27.	4	beau avec nuages & vent.
21	N. E.	−1	1½	−1½	27.	6	*idem* avec nuages.
22	N. E.	−3	−1	−4	27.	8	*idem.*
23	N. E.	−6	−3½	−6	27.	9	beau & venteux.
24	N. E.	−8½	−5	−7	27.	9½	beau ſoleil.
25	N. E.	−9½	−5½	−8	27.	6½	*idem.*
26	N.	−8½	−4	−5½	27.	4½	couvert; neige le ſoir.
27	E.	−5½	−2	−4½	27.	4½	le matin, la terre eſt couverte de neige.
28	N. E.	−4½	−3	−2½	27.	5	neige toute la journée.
29	S.	−5	−1½	−2	27.	8	beau ſoleil.
30	S.	−8	−4	−8	27.	8	*idem.*
31	S. O.	−12	−8½	−9	27.	8	beau, grand givre.

Ce mois a été très-froid ; la grande gelée n'a commencé que le 21, mais le froid a toujours été en augmentant jusqu'à la fin.

Il est peu tombé d'eau & la terre étoit sèche lorsque la gelée a commencé.

Idée générale des Productions de la terre, pendant l'année 1767.

Fromens.

Les bonnes terres blanches de la Beauce ont moins rapporté cette année que les terres légères, parce que n'y ayant point eu de chaleurs pour échauffer les terres blanches qui sont froides, le blé a monté trop tard en tuyau & a été rouillé; dans les terres légères il y a eu assez de fourrage, mais il faut vingt-quatre à vingt-six gerbes pour remplir une mine qui contient 80 livres de grain; au lieu que dans les bonnes années il ne faut que douze gerbes pour remplir cette mesure; de plus il y a dans le grain au moins un quart de petits grains retraits qui ne donnent point de farine; ainsi l'année ne peut au plus être estimée que le tiers ou le quart d'une bonne année: le blé valoit 24 à 25 livres le setier, mesure de Paris.

Avoines et Orges.

Il n'y a eu que médiocrement d'avoine, mais elle étoit de bien meilleure qualité que celle de l'année dernière; les orges ont été très-belles & ont donné beaucoup de grain.

Gros Légumes.

Les pois, les vesces, les lentilles & autres plantes légumineuses ont bien réussi & leur fourrage a été de bonne qualité.

Vins.

Les vignes ont été gelées au printemps & le peu qu'il en est resté n'a pu mûrir que très-imparfaitement, parce qu'il n'y a point eu de chaleur; les vignes, l'une dans l'autre, n'ont pas rapporté un quart de vin par arpent, & ce vin n'a aucune qualité, point

de couleur & eſt très-verd, cependant la plupart des Vignerons l'ont paſſé ſur leur vin vieux.

L'eau-de-vie eſt très-chère, & les vins de cette année ne ſont propres ni à brûler ni à faire du vinaigre.

FRUITS.

Il n'y a eu aucune eſpèce de fruit, ni à noyau ni à pepin; pas même de fruits ſauvages, de cénelles, de prunelles, de glands, ni de noix, je ne dis pas *peu*, je dis *point du tout;* depuis long-temps il n'y a eu une année auſſi ſtérile; les melons ont eu très-peu de qualité & il n'y en a eu que fort peu de paſſables, & ceux-là ont été les tardifs.

FOINS ET SAINFOINS.

Les ſainfoins ont été bas; la récolte n'en a pas été abondante, mais ils ont été de bonne qualité; la récolte des foins a été aſſez abondante.

SAFRANS.

On ſe rappellera que l'année dernière la gelée ayant pénétré avant en terre, & ayant duré preſque tout l'hiver, les oignons de ſafran qui ſe forment dans cette ſaiſon, étoient reſtés fort petits & incapables de donner de la fleur.

Il n'y a guère eu plus de fleur de ſafran cette année que l'année dernière 1766; on a recueilli environ une livre ou cinq quarterons par arpent, qui ne s'eſt vendu que 40 francs la livre.

CHANVRES.

Les chanvres ont été abondans & de bonne qualité.

GIBIER.

Il y a eu aſſez de perdrix & de lièvres, mais beaucoup plus de cailles qu'on n'en avoit vu depuis long-temps; on n'a point vu cette année de groſſes grives, parce qu'il n'y a point eu de cénelles; les mauviettes ou grives de vendange, n'ont paru que pendant peu de temps, mais elles étoient en grande quantité.

Il y a eu beaucoup d'allouettes dans les commencemens de leur

leur arrivée, mais elles étoient maigres & ne valoient rien; il n'y a point eu d'oiſeaux de rivière d'aucune eſpèce, parce qu'il n'y avoit point d'eau dans les prés ni dans la rivière; on a très-peu vu de corneilles pendant l'hiver.

ABEILLES.

Elles ont très-bien fait pour la récolte du miel, parce que les fleurs légumineuſes ont été long-temps en fleur, mais elles ont jeté leurs eſſaims par petits pelotons dont il a fallu mêler pluſieurs enſemble pour remplir les ruches.

INSECTES.

Il y a eu peu de hannetons & il n'y a eu d'aucune eſpèce de chenilles, quoiqu'on vit beaucoup de fourreaux pendant l'hiver; mais il y a eu une quantité prodigieuſe de ſouris dans les granges & qui ont conſommé beaucoup de blé & d'avoine.

SEMIS ET PLANTATIONS.

Les lauriers francs & les figuiers ont été gelés d'hiver; la gelée a peu endommagé les autres arbres, ſi ce n'eſt les cyprès qui ſe ſont trouvés expoſés au vent du nord; ce ſont les gelées du mois d'Avril qui ont perdu tous les fruits & endommagé les jeunes pouſſes des autres arbres, cependant nous n'avons preſque perdu aucun de nos arbres étrangers.

Les arbres qui ont été plantés cette année ont très-bien repris, & la pouſſe a été belle, parce qu'il n'y a point eu de chaleur pendant l'été.

MALADIES DES HOMMES.

Il y a eu peu de fièvres intermittentes, mais beaucoup de dyſſenteries cet automne dont pluſieurs étoient accompagnées d'un caractère de putridité qui ont fait périr beaucoup de monde; cependant il n'y a eu de fruits d'aucune eſpèce qui ait pu occaſionner cette maladie, ni les vers qui les accompagnoient preſque toutes.

MALADIES DES BESTIAUX.

Il n'y a point eu de maladies épidémiques ſur les beſtiaux; quantité de chevaux ont eu la toux cet automne, mais elle s'eſt paſſée ſans accident.

Il eſt bon de ſe rappeler ici un évènement qui a penſé être funeſte à pluſieurs troupeaux, quoiqu'il ſoit connu de preſque tous les Fermiers; les pluies qui ſurvinrent un peu avant les ſemailles, & qui avoient été précédées de ſéchereſſe, firent germer beaucoup de ſemences, ſur-tout du ponceau; les Bergers qui eurent l'imprudence de mener leurs troupeaux ſur les guérets dans cette circonſtance, virent leurs bêtes qui enfloient à vue d'œil; ils coururent en avertir le Fermier qui ſortit avec tous ſes domeſtiques & ſes chiens pour, à coups de fouet, faire courir le troupeau, & cela pendant quatre ou cinq heures ſans diſcontinuer; c'eſt le ſeul remède qu'on connoiſſe à cet accident, mais il eſt très-bon & deux de nos Fermiers, dont les troupeaux ont été attaqués de cette maladie, n'ont perdu que les bêtes qui, à l'arrivée du ſecours, ne pouvoient prendre cet exercice, étant déjà trop enflées: malheureuſement ce remède eſt très-fatigant pour ceux qui le donnent, un de nos Fermiers y a gagné une pleuréſie.

Cette maladie attaque quelquefois les vaches, & le remède eſt le même, un exercice violent; quelques-uns prétendent que cette maladie eſt produite par les jeunes ponceaux, quand les beſtiaux en mangent en trop grande quantité; des Vignerones m'ont dit qu'elles avoient eu des vaches malades pour leur avoir donné dans l'étable, du ponceau en trop grande quantité; mais d'autres croient que toute eſpèce de plante fort jeune, produit le même accident: ils ſoupçonnent même qu'il dépend de ce que les bêtes en mangent en trop grande quantité & s'engorgent; je n'ai ſur cela aucune expérience déciſive.

MALADIES SUR LES VOLAILLES.

Il n'y a point eu de baſſe-cour où il ne ſoit mort beaucoup de poules; il y en a qui les ont perdu toutes, d'autres la moitié, d'autres un quart; vers la fin de cet automne, les dindons ont

été attaqués d'une maladie épidémique ſur la tête, dont la ſuite ſe trouvera dans les obſervations de 1763 ; mais la maladie n'a pas été générale.

Niveau des Eaux.

Les eaux ont été très-baſſes toute l'année, les ſources ont tari & la rivière a été à ſec; cependant il a peu péri de poiſſon parce qu'il s'étoit retiré dans les foſſes où il ſe conſerve beaucoup d'eau, mais la gelée en a fait mourir beaucoup; il a fallu fouiller preſque tous les puits, même les plus anciens: il y a eu des fermes en Beauce où on a été obligé d'envoyer chercher de l'eau à trois lieues, & pluſieurs ont été dans la néceſſité d'y envoyer leurs vaches & leurs moutons, parce qu'il n'y avoit point d'eau dans les mares ni dans les puits.

Laines.

Compte de trois toiſons, dont deux de moutons Anglois & une du Gâtinois.

La laine du bélier Anglois peſant en ſuin 6 livres 7 onces, a rendu lavée 3 livres 3 onces : celle de la brebis Angloiſe peſant en ſuin 6 livres, a rendu lavée 3 livres.

La laine de la brebis du Gâtinois, peſant en gras 4 livres 10 onces, a rendu lavée 2 livres; ainſi le tout s'eſt réduit à 8 livres.

La livre de laine angloiſe a été vendue vingt ſous, ainſi trois livres de cette laine ont été vendues...............	3^l	0^f
La livre de laine de Gâtinois a été vendue 17 ſous, ainſi les deux livres......................	1.	14
	4.	14.
A déduire, port de Pithiviers à Orléans & lavage.....		18
Reſte net....	3^l	16^f

Nota. Le bélier & la brebis angloiſe nous avoient été donnés par M. le Préſident de Maleſherbes; ces deux bêtes ont été miſes dans un troupeau très-ſain, & recommandées au Berger qui eſt très-bon & qui en a eu un ſoin particulier; mais ces deux bêtes étoient attaquées de la

pourriture; la brebis trop foible n'a point donné d'agneau; le bélier a fervi dix brebis du pays, & l'un & l'autre font morts de la pourriture; les agneaux font pris de cette même maladie, quoiqu'aucune bête du troupeau n'en foit attaquée, & les pâturages de cette ferme ne produifent point cette maladie. On voit que malgré la maladie la laine des bêtes angloifes valoit mieux que celle des bêtes françoifes.

Quoique les gelées d'hiver aient été très-fortes & de longue durée, on voit qu'elles n'ont pas fait de tort confidérable aux productions de la terre, mais les gelées qui font furvenues les 17, 18 & 19 Avril, lorfque la vigne & les arbres avoient commencé à pouffer, ont perdu tous les fruits, & le peu de raifin qui a échappé à ces gelées n'a pu mûrir faute de chaleur: cette raifon a fait auffi qu'il y a eu plus de paille que de froment, mais beaucoup de menus grains. Si l'on joint à cela les dyffenteries épidémiques qui ont règné dans beaucoup de Provinces, on peut dire que cette année 1767 a été des plus fâcheufes, & bien des Seigneurs ont été dans la néceffité de venir au fecours de leurs Vaffaux & de les nourrir jufqu'aux premières récoltes.



RECHERCHE DE L'ÉQUATION DU CENTRE DE JUPITER,

Et de quelques autres élémens de la théorie de cette Planète.

Par M. BAILLY.

C'EST un élément très-important pour la théorie des satellites de Jupiter que l'équation du centre de la planète principale. Cette équation influe directement sur le cacul des éclipses des Satellites, puisqu'on y suppose donnée la longitude vraie de Jupiter; mais cet élément est encore essentiel dans le cas où l'on cherche les dimensions de l'orbite du Satellite; les effets de son excentricité peuvent se combiner avec les effets de l'excentricité de Jupiter, de manière que l'on ne puisse les démêler les uns des autres, si l'on est incertain de la vraie quantité de l'équation du centre de Jupiter. En effet si l'axe de l'orbite d'un Satellite ne s'éloigne pas beaucoup de l'axe de l'orbite de Jupiter, l'équation du centre de ce Satellite croîtra comme celle de Jupiter, qui en paroîtra augmentée ou diminuée; & si l'équation du centre du Satellite est assez considérable pour être aperçue par l'observation des éclipses, on sera du moins dans le doute si l'inégalité observée doit être attribuée toute entière à l'excentricité du Satellite ou si elle ne renferme pas quelque correction à faire à l'équation du centre de Jupiter. M. Maraldi remarqua dans les *Mémoires de l'Académie de 1732*, que M. Cassini, en prescrivant d'ajouter un trentième à l'équation du centre de Jupiter dans le calcul des éclipses du 1.[er] Satellite, supposoit tacitement une équation du centre au Satellite même, qui sembloit être d'environ 11 minutes, mais comment décider si cette correction étoit dûe toute entière à l'excentricité du Satellite, ou si l'équation du centre de Jupiter n'étoit pas trop petite.

Ce ſont les raiſons qui m'ont engagé à examiner quelle eſt aujourd'hui la vraie quantité de l'équation du centre de Jupiter, quelle étoit ſa vraie quantité dans les deux ſiècles précédens, & enfin ſes variations, ſi elle eſt dans le cas d'en avoir: je ſais que pluſieurs habiles Aſtronomes ſe ſont occupés de cette recherche, mais leurs réſultats diffèrent; j'ai voulu diſcuter ces réſultats pour m'éclairer ſur le choix que je devois faire entre eux.

Bouillaud en 1645 établiſſoit l'équation du centre de	5^d 34′ 0″
M. de la Hire en 1702	5. 36. 54
M. Halley en 1719	5. 31. 36
M. Caſſini en 1740	5. 31. 17

Ces quatre Aſtronomes ſuppoſoient l'équation conſtante; M. Jeaurat ayant examiné la ſuite des obſervations, en appliquant au calcul les petites équations que feu M. Mayer a déduites de la théorie de M. Euler, remarqua que les obſervations ne permettoient pas qu'on fit uſage de ces petites équations, mais il crut apercevoir que l'équation du centre étoit ſujette à des variations qui revenoient les mêmes au bout de ſoixante ans; il établit donc dans ſes Tables, publiées en 1765, l'équation du centre de 5^d 36′ 20″, avec une variation de 7′ 20″ en plus & en moins, qui a lieu dans une période de ſoixante ans.

M. Wargentin dont on connoît la ſagacité pour diſcuter & concilier les obſervations, employa les petites équations de M. Mayer & dreſſa en 1767 des Tables de Jupiter qu'il a communiquées à M. de la Lande; il trouve qu'on doit ſuppoſer en 1760 l'équation du centre de 5^d 34′ 1″, avec un accroiſſement de 2′ 15″ par ſiècle.

Voilà aſſurément des différences remarquables, & qui laiſſent dans une grande incertitude, puiſque parmi ces Aſtronomes, pluſieurs ſuppoſent l'équation conſtante, les uns lui donnent des accroiſſemens & des diminutions périodiques, tandis que les autres la font croître conſtamment; l'hypothèſe de M. Wargentin me ſembloit préférable, parce que, 1.° il a fait uſage des petites équations de feu M. Mayer, qui étant déduites de la théorie,

paroiſſent devoir être employées; 2.° parce que cet accroiſſement conſtant de l'équation du centre eſt encore conforme à la théorie; 3.° enfin parce que les obſervations ſont toutes très-bien repréſentées par les ſuppoſitions & les élémens de M. Wargentin.

J'ai penſé qu'un nouvel examen de ces élémens ne pouvoit pas être inutile, & que mes réſultats fourniroient un nouveau degré de certitude à celui des Aſtronomes avec leſquels ils s'accorderoient, de plus j'avois lû un Mémoire de M. de la Grange ſur la théorie de Jupiter & de Saturne, dans le *III.e volume des Mémoires de l'Académie de Turin*, & il me paroiſſoit intéreſſant de connoître juſqu'à quel point les obſervations pouvoient s'accorder avec les déterminations de ce célèbre Géomètre.

Je me ſuis ſervi dans cette recherche de la ſuite des oppoſitions calculées par M. Jeaurat, qui ſe trouvent dans ſon Mémoire imprimé dans le volume de l'Académie pour 1765 & dans mon Eſſai ſur la théorie des Satellites, en ſuppoſant que toutes les longitudes de Jupiter fuſſent corrigées de l'aberration & comptées ſur le plan de l'orbite de Jupiter.

La méthode dont je me ſuis ſervie eſt celle qui eſt connue de tous les Aſtronomes, & par laquelle on détermine l'excentricité, le lieu de l'aphélie, le temps du paſſage par la ligne des apſides & l'erreur de la longitude moyenne, au moyen de trois obſervations dont deux ſont placées vers les moyennes diſtances, & la troiſième près de la ligne des apſides.

En conſéquence j'ai choiſi & combiné trois à trois, un certain nombre d'obſervations, je rapporterai de ſuite les trois obſervations dont je me ſuis ſervi & les réſultats que j'en ai tirés.

	Longitude vraie de ♃.
9 Juillet 1759 à 19^h 4′	9^s 17^d 35′ 17″
21 Sept. 1761 à 6. 19.	11. 28. 54. 10
4 Janvier 1765 à 23. 26.	3. 15. 30. 1
Équation déduite	5. 33. 23
Lieu de l'aphélie	6. 10. 15. 50
Époque du paſſage par le périhélie, le 22 Janvier 1762 à 8^h 43′.	
Erreur de la longitude moyenne..........	− 1′ 33″.

	Longitude vraie de ♃.
4 Juillet 1747 à $20^h\ 2'$	$9^f\ 12^d\ 46'\ 29''$
15 Sept. 1749 à 21. 1.	11. 23. 33. 8
31 Déc. 1752 à 9. 54.	3. 10. 45. 20
Équation du centre	5. 33. 32
Lieu de l'aphélie	6. 10. 26. 30
Époque.... 17 Mars 1749, $18^h\ 34'$	
Erreur de la longitude moyenne	$-\ 2'\ 39''$

L'époque est toujours celle d'un passage à l'aphélie ou au périhélie, & l'erreur de la longitude moyenne est marquée négative lorsque les Tables donnent une longitude trop petite.

26 Déc. 1740 à $18^h\ 49'$	$3^f\ 5^d\ 56'\ 54''$
29 Mars 1744 à 5. 23	6. 9. 20. 35
4 Juillet 1747 à 20. 2	9. 12. 46. 29
Équation du centre	5. 33. 23
Lieu de l'aphélie	6. 10. 4. 24
Époque..... 8 Avril 1744, $1^h\ 52'$	
Erreur de la longitude	$2'\ 36''$

30 Juin 1739 à $1^h\ 38'$	$9^f\ 8^d\ 7'\ 48''$
18 Oct. 1738 à 9. 51	0. 25. 18. 28
62 Déc. 1740 à 18. 49	3. 5. 56. 54
Équation du centre	5. 34. 13
Lieu de l'aphélie	6. 10. 16. 16
Époque..... 7 Mai 1738, $9^h\ 51'$	
Erreur de la longitude	$1'\ 32''$

25 Juin 1723 à $4^h\ 2'$	$9^f\ 3^d\ 21'\ 21''$
13 Oct. 1726 à 5. 46	0. 20. 4. 45
22 Déc. 1728 à 3. 9	3. 1. 6. 52
Équation du centre	5. 34. 53
Lieu de l'aphélie	6. 10. 12. 44
Époque..... 28 Juin 1726, à $9^h\ 7'$	
Erreur de la longitude	$0'\ 35''$

14 Juin

14 Juin 1699 à $9^h\ 42'$	$8^s\ 23^d\ 51'\ 18''$
2 Oct. 1702 à 17. 10	0. 9. 28. 44
14 Janv. 1706 à 16. 25	3. 24. 41. 48
Équation du centre	5. 33. 14
Lieu de l'aphélie	6. 9. 26. 15
Époque... 1.er Oct. 1702, à $17^h\ 10'$	
Erreur de la longitude	$-\ 2'\ 17''$

13 Juillet 1688 à $14^h\ 53'$	$9^s\ 22^d\ 20'\ 54''$
26 Sept. 1690 à 8. 28	0. 4. 6. 3
9 Janvier 1694 à 3. 42	3. 20. 0. 30
Équation du centre	5. 31. 46
Lieu de l'aphélie	6. 9. 18. 0
Époque.... 20 Nov. 1690, à $18^h\ 58'$	
Erreur de la longitude	$-\ 0'\ 56''$

4 Janv. 1682 à $12^h\ 50'$	$3^s\ 15^d\ 12'\ 28''$
6 Avril 1685 à 9. 13	6. 17. 38. 36
9 Juin 1687 à 15. 20	8. 19. 12. 4
Équation du centre	5. 31. 15
Lieu de l'aphélie	6. 9. 4. 44
Époque..... 14 Déc. 1684 à $5^h\ 30'$	
Erreur de la longitude moyenne	$+\ 0'\ 51''$

3 Juillet 1664 à $19^h\ 12'$	$9^s\ 12^d\ 47'\ 26''$
15 Sept. 1666 à 23. 44	11. 23. 44. 33
30 Déc. 1669 à 23. 24	3. 10. 28. 8
Équation du centre	5. 32. 21
Lieu de l'aphélie	6. 8. 42. 58
Époque.... 27 Févr. 1667 à $7^h\ 27'$	
Erreur de la longitude	$+\ 2'\ 11''$

27 Janv. 1659 à $11^h\ 32'$	$4^s\ 8^d\ 8'\ 22''$
15 Sept. 1666 à 23. 44	11. 23. 44. 33
5 Juin 1675 à 0. 19	8. 14. 42. 4
Équation du centre	5. 31. 28

Lieu de l'aphélie.	$6^{s}\ 8^{d}\ 42'\ 46''$
Époque. . . . 27 Fév. 1667 à $9^{h}\ 18'$	
Erreur de la longitude.	$+\ 2'\ 23''$
26 Déc. 1657 à $11^{h}\ 11'$.	$3^{s}\ 5^{d}\ 47'\ 40''$
28 Mars 1661 à 17. 57.	6. 8. 58. 53
3 Juillet 1664 à 19. 12.	9. 12. 47. 46
Équation du centre.	5. 32. 9
Lieu de l'aphélie.	6. 8. 48. 46
Époque. . . . 26 Mars 1661 à $7^{h}\ 38'$	
Erreur de la longitude moyenne.	$+\ 2'\ 29''$
21 Déc. 1586 à $16^{h}\ 6'$.	$3^{s}\ 10^{d}\ 19'\ 4''$
25 Mai 1592 à 16. 19.	8. 14. 25. 1
27 Sept. 1607 à 11. 1.	0. 4. 10. 0
Équation du centre.	5. 29. 14
Lieu de l'aphélie.	6. 7. 27. 2
Époque. . . . 2 Nov. 1607 à $8^{h}\ 20'$	
Erreur de la longitude.	$+\ 6'\ 10''$
21 Déc. 1586 à $16^{h}\ 6'$.	$3^{s}\ 10^{d}\ 19'\ 4''$
23 Mars 1590 à 12. 24.	6. 12. 54. 30
29 Juin 1593 à 10. 24.	9. 17. 20. 57
Équation du centre.	5. 31. 53
Lieu de l'aphélie.	6. 7. 22. 18
Époque. . . . 8 Janv. 1590 à $22^{h}\ 31'$	
Erreur de la longitude.	$+\ 7'\ 45''$
15 Mai 133 à $23^{h}\ 3'$.	$7^{s}\ 23^{d}\ 22'\ 30''$
1 Sept. 136 à 4. 10.	11. 7. 47. 33
8 Oct. 137 à 3. 18.	0. 14. 19. 6
Équation du centre.	5. 12. 10
Lieu de l'aphélie.	5. 15. 20. 49
Époque. . . . 24 Nov. 136 à $4^{h}\ 15'$	
Erreur de la longitude.	$+\ 5'\ 2''$

Ces déterminations vont servir de base à la recherche des principaux élémens de la théorie de Jupiter, tels que l'équation

du centre, ſes variations, le mouvement de l'aphélie, le mouvement moyen & ſon accélération.

De l'Équation du centre.

Pour déterminer quelle eſt actuellement l'équation du centre de Jupiter, je me ſervirai des obſervations les plus récentes, & conſéquemment je prendrai les trois premières déterminations

1762....	5ᵈ 33′ 23″........................		5ᵈ 33′ 23″
1750....	5. 33. 32........	réd. à 1762....	5. 33. 39
1744....	5. 33. 23........	réd. à 1762....	5. 33. 34

que j'ai réduites à l'époque de 1762, en ſuppoſant que l'équation du centre crût uniformement de 7 ſecondes $\frac{1}{2}$ par révolution, ainſi que je l'établirai par la ſuite; en prenant un milieu, on aura donc en 1762 l'équation du centre de Jupiter, de $5^d\ 33'\ 32''$.

Des variations de l'Équation du centre.

Je préſenterai d'abord le tableau des différentes équations du centre, qui ont été déterminées pour chaque époque.

Avant d'examiner ces déterminations, je ferai obſerver qu'elles ſont fondées ſur deux ſuppoſitions, 1.° que les obſervations ſont exactes, 2.° que les petites équations de M. Mayer le ſont auſſi: nous ignorons comment M. Mayer a déterminé ces petites équations; ſi c'eſt par la théorie ſeule de M. Euler, ou ſi c'eſt par la théorie corrigée à l'aide des obſervations. Il eſt aiſé de ſe convaincre par l'examen des obſervations, que ces équations doivent être employées; mais il n'eſt pas ſi facile de diſtinguer ſi leur quantité eſt exacte, & ſi quelqu'une de ces équations ne pourroit pas être ou plus petite ou plus grande. Il ſuffit donc qu'il y ait une erreur d'une minute & demie dans l'obſervation & dans les petites équations pour que cette erreur ſe montre dans les déterminations de l'équation du centre.

1762........................	5ᵈ	33′	23″.
1750........................	5.	33.	32.
1744........................	5.	33.	34.

1738	5^d	34'	13"
1726	5.	34.	53.
1702	5.	33.	14.
1690	5.	31.	46.
1684	5.	31.	15.
1667	5.	32.	21.
	5.	31.	28.
1661	5.	32.	9.
1607	5.	29.	14.
1590	5.	31.	53.
136	5.	12.	10.

Le Tableau que je viens de mettre ſous les yeux, fait voir que juſqu'ici l'équation du centre a crû conſtamment; car 1.° cette équation eſt plus petite de 21 minutes en 136 qu'en 1762, & quoique les obſervations de Ptolémée ſoient ſuſceptibles de très-grandes erreurs, elles peuvent cependant ſervir de preuves quand elles concourrent à donner les mêmes réſultats que les obſervations modernes; 2.° toutes les obſervations faites depuis 1700, donnent une équation du centre, qui excède 5^d 33', & celles du ſiècle dernier ne donnent que 5^d 32' & au-deſſous.

Deux obſervations ſeulement paſſent un peu le terme que nous aſſignons ici; l'une eſt celle de 1661, mais ce n'eſt que de 9 ſecondes, l'autre eſt celle de 1667; mais nous avons pour cette époque deux réſultats, dont l'un donne 5^d 32' 21", & l'autre 5^d 31' 28", on ne peut préférer l'un à l'autre, & l'on doit prendre un milieu entre les deux qui ſera 5^d 31' 54".

Je me crois donc bien fondé à conclure que dans ce ſiècle l'équation eſt au-deſſus de 5^d 33', & que dans le ſiècle dernier elle n'excédoit pas 5^d 32'; ainſi il me paroît prouvé qu'il y a eu d'un ſiècle à l'autre au moins une minute de variation.

Et je ſuis d'autant mieux fondé qu'il ne paroît pas poſſible que cette différence puiſſe être attribuée à l'erreur des obſervations, 1.° parce que les obſervations faites depuis l'établiſſement de l'Obſervatoire, l'invention du pendule & depuis que les lunettes ont

été adaptées aux quarts-de-cercle, ces obſervations, dis-je, ne ſont pas ſuſceptibles d'une erreur d'une minute & plus ; 2.° parce qu'il n'eſt pas vraiſemblable que toutes ces obſervations concourent à donner la même erreur.

M. de la Grange, dans le *III.e volume des Mémoires de Turin*, établit que l'équation du centre de Jupiter, en vertu des perturbations de Saturne, doit croître uniformément de 7",4254 par révolution de Jupiter, ce qui fait 1' 2",63 par ſiècle.

Maintenant que la variation de l'équation du centre eſt conſtatée par les obſervations, il s'agit de déterminer la quantité de cette variation par les mêmes obſervations.

Si l'on prend les obſervations de 1690, 1684, 1667 & 1661, réduites à une même époque, on pourra déterminer plus exactement l'équation du centre à cette époque; je ſuppoſerai, comme j'ai déjà fait, que l'équation du centre croît de $7'' \frac{1}{2}$ par révolution.

1690 réduite à 1661........	$5^h\ 31'\ 27''$
1684....................	5. 31. 0.
1667....................	5. 31. 50.
1661....................	5. 32. 9.
Milieu..................	5. 31. 36 en 1661
	5. 33. 32 en 1762
	1. 56.

Donc on aura par ces obſervations 1' 56" par ſiècle.

1607 réduite à 1590........	$5^d\ 29'\ 14''$
1590....................	5. 31. 53.
	5. 30. 34 en 1590.
	5. 33. 32 en 1762.
	2. 58 en 172 ans.

donc on aura par ces obſervations 1' 43" par ſiècle.

Si l'on compare l'équation du centre de 1762 à celle de 136, on aura 21′ 22″ en ſeize cents vingt-ſix ans ou 1′ 19″ environ par ſiècle; ces trois réſultats diffèrent aſſez, & ſi les obſervations étoient aſſez préciſes pour qu'on put regarder ces réſultats comme exacts, ils indiqueroient dans l'équation du centre une augmentation inégale & croiſſante: mais comme les obſervations de la fin du XVI.me ſiècle & du commencement du XVII.me ne ſont pas ſuſceptibles de cette préciſion, il s'enſuit qu'elles ſuffiſent pour prouver l'augmentation de l'équation du centre, mais non pour en déterminer exactement la quantité, il faut qu'il s'écoule encore quelques ſiècles; M. Wargentin la ſuppoſe de 2′ 15″, mais il fait en 1762 l'équation du centre plus grande de 29″ que celle que je viens d'établir; ſi l'on ajoute ces 29″ à 1′ 43″, on a 1′ 56″ que les obſervations modernes donnent pour l'augmentation dans un ſiècle, on aura 2′ 12″ ou 2′ 25″ ou à très-peu près la quantité que trouve M. Wargentin; quant à ces 29″ dont ſon équation du centre eſt plus grande, il eſt clair que cette différence dépend, ſoit des différentes obſervations dont nous nous ſommes ſervis, ſoit de ces légères erreurs de calcul que l'on ne peut éviter: je remarque ceci, parce que je me fais honneur de montrer que mes réſultats ne s'éloignent pas des ſiens.

La Table ſuivante contient 1.° les équations du centre qui ont été déduites des obſervations rangées ſuivant leurs différentes époques, 2.° les équations du centre déduites de l'hypothèſe de 1′ 2″,6 d'augmentation par ſiècle, en ſuppoſant que celle de 1762 ait été de 5^d 33′ 32″; 3.° ces mêmes équations, en ſuppoſant la même équation pour 1762, & l'augmentation de 1′ 43″; 4.° enfin les équations du centre déduites de l'hypothèſe d'une augmentation de 2′ 15″ par ſiècle, & d'une équation du centre de 5^d 34′ 3″ pour 1762, comme la donne M. Wargentin.

Époque.	ÉQUATION obſervée.	ÉQUATION ſuivant la 1.re hypoth.	ÉQUATION ſuivant la 2.e hypoth.	ÉQUATION ſuivant la 3.e hypoth.	ERREUR de la 1.re hypot.	ERREUR de la 2.e hypoth.	ERREUR de la 3.e hypot.
1762	5d 33′ 23″	5d 33′ 32″	5d 33′ 32″	5d 34′ 3″	+ 0′ 9″	+ 0′ 9″	+ 0′ 40″
1750	5. 33. 32	5. 33. 25	5. 33. 20	5. 33. 47	— 0. 7	— 0. 12	+ 0. 15
1744	5. 33. 34	5. 33. 21	5. 33. 14	5. 33. 39	— 0. 13	— 0. 20	+ 0. 5
1738	5. 34. 13	5. 33. 17	5. 33. 8	5. 33. 31	— 0. 56	— 1. 5	— 0. 42
1726	5. 34. 53	5. 33. 10	5. 32. 55	5. 33. 15	— 1. 43	— 1. 58	— 1. 38
1702	5. 33. 14	5. 32. 55	5. 32. 30	5. 32. 43	— 0. 19	— 0. 44	— 0. 31
1690	5. 31. 46	5. 32. 47	5. 32. 18	5. 32. 26	+ 1. 2	+ 0. 32	+ 0. 40
1684	5. 31. 15	5. 32. 43	5. 32. [illegible]	5. 3[illegible]. 18	+ 1. 28	+ 0. 47	+ 1. 3
1667	5. 32. 21	5. 32. 33	5. 31. 54	5. 31. 56	+ 0. 12	— 0. 27	— 0. 25
	5. 31. 28	5. 32. 33	5. 31. 54	5. 31. 56	+ 1. 5	+ 0. 26	+ 0. 28
1661	5. 32. 9	5. 32. 29	5. 31. 48	5. 31. 47	+ 0. 20	— 0. 21	— 0. 22
1607	5. 29. 14	5. 31. 55	5. 30. 22	5. 30. 34	+ 2. 41	+ 1. 38	+ 1. 20
1590	5. 31. 53	5. 31. 44	5. 30. 35	5. 30. 12	— 0. 9	— 1. 18	— 1. 11
133	5. 12. 10	5. 16. 39	5. 5. 36	4. 57. 27	+ 4. 29	— 6. 34	— 14. 43

En jetant les yeux ſur ces trois colonnes d'erreur, on verra que les erreurs ne diffèrent pas conſidérablement de l'une dans l'autre, mais que cependant l'hypothèſe de M. Wargentin d'une augmentation de 2′ 15″ par ſiècle, eſt celle qui repréſente le mieux, & que par cette raiſon elle ſemble mériter la préférence; cependant je remarquerai qu'excepté l'obſervation de 1607 où je trouve une différence de 2′ 41″, toutes les autres obſervations ſont à peu près auſſi bien repréſentées dans la première hypothèſe que dans la troiſième; que les erreurs des équations du centre, calculées pour 1738, 1726, 1690, 1684 ſont à la vérité de 15 à 20 ſecondes plus petites dans la troiſième que dans la première, mais que ces diminutions ne ſont pas aſſez fortes pour être déciſives; à l'égard des obſervations de 1607, qui ont été faites par Tycho * & Longomontanus, avec des pinnules, elles peuvent très-bien être aſſujetties à une erreur de 2 à 3 minutes.

* Cette équation du centre pour l'époque de 1607, a été déterminée, comme on l'a vu, par trois obſervations dont les deux premières ont été faites en 1586 & 1592, par Tycho, & la troiſième en 1607 par Longomontanus.

En conséquence, je préférerois la première hypothèse, parce qu'elle est fondée sur la théorie, & que d'ailleurs elle représente les observations à peu près aussi-bien que toute autre hypothèse, en attendant que plusieurs siècles d'observations aient mieux décidé la question; cette hypothèse a d'ailleurs l'avantage de représenter l'équation du centre de l'année 133 à 4 minutes près, & cet avantage ajoute quelque degré de force aux raisons de préférence.

Du mouvement de l'aphélie.

Pour déterminer le mouvement de la ligne des apsides de Jupiter, nous allons reprendre les lieux de l'aphélie que nous avons déduit des observations, & en les réduisant tous à cinq différentes époques, nous en obtiendrons quatre résultats pour le mouvement de l'aphélie.

22 Janv. 1762.	$6^s\,10^d\,15'\,50''$	réd. 1.er Janv. 1762.	$6^s\,10^d\,15'\,50''$	milieu $6^s\,10^d\,25'\,5''$
17 Mars 1750.	6. 10. 26. 39	....	6. 10. 38. 0	
8 Avril 1744.	6. 10. 4. 24	....	6. 10. 21. 24	
2 Oct. 1702.	6. 9. 26. 15	... 1.er Janv. 1703.	6. 9. 26. 29	..... 6. 9. 26. 1
20 Nov. 1690.	6. 9. 18. 0	....	6. 9. 29. 34	
14 Déc. 1684.	6. 9. 4. 44	....	6. 9. 22. 0	
27 Fév. 1667.	6. 8. 42. 57	... 1.er Janv. 1661.	6. 8. 37. 4	..... 6. 8. 42. 50
26 Mars 1661.	6. 8. 48. 56	....	6. 8. 48. 37	
2 Nov. 1607.	6. 7. 27. 2	... 1.er Janv. 1590.	6. 7. 9. 57	..... 6. 7. 16. 7
8 Janv. 1590.	6. 7. 22. 18	....	6. 7. 22. 18	
24 Nov. 136.	5. 15. 20. 49	....	....	5. 15. 20. 49

D'où l'on tire le mouvement de l'aphélie de $25^d\,4'\,16''$ en seize cents vingt-six ans, de $3^d\,8'\,58''$ en cent soixante-douze ans, de $1^d\,42'\,15''$ en cent un ans, enfin de $59'\,3''$ en cinquante-neuf ans; j'en ai conclu, à raison de ces intervalles de temps, les mouvemens annuels suivans.

De 133 à 1762	55",508.
De 1590 à 1762	65",918.
De 1661 à 1762	60",743.
De 1703 à 1762	60",051.

Les

Les Astronomes ne se sont pas mieux accordés jusqu'ici sur le mouvement des apsides que sur les autres élémens; ce mouvement est

selon	M. Cassini	57",42
	M. Halley	72",00
	M. Wargentin	62",00

M. de la Grange trouve qu'en partant d'une époque où le mouvement de l'aphélie a été déterminé, il est assujetti à une accélération croissante comme le carré des temps. Supposant que le nombre des révolutions de Jupiter, qui se sont écoulées depuis cette époque, soit n, l'aphélie aura avancé d'une quantité 0",0262 n^2, outre l'espace qu'il aura parcouru par son mouvement moyen; mais cette accélération, qui dans l'intervalle de l'an 133 à 1762 ne produit que 8' 12", ne peut encore être aperçue par les observations.

Entre ces quatre résultats que donnent les observations pour le mouvement de l'apside, il me semble qu'on doit préférer celui qui est déduit des observations les plus éloignées, ou du moins s'en tenir à celui de M. Cassini, qui n'étant que d'environ 57" par an, ne s'en écarte pas beaucoup.

La théorie de M. de la Grange établit ce mouvement de 86",6, par rapport aux étoiles fixes pour chaque révolution, ce qui fait 7",2 par an, ou 57",2 par rapport aux équinoxes.

De l'accélération du moyen mouvement.

M. Cassini avoit déterminé le moyen mouvement de Jupiter en comparant les observations anciennes faites en 133, 136 & 137, avec les observations du commencement de ce siècle, & il en avoit déduit le moyen mouvement annuel de 30d 20' 34", nous allons examiner si les observations faites depuis 1590 jusqu'à présent, n'indiquent pas quelque changement à faire dans cet élément, & pour y parvenir nous allons présenter ici les corrections que les observations paroissent exiger.

M. de la Grange trouve que le moyen mouvement est assujetti à une accélération qui croît comme le carré des temps écoulés

depuis une époque où la longitude a été déterminée, si le nombre des révolutions de Jupiter est n, cette accélération sera $2'',7402\ n^2$.

Nous allons donc réduire à quatre époques différentes les erreurs des Tables de M. Cassini, & examiner si elles répondent à la loi de l'accélération établie par M. de la Grange.

8 Janv. 1590.	+ 7′ 45″	1.er Janv. 1590.	+ 7′ 45″	milieu + 7′ 0″
2 Nov. 1607.	+ 6. 10		+ 6. 16	
26 Mars 1661.	+ 2. 29	1661.	+ 2. 29	+ 2. 21
27 Fév. 1661.	+ 2. 23		+ 2. 23	
27 Fév. 1667.	+ 2. 11		+ 2. 11	
	+ 0. 51			
14 Déc. 1684	+ 0. 51	1703.	+ 0. 45	− 0. 50
26 Sept. 1690.	− 0. 56		− 0. 59	
2 Oct. 1702.	− 2. 17		− 2. 17	
29 Mars 1744.	− 2. 36	1762.	− 2. 42	− 2. 19
17 Mars 1750.	− 2. 39		− 2. 42	
22 Janv. 1762.	− 1. 33		− 1. 33	

Nous avons donc de 1590 à 1762, 9′ 19″ d'accélération; de 1661 à 1762, 4′ 40″; & de 1703 à 1762, 1′ 29″, & en calculant l'accélération suivant la quantité & la loi déterminée par M. de la Grange, on formera la comparaison suivante.

De 1590 à 1762	9′ 19″	9′ 36″
De 1661 à 1762	4. 40	3. 18.
De 1703 à 1762	1. 29	0. 54.

Cet accord est singulier, mais si l'on étend la comparaison jusqu'aux observations anciennes, il ne subsistera plus; nous avons les trois observations de Ptolémée faites en 133, 136, 137, qui ont servi jusqu'ici à déterminer le moyen mouvement, nous allons comparer les époques fixées pour 1762, 1690, 136, & en déduire le moyen mouvement & son accélération.

On a vu précédemment que les observations de 133, 136, 137, seroient représentées par les Tables de M. Cassini, pourvu qu'on fît les corrections indiquées à l'équation du centre & au

lieu de l'aphélie; la correction de la longitude moyenne n'eſt que de 5′ 2″, il s'enſuit donc qu'avec le moyen mouvement annuel de M. Caſſini de 30ᵈ 20′ 34″, ſuppoſé uniforme, on peut repréſenter fort bien les obſervations anciennes, pourvu que l'on retranche 5′ 2″ des longitudes moyennes en 133, & qu'on y ajoute 2′ 19″ en 1762, ce qui fait 7′ 21″ ou 441″ pour l'intervalle de ſeize cents vingt-neuf ans, d'où l'on peut conclure qu'il faut ajouter un quart de ſeconde au moyen mouvement de M. Caſſini.

Maintenant, ſi l'on compare les obſervations de 1592 à celles de 1762, on trouve que dans cet intervalle de cent ſoixante-dix ans, le mouvement moyen eſt trop petit de 9′ 19″ ou de 559″, qui, diviſées par 170, donnent 3″ 18‴ dont le mouvement moyen annuel paroît augmenté; voilà donc une accélération bien prouvée dans le moyen mouvement de Jupiter, on ne pourra point objecter que les obſervations de 1592 & ſuivantes, ſont aſſujetties à une incertitude de pluſieurs minutes parce qu'en examinant en détail les obſervations faites dans ce temps, on verra qu'elles s'accordent toutes à demander une correction de 6 à 7 minutes pour la longitude moyenne, & quoique ces obſervations ne ſoient pas fort exactes, cet accord unanime eſt une forte preuve.

Cependant, après avoir diſcuté toutes les obſervations, j'ai remarqué qu'en augmentant le moyen mouvement de M. Caſſini de 3″ 18‴, on repréſentoit mieux les obſervations de la fin du XVI.ᵐᵉ ſiècle que celles du ſiècle préſent, & comme les plus modernes doivent être préférées, je crois qu'il faut fixer le moyen mouvement à 30ᵈ 21′ 36″ ſeulement.

Mais en établiſſant ce moyen mouvement, il faudra ſuppoſer une équation ſéculaire ſi l'on veut repréſenter les obſervations anciennes, & cette équation ſéculaire ſera dûe à l'accélération.

On trouvera cette équation ſéculaire en multipliant 2 ſecondes par 1629, ce qui donne 54′ 8″, & comme dans cet intervalle de ſeize cents vingt-neuf ans il y a environ cent trente-ſept révolutions, & que l'on peut ſuppoſer que l'accélération croît à très-peu près comme le carré des temps, il s'enſuit qu'en diviſant 54′ 8″ par le carré de 137, on aura la quantité de l'accélération

de 0",1733 que l'on diſtribuera enſuite, en partant d'une époque quelconque, en multipliant cette quantité par le carré des révolutions écoulées depuis cette époque.

La quantité que nous venons de trouver 0",1733, diffère beaucoup de celle que M. de la Grange a trouvée par la théorie qui eſt de 2",7402 ; c'eſt à cet excellent Géomètre à voir d'où peut venir cette énorme différence entre la théorie & l'obſervation, nous lui donnons ce réſultat avec d'autant plus de confiance que nous ne nous éloignons pas beaucoup des déterminations de pluſieurs célèbres Aſtronomes.

M. Halley fait cette équation ſéculaire de 3^d 49' en deux mille ans ou en cent ſoixante-ſept révolutions, ce qui fait à peu près 2^d 34' en cent trente-ſept révolutions; cette quantité eſt plus grande que celle que j'ai trouvée, mais elle eſt infiniment plus petite que celle que donne la théorie; M. Halley n'a point rapporté les calculs ſur leſquels il a établi cette accélération.

M. Wargentin, dans ſes Tables de Jupiter, ne fait cette équation que de 1^d 16' 48" en ſeize cents ans, ce qui feroit en ſeize cents vingt-neuf ans à peu près 1^d 19' 8".

On voit par ces différens réſultats que les Aſtronomes s'accordent à déduire des obſervations une accélération beaucoup plus petite que celle que donne la théorie: ce moyen mouvement de M. Wargentin & ſon équation ſéculaire, repréſente mieux les obſervations faites entre 1580 & 1600, que le moyen mouvement & l'équation ſéculaire que j'ai établis; mais comme je l'ai dit, j'ai préféré de repréſenter mieux les obſervations faites depuis 1660, & mon but a été que les erreurs n'excédaſſent jamais 3 minutes, effectivement depuis 1660 je n'ai que deux erreurs qui aillent à 3 minutes.

Je fixerai donc le moyen mouvement annuel de Jupiter à 30^d 20' 36", avec une accélération de 0",1733, proportionnelle au carré des temps écoulés depuis 1762 ; & comme j'ai trouvé que la longitude moyenne étoit trop petite en 1762 de 2' 19", j'ajouterai 2' 19" à l'époque de M. Caſſini.

Et l'époque de 1762 ſera dans 0^f 8^d 25' 4".

On demandera comment il eſt poſſible que M. Jeaurat, qui a

discuté les élémens de cette théorie avec beaucoup de soin & de sagacité, ait pu parvenir à des résultats si différens des résultats de M. Wargentin & des miens.

M. Jeaurat établit une variation de 3 minutes en plus & en moins dans la longitude moyenne qui a lieu dans une période de soixante années.

Une variation de 49 minutes dans le lieu de l'aphélie, qui se rétablit dans la même période, enfin une variation de 7′ 20″ en plus & en moins dans l'équation du centre qui s'accomplit dans la même période.

Il avoit d'abord essayé d'appliquer les équations de Mayer aux longitudes calculées sur les Tables, & il avoit été frappé de l'inégalité des résultats qu'il en avoit tirés; il étoit dans l'erreur sans le savoir, les équations de Mayer qu'il employoit, sont insérées dans *la Connoissance des Temps de 1763**; j'ai découvert qu'il y a une erreur de signe dans les Tables de deux de ces équations, dont les argumens sont 2 ω — *p* & 3 ω — *p*, de manière qu'en les employant M. Jeaurat retranchoit des quantités qui devoient être ajoutées, ou en ajoutoit qui devoient être retranchées, & comme la somme de ces équations monte à 3 minutes, il s'ensuit qu'il pouvoit commettre des erreurs de 6 minutes, sans qu'on put lui reprocher aucune faute; je rends ici à mon Confrère avec grand plaisir la justice qui lui est dûe, j'ai eu le même sort que lui, car j'ai travaillé pendant plus de six semaines en employant les mêmes Tables, & c'est le hasard qui m'a fait découvrir cette erreur.

Je donnerai ici la suite des équations du centre que j'avois trouvées pour différentes époques avant d'avoir aperçu cette erreur.

1762.	5^d 35′ 54″ erreur de la Longitude..	+ 0′ 27″
1750.	5. 34. 8....................	— 1. 29.
1744.	5. 34. 16....................	— 1. 31.

* Dans les Tables de M. Wargentin, elles sont affectées du signe que je leur restitue ici, & c'est même cette différence entre les Tables de M. Wargentin & celles de *la Connoissance des Temps*, qui a fait apercevoir de l'erreur; de plus, j'ai calculé les coëfficiens de ces deux termes par la théorie, & j'ai trouvé les mêmes quantités & les mêmes signes que ces deux équations ont dans les Tables de M. Wargentin.

1738.	5^d 32′ 0″.....................	+ 0′ 15″
1726.	5. 32. 21.....................	+ 3. 32.
1702.	5. 35. 54.....................	+ 2. 36.

Je n'en rapporterai pas davantage, mais on y voit clairement ce qui a fondé M. Jeaurat à établir sa période de soixante années; en 1702 & en 1762, l'équation du centre est de 5^d 35′ 54″, & en 1726 & 1738, elle n'est plus que de 5^d 32′; il étoit difficile d'attribuer ces différences aux observations, & il me paroît naturel d'avoir pris le parti qu'a pris M. Jeaurat; une chose digne d'être remarquée, c'est que ses Tables, malgré la différence des élémens établis doivent représenter assez bien les observations; en voici la raison, ω étant la différence de Longitude entre Jupiter & Saturne, p l'anomalie moyenne de Jupiter, q celle de Saturne, les argumens des cinq équations sont ω, $2\omega - p$, $3\omega - p$; $\omega - q$, $2\omega - q$.

ω	fait à peu près	3 révolutions dans	59,019 ans.
$2\omega - p$	....	1	60,919.
$3\omega - p$	....	4	59,944.
$\omega - q$	....	6	60,132.
$2\omega - q$	....	8	59,184.

D'où l'on voit qu'il a fallu beaucoup d'adresse pour démêler dans les observations cette période de soixante ans, qui renferme à peu près les périodes des cinq équations.

Maintenant, on remarquera que la somme de ces cinq petites équations est de 10′ 14″; or M. Jeaurat fait varier son équation du centre de 7′ 21″, & si l'on y ajoute les 3′ de variation qu'il attribue à la longitude moyenne, on aura 10′ 20″ qui diffèrent très-peu de 10′ 14″.

Mais la correction que M. Jeaurat faisoit à l'équation du centre ne pouvoit plus compenser l'effet de l'action de Saturne sur Jupiter, lorsque Jupiter se trouve dans la ligne de ses apsides; c'est pourquoi M. Jeaurat a imaginé de faire varier la position de cette ligne de 49 minutes en plus & en moins dans la période de soixante ans; en effet, cette correction dans l'anomalie

moyenne peut produire jusqu'à 5 minutes de différence dans l'équation du centre, ce qui, joint aux 3 minutes de correction qu'il faisoit à la longitude moyenne, donne en tout 8 minutes, qui pouvoient tenir la place des équations de Mayer, excepté dans quelques cas qui ne peuvent être que très-rares.

Maintenant, il n'est pas douteux que les meilleures Tables dont on puisse se servir pour calculer la longitude héliocentrique de Jupiter & les conjonctions des Satellites, sont les Tables de M. Wargentin ou celles qu'on pourra construire sur les élémens que je donne ici, élémens qui ne diffèrent que très-peu de ceux de ce célèbre Astronome; j'attendrai pour construire mes Tables, que j'aie vérifié par la théorie les équations de Mayer, & que j'aie examiné s'il a employé toutes les équations qui doivent l'être; ce travail est déjà fort avancé & j'en rendrai compte incessamment; j'ai entrepris cette vérification par la théorie du célèbre M. Euler & par les formules de mon Essai sur la théorie des Satellites de Jupiter qui s'appliquent très-bien au cas de Jupiter troublé par l'action de Saturne.



NOUVELLES RECHERCHES SUR LA COMBINAISON DE L'ACIDE CONCRET DU TARTRE AVEC L'ANTIMOINE.

Par M. DE LASSONE.

PARMI les ſubſtances du règne minéral, l'antimoine traité avec différens agens dans la vue de l'altérer, de le diſſoudre & de le ſoumettre à de nouvelles combinaiſons, paroît être une de celles qui préſentent les faits les plus intéreſſans, parce qu'il n'y a preſque pas un de ces faits où le Phyſicien ne rencontre des phénomènes curieux & remarquables, en même-temps que l'art de guérir peut en tirer de nouveaux & puiſſans ſecours. En effet, dit un Chimiſte des plus célèbres, la Nature ſemble offrir à nos travaux ce minéral comme une ſource abondante de remèdes énergiques & très-efficaces contre les maux les plus rébelles. La combinaiſon de la partie réguline de l'antimoine avec l'acide concret du tartre, eſt ſans doute celle qui mérite le plus d'attention, relativement aux phénomènes chimiques & aux uſages médicinaux. J'ai donc cru devoir la ſoumettre à un nouvel examen & en faire un objet de recherches intéreſſantes en faiſant uſage des grands principes ſur l'appropriation, ſi bien établis & développés par Henckel. Les détails, les réſultats & les comparaiſons de mes expériences, en expoſant aux Chimiſtes certains faits ignorés ou conteſtés, ou qui n'ont pas été examinés ni développés avec aſſez de ſoin, en montreront l'étiologie exacte, offriront aux Médecins pluſieurs nouveaux remèdes, dont l'origine & le caractère peuvent ſeuls indiquer l'importance.

On ſait qu'en uniſſant l'acide tartareux avec l'antimoine par les méthodes ordinaires & actuellement pratiquées, on obtient une eſpèce de ſel neutre métallique bien connu ſous le nom de *tartre ſtibié*, ou de *tartre émétique*, d'une utilité & d'un uſage infinis

infinis dans l'art de guérir; la formation de ce sel, comme on le prépare aujourd'hui, exige que la substance réguline de l'antimoine soit en partie dépouillée de son phlogistique: & quoiqu'alors les deux corps à combiner soient dans un état d'appropriation, c'est-à-dire qu'ils soient plus disposés à l'union réciproque; cependant l'acide tartareux n'attaque encore l'antimoine qu'assez foiblement, puisque M. Geoffroi a observé qu'une once de tartre stibié le plus actif, c'est-à-dire chargé d'antimoine autant qu'il est possible, ne contient qu'environ deux gros de ce minéral; d'où il résulte qu'en admettant la plus forte action de cet acide tartareux sur la base métallique dans la composition de ce sel neutre minéral, il faut au moins trois parties de l'acide concret du tartre pour dissoudre une partie d'antimoine.

D'après ces expériences qui sont bien faites, on se croiroit suffisamment autorisé, 1.° à déterminer avec précision la plus grande action possible de l'acide tartareux sur l'antimoine, en considérant cet acide comme dissolvant; 2.° à établir que ce sel quoique parfaitement neutralisé, ne se fondant pas facilement dans l'eau, & exigeant une assez grande quantité de ce fluide pour s'y tenir suspendu, le tartre en général est rendu peu soluble par l'antimoine; 3.° que ce sel neutre métallique pouvant être décomposé avec la plus grande facilité, en versant sur sa dissolution un alkali fixe en liqueur, l'acide tartareux contracte peu d'adhérence, ou ne se combine que foiblement avec la base métallique; que par conséquent on voudroit vainement composer un tartre stibié plus soluble, en essayant de combiner l'antimoine avec le tartre neutralisé par une base alkaline, comme Nicolas Lémery l'a tenté dans son grand Traité de l'Antimoine, tentative qu'on a cru mal conçue, en partant des faits déjà connus que je viens d'exposer.

Mais ces propositions reçues comme des vérités résultantes de ces premières observations, seroient pourtant des assertions peu exactes, en les avançant d'une manière trop générale & sans modification. A chaque pas qu'on fait en Physique dans la carrière de l'observation, on est confirmé dans ce grand principe, déjà bien établi, qu'on ne sauroit être assez réservé pour tirer des inductions générales de quelques faits particuliers.

En effet je montrerai, que l'acide tartareux adapté à l'antimoine par les moyens d'appropriation les plus favorables, en peut dissoudre une quantité bien plus considérable que M. Geoffroi ne l'a observé; 2.° que l'antimoine est une des substances qui peut rendre le tartre le plus soluble; 3.° qu'on peut tellement unir à l'acide tartareux la base métallique, qu'elle ne soit presque plus dérangée de sa combinaison par l'alkali fixe le plus capable d'opérer cette désunion; 4.° qu'en admettant le concours de l'acide tartareux & d'une base alkaline, ce qui constitue une espèce de sel neutre végétal, on attaque très-bien l'antimoine, on le dissout mieux même qu'avec le seul acide tartareux, & on compose ainsi un sel métallique très-soluble, dont les propriétés, relativement à la Chimie & à la Médecine, sont intéressantes.

5.° Enfin on verra que si les nouveaux sels antimoniaux, que je vais plus particulièrement faire connoître dans ce Mémoire, diffèrent essentiellement en plusieurs points des autres sels analogues déjà connus, quoique pour leur formation je n'emploie souvent que les mêmes agens, ce n'est que parce que les agens sont ici mieux adaptés.

Or voulant procéder avec ordre pour rechercher les combinaisons les plus exactes & les plus remarquables, je considérerai d'abord ce que produit dans les divers cas, l'appropriation seule de l'antimoine; j'examinerai ensuite les divers effets dépendans de l'appropriation combinée de l'antimoine & de l'acide tartareux.

Depuis que le tartre stibié a été enfin reconnu & adopté comme un remède du premier ordre, on s'est plus attaché à perfectionner la composition de ce sel métallique, & on s'est assuré que les diverses préparations d'antimoine faites par le feu, telles que le foie ou le safran des métaux & le verre, sont respectivement plus ou moins dissolubles par l'acide tartareux, selon que la terre métallique est plus à nu, c'est-à-dire qu'elle est plus ou moins privée d'une portion du phlogistique, en sorte que le verre d'antinoine bien plus déphlogistiqué que le safran des métaux, se combine mieux avec l'acide tartareux; d'où résulte un sel neutre plus chargé de la terre réguline, & par conséquent un tartre émétique beaucoup plus sûr & plus

puissant que celui qui est préparé avec le safran des métaux.

À l'égard du diaphorétique minéral, qui est la terre réguline de l'antimoine dépouillée de son phlogistique autant qu'il est possible, nul Chimiste, pas même Nicolas Lémery dans son grand ouvrage sur l'Antimoine, n'a fait mention de sa dissolution par l'acide tartareux, & n'a eu en vue de rechercher les phénomènes de cette combinaison. On s'est borné en employant ce diaphorétique minéral comme remède, de le donner sous la forme qu'il a d'une terre ou chaux aride, réfractaire & insoluble dans l'estomac, & par conséquent douée de peu de vertu, comparée à celle qu'elle auroit pu avoir étant réduite en sel très-soluble & capable de pénétrer dans le sang avec la plus grande facilité. Je ne connois qu'une observation consignée dans le *Journal de Médecine, du mois de Novembre 1760*, où il soit parlé de la dissolution de l'antimoine diaphorétique par l'acide tartareux; mais cette opération est énoncée d'une maniere vague: on n'entre dans aucun détail sur le résultat de cette combinaison; & l'auteur pour désigner ce sel, ne fait mention que de quelques petits cristaux soyeux, à peine sensibles, qu'il remarqua au fond de la liqueur employée à opérer la dissolution & qui ne fut pas même évaporée. Or ces cristaux ne sont pas, comme on le verra, le vrai sel produit par l'union de l'acide tartareux & de la terre antimoniale, car il ne cristallise pas; ce n'est qu'un peu de crême de tartre surabondante précipitée & légèrement altérée. Je ferai mieux connoître ce sel métallique singulier, tel qu'il est réellement, en exposant les détails & les phénomènes de mon opération.

Pour me conformer à l'ordre que je me suis proposé, je vais donc examiner d'abord l'action que l'acide tartareux est capable d'exercer, 1.° sur le foie d'antimoine, beaucoup moins dépouillé de phlogistique que les autres préparations, 2.° sur une chaux antimoniale imparfaitement déphlogistiquée, parce qu'en faisant la détonation je n'emploie que deux parties de nitre contre une d'antimoine crud; cette chaux ne conserve plus qu'un degré d'éméticité à peine sensible; il m'a paru que son action étoit presque toujours bornée à purger doucement, & par-là sa réduction en l'état salin, est intéressante; 3.° sur le diaphorétique minéral ordinaire;

je rapporterai enſuite mes expériences ſur la plupart des autres préparations antimoniales.

Sans ſoumettre à des lotions, comme on le pratique ordinairement, ces trois premières préparations d'antimoine, je leur joins tout de ſuite l'acide concret du tartre dans la proportion d'une partie de cet acide contre deux d'antimoine, je combine le tout par l'ébullition. Les liqueurs chargées de toute l'extraction ayant donné d'abord par le premier degré de l'évaporation tous les ſels capables de criſtalliſer, ſont enfin réduites par la concentration abſolue, en gelées très-viſqueuſes ou gommes ſalines très-difficiles à deſſécher, diſpoſées à s'humecter à l'air, d'une ſaveur fade & nauſéabonde, & plus ou moins colorées, ſelon que l'antimoine a été plus ou moins déphlogiſtiqué. Chacun des deux ſels gommeux réſultant de la combinaiſon de l'acide tartareux avec les deux chaux antimoniales, eſt moitié plus abondant que celui qui eſt fourni par le foie d'antimoine; effet dépendant de la plus grande facilité que l'acide tartareux trouve à ſe combiner avec la terre réguline, plus ouverte, plus atténuée & plus dépouillée de phlogiſtique.

Or me bornant ici à indiquer ſommairement ces produits, je n'examinerai en détail que les principales propriétés qui caractériſent ces ſels ſinguliers gommeux dont on n'a point parlé, & qui méritent une attention plus particulière.

En effet, leur formation & leur état gommeux ne pouvant réſulter de la combinaiſon ſeule de l'acide tartareux avec un ſel alkali, on doit en conclure que c'eſt l'union réciproque & plus intime de l'acide tartareux & de l'antimoine, qui contribue à les rendre l'un & l'autre auſſi ſolubles qu'ils le deviennent.

Cependant la préſence & le concours d'une ſubſtance alkaline comme intermède, paroît ici abſolument néceſſaire, puiſqu'on ſait que l'union de l'acide tartareux avec la ſeule baſe antimoniale, au lieu de produire un ſel gommeux, ſemblable à ceux dont il s'agit ici, ne fait qu'un ſel métallique terreux, qui criſtalliſe & qui n'eſt pas des plus ſolubles.

Il paroîtroit réſulter de-là que le ſel alkali dont le foie d'antimoine & les deux autres chaux antimoniales ſont encore chargés,

lorſque je les combine avec l'acide tartareux dans les opérations précédentes, eſt cet intermède ſans lequel on n'obtiendroit pas les ſels gommeux ; mais on va voir que ce ſel alkali étant encore ſous une forme ſaline & dont on peut par des lotions dépouiller l'antimoine, n'y coopère en rien. L'expérience ſuivante me paroît le prouver ; & en montrant l'étiologie exacte du fait, elle donne lieu à d'autres remarques nouvelles & intéreſſantes.

Deux onces d'antimoine diaphorétique très-blanc, préparé avec le régule & parfaitement édulcoré ou dépouillé de tous les ſels par l'eau bouillante renouvelée pluſieurs fois, ont été mêlées avec une once de crême de tartre; ce mélange a été ſoumis à l'ébullition dans une ſuffiſante quantité d'eau, qui étant filtrée & lentement évaporée, n'a point donné de criſtaux, mais elle s'eſt peu à peu épaiſſie, & enfin il s'eſt formé une maſſe très-viſqueuſe tout-à-fait ſemblable à la gomme arabique par la couleur, par la tranſparence, même par la ſaveur fade ou l'eſpèce d'inſipidité, & qui n'a plus la même diſpoſition que les gommes ſalines précédentes à s'humecter à l'air.

Cette maſſe gommeuſe, ſéchée autant qu'il eſt poſſible, peſoit 2 onces 2 gros, & il s'eſt trouvé ſur le filtre 6 gros d'une terre blanche qui n'a point été diſſoute; huit parties de crême de tartre ſe ſont donc combinées par une diſſolution intime avec dix parties de la terre réguline du diaphorétique minéral. Avec les 6 gros de cette chaux antimoniale reſtée ſur le filtre, j'ai encore mêlé, en obſervant les mêmes proportions que ci-devant, 3 gros de crême de tartre : l'eau bouillante a extrait de ce mélange une ſubſtance ſaline, qui par une évaporation graduée, n'a fourni que très-peu de ſel gommeux confondu avec une aſſez grande quantité de criſtaux ſemblables à ceux du tartre ſtibié ordinaire; le tout formant un *magnia* ſalin, blanchâtre & opaque *(a)*.

(a) Le peu de ſel gommeux qu'ont encore fourni ces 6 gros de chaux antimoniale par la ſeconde diſſolution, prouve que la quantité de crême de tartre employé dans la première diſſolution, n'étoit pas tout-à-fait ſuffiſante pour la formation de tout le ſel gommeux que les 2 onces de diaphorétique minéral pouvoient donner; il paroît qu'en employant environ une once & demie d'acide tartareux contre 2 onces de diaphorétique minéral, la proportion ſeroit plus juſte pour obtenir d'abord par une ſeule diſſolution, tout le ſel gommeux qu'on peut avoir avec 2 onces de diaphorétique minéral.

D'où il résulte que les 6 gros de chaux antimoniale nouvellement soumis à l'action de l'acide tartareux, n'ont plus fourni le même sel gommeux, parce que cette chaux, par l'effet de sa première réaction avec le même acide, s'est trouvée presque entièrement dénuée de l'intermède qui sert à lier & à combiner plus intimement l'acide concret du tartre avec la terre réguline de l'antimoine & les réduire en sels gommeux.

Or cet intermède ne peut être qu'une terre alkaline, qui s'unit très-intimement avec les molecules de la terre antimoniale, lorsque la déflagration alkalise & détruit le nitre : en voici la preuve.

La chaux antimoniale qui ne peut plus être réduite en sel gommeux par la raison que je viens d'exposer, étant mêlée avec la crême de tartre & une portion de nitre; si le tout est projeté dans un creuset embrasé, en ajoutant quelques pincées de poudre de charbon pour faciliter & pour augmenter la déflagration, on obtient la chaux antimoniale encore rechargée de sels alkalisés, qui étant enlevés par des lotions réitérées, laissent cette chaux d'antimoine tout aussi appropriée par la portion de terre alkaline qu'elle retient fortement, c'est-à-dire aussi disposée à se combiner avec l'acide tartareux en formant le même sel gommeux sans mélange d'autre sel; de sorte que par la répétition de ce procédé je réduis entièrement en sel purement gommeux une quantité donnée de diaphorétique minéral.

On obtient un sel gommeux tout pareil, & qui présente les mêmes phénomènes, en combinant selon les mêmes proportions avec l'acide tartareux, une chaux antimoniale bien lavée ou édulcorée & préparée par la déflagration de deux parties de nitre & d'une partie d'antimoine crud; cette chaux n'étant pas aussi bien déphlogistiquée que le vrai diaphorétique minéral, donne un sel gommeux, dont il m'a paru que l'action est le plus souvent bornée à purger très-doucement.

Je dois placer ici une autre expérience qui prouve encore que sans l'intermède de la terre alkaline on n'obtient point de sel gommeux. Si je mêle une partie de crême de tartre avec deux parties de fleurs argentées du régule d'antimoine, qui ne sont qu'une espèce de diaphorétique minéral sans aucun mélange, ou la terre

réguline pure exceſſivement diviſée, & que je les traite par l'ébullition dans l'eau : les deux ſubſtances qui ſe combinent, ne forment qu'un ſel criſtalliſable & tout pareil au tartre ſtibié ordinaire, ſans le moindre veſtige de ſel gommeux.

Je ferai obſerver en paſſant, que ce ſel des fleurs régulines, qui contient une partie d'antimoine combinée avec quatre parties d'acide tartareux, étant mis ſur un charbon embraſé, on obſervoit très-diſtinctement les grains de régule qui ſe revivifient à meſure que le tartre brûle & que le ſel métallique ſe décompoſe en bourſouflant comme le borax. Voilà donc un moyen bien ſimple de démontrer la réduction des fleurs régulines, qui avoit été généralement regardée comme impoſſible, juſqu'à ce que M. Rouhault, Chimiſte françois, nous eût prouvé il y a onze ou douze ans, par un procédé tout différent de celui-ci, la poſſibilité de cette réduction.

Ces fleurs régulines peuvent être appropriées ou diſpoſées de manière qu'elles ſoient beaucoup plus diſſolubles par l'acide tartareux. Deux gros de fleurs & un gros de poudre de ſel de ſoude bien deſſéché, mêlés & mis dans un creuſet au grand feu, ont donné un verre opaque ou émail citron très-compact, dont la ſurface étoit couverte d'une couche verte, ce qui pourroit faire ſoupçonner ici un principe cuivreux. Un gros & demi de cet émail en poudre; a été mêlé avec un gros de crême de tartre & traité par l'ébullition dans l'eau; tout, à l'exception de quelques grains, a été diſſous & a donné un ſel très-gommeux.

L'analogie que j'ai remarquée entre ces différentes gommes ſalines, ſur-tout entre celle du diaphorétique minéral lavé & celle qui réſulte de la combinaiſon de la crême de tartre avec la terre de l'alun précipitée par un ſel alkali, & que M. Margraff a été le premier à obſerver & à décrire, m'a paru trop frappante pour que je me diſpenſe de comparer ici ces deux maſſes ſalines; car dans ce ſel de M. Margraff, je me ſuis aſſuré, que la terre alumineuſe ne forme avec l'acide concret du tartre un ſel gommeux que par le moyen de la terre alkaline dont cette terre de l'alun ſe charge & ſe ſaiſit lorſqu'on en fait la précipitation,

puiſqu'étant une fois dépouillée de la terre alkaline par une première combinaiſon avec l'acide tartareux, j'ai vu qu'elle ne donne plus enſuite de ſel gommeux avec le même acide lorſqu'on veut refaire cette combinaiſon.

L'analogie n'eſt pas moins remarquable, peut-être même l'eſt-elle encore davantage entre les ſels gommeux antimoniaux & la gomme ſaline réſultant de la combinaiſon de la crême de tartre & du borax, par un procédé différent de celui de Lefévre, & dont je parlerai ailleurs.

Une autre propriété du ſel gommeux antimonial, bien digne d'attention, c'eſt l'union ou l'adhéſion plus complète & plus forte de ſes principes : deux choſes la caractériſent eſſentiellement ; 1.° la ſaveur preſque inſenſible ou l'inſipidité du ſel, ce qui ne peut dépendre que d'une combinaiſon plus intime des ſubſtances. 2.° en verſant l'alkali fixe en liqueur ſur une diſſolution de ce ſel, le mélange reſte clair & limpide, & ce n'eſt qu'après vingt-quatre heures qu'il ſe fait une précipitation incomplète par la déſunion des principes.

Enfin j'obſerve que parmi ces différens ſels gommeux antimoniaux, les premiers dont j'ai parlé dans ce Mémoire, & qui ſont préparés avec la terre réguline encore chargée de tout le ſel alkali produit par la déflagration, s'humectent un peu à l'air & ſont un peu déliqueſcens; tandis que le ſel gommeux fait avec le diaphorétique minéral exactement lavé ou édulcoré, ne forme qu'une gomme sèche & nullement diſpoſée à s'humecter à l'air; d'où il réſulte que les ſels antimoniaux déliqueſcens, ne ſont tels, que parce que l'acide tartareux en ſe combinant avec la terre antimoniale par l'intermède de la terre alkaline avec laquelle il paroît avoir un plus grand rapport, laiſſe preſqu'à nu le ſel alkali, qui dès-lors conſerve ſa propriété de s'humecter à l'air & d'humecter en même temps toute la maſſe avec laquelle il eſt confondu ou ſuperficiellement uni.

Je terminerai ce premier article du Mémoire qui regarde l'appropriation particulière de l'antimoine, en rapportant deux expériences intéreſſantes qui prouvent, qu'avec le concours des acides

acides minéraux on peut aussi approprier tellement la terre réguline de l'antimoine qu'elle devienne très-disposée à se combiner abondamment avec l'acide tartareux, mais sans former de sel gommeux, qui suppose toujours l'intermède de la terre alkaline, & ce sera ici une nouvelle preuve qui justifie ma théorie sur la formation de ces gommes salines.

1.° Le bézoard minéral, qui est la terre réguline encore chargée & pénétrée d'une certaine quantité des acides marins & nitreux, concentrés & profondément engagés, ne peut contracter aucune union avec l'acide tartareux. Mais ayant dissous le régule d'antimoine avec l'eau régale composée, comme M. Geoffroi le prescrit (*Mémoires de l'Acad. 1735.*) pour faire cette dissolution bien claire & chargée; si j'y verse le *deliquium* du sel alkali de tartre, je précipite une terre réguline d'une finesse extrême, qui après avoir été lavée, se combine très-bien alors avec l'acide tartareux, mais elle ne forme qu'un sel qui cristallise; & ce sel est une autre espèce de diaphorétique minéral & soluble, c'est le bézoard minéral réduit en sel.

2.° Sur le *deliquium* du beurre d'antimoine, j'ai versé peu à peu jusqu'à saturation le *deliquium* de l'alkali du tartre: les deux liqueurs en se mêlant deviennent laiteuses & s'épaississent, parce que la poudre d'algaroth se dégage entièrement des entraves de l'acide marin. Cette poudre d'algaroth ainsi précipitée par l'alkali, diffère entièrement de la poudre d'algaroth ordinaire, précipitée par l'eau simple distillée; celle-ci ne se combine pas plus que le bézoard minéral avec l'acide tartareux, à cause de la petite quantité d'acide marin très-concentré qui y reste intimement engagé; elle ne devient soluble qu'autant qu'elle est bien édulcorée en la lavant exactement avec de l'eau légèrement alkaline; mais ces lotions, quoique répétées, n'approprient pas si bien cette poudre d'algaroth & ne la disposent pas à une dissolution si complète, que lorsque le beurre d'antimoine est tout de suite décomposé avec le *deliquium* de l'alkali de tartre, comme je l'ai pratiqué; car ma poudre réguline ainsi précipitée & bien lavée, est d'une division & d'une ténuité surprenantes, & c'est par-là sans doute qu'elle est si bien disposée à s'unir avec l'acide concret du tartre,

puisqu'en mêlant en parties égales ces deux substances pour les dissoudre dans l'eau bouillante, leur union est intime, entière & complète, & j'ai obtenu par ce procédé le tartre stibié le plus énergique & d'un degré d'éméticité le plus constant, le plus uniforme & le plus invariable, conformément aux réflexions & aux vues si bien exposées par le savant Auteur du nouveau Dictionnaire de Chimie (art. *Tartre stibié*) à qui doit être rapporté tout le mérite de cette opération.

Jusqu'ici j'ai examiné ce que peut produire l'appropriation de l'antimoine pour en faciliter la dissolution, pour favoriser l'union avec l'acide concret du tartre, & pour opérer des combinaisons salines plus intimes de ces substances : il faut voir ce qui résulte de l'appropriation combinée de l'acide tartareux & de l'antimoine.

Nous avons remarqué, d'après M. Geoffroi, qu'il falloit au moins trois parties de l'acide concret du tartre pour dissoudre une partie du verre d'antimoine, & que c'est-là ce qui a paru être le *maximum* de l'action dissolvante que cet acide tartareux peut exercer sur cette préparation d'antimoine dans la composition du tartre stibié ordinaire. L'expérience suivante apprend un nouveau moyen d'augmenter l'intensité d'action de l'acide tartareux, de manière que deux de ses parties en puissent dissoudre une de verre d'antimoine, & par conséquent former un tartre stibié gommeux, plus chargé de la substance réguline & en même temps beaucoup plus soluble.

En mêlant une once de crême de tartre avec demi-once de sel sédatif, je compose une espèce de tartre soluble, que j'ai fait connoître dans un Mémoire particulier, & qui conserve toute l'acidité naturelle du tartre; je croirois même être en état de prouver que par ce moyen l'acidité acquiert un nouveau degré d'intensité.

Or, si je mêle cet acide ainsi disposé dans la proportion de trois parties, avec une de verre d'antimoine, & que le mélange soit traité par l'ébullition dans l'eau, toute la quantité du verre d'antimoine, excepté quelques grains, est dissoute, se combine avec le tartre soluble, & ces deux matières donnent par leur union un sel très-gommeux, qui étant doucement desséché, se

réduit en poudre d'un blanc jaunâtre, & forme un tartre ſtibié d'une ſolubilité & d'une énergie ſupérieures à celles du tartre émétique ordinaire *(b)*.

Le ſel ſédatif, en qui on a reconnu depuis peu par des expériences déciſives bien des propriétés d'un acide, agiroit-il ici comme tel, ou bien n'augmenteroit-il l'action diſſolvante de l'acide concret du tartre qu'en le rendant plus ſoluble? c'eſt ce qui mérite un nouvel examen.

Quoique cette appropriation de l'acide tartareux qui le diſpoſe à diſſoudre une plus grande quantité du verre d'antimoine, ne m'ait pas paru procurer un effet auſſi marqué à l'égard des autres préparations d'antimoine, telle que le ſafran des métaux & le diaphorétique minéral lavé; cependant certains ſels gommeux, réſultans de ces combinaiſons, ont quelques caractères qui les différencient & qui les diſtinguent de ceux qui ſont préparés avec la crême de tartre ſeule.

Celui qui eſt fait avec le ſafran des métaux, eſt une eſpèce de tartre ſtibié, gommeux, très-ſoluble, & qui doit agir d'une manière douce; il contient une partie de terre réguline, combinée avec huit parties de l'acide tartareux. Sa couleur qui eſt jaune-foncée, dépend ſans doute du plus grand développement du principe ſulfureux, ce qui peut-être lui donne quelques propriétés eſſentielles que les autres tartres ſtibiés n'ont pas.

J'obtiens avec le même ſafran des métaux, en appropriant à la fois par le borax, l'antimoine & la crême de tartre, un ſel gommeux moitié plus chargé de la ſubſtance réguline, où le principe ſulfureux paroît encore plus développé que par l'opération précédente, & qui même ſemble participer beaucoup de la nature du kermès minéral; voici le procédé.

Demi-once de borax calciné & demi-once de ſafran des métaux, mêlés & mis dans un creuſet au grand feu, ont donné un émail couleur de foie, peſant cinq gros. A peine la poudre

(b) En verſant l'alkali fixe en liqueur ſur la diſſolution de ce tartre ſtibié, on précipite tout de ſuite la terre réguline, comme il arrive avec le tartre ſtibié ordinaire; ce qui prouve que l'union des ſubſtances eſt ici moins intime que dans les autres ſels gommeux.

ſubtile de cet émail mêlée avec une once de crême de tartre, a été projetée dans l'eau pour diſſoudre, que le mélange eſt devenu d'une très-belle couleur de kermès minéral. La diſſolution filtrée étoit d'un jaune foncé; elle a donné par l'évaporation un ſel rougeâtre gommeux; le réſidu arrêté ſur le filtre & deſſéché, conſervoit la belle couleur de kermès minéral: il peſoit deux gros. Une once de crême de tartre s'eſt donc chargée de deux gros de la ſubſtance du ſafran des métaux.

Ce même acide tartareux rendu ſoluble par le ſel ſédatif, qui agit ſi bien ſur le verre d'antimoine, n'a ſur le régule ni ſur les fleurs régulines, ni ſur l'antimoine crud, nulle action ſupérieure à celle de la crême de tartre ſeule: peut-être même par une comparaiſon bien exacte trouveroit-on qu'elle en a moins.

Mais, ſi au lieu du ſel ſédatif je me ſers du borax, pour rendre la crême de tartre ſoluble en lui conſervant ſon acidité, alors cet acide ainſi approprié & adapté à l'antimoine crud, l'attaque d'une manière très-ſenſible, & forme avec lui un ſel gommeux tranſparent & ambré, qui contient une partie d'antimoine combiné avec huit parties de crême de tartre. Il eſt vraiſemblable que la partie alkaline du borax contribue à favoriſer cette combinaiſon ſingulière, en appropriant de ſon côté l'antimoine crud; cependant cette ſubſtance alkaline ou tout autre alkali, combinés ſeuls avec l'acide tartareux, ne ſuffiſent pas pour déterminer & pour favoriſer cette diſſolution: il faut admettre l'action réunie de tous les principes; car ni le ſel végétal ni le ſel de ſeignette ne m'ont paru agir ni ſur l'antimoine crud ni ſur le régule, ni ſur le ſafran des métaux: ils n'ont un peu attaqué que le verre d'antimoine & le diaphorétique minéral, plus dépouillés l'un & l'autre du phlogiſtique. Une once de chacun des deux ſels neutres étant traitée par l'ébullition dans l'eau avec pareille quantité de ces deux préparations antimoniales, il en a réſulté un ſel gommeux qui contenoit, à très-peu près, une partie de terre antimoniale combinée avec huit parties de chacun des deux ſels neutres; & les ſels gommeux ſont un peu déliqueſcens à cauſe de l'alkali qui entre dans leur compoſition, comme je l'ai déjà fait remarquer.

Il me reſte à jeter un coup d'œil rapide ſur les avantages & les propriétés de tous ces nouveaux ſels, conſidérés comme remèdes.

1.° Il eſt certain que leur grande ſolubilité & leur état gommeux les mettent dans la claſſe des médicamens les plus pénétrans, & par-là plus propres à s'inſinuer dans toutes les voies de la circulation.

2.° On trouve ici le bézoard antimonial, les fleurs régulines & le diaphorétique minéral transformés en ſels. Quoique l'antimoine diaphorétique ordinaire édulcoré par les lotions, ne ſoit qu'une terre métallique inſoluble dans l'eſtomac; cependant les Médecins qui en ont fait un grand uſage, ont été forcés d'y admettre une efficacité marquée: elle a été reconnue & avouée par des Praticiens dont le témoignage eſt d'un grand poids. Que n'eſt-on pas en droit d'attendre du nouveau diaphorétique minéral gommeux & ſoluble, tant de celui qui eſt préparé avec la chaux antimoniale lavée, que de celui qui retient encore le ſel alkali dont la chaux n'a point été dépouillée, qui par cette raiſon reſte un peu déliqueſcent, comme je l'ai fait obſerver, & qui doit avoir dans certains cas plus d'action & plus de vertus?

3.° Le ſel gommeux formé par la diſſolution du diaphorétique minéral incomplet, dont la chaux n'eſt pas ſi exactement privée du phlogiſtique, purge aſſez conſtamment d'une manière douce; ce qui pourroit le mettre au rang des remèdes très-commodes & très-utiles.

4.° Enfin parmi tous ces ſels antimoniaux, émétiques, purgatifs & diaphorétiques d'action & d'énergie ſi différentes, il y en a qui réuniſſent tous les avantages qu'on peut deſirer pour ces ſortes de médicamens; il y en a même qui paroiſſent devoir être doués de vertus particulières; mais c'eſt à l'expérience ſeule & aux obſervations multipliées & variées, à bien conſtater l'efficacité & l'uſage de ces nouvelles préparations. Les épreuves que j'en ai déjà faites ne me permettent pas de douter que l'art de guérir ne puiſſe en profiter.

EXPÉRIENCES
POUR CONNOÎTRE LA FORCE DES BOIS.

Par M. DU HAMEL.

MRS PARENT, Muſſchenbroeck, de Buffon & moi, avons fait des expériences pour connoître la force des bois: pluſieurs Mathématiciens ont donné ſur cela des théories ingénieuſes, mais inſuffiſantes; tous ces travaux ſont utiles, mais rien n'eſt plus avantageux pour la pratique que de multiplier les expériences.

La qualité & la force des bois ſont bien différentes de ce qu'elles étoient au commencement du ſiècle; on en a aſſez communément cherché la cauſe dans les effets des grandes gelées de 1709: je ne dis pas que cette cauſe doive être entièrement miſe à l'écart; il eſt certain que les fortes gelées, ſur-tout quand elles arrivent dans certaines circonſtances, font fendre les arbres, & endommagent auſſi pluſieurs couches ligneuſes, d'où il réſulte des plaies ou des vices intérieurs qui rendent les bois ſuſceptibles d'une plus prompte corruption, en même-temps qu'elles altèrent leur qualité & les rendent incapables d'une grande réſiſtance; mais je crois qu'il y a des cauſes différentes de celles-là qui influent plus généralement ſur la force & la durée des bois: premièrement, depuis un temps très-conſidérable on a toujours abattu des bois & on ne s'eſt preſque point occupé de reſemer, ce qui fait que la plupart de nos futaies étant ſur vieilles ſouches, les arbres ſont le produit de racines uſées & d'un terrein épuiſé; les baliveaux ſont à peu près dans le même cas; ainſi il n'y a que quelques arbres des haies ou de palis avec quelques bois marmanteaux qui ſe trouvent de bonne qualité: ſecondement, la diſette des gros bois oblige d'employer ceux que nos prédéceſſeurs n'ont point abattus, parce qu'ils étoient dans des terreins marécageux, & leur qualité eſt d'autant

plus mauvaiſe qu'ayant été abandonnés depuis long-temps, ils ſont tombés en retour: troiſièmement, on va chercher des bois dans des lieux inacceſſibles, & qu'y trouve-t-on? des bois ſi vieux qu'ils ſont gras & tendres, & ne peuvent ſervir que pour les menuiſeries dans l'intérieur des maiſons.

Mais quelle qu'en ſoit la cauſe, les Ingénieurs remarquent que des écluſes qui duroient anciennement quarante & cinquante ans, n'en durent aujourd'hui que dix à douze; les Architectes ſont déſolés de voir, malgré les attentions qu'ils apportent à choiſir les poutres qu'ils emploient dans les grands édifices, qu'il en faut changer une partie au bout de quelques années: j'ai vu des Vaiſſeaux qui avoient quarante ans de conſtruction, & dont la plupart des membres étoient encore ſains, pendant qu'ils ſont preſque tous pourris au bout de dix ans dans les Vaiſſeaux de nouvelle conſtruction.

Il ſeroit bien injuſte de s'en prendre à la négligence de ceux qui emploient les bois; je crois avoir très-bien prouvé dans mon Traité complet des Forêts, qu'il n'y a aucun arbre de gros échantillon qui n'ait dans le cœur un vice eſſentiel & un commencement de corruption qui n'eſt quelquefois pas ſenſible dans les bois nouvellement abattus, mais qui ſe manifeſtera au bout d'un très-court eſpace de temps.

Je conclus de tout ce que je viens de dire, qu'on s'abuſeroit ſi on vouloit établir la force des bois qu'on emploie aujourd'hui ſur des expériences qui auroient été faites dans le ſiècle dernier. C'eſt ſans doute de pareilles réflexions qui ont engagé M. le Comte de Roquefeuil, Commandant de la Marine à Breſt, M. Marchais, Commiſſaire général ordonnateur, & M.rs les Ingénieurs, à faire les expériences que je vais rapporter, pour fixer avec connoiſſance de cauſe les dimenſions des poutres qu'on devoit employer à un bâtiment conſidérable qu'on y conſtruiſoit.

Une poutre de bois de chêne de 24 pieds 6 pouces de longueur, de 10 pouces de largeur, 9 pouces d'épaiſſeur, a été placée ſur deux chevalets, en ſorte qu'il ne lui reſtoit que 23 pieds de portée. I.re Expérience.

On a ſuſpendu au milieu de cette poutre un canon de 36,

pesant 7591 livres; ce poids lui a fait prendre 3 pouces & demi d'arc.

Comme on a jugé que cette poutre ne pourroit pas supporter un second canon de 36, on l'a seulement chargée du poids de 18 saumons de fer & de deux hommes ; sous cette charge elle a rompu vers le milieu.

Ces différens poids réunis faisoient ensemble 8901 livres, & on a reconnu après la rupture que cette poutre avoit quelques défauts.

II.e EXPÉRIENCE. Une poutre de bois de chêne bien saine & de droit fil, de 24 pieds six pouces de longueur, 10 pouces de largeur, & 11 pouces & demi d'épaisseur, ayant été placée sur des chevalets, il lui restoit 23 pieds de portée.

On a suspendu au milieu de cette poutre un canon de 36, pesant 7591 livres; ce poids lui a fait prendre 2 pouces & demi d'arc : à 8 pieds de l'extrémité à droite on a suspendu un autre canon de 36, pesant 7678 livres, ce qui lui a fait prendre un arc de 4 pouces trois quarts; trois minutes après, cet arc étoit de 5 pouces.

À pareille distance de l'autre extrémité on a suspendu un pareil canon de 36, pesant 7491 livres, qui a fait sur le champ rompre la poutre à 9 pieds & demi de l'extrémité à droite; cette poutre alors étoit chargée de 22760 livres qu'elle n'a pu supporter, quoique ces poids fussent distribués à différens points de sa longueur.

III.e EXPÉRIENCE. Une poutre de bois de chêne, bien saine & de droit fil, de 24 pieds & demi de longueur, ayant 12 pouces de largeur & 13 pouces d'épaisseur a été placée sur deux chevalets de manière qu'il ne lui restoit que 23 pieds de portée.

On a suspendu au milieu de cette poutre un canon de 36, pesant 7591 livres, ce poids lui a fait prendre un pouce d'arc.

On a suspendu à 3 pieds du milieu, de chaque côté, deux autres canons, l'un pesant 7544 & l'autre 7716 livres; ce poids de 22861 livres a fait prendre à la poutre un arc de 4 pouces & demi, & 4 minutes après cet arc a augmenté d'un demi pouce ; on pouvoit conclure de-là que cette poutre étoit déjà surchargée.

Cependant on a élevé deux autres canons de 36, l'un pesant 7491 livres, l'autre 7678 livres, ayant attention de les placer l'un à droite & l'autre à gauche, à 6 pieds de distance du milieu de la poutre; à peine a-t-elle eu ressenti le poids d'un de ces canons, de celui qui pesoit 7491, qu'elle a éclaté à l'endroit où le canon alloit être suspendu, & lorsqu'on a voulu lui faire supporter le poids total de ce canon, elle a rompu sur le champ à 4 pieds du milieu, elle avoit alors 7 pouces d'arc.

On a évalué que cette poutre, au moment de sa rupture, étoit chargée de 26606 livres; comme elle étoit très-saine, & que dans le nombre de celles qu'on emploie il doit s'en rencontrer qui auront des défauts cachés ou d'un bois plus tendre, il paroît que, l'une dans l'autre, on ne doit pas les charger de plus de la moitié du poids qui les a fait rompre, & qu'ainsi d'après cette expérience on ne doit pas les charger de plus de 13500 livres.

Ce qui prouve que M.[rs] les Officiers du port de Brest ont très-bien fait de s'assurer de la force des bois qu'ils devoient employer avant que de les mettre en œuvre; car assurément on auroit jugé qu'une poutre de cet échantillon auroit été capable d'une plus grande force.





MESSIEURS DE LA SOCIÉTÉ Royale des Sciences établie à Montpellier, ont envoyé à l'Académie l'Ouvrage qui ſuit, pour entretenir l'union intime qui doit être entre elles, comme ne faiſant qu'un ſeul Corps, aux termes des Statuts accordés par le Roi au mois de Février 1706.

SECOND MÉMOIRE SUR PLUSIEURS SUJETS D'HISTOIRE NATURELLE ET DE CHIMIE.

Par M. MONTET.

CE Mémoire doit être regardé comme une ſuite de celui qui eſt imprimé à la fin du volume de l'Académie de 1762; il préſente des objets du même genre, & de nouveaux détails ſervant d'addition à la deſcription lithologique de la partie des Sévennes qui avoiſine les montagnes de l'Eſperou, de l'Aigoual, &c. Ce pays que j'ai ſouvent parcouru, eſt ſitué au couchant de Montpellier & à dix grandes lieues de cette ville; il offre aux Naturaliſtes des pierres de différentes eſpèces, parmi leſquelles les granits ſemblent dominer; j'y en ai vu de quatre différentes ſortes, trois deſquelles étoient dures & la quatrième molle; il y a

encore deux autres granits d'une nature molle, mais à la dureté près, ils sont semblables à la première & à la troisième espèce dont nous parlerons dans la suite. Celui qu'on trouve le plus communément est représenté dans la *figure 1.re*; il y en a des blocs très-considérables, les plus durs sont d'une figure oviforme, isolés & hors de terre, n'y touchant absolument que par leur base. Ne pourroit-on pas soupçonner, & avec assez de raison, que ces grosses masses de granit ont été originairement ensévelies dans les terres, & que peu à peu les eaux pluviales tombant sur le terrein qui a une très-grande pente, les ont découverts en entraînant les terres qui sont fort légères, & que l'air, le soleil, &c. ont par succession de temps contribué à leur plus grande dureté? Ce qui semble le prouver, c'est que cette dureté est moindre dans le granit de la même espèce qu'on trouve dans sa propre carrière, à quelques pieds sous terre; on observera cependant que si par quelque cause extraordinaire, comme une grande inondation, ou l'éboulement d'une portion de montagne, une grosse masse de granit dur avoit été ensévelie, sa dureté ne prouveroit rien contre mon assertion: or cette supposition est d'autant moins forcée que les inondations & les éboulemens ne sont pas rares dans ces cantons. Mandagout, le Vigan, Aulas, Valleraugue, Saint-André de Magencoules & autres paroisses du diocèse d'Alais, sont arrosés par plusieurs ruisseaux ou petites rivières qui ne tarissent presque jamais en été; dans ces petites rivières & principalement dans celles dont la pente est très-considérable, on voit des masses énormes de ce granit, d'une forme presque ovale, & poli à sa surface, qui paroissent avoir été détachées des terreins par où elles ont passé, & entraînées dans les fortes inondations à près d'une lieue. On ne se persuaderoit jamais que les eaux d'une petite rivière eussent pu rouler de si grosses masses, si l'on n'avoit vu nombre de fois le même phénomène; en effet on pourroit s'imaginer que ces gros blocs ont pris naissance dans les endroits où on les trouve dans cette rivière, mais une preuve bien positive du contraire, c'est qu'on en rencontre dans le lit de la rivière, fort loin de sa source, & où la nature du sol, soit à droite, soit à gauche, est fort différente; les montagnes qui bordent les

endroits où on les trouve, étant de ſchiſtes ou de talc depuis le haut juſqu'en bas.

Il y a dans la paroiſſe de Mandagout, au-deſſus d'un hameau qu'on appelle *la Curée*, un eſpace occupé par pluſieurs petites montagnes, toutes plantées de châtaigners, où l'on voit de ces rochers de granit entièrement hors de terre; ils ſont ſi près l'un de l'autre qu'ils ſe touchent preſque; il y en a de 10 juſqu'à 30 pieds de haut, (à compter de la ſurface du terrein) & de pluſieurs toiſes de diamètre; ils affectent différentes figures, cependant la plupart ont une forme ovale, ronde & oblongue: il eſt naturel de penſer que lors de la formation des montagnes, tous ces rochers étoient enſévelis dans la terre, autrement les matériaux qui les compoſent n'auroient pu ſe pétrifier, ſe joindre, s'unir par l'eau, qui eſt le diſſolvant de preſque tous les corps de la Nature; éclairciſſons cette idée. Tous les rochers de quelque eſpèce qu'ils ſoient, ne ſont autre choſe, ſelon moi, qu'une criſtalliſation opérée lentement dans le grand laboratoire de la Nature, au moyen de l'eau qui en eſt le principal agent; ce fluide étant chargé le plus ſouvent de certains principes, qui concourent tous à la pétrification. On me demandera pourquoi pluſieurs de ces rochers ſont opaques & les autres diaphanes? je répondrai que l'opacité peut venir de pluſieurs cauſes; que l'eau ou les autres agens diſſous dans cet élément, ayant une diſpoſition à diſſoudre certains corps plutôt que d'autres, quand la diſſolution eſt parfaite, il en réſulte ces beaux criſtaux diaphanes & réguliers (qu'on trouve au milieu d'un grand nombre de pierres dures) dont la ſubſtance dans l'état de liquidité, a coulé à travers la partie opaque du rocher, que je regarde ici comme un vaiſſeau ſervant de filtre à la diſſolution la plus intime du ſuc pétrifiant. Suppoſons donc que nos rochers de granit ſe ſoient formés dans le temps de la création, & lorſqu'ils étoient couverts de terre; peu à peu les eaux pluviales les auront découverts en conſéquence de la grande pente & de la qualité de la terre qui les environnoit, terre toujours légère & facile à emporter, leur figure ou forme d'aujourd'hui ſera donc à peu près la même que la primordiale; car ſi ces rochers avoient été originairement mous, les eaux pluviales en les découvrant

les auroient ſucceſſivement altérés, & ce qui peut étayer cette conjecture, c'eſt que l'on voit communément à côté de ces groſſes maſſes de granit très-dur, du granit mou de la même eſpèce que le dur, en maſſes aſſez groſſes, élevées à quelques pieds du ſol, & qui a la propriété de ſe décompoſer; je me ſers de ce mot chimique pour marquer qu'on ſépare aiſément avec les mains, ou par un léger coup de marteau, les différens corps dont il eſt formé, comme ſpath fuſible, mica, ſable, &c. J'ai remarqué que le ſpath fuſible affectoit le plus ſouvent la figure parallèlipipède & rhomboïde; je n'ai jamais trouvé dans cette ſorte de granit un atome de quartz : une grande partie de ce ſpath fuſible, traité comme la pierre de Bologne, devient ſouvent phoſphorique.

Cette eſpèce de granit qui a moins de dureté que la première, & qui, pour me ſervir du terme que j'ai adopté, ſe décompoſe au moindre coup de marteau, accompagne toujours le granit dur & forme communément le ſol des gros blocs de celui qui eſt repréſenté dans la *figure 1.re*; voilà pourquoi les habitans de cette partie des Sévennes qui ſont extrêmement laborieux, & qui n'ont preſque que des rochers à cultiver, détachent aiſément les petits & quelquefois les gros blocs de granit dur iſolés, aſſis pour la plupart ſur d'autres granits qui s'émiettent aiſément; on a la facilité par-là de les placer & de les rapprocher les uns des autres, pour en conſtruire des murailles qui ſervent à retenir les terres, leſquelles ſans cela ſeroient bientôt emportées par les inondations.

Dans toutes les courſes lithologiques que j'ai faites dans les différentes paroiſſes qui avoiſinent le Vigan, j'ai toujours ſuivi le cours des petites rivières & des ruiſſeaux qui ſont en grand nombre dans ces contrées montagneuſes; je commençois par le haut, & en deſcendant, je voyois dans l'eſpace d'une ou deux lieues que comprend le cours de ces rivières, ces gros blocs de granit de l'eſpèce de la *figure 1.re*; j'en détachois à coups de marteau, de petits morceaux qui étoient de la même nature & de la même dureté, affectant à peu près la même figure, tantôt ovale, tantôt ronde, &c. La couleur de ce granit eſt un

fond blanc tacheté de gris & de noir : une chose remarquable c'est que je n'ai jamais aperçu la moindre coquille ni même l'empreinte, ni le *test* d'aucune espèce ; je puis même assurer que dans toutes mes recherches, & sur les montagnes de l'Espérou & de l'Aigoual, & dans toute cette partie des Sévennes qui comprend une assez grande étendue de pays, & qui a pour rocher les granits, les ardoises, le talc, les schistes, &c. je n'ai jamais aperçu la moindre coquille; en vain ai-je cherché dans les excavations & les fondrières que les eaux font si communément dans ce pays, tellement sujet aux inondations, qu'il y a quelquefois des éboulemens de 30 pieds de haut de terrein ou d'un quartier de montagne; ces excavations & ces fondrières ne m'ont jamais offert aucun vestige de coquille.

Les différens marbres & les pierres dont on y fait la chaux, examinés à la loupe, n'en paroissent pas moins dépourvus; les pierres dont on fait la chaux aux environs de Montpellier, sont encore dans le même cas, je n'y ai jamais aperçu de coquille. Ces pierres ne sont, pour l'ordinaire, composées que d'une terre limonneuse très-fine, le plus souvent parsemée de cristaux de spath calcaire, dont la plupart sont des marbres colorés, pour l'ordinaire, en rouge de sanguine; tandis qu'il y en a d'autres dont on fait la chaux d'une couleur grise, unie sans cristaux, & composées d'une pâte fine, où on n'aperçoit pas la moindre coquille.

Je me propose de donner dans un autre Mémoire, la description minéralogique des environs de Montpellier; en attendant, je me contenterai d'observer que les pierres calcaires où l'on trouve toutes les espèces de coquilles de notre mer, ne servent point à Montpellier à faire la chaux, n'étant pas propres à cet usage: elles forment de magnifiques pierres de taille de quatre ou cinq espèces, différant toutes entre elles par la nature de leur grain, de leur pesanteur & de leur couleur: les moins pétrifiées servent de moëllon pour nos bâtimens. Toutes ces pierres ne sont composées que d'un *detritus* de coquilles, & très-souvent de coquilles entières; les autres ne sont qu'un amas de madrépores, de mousse marine, de tuyaux vermiculaires, &c. comme nous le dirons en son lieu.

Je ne rapporte tous ces faits, que pour appuyer ce que je viens d'avancer, qu'on ne trouve dans cette partie des Sévennes, dont je parle, & ſur les montagnes de l'Eſpérou & de l'Aigoual aucune eſpèce de coquilles, tandis qu'on en rencontre aux environs de Montpellier des amas très-conſidérables, & la plupart bivalves; on les trouve à 5 ou 6 pieds de profondeur, & quelquefois même davantage, entre deux couches de ſable, dont les chaînes vont quelquefois aſſez loin; beaucoup d'autres ſe trouvent dans la terre glaiſe; toutes les parties en ſont très-bien conſervées, & il ne manque pour le complément de la démonſtration que l'animal vivant. Ces coquilles ſont toujours de la même eſpèce, tandis que dans un autre canton on en trouve des amas, d'un ou deux pieds d'épaiſſeur, d'une eſpèce toute différente; on ſait qu'encore aujourd'hui, telle côte de la mer Méditerranée donne d'une ſorte de coquillages, tandis qu'une autre n'en donne point; comme l'on voit que des poiſſons affectent certains parages, & qu'on les pêchent ſur une côte & non ſur une autre: ces obſervations nous conduiſent naturellement à croire que la mer a été autrefois dans tous les lieux où ſe trouvent ces amas de coquilles, dont à peine le verni eſt détruit.

Je n'ai trouvé de ces amas de coquilles, ni de ces pierres qui en ſont compoſées, qu'à une, deux, trois, quatre & cinq lieues de la mer, du côté du couchant de Montpellier; &, comme je l'ai dit plus haut, je n'en ai vu nulle trace dans cette partie des Sévennes que j'ai parcourue, ni ſur la montagne de l'Eſpérou. D'après toutes ces obſervations ne pourroit-on pas être bien fondé à dire, 1.° que la mer ne s'eſt étendue ſur nos côtes, dans certains endroits, qu'à une, deux ou trois lieues? tandis que dans d'autres elle a été plus loin, & qu'elle n'a jamais pénétré juſqu'aux montagnes dont il eſt ici queſtion; 2.° que les eaux pluviales de ces montagnes ayant entraîné une partie des terres légères qui les recouvrent, ont formé ſucceſſivement ces grands atterriſſemens, qui obligent la mer de ſe retirer; ajoutons que dans la groſſe mer, le ſable, le limon étant jeté tantôt d'un côté, tantôt de l'autre, les coquillages qui foiſonnent dans notre mer ſe ſont trouvés enſévelis dans ce ſable ou ce limon, où ils ont péri

lorſque la mer s'eſt retirée, & ont reſté des ſiècles entiers, juſqu'à ce que dans la ſuite des temps la fouille les ait fait découvrir. Je puis citer ici un illuſtre écrivain, M. de Buffon, qui rapporte dans ſon Hiſtoire naturelle, que les Académiciens envoyés pour déterminer la Figure de la Terre, ne trouvèrent aucune eſpèce de coquilles ſur les hautes montagnes des Cordelières.*

Fig. 2. Je reviens à une autre eſpèce de granit qui n'eſt pas à beaucoup près auſſi commune que celle dont je viens de donner la deſcription. Dans tous ces cantons le granit dont il eſt ici queſtion eſt d'un gris ſale, tirant ſur le jaune lavé; il eſt rarement en blocs, excepté au haut de la montagne; on le trouve communément par chaînes, & ces chaînes ne ſont pas larges; il eſt très-dur, d'un grain ſerré, & les paillettes de mica jaunes & blanches dont il eſt en partie compoſé, ſont tellement unies avec les autres matières qui entrent dans ſa compoſition, qu'on a peine à les apercevoir à la vue ſimple, on ne les voit bien que quand le ſoleil donne deſſus: je ferai remarquer encore que les autres ſubſtances dont ce granit eſt compoſé, comme le quartz, le ſpath fuſible, le ſable, ſont d'une aſſez grande fineſſe & ſi bien liés enſemble par un *gluten*, qu'on a beaucoup de peine à apercevoir leur criſtalliſation. Le granit de cette eſpèce eſt dur, du moins je n'en ai point vu de mou; les blocs que l'on en trouve au haut de la montagne, comparés à ceux du premier granit, ne ſont pas conſidérables; le granit de la ſeconde eſpèce & qu'on trouve par chaînes, ſe délite quelquefois comme l'ardoiſe, mais les tables en ont communément une épaiſſeur plus conſidérable, elle va d'un demi-pied juſqu'à un pied; on aperçoit ſouvent dans la partie qui ſe ſépare, de petites ramifications qui forment divers payſages. Toutes ces chaînes ſe ſuivent parallèlement & n'ont pas beaucoup

* Je dois obſerver cependant que M. de la Condamine a fait mettre dans un Journal une lettre écrite du Pérou, dans laquelle on marque qu'on a trouvé *des cornes d'Ammon* ſur les plus hautes montagnes de cette contrée. Je l'ignorois lorſque j'ai fait ce Mémoire: L'Hiſtoire naturelle, comme les autres Sciences, dépend du temps, & ce ne ſera qu'après bien des ſiècles que nous pourrons affirmer avec certitude tel ou tel fait ſur les matières qu'on trouve dans différentes parties de notre globe.

de largeur; on se sert de ce granit dans le pays pour bâtir des murailles en pierre sèche, parce que se séparant carrément, & ses surfaces étant unies par la nature de son grain, toutes ses parties s'appliquent exactement les unes sur les autres: ce granit seroit le plus susceptible de poli, les parties qui le composent, comme je l'ai déjà dit, étant extrêmement fines & combinées de façon que le poli n'y peut occasionner aucun dérangement, mais il ne s'en trouve que rarement d'assez gros blocs, d'ailleurs il n'est pas fort commun. Fig. 3.

La troisième espèce de granit que je vais décrire & que j'ai observé aussi dans ce canton, est d'un rouge de sanguine clair, ou couleur de chair; on n'en voit communément qu'à Peireſiche, dans la paroisse de Mandagout: ce granit me frappa par sa couleur, on peut en voir l'échantillon que j'en ai fait dessiner; on en trouve de différentes consistances, les uns mous, les autres durs, ces granits durs ne se trouvent qu'au haut de la montagne en masses assez irrégulières, le mou se trouvant toujours au milieu ou au bas de la montagne; les habitans de ce pays se servent de ce dernier pour couvrir d'une bonne couche la voûte des fours où ils font cuire leur pain; espèce d'enduit qui est très-durable & qui vaut mieux que l'argile.

Le granit dur que j'ai fait dessiner, tel que je le détachai d'un coup de marteau, me paroît être par sa couleur & par la nature de son grain, parfaitement semblable à celui dont parlent les Historiens, & dont sont formés ces superbes obélisques que l'on voit à Rome & qui y furent transportés d'Égypte du temps des Empereurs. J'ai vu à Nismes, dans le cabinet de M. Seguier, Membre de cette Société, un assez gros morceau de ce granit égyptien employé par les Romains dans leurs plus beaux monumens: ce morceau que M. Seguier a rapporté d'Italie, est poli sur toutes ses faces, il m'a paru entièrement le même que celui dont je donne la description; la ressemblance est parfaite, même couleur, même dureté, &c; il entre dans la composition de l'un & de l'autre un quartz cristallin, & en général j'ai observé que le granit où l'on aperçoit beaucoup de quartz, est ordinairement fort dur. Fig. 4.

La quatrième espèce de granit dont je dois parler, a été

déterrée dans l'exploitation d'une partie de montagne dont on a formé une eſpèce d'amphithéâtre pour une plantation de mûriers: tout le granit de cette eſpèce qu'on en a retiré, a environ deux toiſes d'épaiſſeur; il eſt mou, d'un gris ſale tacheté de jaune; ce granit s'émiettoit aiſément quand le ſoleil l'avoit deſſéché, on eut dit en le regardant, lorſque cet aſtre donnoit deſſus, qu'il étoit enduit d'une légère couche de fleurs de ſoufre; à meſure que le ſoleil le pénétroit, le jaune diſparoiſſoit. Ayant examiné cela de plus près, je vis que cette couleur jaune appartenoit à un mica d'une fineſſe extrême qui n'étoit pas par parcelles, mais qui formoit un enduit continu, ayant dans les interſtices une petite teinte de terre ocreuſe; il paroiſſoit qu'on avoit dérangé la Nature dans la formation de ce mica, car je penſe que cet enduit léger auroit augmenté par l'accretion d'une nouvelle couche, & qu'il ſe ſeroit ſéparé par le laps du temps ſi on n'eût pas dérangé le terrein; en effet, à une vingtaine de toiſes plus bas on creuſa à une toiſe de profondeur ou aux environs, & on trouva de la même eſpèce de granit, dont l'enduit étoit de mica jaune par petites parcelles, plus épaiſſes que celles dont je viens de parler, ſéparées les unes des autres, parce qu'elles étoient parvenues à leur dernier accroiſſement.

Article I.er

Sur le Mica.

On trouve dans tous ces cantons différens micas; ſavoir, le jaune, le noir & le blanc, on en ignore encore la compoſition; ils ſont unis pour la plupart à différens granits, & à une autre pierre très-dure, qui eſt une eſpèce de ſchiſt qui ſe trouve abondamment dans le lit d'une petite rivière qui paſſe au village de Coſtubague, paroiſſe de Mandagout. Le mica joint à cette pierre eſt blanc & fort tranſparent, il donne à la pierre un brillant fort agréable dans ſa caſſure; on pourroit à cauſe de la dureté de cette pierre & du beau poli qu'elle prend, en faire tout ce qu'on fait avec nos marbres & avec plus d'avantage, attendu qu'elle n'eſt pas calcinable ne faiſant aucune effervеſcence avec les acides: cette pierre reſſemble beaucoup pour le fond de la couleur à celle qu'on appelle *écaille de mer* qui vient

d'Afrique, & qui eſt une eſpèce de porphire dont les Apothicaires & les Peintres ſe ſervent; les premiers pour broyer leurs pierres, & les autres leurs couleurs; la différence que j'y trouve, c'eſt que l'écaille de mer eſt d'une pâte fine, uniforme; tandis que l'autre eſt un mélange de cette baſe reſſemblante à l'écaille de mer avec le mica blanc, le quartz & peut-être un peu de criſtal de roche.

Sur la terre d'Ombre.

ARTICLE II.

Dans une de mes courſes lithologiques, je découvris près d'un hameau appelé *la Curée*, dans la paroiſſe de Mandagout, une mine de terre d'*ombre*, nom qu'on lui donne dans le commerce. Cette terre eſt fort en uſage dans la Peinture pour les bâtimens, je veux dire pour peindre les portes, les murs, &c. ſoit en détrempe, ſoit à l'huile, & leur donner une couleur brune tirant quelquefois ſur le jaune: cette mine ſe trouve auprès d'une petite rivière dans une châtaigneraie, elle n'a qu'un demi-pied d'épaiſſeur, & que 3 ou 4 pieds de bonne terre au-deſſus; la partie de cette mine qui eſt à découvert au bas d'un ravin, s'étend horizontalement à pluſieurs toiſes; cette terre d'ombre eſt d'une couleur brune & tirant un peu ſur le jaune, elle eſt peſante, fort diviſée, prenant un peu à la langue quand on la goûte, ſans donner cependant aucune marque de ſtipticité, & toujours humide comme la boue épaiſſe: j'en fis retirer quelques quintaux, elle s'eſt vendue chez l'Épicier ſans aucune difficulté; j'en ai moi-même employé beaucoup aux portes de ma maiſon, à l'huile de noix cuite & en détrempe, l'ayant auparavant fait paſſer au tamis de ſoie.

J'ai reconnu par les épreuves chimiques, que cette terre d'ombre n'eſt uniquement que du fer entièrement dépouillé de ſon phlogiſtique, la pierre d'aiman préſentée au-deſſus n'en attire aucune parcelle, elle ne fait aucune efferveſcence avec les acides; expoſée à l'action du feu dans un creuſet d'eſſai couvert, avec parties égales de flux noir & de corne de cerf rapée, j'en ai retiré du fer pur; cette terre reſſemble aſſez bien par la couleur au ſafran de mars des boutiques, qu'on prépare en expoſant la limaille de fer à la roſée, ou en l'humectant avec de l'eau de pluie.

J'examinai par les moyens connus, les eaux qui avoiſinent cette mine, aucune ne contient un atome de fer; quoique la Chimie nous apprenne qu'une très-petite quantité de fer ſe diſſout dans l'eau la plus pure, il n'eſt pas étonnant que je n'en aie pas trouvé par le moyen de la noix de galle & de l'alkali phlogiſtiqué dont je me ſuis ſervi pour cette épreuve, & que ces réactifs, quelque temps que je les aie laiſſés, n'aient rien précipité ; on ſait que le fer qui a perdu totalement ſon phlogiſtique n'eſt preſque pas ſoluble dans l'eau. Cette terre d'ombre pourroit être placée parmi les ocres, j'y trouve ſeulement cette différence que les véritables ocres ſont toutes d'un jaune tirant ſur le rouge; & la terre d'ombre dont je parle ici n'eſt pas fort colorée, l'eau par le concours de l'air peut lui donner cette nuance de couleur: mais je puis aſſurer que je n'ai jamais obtenu un beau ſafran de mars bien jaune ou d'un beau rouge ſanguin, qu'il n'ait été l'ouvrage de la calcination dans les vaiſſeaux ouverts ou fermés; les terres d'ombre, les ocres n'étant que des chaux ferrugineuſes dépouillées de phlogiſtique, ont une parfaite identité avec le ſafran de mars, je penſe que celles qui ſont extrêmement colorées en jaune & en rouge, pourroient être l'ouvrage de quelque feu ſouterrain & non les autres, comme celles dont j'ai parlé qui n'eſt pas aſſurément l'ouvrage du feu.

ARTICLE III.

Sur les Fungus.

Voici quelques obſervations ſur les *fungus* qui croiſſent ſur les différens arbres dans ces contrées. M. de Fouchy en a rapporté dans l'*Hiſtoire de l'Académie de 1762, page 73 & ſuivantes,* quelques-unes que j'avois faites ſur celui qui croît ſur le hêtre qui prend la forme du pied de cheval & dont on fait l'amadou: j'ai remarqué que tous les *fungus* qui croiſſent ſur d'autres arbres comme ſur le pommier, le tremble blanc, le mûrier, le griottier, &c. prennent tous à peu près la même forme de *pedis equini,* même le *fungus,* qui croît ſur le larix qui ne vient qu'au pied des Alpes, & qui eſt l'agaric des boutiques: j'ai obſervé auſſi que la décoction d'un grand nombre de ces *fungus,* précipite le fer du vitriol vert, & forme une encre aſſez noire; ce qui

ſeur donneroit la propriété d'être employés pour la teinture en noir; ils ſeroient d'autant meilleurs que la partie terreuſe de ces *fungus*, qui eſt le corps précipitant, eſt d'une fineſſe extrême; ils ſont tous propres à faire l'amadou, j'entends ceux qui ne ſont pas entièrement ligneux ou pulvérulens comme l'Agaric des boutiques, & ils ont tous également la propriété d'arrêter le ſang; mais ce n'eſt que quand on les a préparés comme le *fungus* du hêtre ou du chêne, & qu'on leur a ôté toute la partie ligneuſe: le *fungus* qui croît ſur le pommier de l'eſpèce qui porte la pomme de reinette, eſt toujours mou; tous ces *fungus* croiſſent, comme M. de Fouchy l'a rapporté d'après mes obſervations, ſur le tronc ou ſur quelque partie de l'arbre mort, ou du moins menacé d'une mort prochaine.

Sur les Rivières.

ARTICLE IV.

Dans mes différentes courſes ſur la montagne de l'Eſperou, je n'ai pas manqué d'obſerver les petites rivières qui ſont ſur le haut de cette montagne, les unes vont groſſir les eaux de la rivière d'Herault, qui ſe jette, comme on ſait, dans la Méditerranée; les autres ſe déchargent dans la rivière de Dourbie, d'où elles vont dans le Tarn à Milhaud, de-là dans la Garonne, & enfin dans l'Océan. Parmi ces petites rivières, celles dont le lit ou les côtés ſont formés de pierres calcaires & talqueuſes, offrent une ſingularité remarquable; il m'eſt ſouvent arrivé de faire un demi-quart de lieue, un quart de lieue & même une demi-lieue, ſans trouver d'eau dans leur lit, leur ſource étoit cependant aſſez abondante pour qu'elles puſſent couler ſans interruption: ces rivières ſe perdent ſous terre & reparoiſſent aſſez loin du lieu où l'on a ceſſé de les voir couler; on appelle dans ce pays les endroits où elles ſe perdent, un *aven;* voici un autre phénomène d'un autre genre. La rivière qui paſſe à Sumene, petite ville au diocèſe d'Alais, eſt aſſez conſidérable; cependant elle ſe perd en été dans un gravier ſablonneux à un demi-quart de lieue de cette ville, & on ne ſait point où elle va ſortir. Quelques habitans de ces cantons diſent qu'elle va former de petites fontaines qui ſe déchargent dans l'Herault, dans cette gorge de montagnes

qui eſt entre Saint-Bauzeli & la Roque de Ganges, au diocèſe de Montpellier; l'élévation des rochers calcaires, priſe du ſol de la rivière de l'Herault, eſt au moins de 300 pieds, & la diſtance du lieu où la rivière de Sumene ceſſe de couler, à cet endroit, eſt d'environ deux lieues : d'autres habitans prétendent qu'elle forme la ſource de la fontaine de la ville de Sauve, qui eſt encore bien plus éloignée que cette gorge, de la rivière d'Herault : tout ce que je viens de dire, d'après les habitans de Sumene, eſt avancé ſans preuve, c'eſt pourquoi nous ne nous y arrêterons pas, nous nous contentons de rapporter le fait.

Je n'ai rien obſervé de pareil dans les rivières qui ont pour rocher le granit, celles-ci coulent ſans interruption; toutes ces petites rivières qui ſont ſur la montagne de l'Eſperou, n'ont d'autre poiſſon que de petites truites preſque noires, excellentes à manger, très-fermes & dont la plus groſſe ne pèſe pas 6 onces; il s'en trouve quelquefois d'un peu plus peſantes, mais cela eſt rare & même celles-ci ne ſe trouvent que quand la rivière a commencé à dépaſſer la montagne. On ſait que les truites ſont fort voraces; je rapporterai une obſervation qui m'a paru aſſez ſingulière, le haſard me l'a fourni; j'étois à Saint-Bauzeli, village où paſſe l'Herault; on me fit préſent d'une truite qui peſoit environ trois livres, je m'aperçus qu'elle avoit un gros ventre, je la fis éventrer & je fus bien ſurpris d'y trouver une douzaine de cigales entières, dont un petit nombre ſeulement commençoient à être digérées: on me dit que la truite les avoit attrapées en s'élevant fort haut dans l'inſtant où elles voloient d'un bord de la rivière à l'autre, c'eſt ce que je ne prétends pas garantir.

ARTICLE V. *Sur quelques ſujets d'Hiſtoire naturelle.*

Toutes ces parties des Sévennes ſont remplies de grottes aſſez curieuſes & qui mériteroient d'être décrites comme celle d'Angeu près Saint-Laurens, celle de Mondardier, celle de Breau près du Vigan, celle de Meyrueis, celle de Bramebioou près de Canrieu: toutes ces grottes ſont dans le diocèſe d'Alais; elles feront la matière d'un autre Mémoire, je dirai ſeulement que celle de Bramebioou a cela de remarquable, qu'elle eſt formée par bancs,

toutes les autres que je viens de citer ayant un rocher calcaire continu, de la même pâte de limon. Une rivière coule au dedans, y parcourt un eſpace de près d'un quart de lieue, & ſort par une ouverture qui a environ 40 ou 50 pieds de haut : cette grotte ſingulière, & dont je n'ai jamais vu la pareille, étant formée par bancs de pierre calcaire me parut être l'effet d'un éboulement ; & ce qui ſemble le prouver, c'eſt ce qui arriva à la fin de l'année 1766, lors des grandes pluies qui tombèrent dans cette partie du bas Languedoc, particulièrement ſur la montagne de l'Eſperou & ſur la partie de cette montagne qui verſe ces eaux dans l'océan ; l'inondation fut ſi prodigieuſe que de mémoire d'homme on n'en avoit vu de pareilles, & la rivière de Tarn groſſit tellement qu'elle faillit à emporter un des fauxbourgs de la ville de Montauban.

En effet, dans cette grande inondation une partie de la montagne, appellée *Beſeucles*, & oppoſée à celle où ſe trouve la grotte de Bramebioou, s'éboula 200 toiſes au-deſſous de l'endroit où tombe la rivière de cette grotte & remplit la gorge, entre les deux montagnes, d'une maſſe ſi conſidérable, qu'elle forma une chauſſée qui arrêta les eaux de la rivière pendant plus d'une heure; elles ne reprirent leur cours que lorſqu'elles eurent gagné le haut de la chauſſée: depuis, cette rivière s'eſt trouvée comme engravée pendant plus de quatre lieues, mais ſon lit n'a pas été changé, parce qu'elle eſt ſi reſſerrée & ſi encaiſſée, ſi cela ſe peut dire, dans tout ſon cours, qu'un tel changement n'eſt pas poſſible. Dans le même temps pluſieurs fentes ſe ſont formées dans la montagne de Beſeucles, dont la principale qui a ſon origine au haut de cette montagne, s'étend à pluſieurs lieues, elle ſe dirige du couchant au levant & eſt beaucoup plus large dans certains endroits que dans d'autres, comme à Feruſac, village près de Meyrueis, à Fraiſinet de Fourgues à deux lieues au-delà, &c. Les perſonnes les plus ſenſées du canton, prétendent que c'eſt l'effet d'un tremblement de terre qui s'y fit ſentir pendant un orage des plus violens, où le tonnerre tomba pluſieurs fois ſur ces rochers ; en effet ils s'éboulèrent tout-à-coup, & l'effet fut ſi extraordinaire qu'il fit ouvrir la terre dans une étendue de pluſieurs lieues, & produiſit la fente dont nous parlons; ſa direction eſt tout-à-fait oppoſée au

cours de la rivière qui sort de la grotte de Bramebioou. Quand on examine les environs de cette grotte, on ne voit de toutes parts que précipices d'une hauteur prodigieuse & qui ne paroissent tous que l'effet des éboulemens.

Près de la grotte, il y a un village qu'on appelle Canrieu; j'y arrivai par le côté du chemin qui borde la rivière de Trevesel, j'étois à cheval, & il faisoit un beau soleil; je fus surpris d'observer que le soleil donnant sur toutes les parties du terrein, je ne voyois sur ce terrein, que des pierres taillées à facettes, brillantes comme le diamant, détachées pour la plupart & offrant une cristallisation bien régulière; cela m'obligea de descendre de cheval; j'examinai ces pierres dont tout le terrein étoit couvert, ce n'étoit qu'un quartz cristallin, taillé à facettes & fort brillant, qui me parut être du cristal de roche; il se trouve encore dans cette contrée des rochers agatifiés. Avant de finir cet article, je dois remarquer que je ne me suis pas attaché à décrire d'une manière fort exacte les endroits où se trouvent tels ou tels granits, ou telles ou telles pierres ou coquilles, parce qu'une description de cette nature m'auroit entraîné dans des détails infinis & étrangers à mon sujet.

ARTICLE VI. *Sur la manière dont on sèche les châtaignes.*

J'ai cru devoir donner à la fin de ce Mémoire la manière de bien sècher les châtaignes, opération plus difficile qu'on ne pense, & sur laquelle j'ai été consulté dans les Sévennes où ce fruit fait la principale nourriture des habitans de la campagne; il s'agit de préparer les châtaignes par la dessication, de manière qu'elles puissent se conserver des années entières: voici en peu de mots comment on y procède.

Chaque habitant, suivant la quantité de châtaignes qu'il recueille, fait un bâtiment carré, ou à peu près, au rez de chaussée attenant sa maison, ou isolé dans les champs: ce bâtiment a quelquefois deux ou trois toises de largeur sur autant de longueur, & environ trois toises de hauteur, on n'y entre que par une porte étroite, seule ouverture du rez de chaussée, qu'on peut appeler à juste titre la *chambre obscure*; c'est au milieu de cette chambre, & toujours

toujours sur le terrein qu'on met le feu. On établit dans l'intérieur du bâtiment à 8 ou 12 pieds de haut, une espèce de plancher fait de petits soliveaux, ordinairement d'une forme triangulaire, ou avec une claie formée de gaules tirées du sauvageon de châtaigner, bien entrelacées les unes dans les autres & bien serrées, mais aujourd'hui il n'y a guère que les paysans qui se servent de ces claies * : les habitans aisés font ces planchers avec des soliveaux, parce qu'ils sont moins sujets aux accidens du feu. Ces soliveaux ne sont distans l'un de l'autre que de 4 ou 5 lignes ou à peu près, afin que les châtaignes posées au-dessus ne puissent pas passer au travers; le plancher est éclairé par des ouvertures faites exprès dans le bâtiment, ou par des fenêtres: on fait en dehors & à un des côtés de la muraille, une ouverture un peu au-dessus du plancher ou de la claie, pour y verser les châtaignes à mesure qu'on les apporte dans des sacs de la châtaigneraie: ce plancher ou cette claie sont plus ou moins grands suivant la quantité de châtaignes qu'on recueille par an, ou que la récolte est abondante; on y met un, deux ou trois pieds de châtaignes, & quelquefois davantage, qu'on étend bien également, ensuite on commence à mettre un peu de feu au milieu de la chambre. On ne brûle dans le commencement que la poussière ou l'écorce qu'on a ramassée les années précédentes, en dépouillant les châtaignes bien séchées par les moyens dont nous parlerons plus bas: ce feu n'est uniquement qu'une fumée qu'on entretient nuit & jour pendant quelque temps; & dont la chaleur fait suer (si je puis m'exprimer ainsi) la châtaigne qui est sur la claie; ayant entretenu cette espèce de feu pendant quelques jours, on ajoute à cette poussière de gros troncs de châtaigners qu'on y ensévelit afin que le bois ne flambe pas; on continue cette opération trente, quarante & jusqu'à soixante jours. Dans les quinze premiers jours on voit les châtaignes recouvertes d'eau de tous les côtés : tant qu'elles sont dans cet état on ne les remue pas, mais dès que

* On appelle dans la langue vulgaire du pays, l'endroit ou l'on fait sécher les châtaignes, *la clede*, c'est sans doute la claie que l'on fait avec les gaules des châtaigners, qui a donné ce nom à ce bâtiment; anciennement elles étoient toutes faites de gaules.

l'eau a diſparu de leur ſurface, il faut les remuer en tout ſens, avec une pelle de bois, car il faut obſerver de ne donner le feu que par degré. Cette opération eſt parfaitement la même que celle que feroit en petit un Chimiſte exercé dans l'analyſe végétale, s'il vouloit ôter par l'action du feu bien entendue, toute l'eau d'une plante fraîche ou de telle autre ſubſtance végétale, (dans une cornue à feu nu) afin qu'elle ſe conſervât, & ſans altérer les autres principes, que cette même action du feu, pouſſée trop fort, ne pourroit attaquer ſans détruire toute la vertu de la plante & ſans former un nouveau composé. Il en eſt de même des châtaignes, ſi on donne trop de feu, tout eſt perdu; l'art de sècher par les moyens artificiels, eſt exactement une diſtillation en grand, je veux dire qu'on ôte de la châtaigne toute l'eau ſurabondante, qui feroit l'inſtrument de ſa deſtruction, en y excitant une fermentation qui feroit tout gâter.

J'ai remarqué que dans les années abondantes, les particuliers qui font cette opération, mettent ſur leurs claies, qui ſouvent ſe trouvent trop petites, un tas de châtaignes beaucoup plus conſidérable qu'à l'ordinaire & quelquefois juſqu'à 3 ou 4 pieds; qu'arrive-t-il ? l'action du feu & de la fumée n'agiſſant que ſur une partie, il faut le pouſſer davantage pour que ce gros tas ſoit pénétré par la chaleur: en conſéquence de quoi la première couche de châtaignes qui eſt le plus près du feu, s'échauffant trop, la chaleur quelque bien ménagée qu'elle ſoit, attaque, après que l'eau ſurabondante s'eſt évaporée, les autres principes de la châtaigne, & pour peu qu'elle les mette en mouvement, le corps doux, ſucré en eſt altéré, & la châtaigne prend une couleur rouſsâtre tirant ſur le rouge, ce que les habitans du pays appellent *affougua*. La châtaigne dans cet état eſt amère, de mauvais goût, ſur-tout quand elle eſt cuite, ce qui fait que les habitans ne la mangent qu'avec dégoût, & bien ſouvent ils la rejettent: j'en ai vu de ſi mal préparées & dont le goût étoit ſi déſagréable que les animaux mêmes, qui en ſont fort avides, n'en vouloient pas manger.

J'ai obſervé que le plus de châtaignes qu'on devoit mettre ſur les claies, étoit un pied & demi ou tout au plus deux pieds d'épaiſſeur, ayant ſoin de bien régler le feu par degré; & pluſieurs

habitans des Sévennes à qui j'ai fait pratiquer cette règle, s'en ſont bien trouvés; le thermomètre, dans cette circonſtance, ſeroit d'un grand ſecours, mais dans les opérations en grand, les moyens les plus ſimples doivent être préférés; il vaut mieux ſécher en deux fois les châtaignes qu'on a, ou bien agrandir les claies, que de s'expoſer à les mal ſécher.

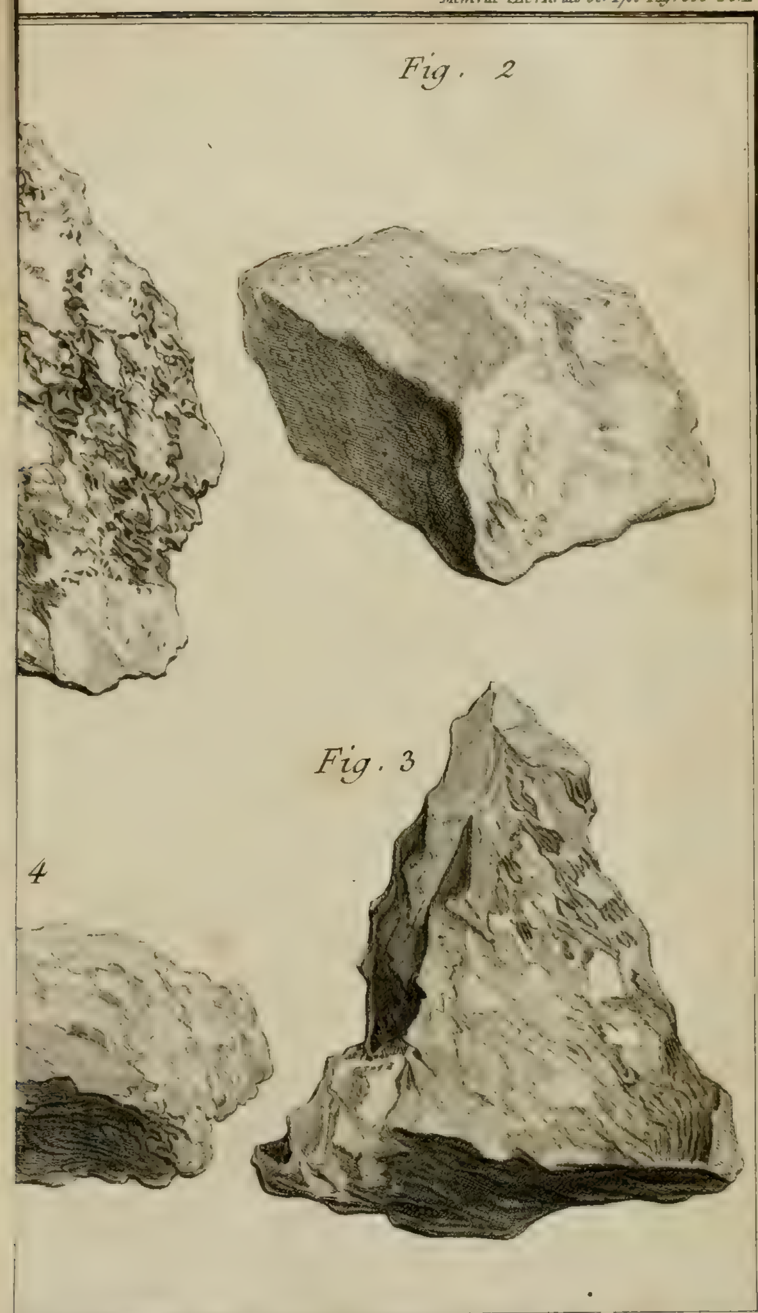
On a attention, quand on n'aperçoit plus d'humidité ſur la peau des châtaignes, de les remuer de deux en deux jours avec une pelle de bois; par cette manœuvre toutes les châtaignes préſentent leur ſurface à l'action de la chaleur. Pour reconnoître enſuite quand elles ſont bien préparées, on ôte la peau de quelques-unes, on voit ſi elles ſont bien ſéchées, ce qu'on reconnoît par la réſiſtance qu'elles font quand on veut les partager entre les dents; la châtaigne ainſi préparée, doit être bien blanche & ridée à ſa ſurface. Pour les dépouiller de leur écorce on les met dans un ſac de bonne toile griſe, ouvert par les deux bouts, on y met trente ou quarante livres de châtaignes ſéchées, & deux hommes tenant chacun un bout du ſac, les battent ſur un billot, pendant quelque temps; enſuite ils regardent ſi elles ſont bien dépouillées de leur écorce, après l'un d'eux les jette ſur un crible; & on les monde comme le blé, à travers ce crible; on ſépare par-là les groſſes de celles qui ſont briſées, enſuite on les vanne & on ſépare par cette ſeconde manœuvre l'écorce de la châtaigne groſſe & petite: c'eſt cette écorce ou pouſſière qu'on met en tas dans un endroit ſec, & qu'on réſerve pour faire, comme nous l'avons dit, le feu dans la même opération l'année ſuivante.

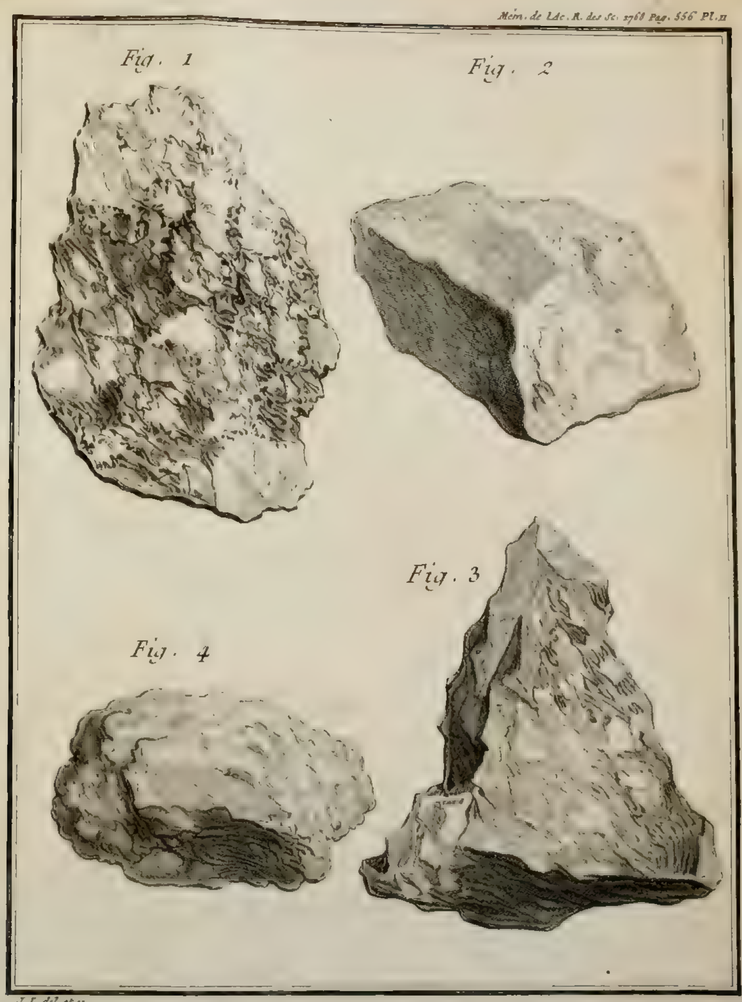
Ce fruit ainſi deſſéché & bien dépouillé de ſon écorce, fait la principale nourriture, comme je l'ai déja dit, des habitans des Sévennes, & principalement de ceux de la campagne; ſon prix augmente ou diminue ſelon les différentes eſpèces, & ſelon leur bonne ou mauvaiſe préparation; celles qui ſont bien préparées ſont fort recherchées, elles ſont fort nourriſſantes; les châtaignes briſées ſervent à engraiſſer les cochons & la volaille, on en donne encore dans ce pays aux mulets & aux chevaux, &c. Le corps doux ou ſucré eſt fort abondant dans la châtaigne; j'ai retiré par le ſecours de l'eſprit-de-vin, de celles qui ſont bien préparées, de

très-beau ſucre & en aſſez grande quantité; c'eſt ce corps doux, ſucré & mucilagineux, qui forme dans le règne végétal la partie alimenteuſe: d'où l'on doit conclure que plus une matière végétale contient de ce corps, plus elle eſt nourriſſante; les châtaignes en contenant beaucoup, comme l'expérience me l'a démontré, elles doivent en conſéquence être fort nourriſſantes & engraiſſer, comme elles font, les animaux qui en mangent.

Je finirai par une réflexion qui ne ſera point étrangère à cet article: depuis près de trente ans les habitans des Sévennes, comme tous les gens de la campagne qui ne ſe conduiſent guère que par l'intérêt du moment, arrachent les châtaigners pour planter des mûriers, & cela dans les meilleures terres; ils crojent y trouver leur avantage, mais l'homme d'État & le Philoſophe qui combinent toutes les circonſtances du préſent & de l'avenir, en jugeront je crois différemment: le profit des mûriers eſt plus prompt, il eſt vrai, que celui des châtaigners, mais ce dernier eſt de plus longue durée, l'un eſt fondé ſur le luxe, l'autre ſur la ſubſiſtance, le premier de tous les biens, dans des temps de diſette tels que ceux dont le bas Languedoc eſt affligé depuis quelques années. Le fruit des châtaigners eſt par ſa nature capable de ſuppléer au défaut du blé & de fournir un aliment & un ſoutient à la vie que la Nature ſemble alors nous refuſer; ces avantages méritent qu'on y faſſe attention.




Fig. 2
Fig. 3
4



J. L. del. et sc.